

Modeling Multi-Product Inventory Routing and Production with Outsourcing Orders and Solving It with the Hybrid Metaheuristic Algorithm PSO-VNS

M. Salehi Sarbijan^{1*}

¹ Assistant Professor, Department of Mechanical Engineering, Faculty of Engineering, University of Zabol, Zabol, Iran.

Research Paper

Received: 7 May 2025

Accepted: 11 November 2025

Abstract: This research addresses an integrated problem consisting of production routing, vehicle routing, and stack size determination under a vendor-managed inventory system, and examines production and inventory decisions in an integrated manner. In this study, the production routing problem considering outsourcing is modeled with the aim of minimizing production, holding, and outsourcing costs. Based on the proposed mixed-integer linear programming (MILP) model, a hybrid algorithm combining particle swarm optimization and variable neighborhood search (PSO-VNS) is proposed, and its performance is compared with the PSO optimization algorithm and the exact solution method on problem instances of small, medium, and large sizes. The results indicate that all three methods perform satisfactorily in solving small instances, in terms of the average value of the objective function and execution time. However, in medium- and large-sized instances, the hybrid PSO-VNS algorithm shows significantly better performance compared to the standard PSO algorithm in terms of simultaneously reducing runtime and the value of the objective function.

Introduction: Many large organizations with extensive production capabilities and widespread distribution to various cities and countries continually seek ways to reduce costs due to the significant portion of logistics expenses. Research indicates that the production routing problem (PRP) effectively addresses organizational cost reduction, as production and routing decisions influence one another. An integrated approach to examining these decisions is crucial for optimizing and lowering overall costs.

Materials and Methods: In this paper, after modeling the MPRP-OS using the mixed integer linear programming (MILP) model, the standard PSO and PSO-VNS algorithms were evaluated to solve it.

Results and Discussion: In this study, the Taguchi method is used to determine the optimal parameter values for the PSO and PSO-VNS algorithms. The experiments were conducted on two sets of small instances (5 to 10 customers) and medium - large instances (10 to 25 customers).

* Corresponding Author: m.salehisarbijan@uoz.ac.ir

Conclusions: The results indicate that, when comparing the algorithms in terms of their objective function values and execution time, the PSO-VNS algorithm outperformed the others. This enhancement can be attributed to the effective integration of the global search capabilities of Particle Swarm Optimization (PSO) with the local improvement strategies of Variable Neighborhood Search (VNS), which helps avoid becoming trapped in local optima.

Keywords: Multi-Item Production Routing Problem, Outsourcing, Particle Swarm Optimization Algorithm - Variable Neighborhood Search (PSO-VNS).

مدل سازی مسیریابی موجودی چندمحصولی و تولید با امکان برونسپاری سفارشات و حل آن با الگوریتم فراابتکاری ترکیبی PSO-VNS

مرتضی صالحی سربیزن*

۱- استادیار، گروه مکانیک، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه زابل، زابل، ایران

رسید مقاله: ۱۷ اردیبهشت ۱۴۰۴

پذیرش مقاله: ۲۰ آبان ۱۴۰۴

چکیده

این پژوهش به مسأله ای تلفیقی متشکل از مسیریابی تولید، مسیریابی وسیله نقلیه و تعیین اندازه انباشته، تحت یک سیستم مدیریت موجودی توسط تامین کننده می پردازد و تصمیم های مرتبط با تولید و موجودی را به صورت یکپارچه بررسی می کند. در این مطالعه، مسأله مسیریابی تولید با در نظر گیری امکان برونسپاری، با هدف حداقل سازی هزینه های تولید، نگهداری و برونسپاری مدل سازی شده است. بر مبنای مدل برنامه ریزی عدد صحیح مختلط (MILP) ارائه شده، یک الگوریتم ترکیبی بهینه سازی گروه ذرات - جستجوی همسایگی متغیر (PSO-VNS) پیشنهاد گردیده و عملکرد آن با الگوریتم بهینه سازی PSO و نیز روش حل دقیق، بر روی نمونه های مسأله در اندازه های کوچک، متوسط و بزرگ مقایسه شده است. نتایج حاکی از آن است که هر سه روش در حل نمونه های کوچک، از نظر میانگین مقدار تابع هدف و زمان اجرا، رضایت بخش عمل می کنند. با این حال، در نمونه های متوسط و بزرگ، الگوریتم ترکیبی PSO-VNS از لحاظ کاهش هم زمان زمان اجرا و مقدار تابع هدف، عملکرد به مراتب بهتری را نسبت به الگوریتم PSO استاندارد نشان می دهد.

کلمات کلیدی: مسأله مسیریابی تولید چند محصولی، برونسپاری، الگوریتم بهینه سازی گروه ذرات - جستجوی همسایگی متغیر (PSO-VNS).

۱ مقدمه

بسیاری از سازمان های بزرگ که تولیدات وسیع و توزیع گسترده ای به شهرها و کشورهای مختلف دارند، به دلیل سهم قابل توجه هزینه های لجستیک، همواره در جست و جوی راهکارهایی برای صرفه جویی در هزینه ها هستند. تحقیقات نشان می دهد که مسأله مسیریابی تولید (PRP) یکی از راهکارهای مؤثر در کاهش هزینه های سازمان ها است؛ زیرا تصمیمات تولید و مسیریابی بر یکدیگر تأثیر متقابل دارند و بررسی یکپارچه این تصمیمات در

* عهده دار مکاتبات

آدرس الکترونیکی: m.salehisarbijan@uoz.ac.ir

بهینه‌سازی و کاهش هزینه‌های کل نقش مهمی ایفا می‌کند. مساله مسیریابی تولید معمولاً تعمیمی از مساله تعیین اندازه انباشته با انتقال مستقیم و مساله مسیریابی موجودی است. با این حال، هر یک از این مسایل به تنهایی جنبه‌ای کلیدی از فرآیند برنامه‌ریزی عملیاتی زنجیره تامین را نادیده می‌گیرند. مساله تعیین اندازه انباشته شامل تصمیم‌گیری در مورد مسیریابی نمی‌شود، در حالی که مسیریابی موجودی به بخش تولید توجه نمی‌کند. در مساله مسیریابی تولید، کارخانه باید در هر دوره تصمیم بگیرد که آیا محصولی تولید کند یا خیر و در صورت تولید، اندازه دسته تولید را تعیین نماید. در صورت تولید، هزینه‌های ثابت آماده‌سازی و هزینه‌های متغیر هر واحد تولیدشده به هزینه‌ها افزوده می‌شود. همچنین، اندازه دسته تولید نمی‌تواند از ظرفیت تولید کارخانه فراتر رود. تحویل کالا از کارخانه به مشتریان با در نظر گرفتن محدودیت‌هایی مانند تعداد وسایل نقلیه، ظرفیت محدود آنها و هزینه‌های مسیریابی انجام می‌پذیرد [۱]. سازمانی که برنامه‌ریزی یکپارچه تولید و مسیریابی دارد، هنگامی که برای توزیع و مسیریابی به حمل و نقل کالا با استفاده از وسایل حمل و نقل اقدام می‌کند این خدمات حوزه حمل و نقل منجر به رشد اقتصادی کشورها می‌شوند و بخش عمده‌ای از تولید ناخالص ملی را به خود اختصاص می‌دهند.

روش‌های حل مختلفی برای مساله ی PRP توسعه داده شده است. برای مثال، رودریگس و همکاران [۲] یک الگوریتم مبتنی بر ترکمن و همکاران [۳] یک روش ابتکاری مبتنی بر افق غلطان، زوآدی و همکاران [۴] یک الگوریتم تجزیه رباست جدید، سولیل و سورال [۵] الگوریتم جستجوی همسایگی بزرگ انطباقی (ALNS)، چو و همکاران [۶] الگوریتم شاخه و قیمت با به کارگیری رویکرد تولید ستون، چو و همکاران [۷] الگوریتم فرا ابتکاری جستجوی همسایگی متغیر، اوسی و توپالغلو [۸] یک رویکرد حل فرا ابتکاری تکراری و صالحی سربیزن و بهنامیان [۹] الگوریتم فراابتکاری PSO را برای حل این مساله توسعه داده‌اند.

الگوریتم PSO به عنوان یک الگوریتم کارآمد برای مسایل مسیریابی وسیله نقلیه شناخته می‌شود [۱۰]. با این حال، یکی از نقاط ضعف اصلی این الگوریتم، همگرایی زودرس و گرفتار شدن در دام بهینه‌های محلی است. به عبارت دیگر، زمانی که یک جواب بهینه محلی با PSO یافته می‌شود، تمامی ذرات در اطراف آن متمرکز شده و خروج از این منطقه بهینه محلی دشوار می‌گردد. در این زمینه، ساختارهای همسایگی مناسب و متنوع و توانایی جستجوی نواحی مختلف در الگوریتم VNS می‌تواند به الگوریتم PSO در فرار از بهینه‌های محلی و حرکت به سمت بهینه سراسری کمک کند. برای جلوگیری از همگرایی زودهنگام در PSO، ترکیب این الگوریتم با VNS راهکاری است که می‌تواند ضمن اطمینان از همگرایی سریع‌تر، با استفاده از توانمندی VNS در جستجوی محلی، جستجو را از حالت بهینه محلی خارج نماید. بنابراین، ترکیب PSO و VNS یک رویکرد ترکیبی کارآمد است که می‌تواند راه‌حل‌های با کیفیت بالا را در زمان اجرای کوتاه‌تری ارائه دهد.

از این رو، هدف پژوهش حاضر، توسعه یک مدل برای مساله مسیریابی تولید با در نظر گرفتن امکان برون‌سپاری در سیستم توزیع و ارائه یک مدل نوآورانه است که بتواند به صورت یکپارچه، تولید و مسیریابی را بهینه‌سازی کند. این هدف با به کارگیری یک الگوریتم ترکیبی فراابتکاری مبتنی بر PSO و VNS محقق خواهد

شد. این فرآیند نوآورانه می‌تواند منجر به کاهش هزینه‌ها و افزایش بهره‌وری در سازمان‌های دارای ساختار تولید و توزیع پیچیده شود. به طور خلاصه، سهم علمی این مطالعه به شرح زیر است:

- ادغام مساله مسیریابی تولید چندمحصولی با امکان برون‌سپاری در قالب یک مدل یکپارچه.
- توسعه یک مدل برنامه‌ریزی عدد صحیح مختلط برای بهینه‌سازی همزمان تولید، موجودی و مسیریابی.
- توسعه یک الگوریتم ترکیبی جدید با تلفیق بهینه‌سازی گروه ذرات و جستجوی همسایگی متغیر (PSO-VNS) برای حل مساله
- انجام یک مقایسه جامع بین عملکرد الگوریتم پیشنهادی با الگوریتم استاندارد PSO و روش‌های دقیق حل، بر روی نمونه‌هایی در اندازه‌های مختلف.
- دستیابی به نتایج برتر از نظر کیفیت جواب و زمان اجرا در مسایل با ابعاد متوسط و بزرگ.
- تمرکز بر کاهش هزینه‌های تولید، نگهداری موجودی و برون‌سپاری با در نظرگیری دقیق محدودیت‌های ظرفیت و مسیریابی.

ساختار این مقاله به شرح زیر است: در بخش دوم، مروری بر ادبیات مرتبط با مساله مسیریابی تولید ارائه می‌شود. در بخش سوم، فرمول‌بندی ریاضی مساله آورده شده است. بخش چهارم به تشریح الگوریتم‌های به کاررفته در این مطالعه می‌پردازد. در بخش پنجم، نتایج عددی و محاسباتی ارائه گردیده و در نهایت، در بخش پایانی، نتیجه‌گیری و پیشنهاداتی برای مطالعات آتی ارائه می‌شود.

