

## یک مدل جدید جهت نشان دادن تاثیر قابلیت پخش قطعات در کاهش هزینه‌ها در مساله تولید سلولی پویا

محمد کاظمی<sup>\*</sup>، شیما شفیعی گل<sup>۱</sup>، سارا فال سلیمان<sup>۲</sup>، مریم ناصح<sup>۳</sup>

۱- مربی گروه صنایع، دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه صنعتی بیرجند، بیرجند، ایران

۲، ۳، ۴- دانشجوی کارشناسی دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه صنعتی بیرجند، بیرجند، ایران

رسید مقاله: ۲۸ تیر ۱۳۹۱

پذیرش مقاله: ۲۷ آذر ۱۳۹۱

### چکیده

در این مقاله یک مدل برای طراحی پیکربندی در سیستم‌های تولید سلولی پویا با مسیرهای پردازش جایگزین ارائه شده است. یکی از نکات قابل توجه در این مدل قابلیت تقسیم یک نوع قطعه بر روی انواع ماشین‌هایی که توان انجام آن را دارند می‌باشد. هم‌چنین در مدل ارائه شده زمان بیکاری ماشین و سلول در نظر گرفته شده است. بدین معنی که برای تخصیص یافتن قطعات و ماشین‌آلات به ماشین‌ها و سلول‌ها علاوه بر در نظر گرفتن هزینه‌های مربوط به جابه‌جایی قطعات و هزینه‌های مربوط به عملیات، هزینه‌های مربوط به بیکاری سلول‌ها و ماشین‌آلات نیز در نظر گرفته شده است. با در نظر گرفتن هزینه‌های بیکاری سلولی و ماشین‌های داخل سلول توامان به دنبال کاهش هزینه و افزایش بهره‌وری هستیم. در پایان، مساله در قالب مدل ریاضی مدل‌سازی شده و ضمن ارائه مثال به بررسی صحت مدل ارائه شده پرداخته شده است و توسط نرم‌افزار Lingo 9 حل شده است. هم‌چنین مقایسه‌ای بین مدل ارائه شده و حالتی که پخش قطعات، بیکاری سلول و بیکاری ماشین نداریم شده است.

**کلمات کلیدی:** تولید سلولی، هزینه بیکاری ماشین‌آلات و سلول، مسیرهای پردازش جایگزین، مدل‌سازی ریاضی.

### ۱ مقدمه

امروزه صنایع تولیدی تحت فشارهای شدید ناشی از افزایش هزینه‌های انرژی، مواد خام، نیروی انسانی، سرمایه و رقابت جهانی قرار دارند در حالی که این روندها برای درازمدت حفظ خواهند شد، مشکلات پیش روی تولید روز به روز عمیق‌تر می‌شوند. در این بین سیستم‌های تولید انعطاف‌پذیر به عنوان یکی از کاراترین روش‌های مورد استفاده در کاهش و یا حذف این مشکلات در فرایندهای تولیدی به شمار می‌روند.

\* عهده‌دار مکاتبات

آدرس الکترونیکی: m.kazemi@ustmb.ac.ir

CF بخشی از تولید سلولی CM است. در واقع کاربرد تکنولوژی گروهی GT در ساخت و تولید سیستم‌هایی، با هدف دسته‌بندی کردن قطعات به طوری که مدل فیزیکی یا عملیات تولید مشابه داشته باشند، است. این مدل ریاضی برای طراحی CF طوری توسعه داده شده است که خانواده قطعات و گروه‌های ماشین‌ها به طور همزمان ایجاد شود. استراتژی گروه‌بندی همزمان خانواده قطعات و ماشین‌ها به نتایج بهتری نسبت به استراتژی متناوب (انتخاب گروه‌ها و سپس تخصیص ماشین‌ها و یا برعکس) منجر می‌گردد. زیرا همه تصمیمات در یک زمان صورت می‌گیرد. ولی این نتایج مدل را پیچیده‌تر می‌کند و در مدل‌های ریاضی بزرگ باعث می‌شود که به زمان زیادی برای حل نیازمند شود.

آقاجانی و همکاران [۱] یکی از جامع‌ترین مدل‌ها با یک رویکرد یکپارچه به سیستم مدیریت محتوا برای طرح CMS پیشنهاد کرده است که در آن ساختار سلول پویا، فرایند مسیر جایگزین، قابلیت پخشی قطعات، ترتیب و توالی عملیات، ظرفیت ماشین، هزینه عملیات، هزینه راه‌اندازی، حدود اندازه سلول و برنامه‌ریزی تولید در نظر گرفته شده است. مدل به گونه‌ای طراحی شده است که بهترین مسیر را به جای مسیرهای از پیش تعیین شده توسط کاربر انتخاب می‌کند.

آهی و همکاران [۲] مفهوم تصمیم‌گیری چندمعیاره را به کار گرفتند و یک روش دو مرحله‌ای برای آرایش سلول‌ها، چیدمان درون سلولی ماشین‌ها و چیدمان سلولی را که به عنوان سه مشخصه بنیادی در طراحی CMS هستند، پیشنهاد کردند.

آهکیون و همکاران [۳] رویکرد ترکیبی در طراحی CMS را به عنوان مدل غیرخطی صحیح مختلط همراه با برنامه‌ریزی تولید و تصمیمات پیکربندی دوباره سیستم با مسیریابی فرایند جایگزین، توالی عملیات، تعدد ماشین، ظرفیت ماشین‌ها و قابلیت پخش قطعات را فرمول‌بندی کرده است.

آرامون بجزستانی و همکاران [۴] یک برنامه‌ریزی صحیح مختلط غیرخطی به مساله آرایش سلولی پویا با انعطاف پذیری ماشین‌ها، طرح عملیات‌های جایگزین و جابه‌جایی ماشین‌ها، ارایه نمود. هدف چندگانه مدل پیشنهاد شده کم کردن همزمان مجموع تغییر حجم کاری سلول و مجموع هزینه‌های ماشین‌آلات، جابه‌جایی بین سلولی مواد و جابه‌جایی ماشین‌آلات است.

