مجله تحقیق در عملیات و کاربردهای آن، سال دهم، شماره اول (پیاپی ۳۶)، بهار ۹۲، ص ص ۹۷-۸۹
شاپا ۷۲۸۶-۲۲۵۱

یک رویکرد ترکیبی از معیار جامع و برنامه‌ریزی آرمانی بر اساس متغیرهای انحراف برای حل مسایل تصمیم‌گیری چندهدفه

علیرضا علی‌نژاد[۱]، ابوالفضل کاظمی[۲*]، زهری منسوب ریحانیان[۳]، کیوان صراف‌ها[۴]
۱، ۲ و ۳- دانشگاه آزاد اسلامی، واحد قزوین، دانشکده مهندسی صنایع و مکانیک، قزوین، ایران
۴- دانشگاه آزاد اسلامی، واحد قزوین، باشگاه پژوهشگران جوان، قزوین، ایران

رسید مقاله: ۲۹ شهریور ۱۳۹۱
پذیرش مقاله: ۹ بهمن ۱۳۹۱

چکیده

برای حل مسایل چند هدفه‌ی خطی در تصمیم‌گیری‌های چند هدفه، تکنیک‌های مختلفی از جمله تکنیک معیار جامع ارایه شده است. حل در این تکنیک با توجه به نرم‌های یک و دو تا بی‌نهایت صورت می‌گیرد. در این تحقیق تکنیک معیار جامع با نرم بی‌نهایت در نظر گرفته شده و با ترکیب آن با روش برنامه‌ریزی آرمانی توسعه داده شده است. لذا نشان داده شده که رویکرد معیار جامع می تواند مطابق روش برنامه‌ریزی آرمانی مدل شود. در نهایت مثالی برای نمایش این ادعا از بهینه‌سازی مسایل چند هدفه مورد تحلیل قرار گرفته است.

کلمات کلیدی: برنامه‌ریزی چند هدفه خطی، تکنیک معیار جامع، برنامه‌ریزی آرمانی.

۱ مقدمه

فرآیند تصمیم‌گیری نقش مهمی را در زندگی بشر ایفا می‌کند. بیشتر مسایل تصمیم گیری می‌توانند به عنوان مدل‌های «تصمیم‌گیری چند معیاره» (MCDM) مدل‌سازی شوند. موضوع تصمیم‌گیری با معیارهای چندگانه یکی از حوزه‌های تحقیق در عملیات بوده که در دو دهه‌ی اخیر رشد چشم‌گیری داشته است.

در بسیاری از موقعیت‌ها و مسایل دنیای واقعی، تصمیم‌گیرندگان برای تصمیم‌گیری با بهینه‌سازی بیش از یک هدف مواجه هستند. در برنامه‌ریزی ریاضی خطی فرض بر این است که تصمیم‌گیرندگان تنها یک هدف دارند، برای مثال حداکثر کردن سود، یا حداقل کردن هزینه، یا حداقل کردن ضایعات، یا حداکثر کردن سهم بازار و در مدل ریاضی آن تابع هدف و محدودیت‌ها نسبت به متغیرهای تصمیم خطی هستند. در نظر گرفتن تنها یک هدف ممکن است باعث بروز مشکلاتی شود، برای مثال اگر یک شرکت در تصمیم‌گیری خود در خصوص

* عهده‌دار مکاتبات
آدرس الکترونیکی: abkaazemi@qiau.ac.ir

میزان تولید تنها سود را مورد توجه قرار دهد و از اهداف دیگری هم‌چون رضایت مشتری، رضایت کارکنان، تنوع تولید، سهم بازار، و غیره غافل شود ممکن است در بلند مدت نتواند به بقای خود ادامه دهد. بنابراین استفاده از مدل‌های چند هدفه ضروری به نظر می‌رسد [۱].

به عنوان نمونه‌ای از این‌گونه مدل‌های ریاضی می‌توان مدل‌های انتخاب سبد مالی، برنامه‌ریزی تولید، مدیریت پروژه را در زمینه‌های مهندسی نام برد [۲و۳].