۲ مرور ادبیات

مساله مسیریابی تولید (PRP) به عنوان یکی از مسایل کلیدی در زنجیره تامین، در سال‌های اخیر توجه پژوهشگران بسیاری را به خود جلب کرده است. ادبیات این حوزه حاکی از آن است که این مساله عموماً به صورت یکپارچه مورد بررسی قرار می‌گیرد و گونه‌های مختلفی از آن با در نظرگیری مفروضات و محدودیت‌های واقعی توسعه یافته‌اند. مطالعات پیشین را می‌توان بر اساس ماهیت مساله و ویژگی‌های افزوده شده به مدل پایه PRP دسته‌بندی نمود. برای نمونه، حبیبی و همکاران [۱۱] این مساله را در یک زنجیره تأمین حلقه‌بسته با در نظر گرفتن دریافت و تحویل همزمان و با هدف حداقل‌سازی هزینه‌های ساخت، بازیابی و مسیریابی معرفی نمودند. وادست و همکاران [۱۲] مساله‌ی مسیریابی تولید چند وسیله‌ای^۱ با سیاست بازپرسازی، مانوساکیس و همکاران [۱۳] مساله مسیریابی تولید سیکلی^۲ و حاجی آقایی و همکاران [۱۴] مدل عدد صحیح مختلط را برای مساله مسیریابی تولید خودروهای الکتریکی پویا چند دوره‌ای^۳ را پیشنهاد دادند. از دیگر ابعاد مورد بررسی می‌توان به موارد زیر اشاره کرد:

¹ Multi-vehicle production routing problem

² Cyclic production routing problem

³ Multi-period dynamic electric vehicle production-routing problem

ابعاد اقتصادی و عملیاتی: زوآدی و همکاران [۴] PRP را با تابع سود و سفارشات عقب‌افتاده مدل‌سازی

کردند. آلوارز و همکاران [۱۵] به بررسی حالت چند کارخانه‌ای و چند محصولی پرداختند و در مطالعه‌ای دیگر آلوارز و همکاران [۱۶]، این مساله را برای کالاهای فاسدشدنی با هدف حداکثرسازی سود توسعه دادند.

ابعاد زیست‌محیطی و اجتماعی: پیوستگار و همکاران [۱۷] مساله‌ی مسیریابی تولید سبز^۱ را با اهداف کاهش

هزینه‌های عملیاتی و انتشار کربن معرفی کردند. بوانان و بنادادا [۱۸] نیز کاهش انتشار کربن را در مساله‌ی مسیریابی تولید چند محصولی با تحویل و برداشت همزمان و بازیابی مجدد^۲ با هزینه‌های عملیاتی در مدل خود گنجانده‌اند.

ابعاد فناوریانه و روش‌های حل: بیاسوتو و همکاران [۱۹] یک سیستم چندعاملی ترکیبی برای PRP با حفظ

حریم خصوصی^۳ توسعه دادند. اسکنه کنبرگ و همکاران [۲۰] یک الگوریتم شاخه و برش موازی برای حل مسایل PRP و IRP ارائه نمودند. عطار و همکاران [۲۱] نیز یک الگوریتم دقیق برای PRP با وسایل نقلیه الکتریکی طراحی کردند. علاوه بر این، مفاهیمی همچون برون‌سپاری نیز در کانون توجه برخی پژوهش‌ها قرار گرفته است. برای مثال، فرقدانی چهارسوقی و کریمی [۲۲] یک رویکرد بهینه‌سازی پایدار را با در نظرگیری حمل‌ونقل جانبی و برون‌سپاری توسعه دادند. همچنین، صالحی سربیزن و بهنامیان [۹] از یک الگوریتم فراابتکاری PSO برای حل PRP با در نظرگیری برون‌سپاری و انتشار کربن بهره بردند. گیجر [۲۳] مساله‌ی مسیریابی تولید را در حالت عدم قطعیت تقاضا^۴ معرفی کرد. زدام و همکاران [۲۴] الگوریتم ابتکاری ال پی - متریک را برای مساله‌ی مسیریابی تولید چند هدفه توسعه دادند. یوژو و همکاران [۲۵] مساله‌ی مسیریابی تولید با لجستیک معکوس و تولید مجدد^۵ را معرفی کردند. یوژو و همکاران [۲۶] مدل‌سازی و الگوریتم‌های شاخه و برش را برای مساله‌ی مسیریابی تولید با پنجره زمانی پیشنهاد دادند.

با وجود غنای مطالعات پیشین، خلأهای تحقیقاتی قابل توجهی در این حوزه وجود دارد که مطالعه حاضر در صدد پر کردن آن‌ها برآمده است:

۱. تمرکز اکثر پژوهش‌ها بر جنبه‌های خاص و جزئی (مانند حریم خصوصی یا عدم قطعیت تقاضا) بوده و بررسی جامع و یکپارچه یک مدل چندمحصوله با امکان برون‌سپاری در یک افق چنددوره‌ای کمتر مورد توجه واقع شده است.
۲. علیرغم کاربرد موفق الگوریتم‌های ترکیبی در سایر حوزه‌ها، قدرت الگوریتم‌های ترکیبی هوشمند مانند تلفیق PSO و VNS برای حل مدل‌های یکپارچه و پیچیده PRP با در نظرگیری برون‌سپاری، به‌طور کامل مورد کاوش قرار نگرفته است.

بنابراین سهم و نوآوری این پژوهش ارائه یک مدل یکپارچه برای مساله‌ی مسیریابی تولید چندمحصوله با امکان برون‌سپاری و توسعه یک الگوریتم ترکیبی جدید PSO-VNS برای حل آن است. این رویکرد به طور همزمان به

¹ Green production routing problem

² Production routing problem with simultaneous delivery and pickup

³ Production routing problem with privacy preserving

⁴ Production routing problem under demand uncertainty

⁵ Production routing problem with remanufacturing, simultaneous pickups and deliveries

بهینه‌سازی هزینه‌های تولید، نگهداری، برون‌سپاری و مسیریابی می‌پردازد و پاسخی مستقیم به خلاهای شناسایی شده در ادبیات موجود محسوب می‌شود. جدول ۱ جایگاه و تمایز مطالعه حاضر را در مقایسه با پژوهش‌های پیشین به طور خلاصه نشان می‌دهد.

جدول ۱. دسته‌بندی مقالات ادبیات تحقیق

منبع	سال	نوع مساله	هدف	الگوریتم حل
حبیبی و همکاران [۱۱]	۲۰۲۴	SDPPRP	مینیم کردن هزینه های ساخت، بازیابی و مسیریابی	الگوریتم ابتکاری دو مرحله‌ای تکرارشونده
زوآدی و همکاران [۴]	۲۰۲۴	PRPPB	ماکزیم کردن سود	الگوریتم تجزیه رویاست جدید
بیاسوتو و همکاران [۱۹]	۲۰۲۴	PRPPP	مینیم کردن هزینه‌های تولید، موجودی و مسیریابی	سیستم ترکیبی چند عاملی
گیجر [۲۳]	۲۰۲۴	SPRP	مینیم کردن هزینه‌های تولید، موجودی و مسیریابی	روش ابتکاری مبتنی بر تقریب میانگین
وادست و همکاران [۱۲]	۲۰۲۳	MVPRP	مینیم کردن هزینه‌های تولید، راه اندازی، حمل و نقل و نگهداری موجودی	مدل ریاضی ابتکاری چند مرحله ای
پیوستگار و همکاران [۱۷]	۲۰۲۳	GPRP	مینیم کردن هزینه‌های عملیاتی و انتشار گاز دی اکسید کربن	ترکیب روش شاخه و برش با برنامه‌ریزی آرمانی فازی چند هدفه
فرقدانی و کریمی [۲۲]	۲۰۲۳	PRP-OT	مینیم کردن هزینه‌های تولید، نگهداری، برون سپاری، کمبود، و مسیریابی	GA, SA, MSA
حاجی آقایی و همکاران [۱۴]	۲۰۲۳	DEVPRP	مینیم کردن هزینه های ثابت و متغیر تولید، نگهداری موجودی و مسیریابی	HKASA .HGASA
اسکنه کبریگ و همکاران [۲۰]	۲۰۲۳	IRP and PRP	مینیم کردن هزینه های نگهداری موجودی و مسیریابی	3FP-B&C
مانوساکیس و همکاران [۱۳]	۲۰۲۳	CPRP	مینیم کردن هزینه های موجودی و مسیریابی	شاخه و برش
آلوارز و همکاران [۱۵]	۲۰۲۲	MPRP	مینیم کردن هزینه های تولید، مسیریابی	شاخه و برش، جستجوی محلی
آلوارز و همکاران [۱۶]	۲۰۲۲	PRP for perishable	ماکزیم کردن سود	شاخه و برش، ابتکاری
بوانان و بنادادا [۱۸]	۲۰۲۲	PRPSDP	مینیم کردن هزینه های عملیاتی و انتشار کربن	مدلسازی ریاضی
عطار و همکاران [۲۱]	۲۰۲۲	EVPRP	مینیم کردن هزینه های راه اندازی، نگهداری و مشتری ، مسیریابی	LBBD
زدام و همکاران [۲۴]	۲۰۲۲	MOPRP	مینیم کردن هزینه های تولید، مسیریابی	الگوریتم ابتکاری ال پی - متریک
چیو و همکاران [۲۵]	۲۰۱۸	PRPRPD	مینیم کردن هزینه های راه اندازی، نگهداری موجودی مسیریابی	الگوریتم جستجوی هدایت شده شاخه و برش
چیو و همکاران [۲۶]	۲۰۱۸	PRPTW	مینیم کردن هزینه های تولید، مسیریابی	الگوریتم شاخه و برش
صالحی سریژن و بهنامیان [۹]	۲۰۲۰	MPRP-OS-with carbon emissions	مینیم کردن هزینه‌های تولید، برونسپاری ، هزینه های مسیریابی و انتشار کربن	الگوریتم PSO
مطالعه حاضر	-	MPRP-OS	مینیم کردن هزینه‌های تولید ، برونسپاری ، هزینه‌های نگهداری موجودی در انبار کارخانه و مشتریان، هزینه های مسیریابی	الگوریتم PSO ، PSO-VNS

۳ بیان مساله و مدل سازی

این پژوهش به مدل سازی و حل مساله مسیریابی تولید چندمحصوله، چندوسیله ای و چند دوره ای با در نظر گیری امکان برونسپاری می پردازد.

۳-۱ مدل مسیریابی تولید با برونسپاری

یک گراف کامل $G = (N, A)$ با مجموعه ای از گره ها $N = \{0, 1, 2, \dots, n\}$ با کمان های ارتباطی $A = \{(i, j) : i, j \in N, i \neq j\}$ وجود دارد. کارخانه مورد مطالعه مجموعه ای از محصولات را با نماد $P = \{0, 1, 2, \dots, |p|\}$ تولید می کند. ظرفیت تولیدی کارخانه با C و ظرفیت انبارش آن در گره مرکزی (گره صفر) با U مشخص می شود. ناوگانی از وسایل حمل و نقل همگن با مجموعه $K = \{0, 1, 2, \dots, k\}$ و ظرفیت بارگیری یکنواخت V برای انتقال محصولات از کارخانه به مشتریان در دسترس است. مجموعه مشتریان با $R = \{1, 2, \dots, n\}$ نمایش داده می شود که در نقاط مختلف یک گراف مکانی پراکنده شده اند. هر مشتری $i \in R$ دارای ظرفیت انبار U_i بوده و d_i^{pt} نشان دهنده تقاضای مشتری i برای هر محصول $p \in P$ در هر دوره زمانی $t \in T$ که مجموعه آن با $T = \{0, 1, 2, \dots, T\}$ به عنوان افق زمانی برنامه ریزی تعریف می شود. در این مطالعه مساله چندمحصوله مسیریابی تولید با برونسپاری (MPRP-OS) با فرضیات زیر در نظر گرفته می شود [۹].

- هر وسیله نقلیه مسیر خود را از کارخانه آغاز کرده و در همان نقطه نیز به پایان می رساند.
- هر وسیله نقلیه در هر دوره زمانی تنها مجاز به انجام یک مسیر (سفر) است.
- در هر دوره ممکن است برخی از محصولات تولید نشوند و همچنین امکان دارد تعدادی از مشتریان مورد بازدید قرار نگیرند.
- ظرفیت بارگیری هر وسیله نقلیه محدود است.
- ناوگان حمل و نقل مورد استفاده همگن بوده و تمامی وسایل نقلیه دارای ویژگی ها و ظرفیت های مشابه هستند.
- کمبود موجودی (عدم تأمین تقاضا) مجاز نمی باشد.
- در هر دوره، امکان نگهداری موجودی در انبار کارخانه و نیز در انبار مشتریان وجود دارد.
- ظرفیت انبار کارخانه و انبار مشتریان برای نگهداری موجودی محدود است.
- هر مشتری در هر دوره حداکثر می تواند توسط یک وسیله نقلیه مورد بازدید قرار گیرد.
- امکان برونسپاری (تولید از طریق پیمانکاران خارج از کارخانه) برای محصولات وجود دارد.