کائو و چن [۵] آرایش سلولی و تخصیص قطعات را مجتمع کردند تا یک پیکربندی قوی با هدف کم کردن مجموع هزینه ماشین‌آلات و هزینه جابه‌جایی بین سلولی مواد مورد انتظار با تقاضای محصول در یک تعدادی سناریوی احتمالی برای سیستم ایجاد نماید Tabu search دو مرحله‌ای توسعه داده شده است تا یک راه‌حل بهینه یا نزدیک به بهینه برای مسایل NP-Hard ترکیبی پیدا کند.

چن و همکاران [۶] یک رویکرد دو مرحله‌ای برای حل مساله آرایش سلولی و همچنین مساله چیدمان سلولی پیشنهاد کردند. در مرحله اول، سلول، ماشین‌ها و خانواده قطعات با مدل ریاضی شناسایی می‌شوند. در مرحله دوم رویکرد کلان انجام می‌شود تا مساله آرایش سلولی را با توجه به توالی عملیات که جابه‌جایی بین سلولی را کمینه می‌کند، بررسی نماید. در مرحله دوم مساله چیدمان سلول با توجه به چیدمان خطی به عنوان یک مساله تخصیص درجه ۲ فرمول‌بندی می‌شود. دو مدل ریاضی ارایه شده NP-Hard هستند، برای حل این مسایل الگوریتم ژنتیک

به کار گرفته شده است تا آن‌ها را حل نماید.

چن و کائو [۷] برنامه‌ریزی تولید و CMS را ترکیب نمود تا مجموع هزینه‌های حاصل از جابه‌جایی بین سلولی مواد، آماده‌سازی سلول تولید، نگهداری اقلام نهایی بیشتر از افق برنامه‌ریزی، آماده‌سازی سیستم برای پردازش قطعات مختلف در دوره‌های زمانی مختلف و انجام عملیات توسط ماشین‌آلات را کمینه کند.

دفرشا و چن (آ) [۸] یک مدل ریاضی جامع همراه با پیکربندی سلولی پویا، مسیریابی جایگزین، پخش قطعات، توالی عملیات، واحدهای چندگانه ماشین‌های یکسان، ظرفیت ماشین، تعادل حجم کار در میان سلول‌ها، هزینه عملیات، هزینه پیمانکاری فرعی، هزینه ابزار مصرفی، هزینه آماده‌سازی، اندازه سلول و محدودیت نزدیکی ماشین‌ها پیشنهاد کرد. بعد از آن دفرشا و چن (ب) [۹] یک الگوریتم ابتکاری ژنتیک دوفازی ارائه داد تا مدل ریاضی جامع همراه با مشخصه‌هایی شبیه به کار قبلی آن‌ها را حل نماید.

هو و مودیه [۱۰] یک الگوریتم جستجو و مدل برنامه‌ریزی خطی را ترکیب کردند تا یک چیدمان سلولی و مسیر جریان را طراحی کنند.

کیا و همکاران [۱۱] یک مدل برنامه‌ریزی غیر خطی عدد صحیح مختلط برای طراحی سیستم تولید سلولی پویا (DCMS) ارائه کرده‌اند. از طرح استقرار چند رده‌ای ماشین‌آلات برای جایگذاری ماشین‌آلات درون سلول‌ها با اندازه منعطف با توجه به قابلیت پخش قطعات استفاده کردند. هدف حداقل کردن هزینه‌های درون‌سلولی و برون‌سلولی و خرید ماشین‌آلات می‌باشد.

مهدوی و همکاران [۱۲] یک مدل برنامه‌ریزی ریاضی برای طراحی سیستم‌های تولید سلولی در یک محیط پویا ارائه کرده‌اند. هدف از این مدل کمینه کردن هزینه‌های جابه‌جایی بین سلولی مواد، پیکربندی دوباره، استخدام، اخراج، حقوق و دستمزد می‌باشد.

مهدوی و ماهادوان [۱۳] الگوریتمی ارائه کردند که از توالی داده‌ها در CMS استفاده می‌کند تا خانواده قطعات و گروه ماشین‌آلات و همچنین چیدمان ماشین‌ها درون هر سلول را به طور همزمان شناسایی کند.

مونگاتاناوا [۱۴] یک مدل ریاضی و رویکرد حل را برای سیستم تولید سلولی تحت محیط تولید احتمالی و پویا که یک مسیر منعطف را به کار می‌گیرد، پیشنهاد کرد. یک SA ابتکاری توسعه داده شده است تا راه‌حل مناسبی را در زمان مناسب به دست آورد.

نکته‌دان و همکاران [۱۵] با استفاده از شباهت میان قطعات در تولید، گروه‌بندی قطعات به خانواده قطعات و تخصیص ماشین‌ها درون سلول‌ها انجام شده است. هدف به حداقل رساندن حرکات درون‌سلولی با الهام از گروه-بندی الگوریتم ژنتیک (GGA) است. این مقاله نسخه گروهی الگوریتم تکامل دیفرانسیل را با نسخه ترکیبی الگوریتم جستجوی محلی مقایسه کرده است. محاسبات نشان داده است که الگوریتم پیشنهادی بهتر عمل می‌کند. رهاالت و همکاران [۱۶] یک مساله آرایش سلولی را در محیط پویا به عنوان سیستم تولید سلولی پویا (DCMS) معرفی کرد.

صفایی و همکاران [۱۷] یک مدل برنامه‌ریزی صحیح مختلط با توجه به جابه‌جایی درون و بین سلولی بسته‌های مواد با فرض توالی عملیات‌ها، طرح فرآیند جایگزین و قابلیت تکثیر ماشین‌ها را برای طراحی سیستم‌های تولید

سلولی تحت محیط پویا با هدف کم کردن مجموع هزینه‌های ثابت و متغیر ماشین، هزینه جابه‌جایی درون و بین سلولی مواد و هزینه‌های پیکربندی دوباره، توسعه داد.