یک مدل تصمیم‌گیری چند هدفه، برداری از متغیرهای تصمیم، توابع هدف و محدودیت‌ها را شامل می‌شود و هدف تصمیم‌گیرنده، ماکزیمم کردن یا مینیمم کردن توابع هدف می‌باشد. از آن‌جایی‌که این مسایل به ندرت حل منحصر به فرد دارند، تصمیم گیرنده جوابی را از میان مجموعه‌ی جواب‌های کارا (مانند گزینه‌ها) انتخاب می‌کند [۴].

مدل‌های تصمیم‌گیری سابقه‌ی زیادی در بین طرح‌های عملی و تحقیقات آکادمیک دارند. هم‌چنین فنون مرتبط زیادی از جمله فنون تصمیم‌گیری‌های چندمعیاره و روش‌های تحقیق در عملیات ارایه شده است. علاوه بر این، یک شیوه متداول این است که این مدل‌ها و روش‌هابه طریقه جداگانه ارایه شوند. این دیدگاه که هر رویکرد مستقل از بقیه است عقیده‌ای نادرست است، زیرا ارتباط مهمی بین روش‌های مختلف وجود دارد. هم‌چنین مجزا کردن رویکردهای مختلف می‌تواند از کارایی تصمیم گیری‌های چند معیاره بکاهد.

تکنیک‌های برنامه‌ریزی آرمانی و معیار جامع، از متدولوژی های مطرح در تصمیم‌گیری با معیارهای چندگانه می‌باشند. این رویکردها دارای ریشه مشترک هستند و از یک نقطه هدف قطعی در فضای معیار به منظور مدل‌سازی ترجیحات تصمیم گیرنده استفاده می‌کنند. این نقطه هدف قطعی مطابق تکنیک برنامه‌ریزی آرمانی، برداری از سطوح انتظاراست که این سطوح انتظار بیان کننده مطلوب‌ترین مقادیر برای معیارهای مختلف می‌باشد. مطابق تکنیک معیار جامع نیز این نقطه هدف، برداری از سطوح مرجع است. علی‌رغم تشابهات موجود در رویکردهای فوق الذکر، آن‌ها معمولاً به عنوان روش‌های کاملاً مستقل در ادبیات برنامه‌ریزی چند هدفه مطرح می‌گردند [۵].

رویکرد برنامه‌ریزی آرمانی بر روی مدل‌سازی ترجیحات از طریق متغیرهای انحراف تمرکز دارند که شکل لکزیکوگرافی این رویکرد بیشترین کاربرد را دارد. رویکرد معیار جامع معمولاً از طریق تابع دستیابی عددی معرفی می‌شود که این تابع دستیابی، ممکن است مستقیماً به عنوان تابع مطلوبیت تفسیر شود.

هم‌چنین از آن‌جایی‌که تکنیک معیار جامع می‌تواند در چارچوب مدل سازی متغیرهای انحراف برنامه‌ریزی آرمانی بیان شود این موضوع انگیزه‌ای برای گسترش این تکنیک شده است [۶]. از این رو تحقیقات وسیعی بر روی ارتباط بین رویکردهای برنامه‌ریزی آرمانی و تکنیک معیار جامع انجام شده است.

رومرو [۶] به بررسی ارتباط بین برنامه‌ریزی چند هدفه، برنامه ریزی آرمانی و برنامه ریزی ریاضی سنتی می‌پردازد و نشان می‌دهد که رویکردهای فوق الذکر می‌توانند به عنوان یک مورد ویژه از مدل تابع فاصله‌ای عمومی بیان شده در روش معیار جامع در نظر گرفته شود.

از دیگر سوابق ترکیب رویکردهای تصمیم‌گیری با اهداف چندگانه می‌توان به تحقیق انجام شده توسط رومرو [۷] اشاره کرد که از ترکیب مدل‌های آرشیمدین و مین ماکس برنامه‌ریزی آرمانی، مدل برنامه‌ریزی آرمانی گسترش یافته را پیشنهاد داد. از نقاط قوت مدل وی این است که با دادن مقدار به پارامترهای مدل گسترش یافته به عنوان مدل اصلی، تعداد مهمی از رویکردهای تصمیم‌گیری با معیارهای چندگانه مانند برنامه‌ریزی ریاضی تک هدفه‌ی مرسوم، برنامه‌ریزی آرمانی خطی و برنامه‌ریزی آرمانی غیر خطی با اوزان ارشمیدس و برنامه‌ریزی آرمانی لکزیکوگرافی خطی و غیره به عنوان مدل ثانویه به دست می‌آید.