۳-۲ شاخص ها، مجموعه ها، پارامترها و متغیرهای تصمیم

شاخص ها

$$(i, j) \quad i, j \in N$$

شاخص گره ها

$t \quad t \in T$	شاخص دوره زمانی
$k \quad k \in K$	شاخص وسیله نقلیه
$p \quad p \in P$	شاخص محصول

پارامترها

c_{ij}	هزینه مسیریابی بین گره i و j
a_p	هزینه تولید یک واحد محصول p
e_p	هزینه برونسپاری یک واحد محصول p
b_p	هزینه راه اندازی تولید محصول p
C	ظرفیت تولید
d_i^{pt}	مقدار تقاضای مشتری i برای محصول p در دوره t
U_i	ظرفیت انبار در محل مشتری i
h_i^p	هزینه نگهداری محصول p در محل مشتری i
I_i^{p0}	موجودی محصول p در محل مشتری i در دوره صفر
V	میزان ظرفیت وسیله نقلیه

متغیرهای تصمیم

q_{pt}	میزان تولید محصول p در دوره t
Z_i^{pt}	مقدار محصول p که برای مشتری i در دوره t برونسپاری می شود
w_{pt}	اگر محصول p در دوره t تولید شود برابر با یک و در غیر این صورت صفر است.
I_i^{pt}	مقدار موجودی محصول p که در محل مشتری i در دوره t نگهداشته می شود
y_i^{pkt}	مقدار محصول حمل شده p که بوسیله وسیله نقلیه k برای مشتری i در دوره t
v_i^{kt}	اگر مشتری i در دوره t بوسیله وسیله نقلیه k خدمت رسانی شود برابر با یک و در غیر این صورت صفر است.
x_{ij}^{kt}	اگر وسیله نقلیه k از گره i به گره j در دوره t سفر کند برابر با یک و در غیر این صورت صفر است.

۳-۳ مدل MPRP-OS

در مدل ارائه شده، تابع هدف (۱) از نوع کمینه سازی بوده و از چهار مؤلفه اصلی تشکیل شده است. بخش نخست، هزینه های کل تولید محصولات را در بر می گیرد. بخش دوم، بیانگر هزینه های برونسپاری تولید است. بخش سوم، هزینه های نگهداری موجودی در انبار کارخانه و مشتریان را در طول افق زمانی محاسبه می کند و بخش چهارم، به کل هزینه های مسیریابی در تمامی دوره های افق زمانی اختصاص دارد. محدودیت های (۲) و (۳) به ترتیب موازنه موجودی را برای کارخانه و مشتریان برقرار می سازند. محدودیت (۴) اطمینان می دهد که میزان کل تولید در هر دوره از ظرفیت تولیدی مجاز کارخانه تجاوز نکند. مطابق محدودیت (۵)، در صورتی که فرآیند تولید فعال نباشد، مقدار تولید هر محصول باید برابر صفر باشد. محدودیت (۶) محدودیت ظرفیت انبار کارخانه و مشتریان را در نگهداری موجودی نمایش می دهد. محدودیت (۷) به ظرفیت بارگیری وسایل نقلیه مربوط است. محدودیت (۸) تضمین می کند که در صورتی که مشتری i در دوره t توسط وسیله نقلیه k مورد بازدید قرار گیرد، کالای مربوطه به او تحویل داده شود. محدودیت (۹) از تحویل مستقیم کالا از کارخانه به صورت غیرمجاز

$$\min \sum_{p \in P} \sum_{t \in T} (a_p q_{pt} + b_p w_{pt}) + \sum_{i \in R} \sum_{p \in P} \sum_{t \in T} e_p Z_i^{pt} + \sum_{i \in N} \sum_{p \in P} \sum_{t \in T} h_i^p I_i^{pt} + \sum_{(i,j) \in A} \sum_{k \in K} \sum_{t \in T} c_{ij} x_{ij}^{kt} \quad (1)$$

$$I_i^{pt} = I_i^{p,t-1} + q_{pt} - \sum_{i \in R} \sum_{k \in K} y_i^{pkt}, \quad \forall p \in P, t \in T \quad (2)$$

$$I_i^{pt} = I_i^{p,t-1} + Z_i^{pt} + \sum_{k \in K} y_i^{pkt} - d_i^{pt}, \quad \forall i \in R, p \in P, t \in T \quad (3)$$

$$\sum_{p \in P} q_{pt} \leq C, \quad \forall t \in T \quad (4)$$

$$q_{pt} \leq C w_{pt}, \quad \forall p \in P, t \in T \quad (5)$$

$$\sum_{p \in P} I_i^{pt} \leq U_i, \quad \forall i \in N, t \in T \quad (6)$$

$$\sum_{i \in R} \sum_{p \in P} y_i^{pkt} \leq V, \quad \forall k \in K, t \in T \quad (7)$$

$$\sum_{p \in P} y_i^{pkt} \leq V v_i^{kt}, \quad \forall i \in R, k \in K, t \in T \quad (8)$$

$$\sum_{k \in K} v_i^{kt} \leq 1, \quad \forall i \in R, t \in T \quad (9)$$

$$\sum_{j \in N \setminus \{i\}} x_{ij}^{kt} = \sum_{j \in N \setminus \{i\}} x_{ji}^{kt}, \quad \forall i \in N, k \in K, t \in T \quad (10)$$

$$\sum_{j \in N \setminus \{i\}} x_{ij}^{kt} = v_i^{kt}, \quad \forall i \in R, k \in K, t \in T \quad (11)$$

$$\sum_{i \in R} x_{i.}^{kt} \leq 1, \quad \forall k \in K, t \in T \quad (12)$$

$$\sum_{i \in S} \sum_{j \in S \setminus \{i\}} x_{ij}^{kt} \leq |S| - 1, \quad \forall S \subseteq R, |S| \geq 2, k \in K, t \in T \quad (13)$$

$$q_{pt} \geq 0, \quad \forall p \in P, t \in T \quad (14)$$

$$Z_i^{pt} \geq 0, \quad \forall i \in R, p \in P, t \in T \quad (15)$$

$$I_i^{pt} \geq 0, \forall i \in N, p \in P, t \in T \quad (16)$$

$$y_i^{pkt} \geq 0, \forall i \in R, p \in P, k \in K, t \in T \quad (17)$$

$$w_{pt} \in \{0, 1\}, \forall p \in P, t \in T \quad (18)$$

$$v_i^{kt} \in \{0, 1\}, \forall i \in R, k \in K, t \in T \quad (19)$$

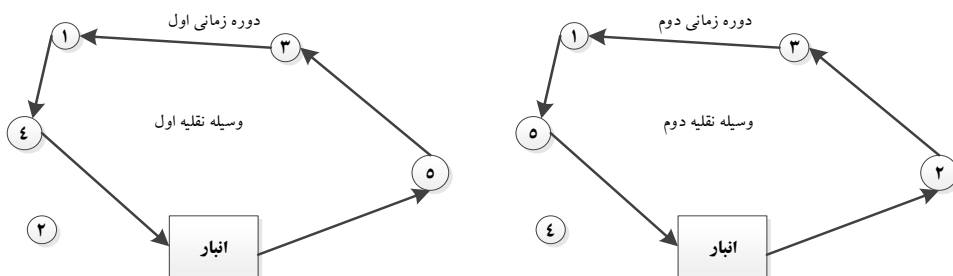
$$x_{ij}^{kt} \in \{0, 1\}, \forall (i, j) \in A, k \in K, t \in T \quad (20)$$

جلوگیری می‌کند. محدودیت (۱۰) شرط توازن ورود و خروج وسایل نقلیه به هر گره را تضمین می‌نماید. به علاوه، محدودیت (۱۱) بیان می‌کند که اگر مشتری j در یک دوره مشخص مورد بازدید قرار گیرد، تنها یک مشتری می‌تواند پیش از او در مسیر تحویل کالا قرار داشته باشد. محدودیت (۱۲) نیز مشخص می‌سازد که هر وسیله نقلیه در هر دوره زمانی تنها مجاز به انجام یک سفر است. برای جلوگیری از تشکیل زیرتورهای غیرمجاز، محدودیت (۱۳) در مدل لحاظ شده است. در نهایت، محدودیت‌های (۱۴) تا (۲۰) دامنه‌ی متغیرهای تصمیم مدل را تعیین می‌کنند. به منظور اعتبارسنجی مدل توسعه یافته‌ی MPRP-OS، یک مطالعه‌ی موردی شامل ۵ مشتری، ۲ وسیله نقلیه، ۲ نوع محصول و ۲ دوره زمانی طراحی و با استفاده از نرم افزار GAMS حل و تحلیل شده است. لازم به ذکر است در این مثال هزینه حمل و نقل دارای توزیع یکنواخت در بازه ۱۰ و ۵۰ واحد پولی، هزینه نگهداری محصول اول یک واحد پولی و محصول دوم دو واحد پولی، ظرفیت خودروها ۵۰۰، ظرفیت تولید ۱۰۰۰ در نظر گرفته شده است. جدول ۲ میزان تقاضای مشتریان برای محصولات در دوره های زمانی را نشان می دهد.

جدول ۲. جزئیات یک مثال عددی

مشتری	$T=1, P=1$	$T=1, P=2$	$T=2, P=1$	$T=2, P=2$
۱	۹	۱۰	۱۲	۱۳
۲	۴	۵	۷	۸
۳	۲	۴	۸	۱۰
۴	۱	۳	۷	۹
۵	۲۱	۱۹	۱۸	۲۵

شکل ۱ نمودار مسیریابی تولیدشده این مثال را در دو دوره‌ی زمانی نشان می‌دهد. همان‌طور که مشاهده می‌گردد وسیله نقلیه اول در دوره‌ی زمانی اول بعد از خدمت‌رسانی به مشتریان ۵، ۳، ۱ و ۴ به انبار بر می‌گردد و در این دوره زمانی مشتری ۲ را بازدید نمی‌کند. همچنین وسیله نقلیه دوم در دوره‌ی زمانی دوم به ترتیب به مشتریان ۲، ۳، ۱ و ۵ خدمت‌رسانی می‌کند و در نهایت به انبار بر می‌گردد. در این مثال میزان هزینه‌ها شامل مسیریابی، تولید، نگهداری و برونسپاری ۶۶۸ واحد پولی به دست آمده است.



شکل ۱. مسیرهای به دست آمده برای مثال عددی

۴ الگوریتم های حل

مسئله ی مسیریابی وسایل نقلیه (VRP) در زمره ی مسایل NP-hard قرار دارد [۲۷]. بر این اساس، مساله ی مسیریابی تولید با در نظر گرفتن برونسپاری نیز به همین طبقه از مسایل تعلق دارد. از این رو، به کارگیری روش های دقیق تنها در مقیاس های کوچک و برای نمونه های با ابعاد محدود امکان پذیر است، زیرا با افزایش اندازه ی مساله، پیچیدگی محاسباتی به صورت نمایی رشد می یابد. برای حل مدل پیشنهادی الگوریتم فرا ابتکاری مانند بهینه سازی ازدحام ذرات^۱ (PSO) و PSO-VNS پیشنهاد می گردد.