صفایی و توکلی مقدم [۱۸] آرایش سلولی چند دوره‌ای و برنامه‌ریزی تولید در یک سیستم تولید سلولی پویا را با هدف کم کردن هزینه‌های ماشین‌آلات، جابه‌جایی درون و بین سلولی، پیکربندی دوباره، پیمانکاری فرعی و نگهداری موجودی را ترکیب کردند. آن‌ها اثرات سبک و سنگین کردن مابین هزینه‌های تولید و هزینه‌های برون سپاری در پیکربندی دوباره سلول را بررسی کردند.

سعیدی مهرآباد و صفایی [۱۹] یک مدل آرایش سلولی پویا ارائه داد که تعداد سلول‌های شکل داده شده می‌تواند در هر دوره متفاوت باشند. هدف، کم کردن هزینه ماشین، جابه‌جایی ماشین و هزینه جابه‌جایی بین سلولی می‌باشد. رویکرد شبکه عصبی پیشنهاد شده است تا مدل توسعه یافته را حل نماید.

توکلی مقدم و همکاران (آ) [۲۰] یک مدل جدید برنامه‌ریزی صحیح مختلط خطی فازی، با تقاضای فازی قطعات و تغییر ترکیب محصول پیشنهاد کرده است که با الگوریتم ژنتیک حل شده است. هدف مدل کمینه کردن مجموع هزینه‌های استهلاک، عملیات، جابه‌جایی ماشین‌ها و جابه‌جایی بین سلولی است.

توکلی مقدم و همکاران (ب) [۲۱] یک مدل ریاضی ارائه کرده‌اند تا مساله چیدمان تسهیلات در CMS را با توجه به تقاضای احتمالی حل نمایند. هدف کمینه کردن هزینه جابه‌جایی درون‌سلولی و بین‌سلولی قطعات در هر دو مساله چیدمان درون‌سلولی و بین‌سلولی به طور همزمان می‌باشد.

توکلی مقدم و همکاران [۲۲] یک مدل ریاضی جدید برای رفع مشکل زمان‌بندی گروهی چند معیاره در سیستم تولید سلولی با هدف به حداقل رساندن حرکات درون‌سلولی، هزینه‌های وابسته به توالی و راه‌اندازی به طور همزمان ارائه داده‌اند. برای حل پیچیدگی این مشکل یک الگوریتم فرااکتشافی بر اساس جستجوی پراکنده (SS) با کارایی بالا پیشنهاد دادند.

در بخش بعدی یک مدل ریاضی جدید در محیط تولید سلولی پویا ارائه گردیده است که بارزترین ویژگی‌های آن قابلیت پخش قطعات و در نظر گرفتن هزینه بیکاری ماشین و سلول به طور همزمان می‌باشد.

## ۲ مدل ریاضی

### ۱-۲ فرضیات مدل

- هر نوع قطعه دارای تعداد مشخصی عملیات می‌باشد که باید بر اساس توالی مربوطه انجام گیرد.
- زمان انجام برای همه عملیات‌های یک قطعه روی ماشین‌های مختلفی که توانایی انجام آن عملیات را دارا می‌باشند، مشخص می‌باشد.
- میزان تقاضا برای هر نوع قطعه مشخص می‌باشد.
- ظرفیت هر نوع ماشین مشخص می‌باشد.
- هزینه‌های ثابت مربوط به هر ماشین مشخص می‌باشد. این هزینه‌ها شامل هزینه نگهداری ماشین‌ها می‌باشد.
- تعداد ماشین‌های موجود از هر نوع ماشین مشخص می‌باشد.

- ۷) هزینه متغیر تولید برای انجام عملیات روی هر ماشین به میزان قطعه‌ای که به آن ماشین تخصیص می‌یابد و دوره زمانی بستگی دارد.
- ۸) حرکت قطعات بین سلولی بوده و بسته به نوع قطعه هزینه آن متفاوت است.
- ۹) تعداد سلول‌هایی که باید شکل گیرد از قبل مشخص است.
- ۱۰) ماکسیمم و مینیمم سائز سلول مشخص می‌باشد.
- ۱۱) همه ماشین‌ها توان انجام یک یا بیش از یک عملیات را دارا می‌باشند. مثلا هر عملیات از یک قطعه می‌تواند بر روی چند ماشین مختلف با زمان‌های پردازش مختلف اجرا شود.
- ۱۲) در این مدل تعداد ماشین‌ها ثابت نیست و در هر دوره بر حسب تعداد و نوع قطعات، در ابتدای دوره ماشین اضافه و کم می‌شود.
- ۱۳) قطعات قابلیت پخش روی ماشین‌های مختلف در سلول‌های متفاوت را دارند.
- ۱۴) عدم موجودی کالا در نظر گرفته شده است.
- ۱۵) زمان شروع در نظر گرفته نشده است.
- ۱۶) تغییر مکان ماشین‌ها از یک سلول به سلول دیگر در بین دوره‌ها اجرا می‌شود و این کار نیازمند زمانی نمی‌باشد.