از تلاش‌های دیگر به منظور ترکیب روش‌های حل مسایل تصمیم گیری چند هدفه می‌توان به تحقیق بن عبدالعزیز و همکاران [۸] اشاره کرد که بر اساس رویکرد برنامه‌ریزی مقید شده تصادفی و روش برنامه‌ریزی سازشی یکی از روش‌های موجود در دسته‌بندی "بدون کسب اطلاعات از فرد تصمیم‌گیرنده"، مدل برنامه‌ریزی سازشی مقید شده‌ی تصادفی را معرفی نمودند و قابلیت این مدل را در چارچوب یک مساله چند هدفه انتخاب سبد سهام در بازار بورس کشور تونس تشریح کردند. یکی از ضعف‌های عمده‌ی مدل پیشنهادی آن‌ها عدم بهره‌مندی از نظرات و اطلاعات تصمیم‌گیرنده است به طوری که کسب اطلاعات از تصمیم‌گیرنده تحت شرایط عدم قطعیت امری لازم و معقول به نظر می‌رسد.

اگریسزاک [۹] از تکنیک‌های اجرایی برنامه‌ریزی آرمانی، برای مدل‌سازی رویکرد نقطه مرجع استفاده نمود و نشان داد که برنامه‌ریزی آرمانی با کاهش برخی فرضیات سنتی می‌تواند به یک تکنیک پشتیبانی تصمیم‌گیری کارا، با دارا بودن استانداردهای دیگر تئوری‌های بهینه سازی چند هدفه، تبدیل شود. مدل RGP پیشنهادی توسط او، حل کارا برای مسایل تصمیم‌گیری با اهداف چندگانه تولید و قوانین رویکرد نقطه مرجع را همزمان پاسخگوست (انتظارات تصمیم‌گیرنده از طریق سطوح مرجع منعکس می‌شود). از دیگر نقاط قوت این روش، ساده‌سازی اجرای رویکرد نقطه مرجع می‌باشد.

کابالرو و همکاران [۱۰] یک تحلیل فرا بهینه در مساله برنامه‌ریزی آرمانی محدب به منظور مطالعه وجود راه حل‌های رضایت بخش برای سطوح مختلف اهداف، انجام دادند. در دو الگوریتم پیشنهادی توسط آن‌ها، مقادیر هدف بعد از انجام یک طرح برنامه‌ریزی آرمانی لکزیکوگرافی بهبود می‌یابد. در مدل آن‌ها به منظور انجام بهینه‌سازی لکزیکوگرافی متغیر انحراف مثبت در مدل معرفی شده است. در این مقاله دو حالت وجود راه حل‌های رضایت بخش برنامه‌ریزی آرمانی و عدم وجود چنین حل‌هایی در نظر گرفته شده است.

یانگ [۱۱] در مقاله‌ی خود، یک روش جدید برای بهینه‌سازی‌های چند هدفه مبتنی بر طرح گرادیان و تحقیق فضای موضعی را توسعه داده است. در مقاله‌ی وی الگوریتم GRIST به منظور حل مسایل با تابع مطلوبیتی که فقط به شکل ضمنی شناخته شده، پیشنهاد شده است.

دایر [۱۲] برنامه‌ریزی آرمانی را با یک طرح تعاملی ترکیب کرد و روی مساله تابع مطلوبیت ضمنی برای تصمیم گیرنده متمرکز شد.