۴-۱ الگوریتم بهینه سازی گروه ذرات

رایج ترین استراتژی ها برای حل مسایل بهینه سازی NP-hard، الگوریتم های فرا ابتکاری مانند PSO، الگوریتم شبیه سازی تبرید^۲ (SA)، VNS و سایر روش های جستجوی محلی می باشند. در این راستا، استفاده گسترده از الگوریتم PSO، عمدتاً در سال های گذشته، به دلیل مزایای آن نسبت به سایر روش های بهینه سازی است [۲۸]. برخی از مزایای اصلی این روش پیاده سازی آسان، عدم نیاز به مشتق تابع هدف، عدم حساسیت به مقیاس متغیرها و مقدار تابع هدف و توانایی رها شدن از نقاط بهینه محلی می باشند [۲۹]. الگوریتم PSO برای مسایل با ساختار حل پیچیده به طور موثر کار می کند و ممکن است به سرعت به تغییراتی در موضوعی که در زندگی واقعی رخ می دهد تغییر کند. هم چنین نسبت به سایر الگوریتم های مبتنی بر جمعیت، نرخ همگرایی سریع تری دارد [۳۰]. الگوریتم PSO در سال ۱۹۹۵ برای اولین بار توسط کندی و ابرهارت معرفی شد. این الگوریتم در ابتدا برای شبیه سازی پرواز دسته جمعی پرندگان مورد استفاده قرار می گرفت ولی پس از ساده سازی الگوریتم اولیه مشاهده شد که این الگوریتم در واقع یک نوع عمل بهینه سازی را انجام می دهد و به همین علت می تواند برای حل سایر مسایل بهینه سازی نیز استفاده شود [۳۱]. الگوریتم PSO یک الگوریتم جستجوی اجتماعی است. در PSO، ذرات در فضای جستجو جاری می شوند. تغییر مکان ذرات در فضای جستجو تحت تاثیر تجربه خودشان و همسایگانشان است؛ بنابراین موقعیت دیگر توده ذرات روی چگونگی جستجوی یک ذره اثر می گذارد. نتیجه ی مدل سازی این رفتار اجتماعی فرایند جستجویی است که ذرات به سمت نواحی موفق میل می کنند. ذرات از یکدیگر می آموزند

^۱ Particle swarm optimization

^۲ Simulated annealing

و بر مبنای دانش به دست آمده به سمت بهترین همسایگان خود می‌روند. اساس کار PSO بر این اصل استوار است که در هر لحظه هر ذره مکان خود را در فضای جستجو با توجه به بهترین مکانی که تاکنون در آن قرار گرفته است و بهترین مکانی که در کل همسایگی‌اش وجود دارد، تنظیم می‌کند. اصول این الگوریتم در رابطه‌های (۲۱) و (۲۲) آمده است:

$$v_{it} = w_t v_{it-1} + c_1 r_1 [pbest_i - x_{it-1}] + c_2 r_2 [gbest - x_{it-1}] \quad (21)$$

$$x_{it} = x_{it-1} + v_{it} \quad (22)$$

که $x_i(t)$ موقعیت ذره i در لحظه t ، $v_i(t)$ سرعت ذره i در لحظه t ، $pbest_i$ بهترین خاطره ذره i ، $gbest$ بهترین خاطره کل ذرات، w_t ضریب اینرسی در لحظه t ، c_1 ضریب یادگیری شخصی، c_2 ضریب یادگیری جمعی و r_1 و r_2 بردارهای تصادفی می‌باشند. هم‌چنین $w_t v_i(t-1)$ نشان‌دهنده تأثیر سرعت فعلی ذره، $c_1 r_1 [pbest_i - x_{it-1}]$ و $c_2 r_2 [gbest - x_{it-1}]$ نشان‌دهنده تأثیر مکان بهترین همسایه و $c_2 r_2 [gbest - x_{it-1}]$ نشان‌دهنده تأثیر بهترین مکان ذره تاکنون است [۳۲].

۴-۲ الگوریتم پیشنهادی PSO-VNS

الگوریتم VNS، نخستین بار در سال ۱۹۹۷، توسط میلادینوویچ و هانسن [۳۳]، برای حل مسایل بهینه‌سازی ترکیباتی مطرح گردید. آسانی در پیاده‌سازی و کیفیت جواب‌های به دست آمده از این الگوریتم، VNS را در حل مسایل بهینه‌سازی، به یکی از روش‌های پرکاربرد تبدیل کرده است. VNS بر پایه تغییرات سیستماتیک ساختار همسایگی است که برای جستجوی جواب بهینه در فضای مسایل بهینه‌سازی ترکیباتی به کار می‌رود. این الگوریتم ساختارهای همسایگی مناسب و متنوع را اعمال کرده و به این ترتیب جستجوی جواب را در نواحی مختلف از فضای جواب انجام می‌دهد [۳۴]. ایده اصلی این الگوریتم، اکتشاف همسایگی‌های از پیش تعیین شده است تا از این طریق یک جواب بهتر تولید شود. یکی از ویژگی‌های الگوریتم PSO ویژگی همگرایی زود هنگام و گرفتار شدن در دام نقاط بهینه محلی است. در واقع وقتی با PSO به یک راه حل بهینه محلی می‌رسیم، همه ذرات در اطراف آن جمع می‌شوند و فرار از این بهینه محلی مشکل می‌شود علاوه بر این، وجود ساختارهای همسایگی در الگوریتم VNS، به الگوریتم PSO کمک می‌کند تا از نقاط بهینه محلی به بهینه سراسری پرش داشته باشد؛ بنابراین برای جلوگیری از همگرایی زود هنگام PSO، ترکیبی از الگوریتم VNS و PSO راهی برای اطمینان از همگرایی سریع‌تر جستجو است، هم‌چنین VNS به دلیل توانایی قوی در جستجوی محلی، جستجو را از حالت بهینه محلی خارج می‌کند. در این مطالعه در الگوریتم PSO در هنگام بروز رسانی بهترین خاطره شخصی هر ذره الگوریتم VNS اجرا می‌گردد. به این شکل که اگر بهترین خاطره شخصی بر ذره i غلبه کند یعنی در مکان ذره بهبودی حاصل نگردد الگوریتم VNS با توجه به ساختارهای همسایگی مناسب اجرا می‌گردد. شبه کد الگوریتم PSO-VNS در الگوریتم ۱ آورده شده است.

الگوریتم ۱. شبه کد الگوریتم PSO-VNS

- 1- Initialize the parameters ($N_{pop}, x_{min}, x_{max}, max_{iter}, v_{min}, v_{max}, Wdamp, w_t$)
- 2- Uniformly randomly initialize each particle $x_i (i = 1, 2, \dots, N_{pop})$ in the swarm
- 3- Generate the initial velocities $v_i (i = 1, 2, \dots, N_{pop})$ for each particle randomly
- 4- Evaluate the fitness value of each particle using the objective function f
- 5- Set pbest and gbest in the swarm
- 6- While $iter \leq max_{iter}$ do
- 7- For $i=1: N_{pop}$ (all particle) do
- 8- Update the velocity v_i
- 9- Update the position of x_i
- 10- Calculate the fitness values of the new particle x_i
- 11- if x_i is better than pbest _{i}
- 12- set x_i to be pbest _{i}
- 13- End if
- 14- if pbest _{i} dominate x_i
- 15- insert x_i to start point for VNS
- 16- Y_i neighborhood for x_i created VNS
- 17- if Y_i dominate pbest _{i}
- 18- Set Y_i to be pbest _{i}
- 19- End if
- 20- End if
- 21- if x_i non dominate pbest _{i} and pbest _{i} non-dominate x_i
- 22- select x_i or pbest _{i} randomly
- 23- end if
- 24- End for Update $w_t = w_{t-1} \cdot Wdamp$
- 25- $iter = iter + 1$
- 26- End while

۴-۳ نمایش ذرات

ساختار کلی نمایش یک ذره برای مسالهی حاضر به صورت یک کروموزوم با طول $t*(i+k-1+p+(i*p))$ بیت تعریف می شود. مقدار هر یک از این بیت ها در الگوریتم PSO یک عدد حقیقی است که در فرآیند جست و جو به روزرسانی می گردد. در این ساختار، i نشان دهنده تعداد گره ها به جز گره مبدأ، k تعداد وسایل نقلیه، p تعداد کالاها و t تعداد دوره های زمانی است. به عنوان نمونه، برای مسالهی با ۵ مشتری، ۲ کالا، ۴ وسیله نقلیه و ۳ دوره زمانی، ساختار کروموزوم مطابق جدول ۲ تعریف می شود. هر سطر از کروموزوم بیانگر یک دوره زمانی است. در مرحله ی اولیه، مقادیر کروموزوم به صورت تصادفی و بر اساس توزیع یکنواخت تولید می گردند. سپس برای ادامه ی محاسبات، کروموزوم به سه بخش اصلی تقسیم می شود که در جدول ۳ بخش های متمایز آن با حروف پررنگ مشخص شده اند. در هر سطر، $i+k-1$ بیت نخست مربوط به مشتریانی است که در آن دوره توسط وسایل نقلیه بازدید شده اند. در ادامه، بیت های $i+k$ تا $i+k+p$ میزان تولید هر یک از کالاها را در همان دوره را نشان می دهند (q_{pt}). بخش سوم، یعنی بیت های از $i+k+p$ تا انتهای سطر، مقدار کالایی را مشخص می کند که در آن دوره به هر یک از مشتریان ارسال شده است. به طور دقیق تر، این بخش بیانگر میزان کالای نوع p است

که توسط وسیله‌ی نقلیه به مشتری i در دوره‌ی t منتقل می‌شود (y_i^{pkt}). با توجه به فرضیات مدل، هر مشتری در هر دوره تنها یک بار مورد بازدید قرار می‌گیرد. بنابراین اگر در دوره‌ی t ، یک وسیله‌ی نقلیه مقداری از کالای p را به مشتری i تحویل دهد، سایر وسایل نقلیه در همان دوره مجاز به خدمت‌دهی به آن مشتری نخواهند بود و مقدار متغیر مربوطه برای سایر وسایل نقلیه صفر در نظر گرفته می‌شود. بر این اساس، می‌توان اندیس k را حذف کرد که این کار ضمن ساده‌سازی مدل، موجب افزایش سرعت همگرایی الگوریتم فراابتکاری می‌گردد. برای تعیین مسیرهای پیموده‌شده توسط وسایل نقلیه بر اساس کروموزوم، بخش اول کروموزوم مورد بررسی قرار می‌گیرد. در این ساختار، سطر اول به دوره‌ی اول، سطر دوم به دوره‌ی دوم و به همین ترتیب آخرین سطر به آخرین دوره زمانی مربوط است. به عنوان مثال، در مسالهی نمونه‌ی فوق اگر مسیرهای طی شده در دوره‌ی اول مد نظر باشد، $i+k-1$ سلول نخست (یعنی ۸ سلول اول سطر اول) در نظر گرفته می‌شود. فرض کنید مقادیر این بیت‌ها مطابق جدول ۴ باشند. در این حالت، به هر بیت یک رتبه اختصاص داده می‌شود؛ به گونه‌ای که کوچک‌ترین مقدار رتبه‌ی ۱، مقدار بعدی رتبه‌ی ۲ و به همین ترتیب ادامه می‌یابد. سپس بر اساس این رتبه‌ها، کروموزوم جدیدی با همان اندازه ساخته می‌شود که شامل رتبه‌های متناظر با بیت‌های کروموزوم اولیه است. در نتیجه، فرایند رتبه‌بندی حاصل از کروموزوم جدول ۴ منجر به تشکیل کروموزوم جدیدی به صورت جدول ۵ می‌شود.

جدول ۳. ساختار کروموزوم یک مساله با ۵ مشتری، ۲ محصول، ۴ وسیله نقلیه و ۳ دوره زمانی

q11	q21	Y111	Y121	Y211	Y221	Y311	Y321	Y411	Y421	Y511	Y521
q12	q22	Y112	Y122	Y212	Y222	Y312	Y322	Y412	Y422	Y512	Y522
q13	q21	Y113	Y123	Y213	Y223	Y313	Y323	Y413	Y423	Y513	Y523

جدول ۴. کروموزوم مسیرهای طی شده توسط وسایل نقلیه مثال در دوره اول

۱.۵	۴.۳	۲.۲	۳.۵		۲.۴	۲.۷	۱.۷	۱.۸
-----	-----	-----	-----	--	-----	-----	-----	-----

جدول ۵. رتبه بندی کروموزوم مثال

۱	۴	۸	۷	۵	۶	۲	۳
---	---	---	---	---	---	---	---

با مشخص کردن مقادیر سلول‌هایی که بزرگتر از تعداد مشتریان هستند به جدول ۶ می‌رسیم.