## ۲-۲ اندیس‌ها

$P = \{1, 2, \dots, P\}$	اندیس مورد استفاده برای نوع قطعات
$K(p) = \{1, 2, \dots, OP\}$	اندیس مورد استفاده برای عملیات قطعه نوع p
$M = \{1, 2, \dots, M\}$	اندیس مورد استفاده برای نوع ماشین‌ها
$C = \{1, 2, \dots, C\}$	اندیس مورد استفاده برای شماره سلول‌ها
$h = \{1, 2, \dots, H\}$	اندیس مورد استفاده برای دوره زمانی h

## ۳-۲ پارامترها

$\alpha_{mh}$	هزینه نگهداری ماشین نوع m در دوره زمانی h
$\lambda_h$	هزینه جابه‌جایی بین سلولی برای هر قطعه p در دوره زمانی h
$\delta_{mh}$	هزینه نصب و برکناری برای ماشین نوع m در دوره زمانی h
$\beta_{mh}$	هزینه انجام عملیات روی ماشین نوع m برای دوره زمانی h
$\sigma_{mh}$	هزینه بیکاری ماشین نوع m در دوره زمانی h
$\eta_{mh}$	هزینه بیکاری سلول برای ماشین نوع m در دوره زمانی h
$T_m$	ظرفیت زمانی در دسترس ماشین نوع m

$r_{kpm} = \begin{cases} 1 \\ 0 \end{cases}$	اگر عملیات $k$ ام قطعه $p$ روی ماشین $m$ انجام شود. در غیر این صورت
$MM$	عدد ثابت خیلی بزرگ مثلاً ۱۰۰۰۰۰۰
$D_{ph}$	مقدار تقاضا برای هر قطعه نوع $P$ در دوره $h$
$UM$	حد بالای ظرفیت سلول
$LM$	حد پایین ظرفیت سلول
$t_{kpm}$	زمان انجام عملیات $k$ ام قطعه $p$ ام روی ماشین نوع $m$
$Av_{mh}$	تعداد ماشین در دسترس نوع $m$ در هر دوره زمانی $h$

## ۲-۴ متغیرهای تصمیم

$Z_{kpmch}$	تعداد قطعه نوع $p$ که عملیات $k$ ام آن روی ماشین نوع $m$ در دوره $h$ انجام می‌شود.
$N_{mch}$	تعداد ماشین‌های نوع $m$ که در سلول $c$ در دوره $h$ استفاده می‌شود.
$K_{mch}^+$	تعداد ماشین‌های نوع $m$ که در سلول $c$ در دوره $h$ اضافه می‌شود.
$K_{mch}^-$	تعداد ماشین‌های نوع $m$ که از سلول $c$ در دوره $h$ خارج می‌شود.

## ۲-۵ مدل ریاضی غیر خطی

مدل غیر خطی ارایه شده به شرح زیر می‌باشد:

$$\min Z = Z_{\gamma} + Z_{\nu} + Z_{\tau} + Z_{\varphi} + Z_{\delta} + Z_{\varphi}$$

s. t.

$$Z_{\gamma} = \sum_{h=1}^H \sum_{c=1}^C \sum_{m=1}^M N_{mch} \alpha_{mh} \quad (1)$$

$$Z_{\nu} = \sum_{h=1}^H \sum_{c=1}^C \sum_{m=1}^M \sum_{p=1}^P \sum_{k=1}^{OP} t_{kpm} Z_{kpmch} \beta_{mh} \quad (2)$$

$$Z_{\tau} = \left( \frac{1}{\tau} \right) \sum_{h=1}^H \sum_{c=1}^C \sum_{p=1}^P \sum_{\substack{k=1 \\ k < OP}}^{OP} \left| \sum_{m=1}^M Z_{(k+1)pmch} - Z_{kpmch} \right| \lambda_h \quad (3)$$

$$Z_{\varphi} = \sum_{h=1}^H \sum_{c=1}^C \sum_{m=1}^M \delta_{mh} (K_{mch}^+ + K_{mch}^-) \quad (4)$$

$$Z_{\delta} \geq \sum_{m=1}^M ((T_m N_{mch} - \sum_{p=1}^P \sum_{k=1}^{OP} Z_{kpmch} t_{kpm}) \eta_{mh}) \quad \forall h, c \quad (5)$$

$$Z_{\varphi} \geq \sum_{c=1}^C (T_m N_{mch} - \sum_{p=1}^P \sum_{k=1}^{OP} Z_{kpmch} t_{kpm}) \sigma_{mh} \quad \forall h, m \quad (6)$$

$$\sum_{p=1}^P \sum_{k=1}^{OP} t_{kpm} Z_{kpmch} \leq T_m N_{mch} \quad \forall m, c, h \quad (7)$$

$$\sum_{c=1}^C N_{mch} \leq Av_{mh} \quad \forall m, h \quad (8)$$

$$\sum_{m=1}^M N_{mch} \leq UM \quad \forall c, h \quad (9)$$

$$\sum_{m=1}^M N_{mch} \geq LM \quad \forall c, h \quad (10)$$

$$\sum_{c=1}^C Z_{kpmch} \leq MM \cdot r_{kpm} \quad \forall h, m, k, p \quad (11)$$

$$N_{mc(h-)} + K_{mch}^+ - K_{mch}^- = N_{mch} \quad \forall m, c, h > 1 \quad (12)$$

$$\sum_{c=1}^C \sum_{m=1}^M Z_{kpmch} = D_{ph} \quad \forall k, p, h \quad (13)$$

$$K_{m,c,1}^+ = N_{m,c,1} \quad \forall m, c \quad (14)$$

$$N_{mch}, K_{mch}^+, K_{mch}^-, Z_{kpmch} \geq 0, \quad \& \text{ integer} \quad \forall k, p, m, c, h \quad (15)$$

## ۲-۶ تشریح جملات تابع هدف و محدودیت‌ها

### ۲-۶-۱ تابع هدف

تابع هدف شامل شش جمله است. هزینه‌های مختلفی در طراحی تابع هدف در یک حالت کلی در نظر گرفته می‌شود ولی همه هزینه‌ها را به خاطر پیچیدگی و مشکلات محاسباتی نمی‌توان در تابع هدف مدل اعمال نمود. در این جا هزینه‌ها به هزینه‌هایی که به حالات تولید پویا و اتفاقی، استفاده از مسیریابی و قابلیت انعطاف ماشین‌ها مربوط‌اند، محدود شده است. تابع هدف مجموع هزینه‌های زیر را مینیمم می‌کند.

جمله اول (۱) در بردارنده هزینه نگه‌داری هر دوره برای تهیه ماشین‌های مورد نیاز می‌باشد. این هزینه بر اساس تعداد انواع ماشین‌ها، که در CF برای یک دوره خاص مورد استفاده قرار می‌گیرد، محاسبه می‌شود.