فیچفت [۱۳] برنامه‌ریزی آرمانی را با روش STEM برای مسایل خطی ترکیب کرده و هم‌چنین ایگنیزیو [۱۴] یک ساختار واحد که شامل روش‌های بهینه‌سازی برنامه‌ریزی خطی سنتی، برنامه‌ریزی آرمانی آرشیمدین،

برنامه‌ریزی آرمانی لکزیکوگرافی و مین ماکس برنامه‌ریزی آرمانی می‌باشد را تحت نام MULTIPLEX توسعه داده. گاس [۱۵] نحوه استفاده از اوزان به دست امده از مقایسات زوجی AHP را در مدل برنامه‌ریزی آرمانی بیان کرد. رومرو [۱۶] و رومرو و همکاران [۱۷] یک پیوست تحلیلی بین برنامه‌ریزی آرمانی، برنامه‌ریزی سازشی و روش نقطه را مطرح نمودند. بریسون و همکاران [۱۸] کاربرد مدل برنامه‌ریزی آرمانی را به عنوان ابزار مفیدی به منظور نتیجه گرفتن اوزان از یک ماتریس ساعتی ارایه نمودند.

دسپوزیت [۱۹] در مقاله‌ی خود از مدل مین ماکس برنامه‌ریزی آرمانی با اهداف کسری به عنوان پایه‌ای برای توسعه‌ی روش مین ماکس برای مقیاس کردن یک ماتریس دوجانبه‌ی مثبت و روش ارزیابی مطلوبیت به منظور تحلیل یک متغیر ترجیحی کلی برای معیارهای درگیر در فرآیند انتخاب معیارهای استفاده کرده است.

این تحقیق تلاش می‌کند تا ضمن توسعه مدل‌های مطرح شده در بالا، به درک و ارایه‌ی بهتر رویکردهای مختلف تصمیم‌گیری‌های چند معیاره کمک نماید. در این تحقیق تکنیک معیار جامع با نرم بی‌نهایت در نظر گرفته شده و توسط روش برنامه‌ریزی آرمانی توسعه یافته و در نهایت این تحقیق به ارایه‌ی مدلی منجر خواهد شد که به منظور تشریح تفاوت‌های بین مدل پیشنهادی و مدل‌های معیار جامع و برنامه‌ریزی آرمانی، نتایج حاصل از به کارگیری آن‌ها در یک مثال از برنامه‌ریزی چندهدفه‌ی خطی مقایسه خواهند شد.

۲ معرفی مدل برنامه‌ریزی چندهدفه

مدل مسایل چند هدفه خطی (MOLP) زیر را در نظر می‌گیریم:

$$
\begin{aligned}
&Optimize \quad f_{1}(x) \\
&Optimize \quad f_{2}(x) \\
&\quad\vdots \\
&Optimize \quad f_{k}(x) \\
&s.t. \\
&\qquad \underline{x} \in X\ , \\
&\qquad X = \left\{ \underline{x} \in R^{n} : g_{i}(\underline{x}) \begin{bmatrix} \le \\ \ge \\ = \end{bmatrix} 0\ ,\ i = 1,2,\dots,m \right\}
\end{aligned}
\tag{۱}
$$

در مدل فوق X فضای جواب بوده و $g_i(x)$ برای $i=1،...،m$ محدودیت‌های مدل می‌باشند که خطی‌اند و $f_l(x)$ برای $l=1،...،k$ توابع هدف می‌باشند که آن‌ها نیز خطی بوده و $x \in R^n$ متغیرهای تصمیم مدل در نظر گرفته می‌شوند.

به منظور حل مدل، روش‌های مختلفی در تصمیم‌گیری‌های چندهدفه داریم که یکی از این روش‌ها روش معیار جامع به صورت زیر است:

$$\begin{aligned} &Min \quad \left\{ \sum_{l=1}^{k} \left[\frac{f_l(x^*) - f_l(\underline{x})}{f_l(x^*)} \right]^P \right\}^{\frac{1}{P}} \qquad 1 \le P \le \infty \\ &s.t. \\ &\qquad \underline{x} \in X \end{aligned} \tag{2}$$

اگر $P = \infty$ (نرم بی‌نهایت) در نظر گرفته شود مدل فوق به شکل زیر تغییر می‌یابد:

$$\begin{aligned} &Min \quad \left\{ \underset{1 \le l \le k}{Max} \frac{f_l(x^*) - f_l(\underline{x})}{f_l(x^*)} \right\} \\ &s.t. \\ &\qquad \underline{x} \in X \end{aligned} \tag{3}$$