جدول ۶. کروموزوم نهایی مثال

۱	۸	۴	۷	۵	۶	۲	۳
---	---	---	---	---	---	---	---

کروموزوم ارایه شده در جدول ۶، با نادیده گرفتن سلول‌های پررنگ، به چهار بخش تقسیم می‌شود که هر بخش متناظر با یکی از وسایل نقلیه است. هر بخش، مقادیر مشتریانی را نشان می‌دهد که وسیله نقلیه مربوطه در دوره‌ی زمانی مشخص با آن‌ها ملاقات می‌کند. مسیرهای مربوط به چهار وسیله نقلیه برای کروموزوم مورد نظر در جدول ۷ خلاصه شده‌اند. در این جدول، گره D نمایانگر موقعیت کارخانه است.

جدول ۲. مسیریابی نهایی مثال

مسیر وسیله نقلیه اول در دوره اول	D ----> ۱ ----> D
مسیر وسیله نقلیه دوم در دوره اول	D ----> ۴ ----> D
مسیر وسیله نقلیه سوم در دوره اول	D ----> ۵ ----> D
مسیر وسیله نقلیه چهارم در دوره اول	D ----> ۲ ----> ۳ ----> D ^۰

۵ نتایج محاسباتی

الگوریتم‌های دقیق رسیدن به جواب بهینه را تضمین می‌کنند. اما این الگوریتم‌ها توانایی حل مسایل در ابعاد کوچک را برای مسایل در رده NP-hard دارند. همچنین حجم محاسباتی این الگوریتم‌ها با افزایش ابعاد مساله به سرعت زیاد شده و اغلب دچار خطای محاسباتی گرد کردن و یا کمبود حافظه مورد نیاز می‌شوند. برای رفع این عیب روشی کارا برای پیدا کردن جواب‌های نزدیک به بهینه بر مبنای الگوریتم فراابتکاری بهینه‌سازی گروه ذرات (PSO) و PSO-VNS طراحی شده است. برای محاسبات از نرم افزار متلب ۲۰۲۱ و همچنین از نرم افزار گمز ورژن ۲۵.۰۲، بر روی سیستم با پردازنده ۲/۵ گیگا هرتز و حافظه ۸ گیگا بایت استفاده شده است. در این تحقیق مقادیر پارامترهای مدل مربوط به مسیریابی تولید، تعداد مشتری ها بین ۱ تا ۱۰، تعداد دوره های زمانی حداکثر ۴، تعداد وسایل نقلیه و محصولات حداکثر، هزینه نگهداری محصولات بین ۱ تا ۸، تقاضای مشتریان به شکل تصادفی در بازه ۱۰ تا ۵۲ در نظر گرفته شده است.

۵-۱ تنظیم پارامتر

در مورد الگوریتم‌های فرا ابتکاری فاکتورها و پارامترهای زیادی وجود دارند که هر یک از این‌ها بر روی نتایج نهایی و کارایی الگوریتم‌ها اثر دارند؛ بنابراین دستیابی به ترکیب مناسبی از این عوامل می‌تواند عملکرد الگوریتم‌ها را تا حدود زیادی بهبود بخشد. در این راستا رویکردهای طراحی آزمایش‌ها مثل فاکتوریل کامل^۱، سطح پاسخ^۲ و روش تاگوچی^۳ به‌طور گسترده برای تخمین پارامترهای الگوریتم‌ها مورد استفاده قرار می‌گیرد. در این مطالعه برای برآورد بهینه پارامترهای الگوریتم PSO از روش تاگوچی استفاده شده است. روش تاگوچی بر اساس دو ابزار آرایه‌های متعامد^۴ (OA) و نسبت پاسخ بر اغتشاش^۵ (S/N) عمل می‌کند. روش تاگوچی با استفاده از OA تعداد آزمایش‌ها را بسیار کاهش داده است. این آرایه‌ها با ویژگی‌های خاصی از بین تعداد کل آزمایش‌ها در روش فاکتوریل کامل انتخاب می‌شوند. در این روش S سیگنال متغیر پاسخ و درحالی‌که N نویز انحراف استاندارد را نشان می‌دهد. از این‌رو، نسبت میزان تغییرات موجود در متغیر پاسخ را نشان می‌دهد. هدف تاگوچی به حداکثر رساندن نسبت S/N است [۳۵، ۳۶]. پارامترهای استفاده‌شده در الگوریتم PSO به همراه مقادیر بهینه آن‌ها در جدول ۸ آورده شده است. برای هر پارامتر ۵ سطح در نظر گرفته شده است.

¹ Full factorial

² Response surface method

³ Taguchi method

⁴ Orthogonal arrays

⁵ Ratio signal-to-noise

جدول ۸. سطوح مختلف الگوریتم PSO

مقدار بهینه	مقدار اولیه سطوح					نماد	پارامتر
	۵	۴	۳	۲	۱		
۲۰۰	۵۰۰	۴۰۰	۳۰۰	۲۰۰	۱۰۰	maxIt	ماکزیمم تکرار
۵۰	۵۰	۴۰	۳۰	۲۰	۱۰	npop	تعداد جمعیت
۰/۵	۰/۹۹	۰/۸	۰/۷	۰/۶	۰/۵	wdamp	نسبت افت ضریب اینرسی
۱/۵	۴	۳	۲	۱/۵	۱	C1	ضریب یادگیری شخصی
۲	۴	۳	۲	۱/۵	۱	C2	ضریب یادگیری جمعی

۵-۲ نتایج عددی نمونه‌های کوچک و متوسط

به منظور سنجش اعتبار الگوریتم‌های دقیق و فراابتکاری در حل مسایل با ابعاد کوچک، نتایج حاصل از این روش‌ها با یکدیگر مقایسه شده است. جدول ۹ نتایج حل مدل با استفاده از روش دقیق و الگوریتم‌های فراابتکاری PSO و PSO-VNS را برای ۴۸ نمونه‌ی مساله نمایش می‌دهد. در ستون اول جدول ۹، اندازه نمونه‌ها به صورت چهار تایی I-K-T-P نوشته شده است که I بیانگر تعداد مشتریان، K بیانگر تعداد وسایل نقلیه، T بیانگر تعداد دوره‌ها و P بیانگر تعداد محصولات می‌باشد. در ابعاد کوچک تعداد محصولات ۲ تا ۳، تعداد مشتری ۵ تا ۱۰، تعداد وسایل نقلیه ۲ تا ۳ و تعداد دوره‌ها ۱ تا ۴ در نظر گرفته شده‌اند. لازم به ذکر است که با توجه به عدم تاثیر تغییر تعداد وسایل نقلیه بر مقدار تابع هدف و تاثیر آن تنها بر زمان اجرا، در این جدول تعداد وسایل نقلیه ثابت و برابر ۳ در نظر گرفته شده است. برای هر روش حل دو ستون آورده شده است. ستون اول هر روش مقدار تابع هدف را نشان می‌دهد که برابر مجموع هزینه‌های تولید، موجودی و مسیریابی می‌باشد. در ستون دوم هر روش، زمان حل مسایل ارایه شده است. زمان‌ها در جداول بر اساس ثانیه هستند. پاسخ‌های نرم افزار گمز برای رسیدن به جواب در ۱۸۰۰ ثانیه (۳۰ دقیقه) قرار داده شده است. در صورت عدم توانایی نرم افزار برای حل در زمان کمتر میزان تابع هدف ارایه شده در ثانیه ۱۸۰۰ ارایه شده است. نتایج تحقیق نشان می‌دهد وقتی ابعاد مساله مسیریابی تولید بزرگ‌تر باشد کارایی الگوریتم دقیق به شدت پایین می‌آید. حل دقیق تا ابعاد ۵ مشتری، ۴ دوره و ۳ وسیله نقلیه با تعداد محصولات کمتر از ۳ را می‌تواند در زمان کمتر از ۱۸۰۰ ثانیه حل کند. برای مثال در حالتی که ۱۰ مشتری در مدل لحاظ می‌گردد مشاهده می‌شود که توانایی نرم افزار قابلیت دقیق حل کردن مساله در ۱۸۰۰ ثانیه را ندارد. در برابر الگوریتم دقیق الگوریتم فراابتکاری در مسایلی که ابعاد مساله بزرگ‌تر می‌شود کارایی بهتری از نظر زمان دارد، همانطور که از جدول ۹ مشاهده می‌شود در الگوریتم PSO-VNS هرچه ابعاد مساله بزرگ‌تر می‌شود در مقایسه با الگوریتم PSO زمان اجرای کمتری نیاز دارد. همچنین مقدار تابع هدف الگوریتم ترکیبی PSO-VNS در برابر الگوریتم PSO کمتر است.

جدول ۹. نتایج عددی نمونه های با ابعاد کوچک

ردیف	نمونه I-K-T-P	GAMS		الگوریتم PSO		الگوریتم PSO-VNS	
		مقدار تابع هدف	زمان (ثانیه)	مقدار تابع هدف	زمان (ثانیه)	مقدار تابع هدف	زمان (ثانیه)
۱	۵-۳-۴-۳	۱۲۴۰۰	۳۳/۹۴	۱۳۸۲۱	۶۴/۲۴	۱۲۵۶۵	۵۴/۱۱
۲	۵-۳-۳-۳	۸۵۷۰	۴۸/۵۳	۹۸۰۶	۴۹/۶۵	۸۷۸۲	۳۸/۶۷
۳	۵-۳-۲-۳	۵۴۶۰	۹/۳۸	۴۹۷۵	۵۰/۷۸	۵۵۷۳	۴۱/۲۳
۴	۵-۳-۱-۳	۲۴۲۰	۰/۳۶	۱۹۸۹	۳۰/۳۷	۲۵۲۷	۲۷/۱۷
۵	۵-۳-۴-۲	۷۹۴۰	۱۰/۸	۱۳۴۲۲	۵۹/۶۸	۸۰۵۲	۴۸/۷۶
۶	۵-۳-۳-۲	۵۴۷۰	۱۵	۹۵۱۳	۵۷/۴۵	۶۵۸۳	۴۵/۲۳
۷	۵-۳-۲-۲	۳۴۷۰	۱/۲۲	۵۹۲۳	۴۷/۱۵	۴۵۷۸	۳۶/۱۹
۸	۵-۳-۱-۲	۱۵۲۰	۰/۳	۱۸۶۰	۳۰/۳۷	۱۶۳۲	۱۹/۸۷
۹	۶-۳-۴-۳	۱۴۵۰۰	۱۸۰۰	۱۶۰۹۷	۶۴/۰۹	۱۷۶۱۳	۵۳/۱۲
۱۰	۶-۳-۳-۳	۱۰۰۱۰	۳۵۱/۰۶	۱۱۴۲۸	۴۸/۶۵	۱۲۱۱۶	۳۷/۲۶
۱۱	۶-۳-۲-۳	۶۳۳۰	۵۳/۰۳	۷۰۳۹	۴۸/۷۱	۶۴۴۲	۳۷/۱۷
۱۲	۶-۳-۱-۳	۲۸۱۰	۴/۹۴	۲۲۱۰	۳۲/۱۲	۲۹۲۳	۲۴/۵۶
۱۳	۶-۳-۴-۲	۹۳۰۰	۵۶۵/۲	۱۵۸۷۵	۶۶/۸۷	۱۲۰۵۶	۵۵/۲۷
۱۴	۶-۳-۳-۲	۶۴۰۰	۲۰۳/۸۶	۱۰۹۸۸	۵۷/۹	۹۵۱۲	۴۸/۴۴
۱۵	۶-۳-۲-۲	۴۰۳۰	۲۸/۷۸	۶۹۵۹	۴۷/۳	۵۱۴۳	۳۶/۲۷
۱۶	۶-۳-۱-۲	۱۷۷۰	۲/۰۶	۲۱۸۴	۱۳/۷	۲۸۷۰	۱۱/۷۰
۱۷	۷-۳-۴-۳	۱۷۴۹۰	۱۸۰۰	۱۹۷۹۲	۸۲/۵۷	۱۸۶۰۲	۶۰/۳۳
۱۸	۷-۳-۳-۳	۱۲۰۹۰	۱۸۰۰	۱۴۰۲۹	۶۶/۲۷	۱۲۲۰۳	۵۴/۷۷
۱۹	۷-۳-۲-۳	۷۶۲۰	۱۴۶۶/۰۵	۸۲۱۵	۵۴/۸۶	۷۸۲۹	۴۲/۱۸
۲۰	۷-۳-۱-۳	۳۴۱۰	۵/۶۳	۲۹۰۹	۳۵/۶۳	۳۵۲۲	۲۶/۳۱
۲۱	۷-۳-۴-۲	۱۱۲۴۰	۱۸۰۰	۱۹۳۷۴	۶۲/۳۹	۱۴۳۵۳	۵۱/۲۲
۲۲	۷-۳-۳-۲	۷۷۵۰	۳۰۸/۰۹	۱۳۶۹۸	۶۹/۳۶	۹۸۵۴	۵۸/۳۴
۲۳	۷-۳-۲-۲	۴۸۷۰	۱۵۰/۶۱	۸۶۴۴	۴۶/۷۳	۷۹۸۲	۳۵/۲۶
۲۴	۷-۳-۱-۲	۲۱۶۰	۹/۹۵	۲۹۸۳	۳۴/۴۹	۳۲۷۳	۲۲/۱۹
۲۵	۸-۳-۴-۳	۲۱۷۵۰	۱۸۰۰	۲۳۷۶۳	۸۰/۲۵	۲۱۸۴۳	۷۲/۴۲
۲۶	۸-۳-۳-۳	۱۵۱۵۰	۱۸۰۰	۱۷۴۶۶	۶۲/۰۱	۱۶۲۶۲	۵۵/۳۴
۲۷	۸-۳-۲-۳	۹۵۷۰	۱۸۰۰	۱۱۱۶۶	۳۹/۸۸	۹۶۴۶	۲۸/۶۸
۲۸	۸-۳-۱-۳	۴۳۴۰	۲۰۶/۵۵	۳۵۳۰	۳۵/۹	۴۴۸۷	۲۷/۳۵
۲۹	۸-۳-۴-۲	۱۴۰۴۰	۱۸۰۰	۲۳۹۱۸	۷۴/۳۳	۱۹۱۵۲	۶۶/۹۸
۳۰	۸-۳-۳-۲	۹۷۶۰	۱۸۰۰	۱۶۴۵۶	۶۳/۲۶	۱۱۸۷۳	۵۴/۳۱
۳۱	۸-۳-۲-۲	۶۱۵۰	۵۷۱/۹۲	۹۸۷۱	۵۱/۸	۶۲۱۲	۴۰/۳۸
۳۲	۹-۳-۴-۴	۲۷۷۰	۴۳/۸۳	۳۵۷۱	۳۱/۵۴	۲۹۸۲	۲۷/۶۵
۳۳	۹-۳-۴-۳	۲۷۲۱۰	۱۸۰۰	۳۰۳۵۶	۷۹/۲۶	۲۸۳۸۹	۶۸/۷۱
۳۴	۹-۳-۳-۳	۱۹۱۱۰	۱۸۰۰	۲۲۴۵۱	۶۸/۳۶	۲۰۲۵۶	۷۲/۲۴