جمله دوم (۲) در بردارنده هزینه عملیات ماشین‌ها برای تولید قطعات می‌باشد که این هزینه بستگی به هزینه عملیات هر نوع ماشین در هر ساعت در هر دوره زمانی و تعداد قطعاتی که در دوره عملیات روی آن انجام می‌شود و تعداد ساعات مورد نیاز برای هر نوع ماشین دارد.

جمله سوم (۳) در بردارنده هزینه جابه‌جایی قطعات بین سلول‌های مختلف است که این هزینه برای ماشین‌ها و در دوره زمانی‌های مختلف متفاوت است.

جمله چهارم (۴) دربردارنده هزینه نصب و برکناری ماشین: هزینه نصب و برکنار کردن ماشین‌ها از یک سلول به سلول دیگر (یا انتقال به انبار) در بین دوره‌ها می‌باشد. در یک مدل تولیدات پویا، بهترین طراحی CF برای یک دوره ممکن است که برای همه دوره‌ها طراحی کارایی نباشد. با بازچینی سلول‌های صنعتی، CF می‌تواند به عملیاتی کارا، حتی در صورتی که تولید مخلوط و تقاضای متغیر داشته باشیم، ادامه دهد. ولی برخی زیان‌ها با نوآرایی سلول‌های صنعتی وجود دارد؛ در واقع حرکت ماشین‌ها از یک سلول به سلول دیگر نیازمند نیروی کار است و ممکن است منجر به شکستن ماشین گردد. بنابراین با تغییرات تقاضا ناگزیر به تغییر ماشین‌های موجود در سلول‌های مختلف خواهیم بود. ولی این جابه‌جایی باعث ایجاد هزینه خواهد شد. این هزینه برای ماشین‌ها و در دوره زمانی‌های مختلف متفاوت است.

جمله پنجم (۵) دربردارنده هزینه بیکاری سلول برای هر دوره زمانی است. بدین جهت، هزینه بیکاری هر سلول در دوره‌های زمانی مختلف محاسبه می‌شود. سپس به منظور کاهش هزینه‌ها، بزرگترین آن در تابع هدف قرار می‌گیرد.

جمله ششم (۶) دربردارنده هزینه بیکاری ماشین در هر دوره زمانی است. بدین جهت، هزینه بیکاری هر ماشین در هر سلول برای دوره‌های زمانی مختلف محاسبه می‌شود. سپس به منظور کاهش هزینه‌ها، بزرگترین آن در تابع هدف قرار می‌گیرد.

به طور کلی، کم کردن هزینه بیکاری سلول سهم بیشتری نسبت به هزینه بیکاری ماشین در کاهش هزینه‌ها دارد.

## ۲-۶-۲ محدودیت‌ها

محدودیت (۷) بیانگر این است که مجموع زمان کلیه عملیات‌های تمام قطعات کمتر مساوی از مجموع زمان در دسترس تمام ماشین‌ها است.

محدودیت (۸) بیانگر این است که مجموع تعداد ماشین‌های نوع  $m$  در کلیه سلول‌ها کمتر مساوی ماشین‌های نوع  $m$  در دسترس در دوره زمانی  $h$  است.

محدودیت (۹) بیانگر این است که مجموع ماشین‌ها در هر سلول کمتر مساوی حد بالای ظرفیت سلول (UM) است.

محدودیت (۱۰) بیانگر این است که مجموع ماشین‌ها در هر سلول بزرگتر مساوی حد پایین ظرفیت سلول (LM) است.

محدودیت (۱۱) تضمین می‌کند هر عملیات هر قطعه روی ماشینی که توان انجام آن را داراست انجام می‌شود.

محدودیت (۱۲) بیانگر این است که تعداد ماشین‌های نوع  $m$  در سلول  $c$  در دوره زمانی  $h$  برابر است با مجموع ماشین‌های نوع  $m$  در سلول  $c$  در دوره زمانی  $h-1$  و اختلاف ماشین‌های نصب شده و برکنار شده نوع  $m$  در سلول  $c$  در دوره زمانی  $h$ .

محدودیت (۱۳) بیانگر این است که مجموع عملیات‌های در تمام سلول‌ها برابر تقاضای هر قطعه در هر دوره زمانی است.

محدودیت (۱۴) بیانگر این است که تعداد ماشین‌های نوع  $m$  در سلول  $c$  در دوره زمانی ۱ برابر با ماشین‌های نصب شده نوع  $m$  در سلول  $c$  در دوره زمانی ۱ است.

محدودیت (۱۵) محدودیت منطقی بزرگتر از صفر و عدد صحیح می‌باشد.

### ۳ مثال عددی

در ادامه برای نشان دادن صحت مدل یک مثال عددی که با نرم افزار لینگو ۹ حل شده است به تفصیل بیان شده است. تعداد متغیرهای این مدل در این مثال برابر با ۴۲۶ متغیر و تعداد محدودیت‌های آن برابر با ۳۳۷ محدودیت می‌باشد. با نرم افزار لینگو به جواب بهینه رسیدیم. در ادامه جدول پارامترهای مدل و مقادیر آن ارائه شده است، جدول ۱ و ۲ عناوین و مقادیر پارامترهای مدل را نشان می‌دهد (اطلاعات تفصیلی پارامترها در فوق بیان شده است).