$P = \infty$ به آن مفهوم خواهد بود که بزرگ‌ترین انحراف از انحرافات موجود برای بهینه‌سازی مدنظر واقع شود. مدل فوق را می توان به صورت زیر نیز بیان کرد:

$$\begin{aligned} &Min \quad z \\ &s.t. \\ &\qquad z \ge \frac{f_l(x^*) - f_l(\underline{x})}{f_l(x^*)} \ , \ \ l = 1,2,\dots,k \, , \\ &\qquad \underline{x} \in X \, , \\ &\qquad z \ge 0. \end{aligned} \tag{4}$$

لم ۱: جواب بهینه‌ی مدل فوق در صورت منحصر به فرد بودن جوابی کارا برای مساله اصلی است [۲۰].

حال $\hat{w}_l$ را وزن اهداف $f_l(x)$ و b_l را آرمان‌های تصمیم گیرنده از اهداف در نظر گرفته و در مدل فوق به جای $f_l(x^*)$ از b_l استفاده می‌شود. تحت این فرضیات و استفاده از نرم بی‌نهایت، بهترین حل سازشی، حلی است که توسط مساله Minimax زیر به دست می‌آید:

$$\begin{aligned} &Min \quad z \\ &s.t. \\ &\qquad z \ge w_l \, | b_l - f_l(\underline{x}) | , \quad l = 1,2,\dots,k \, , \\ &\qquad \underline{x} \in X \, , \\ &\qquad z \ge 0. \end{aligned} \tag{5}$$

که در آن $w_l = \dfrac{\hat{w}_l}{\overline{w}_l}$ و $\hat{w}_l$ وزن اهداف برای $f_l(\underline{x})$ و $\overline{w}_l$ فاکتور نرمال‌سازی می‌باشد.
شکل دیگر فرمول (۵) عبارت است از:

$$
\begin{aligned}
&Min \quad z\\
&s.t.\\
&\qquad z \ge w_l(b_l - f_l(\underline{x})),\\
&\qquad z \ge -w_l(b_l - f_l(\underline{x})),\\
&\qquad \underline{x} \in X,\\
&\qquad z \ge 0.
\end{aligned}
\tag{۶}
$$

از آن‌جایی که مدل شماره (۶) غیرخطی است، به منظور خطی کردن آن و هم‌چنین تبدیل فرمول (۶) به فرمولی متفاوت از فرمول‌های فوق بر اساس تعریف متغیرهای انحراف به شکل زیر، فرمول Minimax ذکر شده را بر اساس متغیرهای انحراف خواهیم داشت [۲۱].

$$
\begin{aligned}
p_l^+ &= \frac{1}{2}\{\, |b_l - f_l(\underline{x})| - (b_l - f_l(\underline{x}))\,\}\\
n_l^- &= \frac{1}{2}\{\, |b_l - f_l(\underline{x})| + (b_l - f_l(\underline{x}))\,\}
\end{aligned}
\tag{۷}
$$

حال روابط زیر را بین p_l^+ و n_l^- داریم:

$$
\begin{aligned}
&n_l^- - p_l^+ = b_l - f_l(\underline{x})\\
&n_l^- + p_l^+ = |b_l - f_l(\underline{x})|\\
&n_l^- . p_l^+ = 0\\
&n_l^-, p_l^+ \ge 0
\end{aligned}
\tag{۸}
$$

با ترکیب روابط فوق با فرمول (۵)، فرمول Minimax را براساس متغیرهای انحراف به صورت زیر خواهیم داشت:

$$
\begin{aligned}
&Min \quad z\\
&s.t.\\
&\qquad z \ge w_l(n_l^- + p_l^+), && l = 1,2,\dots,k,\\
&\qquad f_l(\underline{x}) + n_l^- - p_l^+ = b_l, && l = 1,2,\dots,k,\\
&\qquad \underline{x} \in X,\\
&\qquad n_l^- . p_l^+ = 0, && l = 1,2,\dots,k,\\
&\qquad n_l^-, p_l^+, z \ge 0, && l = 1,2,\dots,k.
\end{aligned}
\tag{۹}
$$

۳ مثال عددی

در بخش قبل، مدل حاصل از توسعه تکنیک معیارجامع با استفاده از روش برنامه‌ریزی آرمانی معرفی شد. حال به منظور تشریح تفاوت‌های بین مدل پیشنهادی و مدل‌های معیار جامع و برنامه‌ریزی آرمانی، نتایج حاصل از به کارگیری آن‌ها در یک مثال از برنامه‌ریزی چند هدفه‌ی خطی مقایسه خواهند شد.