۵۸/۶۲	۱۲۶۵۴	۶۱/۴۵	۱۳۵۶۰	۱۸۰۰	۱۲۱۲۰	۹-۳-۲-۳	۳۵
۴۲/۱۷	۵۹۸۳	۳۵/۳۲	۵۴۵۰	۱۰۹۴	۵۵۷۰	۹-۳-۱-۳	۳۶
۶۹/۲۵	۲۷۷۴۰	۷۸/۱۳	۳۰۰۳۵	۱۸۰۰	۱۷۶۴۰	۹-۳-۴-۲	۳۷
۵۴/۲۷	۱۸۴۸۲	۶۵/۳۰	۲۲۳۸۶	۱۸۰۰	۱۲۳۷۰	۹-۳-۳-۲	۳۸
۴۱/۳۰	۱۱۹۴۳	۵۲/۶۹	۱۳۹۲۶	۱۸۰۰	۷۸۳۰	۹-۳-۲-۲	۳۹
۴۵/۶۹	۵۶۸۰	۳۱/۸۰	۵۴۷۹	۲۵۳/۳۶	۳۵۸۰	۹-۳-۱-۲	۴۰
۸۶/۳۸	۳۲۷۲۳	۹۱/۵۳	۳۵۵۶۳	۱۸۰۰	۳۲۱۴۰	۱۰-۳-۴-۳	۴۱
۷۵/۴۶	۲۶۶۵۳	۸۳/۳۲	۲۵۸۸۶	۱۸۰۰	۲۲۵۴۰	۱۰-۳-۳-۳	۴۲
۹۱/۱۵	۱۴۹۳۲	۶۴/۹۱	۱۹۲۴۱	۱۸۰۰	۱۴۲۳۰	۱۰-۳-۲-۳	۴۳
۲۹/۳۱	۶۶۲۵	۴۰/۸۱	۵۶۳۶	۱۸۰۰	۶۵۴۰	۱۰-۳-۱-۳	۴۴
۶۵/۴	۲۸۹۶۳	۷۶/۵۴	۳۵۰۲۹	۱۸۰۰	۲۰۸۵۰	۱۰-۳-۴-۲	۴۵
۵۲/۸۳	۲۴۷۸۱	۶۸/۲۶	۲۶۲۳۴	۱۸۰۰	۱۴۶۰۰	۱۰-۳-۳-۲	۴۶
۶۵/۸۸	۱۴۳۲۸	۵۳/۱۴	۱۶۸۸۵	۱۸۰۰	۹۲۰۰	۱۰-۳-۲-۲	۴۷
۴۹/۷۵	۴۷۶۶	۶۱/۲۱	۶۱۲۴	۱۸۰۰	۴۲۱۰	۱۰-۳-۱-۲	۴۸

۵-۳ نتایج عددی نمونه های بزرگ

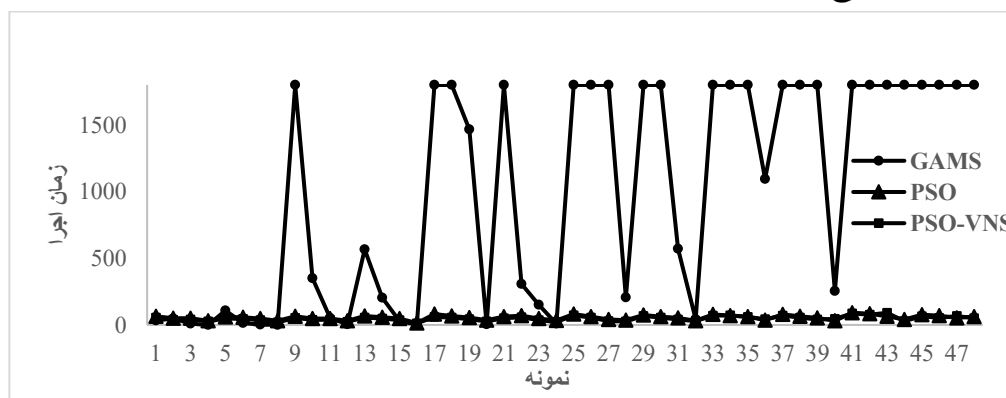
جدول ۱۰ نتایج مقایسه الگوریتم های PSO و PSO-VNS را برای نمونه های متوسط و بزرگ از ۱۰ مشتری تا ۲۵ مشتری در ۱۴ نمونه مختلف آمده است. با توجه به شاخص مقدار تابع هدف، در تمام نمونه ها، الگوریتم PSO-VNS مقدار تابع هدف پایین تری (بهتر) نسبت به PSO دارد، به جز نمونه ۱۲ که کمی بالاتر است. این نشان دهنده بهبود کیفی عملکرد PSO-VNS در یافتن جواب های بهینه تر است. با توجه شاخص زمان، الگوریتم PSO-VNS در تمامی موارد زمان کمتری برای رسیدن به جواب نیاز دارد به طوریکه میانگین کاهش زمان حدود ۲۰ تا ۳۰ درصد نسبت به PSO است. به طور کلی نتایج نشان می دهد که در مقایسه الگوریتم ها با توجه به مقادیر تابع هدف و زمان اجرای آنها الگوریتم PSO-VNS کارا تر بوده است. این بهبود به دلیل ترکیب هوشمندانه ی جست و جوی سراسری PSO با بهبود محلی (VNS) است که از گرفتار شدن در بهینه های محلی جلوگیری می کند. تحلیل روندی نتایج نشان می دهد که با افزایش اندازه ی مساله (افزایش مقادیر P و I)، مقدار تابع هدف در هر دو الگوریتم افزایش می یابد که بیانگر پیچیدگی بیشتر مساله است. با این حال، نرخ افزایش در الگوریتم PSO-VNS کمتر است. همچنین، زمان اجرا نیز روندی صعودی دارد، اما رشد زمان در PSO تندتر از PSO-VNS است.

جدول ۱۰. کارایی عملکرد الگوریتم در مسایل با ابعاد بزرگ

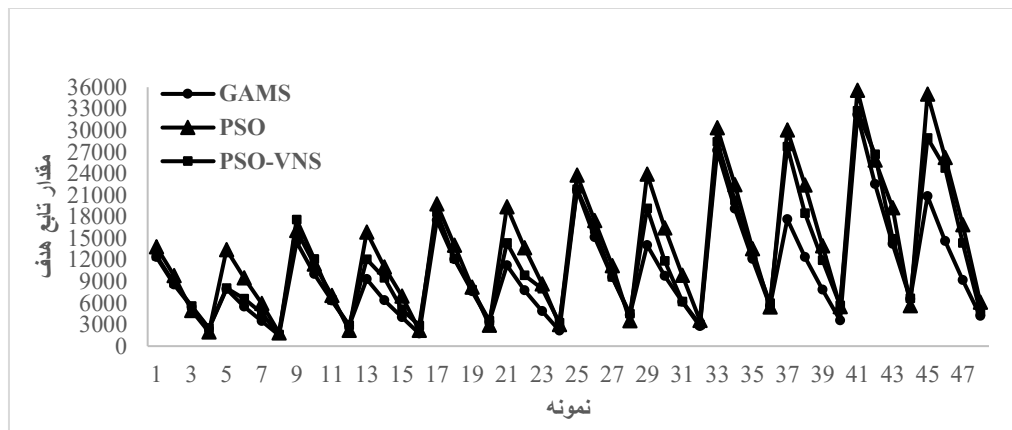
ردیف	نمونه I-K-T-P	الگوریتم PSO		الگوریتم PSO-VNS	
		مقدار تابع هدف	زمان (ثانیه)	مقدار تابع هدف	زمان (ثانیه)
۱	۱۰-۶-۴-۲۰	۴۷۸۲۲۸۹	۳۰۷/۶۶	۴۲۳۹۰۷۲	۲۱۳/۳۴
۲	۱۰-۶-۴-۴۰	۱۳۱۳۳۷۹۸	۳۳۶/۸۷	۱۲۵۹۰۵۸۱	۳۰۲/۱۵
۳	۱۰-۶-۴-۱۰۰	۴۵۶۱۱۸۱۸	۶۷۸/۶۲	۴۵۰۶۸۶۰۱	۵۹۸/۲۱
۴	۱۵-۴-۶-۲۰۰	۹۶۶۵۸۰۰۳۹	۹۳۳/۷۱	۹۶۵۶۳۶۸۲۲	۷۲۵/۳۴