جدول ۱. مجموعه عناوین پارامترها

پارامتر	مقدار	پارامتر	مقدار
$\beta_{mh}$	$U(0.1, 0.35)$	$K$	۳
$\eta_{mh}$	$U(8, 12)$	$P$	۵
$\delta_{mh}$	$U(6, 12)$	$M$	۵
$\lambda_h$	۰/۱-۰/۲	$C$	۲
$\sigma_{mh}$	$U(3, 7)$	$H$	۲
$Av_{mh}$	$U(9, 11)$	$UM$	۴
$\alpha_{mh}$	$U(20, 60)$	$LM$	۲
$T_m$	$U(3000, 3300)$	$D_{ph}$	$U(0, 1300)$
$r_{kpm}$	۱ یا ۰	$t_{kpm}$	$U(0, 3)$
		$MM$	۱۰۰۰۰۰۰

جدول ۲. مقادیر پارامترها

$\delta_{mh}$		$\alpha_{mh}$		$\beta_{mh}$		$Av_{mh}$		$\eta_{mh}$		$\sigma_{mh}$		$T_m$	
۲	۱	۲	۱	۲	۱	۲	۱	۲	۱	۲	۱	۳ و ۲	
۷	۶	۲۵	۲۰	۰/۳	۰/۲	۱۰	۹	۱۱	۹	۷	۵	۳۰۰۰	$M_1$
۷	۶	۳۵	۳۵	۰/۳۵	۰/۳	۱۰	۹	۱۰	۸	۵	۴	۳۳۰۰	$M_2$
۱۱	۹	۵۰	۴۰	۰/۲	۰/۱	۱۰	۱۰	۱۰	۹	۷	۶	۳۲۵۰	$M_3$
۱۲	۱۱	۵۵	۴۴	۰/۳	۰/۲	۱۱	۱۰	۱۲	۱۰	۵	۳	۳۲۰۰	$M_4$
۹	۸	۶۰	۵۵	۰/۲	۰/۲	۱۰	۱۱	۱۰	۹	۶	۵	۳۲۰۰	$M_5$

جدول ۳ اطلاعات مربوط به زمان انجام هر عملیات هر قطعه به تفکیک ماشین‌ها و تقاضای هر قطعه در هر دوره را در اختیار قرار می‌دهد. بدین صورت که هر عملیات هر قطعه روی ماشین‌ی خاص که در کل عملیات‌های مربوط به هر قطعه می‌تواند متفاوت باشد با زمان خاص خود در سلول خاصی صورت می‌پذیرد. این نتیجه امکان جداسازی مجموعه قطعات با تعداد مختلف روی ماشین‌های متفاوت در سلول‌های گوناگون است. با این امکان، علیرغم پیچیدگی مدل بیکاری ماشین و سلول متعادل‌تر می‌شود و هم‌چنین می‌توان در هنگام سفارش محصولات متنوع در زمان کوتاه تولید از آن بهره جست.

جدول ۳. اطلاعات مربوط به زمان انجام هر عملیات هر قطعه به تفکیک ماشین‌ها و تقاضای هر قطعه در هر دوره

$P_5$			$P_4$			$P_3$			$P_2$			$P_1$			Machine info operation
۳	۲	۱	۳	۲	۱	۳	۲	۱	۳	۲	۱	۳	۲	۱	
	۳								۳	۲	۲	۳	۱	۲	$M_1$
		۲	۳		۲	۱	۲	۲							$M_2$
	۲		۲	۲	۳										$M_3$
۳		۳				۲		۲							$M_4$
۲						۳	۳		۳	۱	۲	۳	۲		$M_5$
	۱۳۰۰			۹۰		۱۳۰۰			۱۰۰۰			۱۰۰۰		۱	$D_{ph}$
	۱۳۰۰			۱۲۰۰		۱۲۰۰			۵۰۰			.		۲	

جدول ۴ (ماتریس مقادیر خروجی در دوره اول): این جدول نشان می‌دهد چه تعداد از هر قطعه عملیات  $k$  ام شان بر روی ماشین  $m$  و در سلول  $c$  انجام گرفته است. به طور مثال ۱۰۰۰ قطعه شماره یک عملیات اول آن روی ماشین پنجم در سلول یک انجام پذیرفته است.

جدول ۵ مانند جدول ۴ است با این تفاوت که مربوط به دوره دوم با تقاضاهای متفاوت است. در دو جدول ۴ و ۵ به وضوح جابه‌جا شدن قطعات درون (در دو دوره) و بیرون سلول (در دوره اول) روی ماشین‌های مختلف و هم‌چنین پخش شدن قطعات در مجموعه‌های مختلف مشاهده می‌شود.

برای مثال در جدول ۴ همه تقاضای مربوط به قطعات ۱ و ۲ در سلول اول، و همه تقاضای مربوط به قطعه ۴ در سلول دوم تولید می‌شوند و همه عملیات‌های آن‌ها به‌طور کامل در همان سلول انجام می‌گیرد. همان‌طور که مشاهده می‌شود در مورد قطعات ۱ و ۲ جابه‌جایی درون سلولی داریم اما در مورد قطعه ۴ هیچ‌گونه جابه‌جایی نداریم. تقاضا برای قطعه شماره ۵ در دوره اول ۱۳۰۰ عدد می‌باشد که در مورد عملیات اول آن، ۱۶ تا بر روی ماشین ۴ در سلول اول و ۱۲۸۴ تا آن روی ماشین ۲ و در سلول دوم انجام می‌گیرد. عملیات دوم و سوم در سلول دوم و به ترتیب روی ماشین ۳ و ۵ انجام می‌شود.

جدول ۴. ماتریس مقادیر خروجی در دوره اول

$P_{\delta}$			$P_{\phi}$			$P_{\tau}$			$P_{\gamma}$			$P_{\eta}$			Machine info	
۳	۲	۱	۳	۲	۱	۳	۲	۱	۳	۲	۱	۳	۲	۱	Operation	
															$M_{\eta}$	$C_{\eta}$
		۱۶					۵۶۸			۱۰۰۰					$M_{\phi}$	
									۴۶۶			۱۰۰۰	۱۰۰۰		$M_{\delta}$	
			۱۲۸۴				۱۳۰۰	۷۳۲	۶۳۴						$M_{\tau}$	$C_{\tau}$
	۱۳۰۰			۹۰	۹۰	۹۰									$M_{\gamma}$	
۱۳۰۰										۲۰۰					$M_{\delta}$	