مساله‌ی بهینه‌سازی زیر که برگرفته از مقاله‌ی اگریسزاک [۹] است را در نظر می‌گیریم:

$$\begin{aligned} &Min \quad (x_۱, x_۲) \\ &s.t. \\ &\qquad ۳x_۱ + ۴x_۲ \geq ۳۰, \\ &\qquad x_۱ \geq ۲, \quad x_۲ \geq ۳ . \end{aligned} \tag{۱۰}$$

حال حل‌های حاصل از مساله‌ی فوق را با برنامه‌ریزی آرمانی وزنی و فازی، معیار جامع و هم‌چنین مدل پیشنهادی ارایه خواهیم داد. ضمناً فرض بر این است که در همه‌ی مدل‌ها اوزان یکسانی به کار رفته است: برای انحرافات مثبت وزن ۱ و برای انحرافات منفی وزن ۰/۹ در نظر گرفته شده است.

۳-۱ مدل برنامه‌ریزی آرمانی وزنی

در برنامه‌ریزی آرمانی وزنی مدل زیر را خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} &Min \quad p_۱ + ۰/۹n_۱ + p_۲ + ۰/۹n_۲ \\ &s.t. \\ &\qquad ۳x_۱ + ۴x_۲ \geq ۳۰, \\ &\qquad x_۱ \geq ۲, \\ &\qquad x_۲ \geq ۳, \\ &\qquad x_۱ + n_۱ - p_۱ = l_۱, \\ &\qquad x_۲ + n_۲ - p_۲ = l_۲, \\ &\qquad n_۱, n_۲, p_۱, p_۲ \geq ۰. \end{aligned} \tag{۱۱}$$

۳-۲ حل مساله با استفاده از روش معیار جامع

با استفاده از روش معیار جامع جواب‌های زیر را خواهیم داشت:

$$z^* = ۰, x_۱ = ۶, \ x_۲ = ۳, \ f_۱^*(x) = ۶, \ f_۲^*(x) = ۳$$

۳-۳ مدل ترکیبی معیار جامع- برنامه‌ریزی آرمانی

حال مدل ترکیبی معیار جامع- برنامه ریزی آرمانی طبق توسعه‌ی ارایه شده در بخش قبل به صورت زیرخواهد بود:

$$
\begin{aligned}
&Min \quad Z \\
&s.t. \\
&\qquad z \geq p_{۱} + ۰/۹ n_{۱}, \\
&\qquad z \geq p_{۲} + ۰/۹ n_{۲}, \\
&\qquad x_{۱} + n_{۱} - p_{۱} = l_{۱}, \\
&\qquad x_{۲} + n_{۲} - p_{۲} = l_{۲}, \\
&\qquad ۳x_{۱} + ۴x_{۲} \geq ۳۰, \\
&\qquad x_{۱} \geq ۲, \\
&\qquad x_{۲} \geq ۳, \\
&\qquad n_{۱}, n_{۲}, p_{۱}, p_{۲} \geq ۰.
\end{aligned}
\tag{۱۲}
$$

همه‌ی مدل‌ها را برای هشت سطح انتظار $(l_{۱}\ , l_{۲})$ مطابق جدولی که در ادامه خواهد آمد با استفاده از نرم افزار لینگو حل خواهیم کرد.