۴۷۸/۳۵	۳۱۵۵۰۵۷۷	۵۱۱/۴	۳۲۷۹۳۷۹۴	۱۲-۴-۷-۱۰۰	۵
۸۳۰/۶۵	۹۲۵۱۰۸۹۴	۹۸۹/۸	۹۶۵۵۴۱۱۱	۱۲-۴-۸-۲۰۰	۶
۱۵۱۶/۱۹	۱۴۱۳۰۸۹۹۹	۱۷۲۳/۷	۱۵۲۲۵۲۲۱۶	۱۰-۵-۸-۳۰۰	۷
۲۶۱۷/۵۹	۳۳۴۹۱۵۴۳۵	۳۱۳۴/۶	۳۳۶۴۵۸۶۵۲	۱۵-۶-۱۰-۴۰۰	۸
۲۸۳۴/۱۱۸	۴۰۰۶۴۸۸۹۶	۳۴۵۹/۵	۴۵۱۱۹۲۱۱۳	۱۵-۶-۱۰-۵۰۰	۹
۳۹۸۸/۲۷	۱۲۴۳۹۳۴۵۲۳	۵۴۴۹/۹	۱۳۵۳۴۷۷۷۴۰	۱۵-۸-۱۰-۶۰۰	۱۰
۵۰۵۷/۸۴	۱۴۶۱۹۲۷۹۴۱	۶۷۳۶/۱	۱۵۷۷۴۷۱۱۵۸	۱۵-۸-۱۰-۷۰۰	۱۱
۹۶۷۳/۸۱	۳۹۹۶۸۵۶۰۱۰	۱۱۴۷۹/۶	۳۸۸۷۳۱۲۷۹۳	۱۵-۱۲-۱۰-۸۰۰	۱۲
۱۰۲۱۷/۶۹	۴۱۲۷۷۴۱۶۸۴	۱۳۳۲۳/۷	۴۲۵۱۱۸۴۹۰۱	۲۵-۱۲-۱۰-۹۰۰	۱۳
۱۴۷۰/۸۵۸	۵۶۸۸۷۴۳۷۱۳	۱۵۲۴۹/۹	۴۹۰۲۲۰۰۴۹۶	۲۵-۱۲-۱۰-۱۰۰۰	۱۴

شکل های ۲ و ۳ زمان حل و مقدار تابع هدف مسیریابی تولید با در نظر گرفتن برونسپاری در الگوریتم های PSO، PSO-VNS و نرم افزار گمز که در جدول ۹ ارایه شده است، مورد مقایسه قرار می دهند. همان گونه که در شکل ۲ مشاهده می شود، در نمونه های اولیه که تعداد مشتریان کم است (به ویژه در نمونه های دارای پنج مشتری)، زمان اجرای هر سه روش شامل الگوریتم PSO، الگوریتم PSO-VNS و خروجی GAMS اختلاف چندانی با یکدیگر ندارد. با این حال، با افزایش اندازهی مساله و تعداد مشتریان، تفاوت زمان اجرا بین روش ها به تدریج بیشتر می شود. خروجی GAMS به دلیل ماهیت حل دقیق خود، با افزایش ابعاد مساله، با رشد چشمگیر زمان حل مواجه می شود و در بسیاری از موارد به حد زمان مجاز می رسد. در مقابل، هر دو الگوریتم فراابتکاری PSO و PSO-VNS زمان اجرای به مراتب کمتری دارند. همچنین، در اغلب نمونه ها، الگوریتم PSO-VNS سریع تر از PSO عمل کرده و روند افزایش زمان اجرای آن در نمونه های بزرگ تر بسیار ملایم تر است. این موضوع نشان می دهد که ترکیب جست و جوی محلی در الگوریتم PSO-VNS موجب تسریع همگرایی و افزایش کارایی محاسباتی آن شده است. بر اساس شکل ۳، مقادیر تابع هدف به دست آمده از سه روش مورد مقایسه، در نمونه های کوچک تفاوت قابل توجهی ندارند و تقریباً در یک محدوده قرار می گیرند. با افزایش اندازهی مساله، مقدار تابع هدف در تمامی روش ها افزایش می یابد؛ با این حال، الگوریتم PSO-VNS مقادیر بهتری نسبت به PSO و گاهی نزدیک به نتایج دقیق GAMS ارایه می دهد. این موضوع بیانگر توانایی PSO-VNS در جست و جوی کارآمد فضای جواب و جلوگیری از گرفتار شدن در بهینه های محلی است. به عبارت دیگر، PSO-VNS تعادلی مناسب میان کیفیت پاسخ و زمان حل برقرار کرده است.



شکل ۲. مقایسهی زمان اجرای الگوریتم های PSO، PSO-VNS و گمز



شکل ۳. مقایسه‌ی تابع هدف الگوریتم‌های PSO، PSO-VNS و گمز

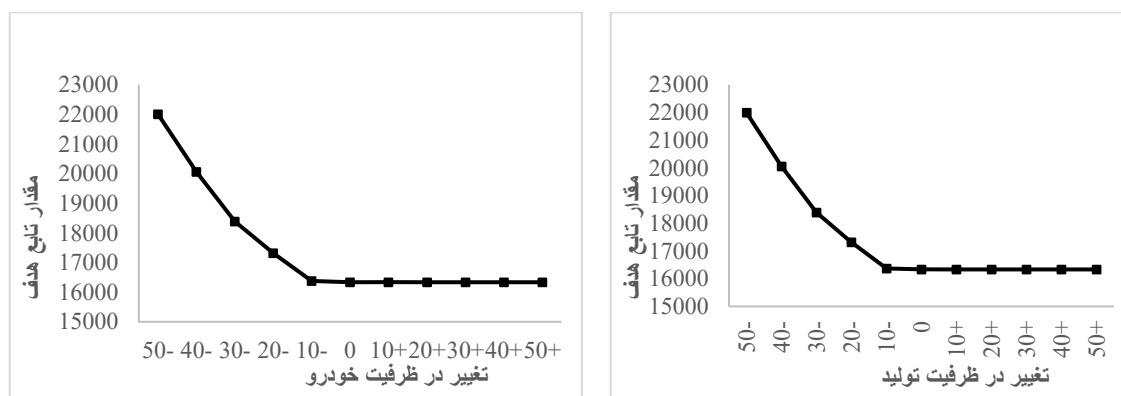
۵-۴ نتایج تحلیل حساسیت

جدول ۱۱ و شکل ۴، نتایج تحلیل حساسیت مساله‌ی مسیریابی تولید را در شرایط تغییرات ظرفیت تولید و ظرفیت خودرو نشان می‌دهند. در این تحلیل، ظرفیت‌ها به میزان $\pm 10\%$ تا $\pm 50\%$ درصد تغییر یافته و اثر آن بر مقدار تابع هدف بررسی شده است. نتایج نشان می‌دهد که با افزایش ظرفیت تولید از ۰ تا $+50\%$ درصد، مقدار تابع هدف تغییر چندانی نکرده و تقریباً ثابت باقی مانده است. این پایداری بیانگر آن است که در این محدوده، ظرفیت تولید فعلی به اندازه کافی پاسخ‌گوی تقاضا بوده و افزایش آن تأثیر قابل توجهی بر هزینه یا عملکرد کلی سیستم ندارد. اما با کاهش ظرفیت تولید، روند افزایش تابع هدف کاملاً محسوس است؛ به گونه‌ای که با -50% درصد کاهش ظرفیت، مقدار تابع هدف از ۱۶۳۴۰ به حدود ۲۱۹۹۶ افزایش یافته است. در نتیجه، ظرفیت تولید در سطح موجود بهینه و در ناحیه‌ی پایداری سیستم قرار دارد، اما کاهش آن به طور مستقیم موجب افزایش هزینه کل می‌شود. الگوی تغییر مقدار تابع هدف در رابطه با ظرفیت خودرو مشابه ظرفیت تولید است. افزایش ظرفیت خودرو تا $+50\%$ درصد موجب تغییر ناچیز در مقدار تابع هدف می‌شود، اما با کاهش ظرفیت خودرو، مقدار تابع هدف به صورت فزاینده افزایش می‌یابد و در حالت کاهش -50% درصدی به بیش از ۲۲۰۰۰ می‌رسد. این موضوع بیانگر آن است که سیستم از نظر ظرفیت حمل‌ونقل نیز در وضعیت نسبتاً بهینه‌ای قرار دارد و کاهش ظرفیت خودرو باعث افزایش قابل توجه هزینه‌ها و ناکارآمدی مسیرها می‌شود.

جدول ۱۱. نتایج تحلیل حساسیت تغییرات ظرفیت تولید و خودرو بر مقدار تابع هدف

تغییر در ظرفیت تولید		تغییر در ظرفیت خودرو	
مقدار تابع هدف	نوع و میزان تغییر	مقدار تابع هدف	نوع و میزان تغییر
۱۶۳۴۲	+۵۰	۱۶۳۴۰	+۵۰
۱۶۳۴۲	+۴۰	۱۶۳۴۰	+۴۰
۱۶۳۴۲	+۳۰	۱۶۳۴۰	+۳۰
۱۶۳۴۱	+۲۰	۱۶۳۴۰	+۲۰
۱۶۳۴۱	+۱۰	۱۶۳۳۹	+۱۰
۱۶۳۴۰	۰	۱۶۳۴۰	۰

۱۶۳۷۵	-۱۰	۱۶۳۷۵	-۱۰
۱۷۳۲۱	-۲۰	۱۷۳۲۰	-۲۰
۱۸۳۹۱	-۳۰	۱۸۳۸۶	-۳۰
۲۰۰۵۷	-۴۰	۲۰۰۶۳	-۴۰
۲۱۹۹۶	-۵۰	۲۲۰۰۴	-۵۰



شکل ۴. نمودار تحلیل حساسیت تغییرات ظرفیت تولید و خودرو بر مقدار تابع هدف

۶ نتیجه گیری

در این پژوهش، مسالهی مسیریابی تولید با در نظر گرفتن برونسپاری با استفاده از الگوریتم های فراابتکاری PSO، PSO-VNS و روش دقیق GAMS مورد بررسی و مقایسه قرار گرفت. نتایج حاصل از تحلیل های عددی، نموداری و حساسیت نشان داد که ترکیب الگوریتم PSO با جست و جوی همسایگی متغیر (VNS) منجر به بهبود چشمگیر در عملکرد مدل شده است. از دیدگاه زمان اجرا، در حالی که روش دقیق GAMS در نمونه های کوچک قادر به ارائه جواب های بهینه است، با افزایش اندازه ی مساله، زمان حل آن به طور قابل ملاحظه ای افزایش یافته و در بسیاری از موارد به حد مجاز (۱۸۰۰ ثانیه) رسیده است. در مقابل، الگوریتم های PSO و به ویژه PSO-VNS توانسته اند با صرف زمان بسیار کمتر، پاسخ های نزدیک به بهینه تولید کنند. در اغلب نمونه ها، الگوریتم PSO-VNS سریع تر از PSO عمل کرده و کارایی محاسباتی بالاتری از خود نشان داده است. از منظر کیفیت جواب ها، مقادیر تابع هدف حاصل از PSO-VNS در بیشتر موارد به نتایج دقیق GAMS بسیار نزدیک بوده و در عین حال از الگوریتم PSO عملکرد بهتری داشته است. این موضوع بیانگر توانایی بالای PSO-VNS در ایجاد تعادل بین دقت و سرعت حل است. نتایج تحلیل حساسیت نسبت به تغییرات ظرفیت تولید و ظرفیت خودرو نیز نشان داد که سیستم در سطح فعلی ظرفیت ها در حالت پایدار و تقریباً بهینه قرار دارد. افزایش ظرفیت تولید یا حمل و نقل تأثیر معنی داری بر مقدار تابع هدف ندارد، اما کاهش ظرفیت ها باعث افزایش قابل توجه هزینه ها و افت کارایی می شود. بنابراین، سطح فعلی ظرفیت ها می تواند به عنوان محدوده ای مناسب برای تصمیم گیری مدیریتی در نظر گرفته شود. به طور کلی، یافته های این پژوهش نشان می دهد که الگوریتم PSO-VNS ضمن کاهش میانگین زمان حل به میزان حدود ۲۵ تا ۴۰ درصد، توانسته است بهبود ۵ تا ۱۰ درصدی در مقدار تابع هدف نسبت به PSO ایجاد کند و در مقیاس های بزرگ جایگزین مناسبی برای روش های دقیق پرهزینه

مانند GAMS باشد. در نتیجه، می‌توان گفت که الگوریتم ترکیبی PSO-VNS روشی کارا، پایدار و قابل اعتماد برای حل مسایل پیچیده‌ی مسیریابی تولید با در نظر گرفتن برون‌سپاری است و می‌تواند به عنوان ابزاری مؤثر در تصمیم‌گیری‌های برنامه‌ریزی تولید و توزیع مورد استفاده قرار گیرد.