جدول ۵. ماتریس مقادیر خروجی در دوره دوم

$P_{\delta}$			$P_{\phi}$			$P_{\tau}$			$P_{\gamma}$			$P_{\eta}$			Machine info	
۳	۲	۱	۳	۲	۱	۳	۲	۱	۳	۲	۱	۳	۲	۱	Operation	
															$M_{\tau}$	$C_{\eta}$
				۲۵۳			۱۹۵	۹۷۹	۲	۵۸۱					$M_{\tau}$	
		۳۹		۳۵۶	۶۰۹	۴۱۴									$M_{\phi}$	
	۳۹		۳۹					۹۷۸		۵۰۰					$M_{\phi}$	
									۱		۳۹۹		۵۰۰	۵۰۰	$M_{\delta}$	
			۱۲۶۱				۵۳	۲۱۴	۲۲۰						$M_{\tau}$	$C_{\tau}$
	۱۲۶۱			۵۹۱	۵۹۱	۵۳۸									$M_{\tau}$	
۱۲۶۱								۶		۲۲۰					$M_{\delta}$	

جدول ۶ هزینه جابه‌جایی قطعات بین سلول‌ها روی ماشین‌های متفاوت در دوره اول را نشان می‌دهد. لازم به ذکر است در این مثال در دوره دوم جابه‌جایی بین سلولی نداشتیم.

جدول ۶. مقادیر خطی هزینه جابه‌جایی بین سلولی در دوره اول

$P_{\delta}$			$P_{\phi}$			$P_{\tau}$			$P_{\gamma}$			$P_{\eta}$			Machine info	
۳	۲	۱	۳	۲	۱	۳	۲	۱	۳	۲	۱	۳	۲	۱	Operation	
		۱۶					۵۶۸	۱۰۲							$C_{\eta}$	
		۱۶					۵۶۸	۱۰۲							$C_{\tau}$	

جدول ۷ بیان‌گر تعداد ماشین‌های موجود، نصب شده و برکنار شده به تفکیک نوع ماشین، هر سلول و هر دوره زمانی است.

جدول ۷. ماتریس تعداد ماشین‌ها

$K_{mch}^-$		$K_{mch}^+$		$N_{mch}$		
$C_v$	$C_1$	$C_v$	$C_1$	$C_v$	$C_1$	$C$
۲	۱	۲	۱	۲	۱	$H$
	۱					$M_1$
۱			۲	۱		$M_2$
		۱	۱		۲	$M_3$
				۱		$M_4$
	۱		۱	۲	۱	$M_5$

جدول ۸ نتیجه جواب مثال در قالب هزینه بهینه کل، هزینه نگهداری ماشین‌ها، عملیات، جابه‌جایی قطعات بین سلول‌ها، نصب و برکناری ماشین‌ها، بیکاری سلول‌ها و بیکاری ماشین‌ها را نشان می‌دهد. این هزینه‌ها با تغییر هزینه‌های پایه در هر دوره نتایج متفاوتی می‌دهد. حل مدل در حالتی که قطعات قابلیت پخش شدن را ندارند، نشان می‌دهد میزان بیکاری سلول و ماشین به‌طور قابل ملاحظه‌ای افزایش می‌یابد که در نتیجه باعث افزایش هزینه‌ها می‌شود.

جدول ۸. هزینه‌های نهایی

نوع مدل	هزینه ماشین‌آلات	هزینه عملیات	هزینه جابه‌جایی بین سلولی	هزینه نصب و برکناری	هزینه بیکاری سلول	هزینه بیکاری ماشین	هزینه کل
مدل ارایه شده	۷۳۴	۱۱۹۴۸	۶۸/۶	۱۱۶	۱۸۰	۱۲۰	۱۳۱۶۶/۶
بدون قابلیت پخش قطعات	۷۳۵	۱۵۰۰۶	۰	۱۳۵	۱۱۴۴۰	۴۰۰۰	۳۱۳۱۶

در نظر گرفتن هزینه نصب و برکناری ماشین‌ها موجب یک چیدمان بهینه برای ماشین‌ها در سلول‌ها در کل دوره‌ها می‌شود. با این تخصیص تا حد امکان از جابه‌جایی ماشین‌ها در دوره‌های بعد جلوگیری خواهد شد. در این مدل بیکاری سلول و بیکاری ماشین هر دو با هم و به‌طور همزمان در نظر گرفته شده است، در حالی که در سایر مدل‌ها یا اصلاً به بیکاری سلول و بیکاری ماشین توجهی نشده یا یکی از آن‌ها به تنهایی مورد بررسی قرار گرفته است. برای مثال وقتی بیکاری سلول به تنهایی بررسی می‌شود، ممکن است به بعضی از ماشین‌ها هیچ قطعه‌ای تخصیص نیابد که در نتیجه باعث تحمیل هزینه اضافی می‌شود. این مدل با در نظر گرفتن بیکاری سلول و ماشین به‌طور همزمان، باعث تخصیص بهتر قطعات به ماشین‌ها و سلول‌ها، پایین آوردن هزینه‌ها، تولید بهینه‌تر و

جایگذاری بهتر ماشین‌ها در سلول‌ها شده است.

نزدیک کردن و کاهش هزینه‌های بیکاری سلول و ماشین توامان به ما کمک می‌کند تا بهره‌وری را بدون صرفاً خرید ماشین‌آلات جدید و سرمایه‌گذاری کلان برای افزایش ماشین‌آلات و فضای کاری با استفاده حداکثری از منابع موجود پیاده‌سازی کنیم و هم‌چنین با این تعادل‌سازی صرفه‌جویی قابل ملاحظه‌ای در مورد حامل‌های انرژی که بحث روز صنایع است می‌شود و موثر در افزایش سرعت تولید است.

#### ۴ نتیجه‌گیری

با توجه به نتایج به دست آمده از حل مدل می‌توان به اهمیت استفاده از مدل پی برد. به طوری که پیکربندی سلول‌ها و تخصیص قطعات به سلول‌ها و هم‌چنین ماشین‌ها به سلول‌ها با هدف کاهش هزینه‌های ناشی از جابه‌جایی قطعات، هزینه‌های ناشی از انجام عملیات روی ماشین‌ها و هزینه‌های ناشی از جابه‌جایی و نگه‌داری ماشین‌آلات در سیستم، منجر به افزایش بهره‌وری کل سیستم گردیده و باعث ایجاد تعادل در سیستم می‌شود. یکی از مزیت‌های این مدل این است که با در نظر گرفتن هزینه برای بیکاری ماشین‌آلات و سلول‌ها تا حد امکان سعی می‌کند که قطعات به صورت یکنواخت‌تری بین ماشین‌ها و سلول‌ها تقسیم شوند که این امر موجب افزایش بهره‌وری سلول می‌شود.

#### منابع

- [1] Aghajani, A., Kazemi, M., Rezaeian, J., (2010). Designing a Dynamic Cellular Manufacturing Model with Considering Alternative Routing. Back order and Lot Splittin, 478-479.
- [2] Ahi, A., Aryanezhad, M. B., Ashtiani, B., Makui, A., (2009). A novel approach to determine cell formation, intracellular machine layout and cell layout in the CMS problem based on TOPSIS method. Computers & Operations Research, 36, 1478-1496.
- [3] Ahkioon, S., Bulgak, A. A., Bektas, T., (2009). Integrated cellular manufacturing systems design with production planning and dynamic system reconfiguration. European Journal of Operational Research, 192, 414-428.
- [4] Aramoon Bajestani, M., Rabbani, M., Rahimi-Vahed, A. R., Baharian Khoshkhou, G., (2009). A multi-objective scatter search for a dynamic cell formation problem. Computers & Operations Research, 36, 777-794.
- [5] Cao, D., Chen, M., (2005). A robust cell formation approach for varying product demands. International Journal of Production Research, 43(8), 1587-1605.
- [6] Chan, F. T. S., Lau, K. W., Chan, P. L. Y., Choy, K. L., (2006). Two-stage approach for machine-part grouping and cell layout problems. Robotics and Computer-Integrated Manufacturing, 22, 217-238.
- [7] Chen, M., Cao, D., (2004). Coordinating production planning in cellular manufacturing environment using tabu search. Computers & Industrial Engineering, 46, 571-588.
- [8] Defersha, F. M., Chen, M., (2006a). A comprehensive mathematical model for the design of cellular manufacturing systems. International Journal of Production Economics, 103, 767-783.
- [9] Defersha, F. M., Chen, M., (2006b). Machine cell formation using a mathematical model and a genetic algorithm-based heuristic. International Journal of Production Research, 44 (12), 2421-2444.
- [10] Ho, Y. C., Moodie, C. L., (2000). A hybrid approach for concurrent layout design of cells and their flow paths in a tree configuration. International Journal of Production Research, 38, 895-928.

- [11] Kia, R., Baboli, A., Javadian, N., Tavakkoli-Moghaddam, R., Kazemi, M., Khorrami, J., (2012). Solving a group layout design model of a dynamic cellular manufacturing system with alternative process routings, lot splitting and flexible reconfiguration by simulated annealing. *Computers & Operations Research*. In Press, 39(11), 2642–2658.
- [12] Mahdavi, I., Aalaee, A., Paydar, M., Solimanpur, M., (2010). Designing a mathematical model for dynamic cellular manufacturing systems considering production planning and worker assignment. *Computers & Mathematics with Applications*, 60(4), 1014–1025.
- [13] Mahdavi, I., Mahadevan, B., (2008). An algorithm for cellular manufacturing system and layout design using sequence data. *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, 24, 488–497.
- [14] Mungwattana, A., (2000). Design of cellular manufacturing systems for dynamic and uncertain production requirements with presence of routing flexibility, Ph.D. Thesis submitted to the Faculty of the Virginia Polytechnic Institute and State University, Blackburg, VA.
- [15] Noktehdan, A., Karimi, B., Husseinzadeh Kashan, A., (2009). A differential evolution algorithm for the manufacturing cell formation problem using group based operators, *Expert System with Applications*, 37(7), 4822–4829.
- [16] Rheault, M., Drolet, J., Abdalnour, G., (1995). Physically reconfigurable virtual cells: a dynamic model for a highly dynamic environment. *Computers and Industrial Engineering*, 29 (1–4), 221–225.
- [17] Safaei, N., Saidi-Mehrabad, M., Jabal-Ameli, M. S., (2008a). A hybrid simulated annealing for solving an extended model of dynamic cellular manufacturing system. *European Journal of Operational Research*, 185, 563–592.
- [18] Safaei, N., Tavakkoli-Moghaddam, R., (2009). Integrated multi-period cell formation and subcontracting production planning in dynamic cellular manufacturing. *International Journal of Production Economics*, 120(2), 301–314.
- [19] Saidi-Mehrabad, M., Safaei, N., (2007). A new model of dynamic cell formation by a neural approach, *Internat. J. Adv. Manufacturing Technol*, 33 (9–10), 1001–1009.
- [20] Tavakkoli-Moghaddam, R., Aryanezhad, M. B., Safaei, N., Vasei, M., Azaron, A., (2007a). A new approach for the cellular manufacturing problem in fuzzy dynamic conditions by a genetic algorithm. *J Intell Fuzzy Syst*, 18(4), 363–376.
- [21] Tavakkoli-Moghaddam, R., Javadian, N., Javadi, B., Safaei, N., (2007b). Design of a facility layout problem in cellular manufacturing systems with stochastic demands. *Applied Mathematics and Computation*, 184, 721–728.
- [22] Tavakkoli-Moghaddam, R., Javadian, N., Khorrami, A., Gholipour-Kanani, Y., (2009). Design of a scatter search method for a novel multi-criteria group scheduling problem in a cellular manufacturing system. *Expert Systems with Applications*, 37(3), 2661–2669.