مطالعات پیشین نشان داده‌اند که ترکیب کردن الگوریتم الحاق VNS به الگوریتم‌های مبتنی بر جمعیت، می‌تواند هم کیفیت جواب‌ها و هم سرعت همگرایی را بهبود بخشد. به عنوان نمونه، مارینکیاس و همکاران [۳۷] ترکیبی از PSO و VNS را برای مسایل مسیریابی مطرح کردند و گزارش دادند که الگوریتم هیبریدی برای مسایل بزرگ مقیاس زمان‌بر، پاسخ‌های باکیفیت تری در زمان محاسباتی معقول تولید می‌کند. همچنین اسلام و همکاران [۳۸] و خوادجیا و همکاران [۳۹] گزارش کردند که یک الگوریتم PSO-VNS می‌تواند نسبت به PSO بهبود در هر دو شاخص زمان و تابع هدف ایجاد کند. یافته‌های مطالعه‌ی حاضر که حاکی از بهبود ۵-۱۰ درصد در مقدار تابع هدف و کاهش ۲۵-۴۰ درصد زمان اجرا برای PSO-VNS نسبت به PSO هستند، با این نتایج هم‌راستا است. برای پیشنهادات آتی می‌توان حالت تک کارخانه‌ای را به چند کارخانه‌ای، توسعه مدل با در نظرگیری عدم قطعیت مانند تقاضای مشتریان، گسترش مدل برای زنجیره تأمین چندسطحی و پویا و همچنین توالی تولید محصولات را نیز در نظر گرفت. در نظر گرفتن رویکردهای ابتکاری و فرا ابتکاری مبتنی بر جمعیت کلونی زنبورهای مصنوعی، کرم شب‌تاب، رویکردهای بهینه استوار و رویکردهای دقیق حل مانند روش شاخه و قیمت به عنوان نمونه‌ای دیگر برای مطالعات آتی پیشنهاد می‌گردد.

منابع

- [1] Adulyasak Y, Cordeau JF, Jans R (2015) The production routing problem: A review of formulations and solution algorithms. *Comput Oper Res* 55:141–152. <https://doi.org/10.1016/J.COR.2014.01.011>.
- [2] Rodrigues LF, Santos MO Dos, Almada-Lobo B (2023) A Memetic Algorithm for the multi-product Production Routing Problem. *Comput Ind Eng* 182:109388. <https://doi.org/10.1016/j.cie.2023.109388>.
- [3] Torkaman S, Akbari Jokar MR, Mutlu N, Van Woensel T (2022) Rolling horizon-based heuristics for solving a production-routing problem with price-dependent demand. *Comput Oper Res* 148:105973. <https://doi.org/10.1016/j.cor.2022.105973>.
- [4] Zouadi T, Chargui K, Zhani N, et al (2024) A novel robust decomposition algorithm for a profit-oriented production routing problem with backordering, uncertain prices, and service level constraints. *Ann Oper Res* 1–39. <https://doi.org/10.1007/S10479-024-06190-3/FIGURES/11>.
- [5] Solyali O, Sural H (2017) A multi-phase heuristic for the production routing problem. *Comput Oper Res* 87:114–124. <https://doi.org/10.1016/j.cor.2017.06.007>.
- [6] Qiu Y, Wang L, Xu X, et al (2018) Formulations and branch-and-cut algorithms for multi-product multi-vehicle production routing problems with startup cost. *Expert Syst Appl* 98:1–10. <https://doi.org/10.1016/j.eswa.2018.01.006>.
- [7] Qiu Y, Wang L, Xu X, et al (2018) A variable neighborhood search heuristic algorithm for production routing problems. *Appl Soft Comput* 66:311–318. <https://doi.org/10.1016/j.asoc.2018.02.032>.
- [8] Avci M, Yildiz ST (2019) A matheuristic solution approach for the production routing problem with visit spacing policy. *Eur J Oper Res* 279:572–588. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2019.05.021>.
- [9] Salehi Sarbijan M, Behnamian J (2020) Multi-product production routing problem by consideration of outsourcing and carbon emissions: particle swarm optimization. *Engineering Optimization* 1–17. <https://doi.org/10.1080/0305215X.2020.1786080;CTYPE:STRING:JOURNAL>.
- [10] Salehi Sarbijan M (2025) Shared Customers in the Routing Problems with Feeders for Non-Similar Goods Using Particle Swarm Optimization Algorithm with Adaptive Learning Strategy and Dynamic Inertia Weight. *Journal of Operational Research in Its Applications (Applied Mathematics)* - Lahijan Azad University 22:69–99. <https://doi.org/10.71773/JAMLU-2025-3-2313>. (In Persian)

- [11] Habibi MK, Hammami R, Battaia O, Dolgui A (2024) Simultaneous Pickup-and-Delivery Production-Routing Problem in closed-loop supply chain with remanufacturing and disassembly consideration. *Int J Prod Econ* 273:109290. <https://doi.org/10.1016/J.IJPE.2024.109290>.
- [12] Vadseth ST, Andersson H, Stålhane M, Chitsaz M (2023) A multi-start route improving matheuristic for the production routeing problem. *Int J Prod Res* 61:7608–7629. <https://doi.org/10.1080/00207543.2022.2154402>.
- [13] Manousakis EG, Tarantilis CD, Zachariadis EE (2023) The cyclic production routing problem. *Int J Prod Res* 61:7707–7726. <https://doi.org/10.1080/00207543.2022.2162144>.
- [14] Hajiaghaci-Keshteli M, Rahmanifar G, Mohammadi M, et al (2023) Designing a multi-period dynamic electric vehicle production-routing problem in a supply chain considering energy consumption. *JCPro* 421:138471. <https://doi.org/10.1016/J.JCLEPRO.2023.138471>.
- [15] Alvarez A, Cordeau JF, Jans R (2022) The consistent production routing problem. *Networks* 80:356–381. <https://doi.org/10.1002/NET.22112>.
- [16] Alvarez A, Miranda P, Rohmer SUK (2022) Production routing for perishable products. *Omega-international Journal of Management Science* 111:102667–102667. <https://doi.org/10.1016/J.OMEGA.2022.102667>.
- [17] Peivastehgar HR, Divsalar A, Paydar MM, Chitsaz M (2023) A green production routing problem for medical nitrous oxide: Model and solution approach. *Expert Syst Appl* 230:120704. <https://doi.org/10.1016/J.ESWA.2023.120704>.
- [18] Bouanane K, Benadada Y (2022) The Multi-Plant Production Routing Problem with Simultaneous Delivery and Pickup and Recycling, under Carbon Cap & Trade. 2022 IEEE 6th International Conference on Logistics Operations Management, GOL 2022. <https://doi.org/10.1109/GOL53975.2022.9820168>.
- [19] Biasoto LP, de Carvalho VR, Sichman JS (2022) Applying Multi-Agent Negotiation to Solve the Production Routing Problem With Privacy Preserving.
- [20] Schenekemberg CM, Guimarães TA, Chaves AA, Coelho LC (2024) A Three-Front Parallel Branch-and-Cut Algorithm for Production and Inventory Routing Problems. *Transportation Science* 58:687–707. <https://doi.org/10.1287/TRSC.2022.0261>.
- [21] Fateme Attar S, Mohammadi M, Reza Pasandideh SH, Naderi B (2022) Formulation and exact algorithms for electric vehicle production routing problem. *Expert Syst Appl* 204:117292. <https://doi.org/10.1016/J.ESWA.2022.117292>.
- [22] Farghadani-Chaharsooghi P, Karimi B (2023) A robust optimization approach for the production-routing problem with lateral transshipment and outsourcing. *RAIRO - Operations Research* 57:1957–1981. <https://doi.org/10.1051/RO/2023083>.
- [23] Geiger A (2024) A sample average approximation-based heuristic for the stochastic production routing problem. *Cent Eur J Oper Res* 1–24. <https://doi.org/10.1007/S10100-024-00913-4/FIGURES/C>.
- [24] Zeddami B, Belkaid F, Bennekrouf M (1AD) Combining Fix and Relax Heuristic and LP-Metric Method to Solve the Multi-Objective Integrated Production-Routing Problem. <https://services.igi-global.com/resolvedoi/resolve.aspx?doi=104018/978-1-7998-8709-6.ch011> 244–265. <https://doi.org/10.4018/978-1-7998-8709-6.CH011>.
- [25] Qiu Y, Ni M, Wang L, et al (2018) Production routing problems with reverse logistics and remanufacturing. *Transp Res E Logist Transp Rev* 111:87–100. <https://doi.org/10.1016/J.TRE.2018.01.009>.
- [26] Qiu Y, Wang L, Fang X, et al (2018) Formulations and branch-and-cut algorithms for production routing problems with time windows. *Transportmetrica A: Transport Science* 14:669–690. <https://doi.org/10.1080/23249935.2018.1427157>.
- [27] Laporte G (1992) The vehicle routing problem: An overview of exact and approximate algorithms. *Eur J Oper Res* 59:345–358.
- [28] Kumar DP (2021) Particle Swarm Optimization: The Foundation. *International Series in Operations Research & Management Science* 306:97–110. https://doi.org/10.1007/978-3-030-70281-6_6.
- [29] Sengupta S, Basak S, Peters RA (2018) Particle Swarm Optimization: A Survey of Historical and Recent Developments with Hybridization Perspectives. *Machine Learning and Knowledge Extraction* 2019, Vol 1, Pages 157-191 1:157–191. <https://doi.org/10.3390/MAKE1010010>.
- [30] Meneses AA de M, Machado MD, Schirru R (2009) Particle Swarm Optimization applied to the nuclear reload problem of a Pressurized Water Reactor. *Progress in Nuclear Energy* 51:319–326. <https://doi.org/10.1016/J.PNUCENE.2008.07.002>.
- [31] Kennedy J, Eberhart R Particle swarm optimization. *Proceedings of ICNN'95 - International Conference on Neural Networks* 4:1942–1948. <https://doi.org/10.1109/ICNN.1995.488968>.

- [32] Onwunaliu JE, Durllofsky LJ (2010) Application of a particle swarm optimization algorithm for determining optimum well location and type. *Comput Geosci* 14:183–198. <https://doi.org/10.1007/S10596-009-9142-1/METRICS>.
- [33] Mladenović N, Hansen P (1997) Variable neighborhood search. *Comput Oper Res* 24:1097–1100. [https://doi.org/10.1016/S0305-0548\(97\)00031-2](https://doi.org/10.1016/S0305-0548(97)00031-2).
- [34] Ghaderi A, Khanzadeh C (2019) A Combined Stochastic Programming and Robust Optimization Approach for Location-Routing Problem and Solving it via Variable Neighborhood Search algorithm. *Journal of Operational Research In Its Applications (Applied Mathematics) - Lahijan Azad University* 16:15–36. (In Persian)
- [35] Azadeh A, Elahi S, Farahani MH, Nasirian B (2017) A genetic algorithm-Taguchi based approach to inventory routing problem of a single perishable product with transshipment. *Comput Ind Eng* 104:124–133. <https://doi.org/10.1016/J.CIE.2016.12.019>.
- [36] Zandieh M, Moradi H (2019) An imperialist competitive algorithm in mixed-model assembly line sequencing problem to minimise unfinished works. *International Journal of Systems Science: Operations & Logistics* 6:179–192. <https://doi.org/10.1080/23302674.2017.1401152>.
- [37] Marinakis Y, Marinaki M (2012) A Hybrid Particle Swarm Optimization Algorithm for the Open Vehicle Routing Problem. *Lecture Notes in Computer Science (including subseries Lecture Notes in Artificial Intelligence and Lecture Notes in Bioinformatics)* 7461 LNCS:180–187. https://doi.org/10.1007/978-3-642-32650-9_16.
- [38] Islam MA, Gajpal Y, ElMekkawy TY (2021) Hybrid particle swarm optimization algorithm for solving the clustered vehicle routing problem. *Appl Soft Comput* 110:107655. <https://doi.org/10.1016/J.ASOC.2021.107655>.
- [39] Khouadjia MR, Sarasola B, Alba E, et al (2012) A comparative study between dynamic adapted PSO and VNS for the vehicle routing problem with dynamic requests. *Appl Soft Comput* 12:1426–1439. <https://doi.org/10.1016/J.ASOC.2011.10.023>.