جدول ۱. جواب‌های حاصل از روش برنامه‌ریزی آرمانی وزنی و فازی، روش معیار جامع و روش ترکیبی معیار جامع-برنامه‌ریزی آرمانی

روش ترکیبی معیار جامع- برنامه‌ریزی آرمانی	روش معیار جامع	روش برنامه‌ریزی آرمانی وزنی	روش برنامه‌ریزی آرمانی فازی	$(l_{۱}\ , l_{۲})$
(۴/۲۸۵۷۱۴ , ۴/۲۸۵۷۱۴)	(۶,۳)	(۲,۶)	(۴/۲۸۵۷ , ۴/۲۸۵۷)	(۰,۰)
(۳/۷۱۴۲۸۶ , ۴/۷۱۴۲۸۶)	(۶,۳)	(۲,۶)	(۳/۷۱۴۳ , ۴/۷۱۴۳)	(۲,۳)
(۲,۸)	(۶,۳)	(۲,۸)	(۲,۶۸۸۸۹)	(۱,۸)
(۲/۵۷۱۴۲۹ , ۵/۵۷۱۴۲۹)	(۶,۳)	(۲,۶)	(۲/۵۷۱۴ , ۵/۵۷۱۴)	(۲,۵)
(۳/۷۱۴۲۸۶ , ۴/۷۱۴۲۸۶)	(۶,۳)	(۳,۵.۲۵)	(۳/۷۱۴۳ , ۴/۷۱۴۳)	(۳,۴)
(۵,۵)	(۶,۳)	(۵,۵)	(۵,۵)	(۵,۵)
(۵/۴۲۸۵۷۱ , ۳/۴۲۸۵۷۱)	(۶,۳)	(۵,۳.۷۵)	(۵/۴۲۸۶ , ۳/۴۲۸۶)	(۵,۳)
(۸,۳)	(۶,۳)	(۸,۳)	(۶۸۸۸۹, ۳)	(۸,۲)

مشاهده می‌شود که جواب‌های تولید شده از روش ترکیبی معیار جامع – برنامه‌ریزی آرمانی و روش برنامه‌ریزی آرمانی فازی یکسان است.

٤ نتیجه‌گیری

در بهینه‌سازی چند هدفه، برترین حل به ترجیحات تصمیم‌گیرنده بستگی دارد. تخصیص مقادیر آرمان به اهداف متضاد به علاوه‌ی اوزان نسبی و سطوح اولویت برای دستیابی به چنین آرمان‌هایی یکی از متداول‌ترین راه‌های بیان ترجیحات می‌باشد و این دلیلی است بر این‌که چرا برنامه‌ریزی آرمانی در میان مطلوب‌ترین تکنیک‌های بهینه سازی چند هدفه جای دارد.

هم‌چنین برای حل یک مساله‌ی برنامه‌ریزی خطی چند هدفه روش‌های دیگری از جمله روش معیار جامع ابداع گردیده است که ترجیحات تصمیم گیرنده را در نظر نمی‌گیرد. در این تحقیق این روش با نرم بی‌نهایت در نظر گرفته شد و هم‌چنین رویکرد معیار جامع توسعه داده شده در این تحقیق، یک روش دیگر برای بهینه‌سازی چند هدفه ارایه داده است. به عبارت دیگر مانند دیگر روش‌های مینی ماکس سنتی، این رویکرد قادر به تولید هر حل کارا توسط مشخص کردن نقاط آرمان مناسب و تنظیم اوزان می‌باشد.

منابع

[۱] مومنی، م، (۱۳۸۵). مباحث نوین تحقیق در عملیات، تهران، انتشارات دانشکده ی مدیریت دانشگاه تهران.

[2] Stadler, W., (1988). Multi-criteria optimization in engineering and in the science. New York: Plenum Press.

[3] White, D. J., (1990). A bibliography on the applications of mathematical programming multiple-objective methods. Journal of the Operational Research Society, 41(8), 669-691.

[4] Dodangeh, J., Yusuff, R. M., Jassbi, J., (2010). Using Topsis method with Goal programming for best selection of strategic plans in BSC model. Journal of American Science, 6 (3). 136-142.

[5] Ogryczak, W., (2001). On Goal Programming Formulations of the Reference Point Method. the Journal of the Operational Research Society,52(6), 691-698.

[6] Romero, C., 3 (1985). Multi-Objective and Goal-Programming Approaches as a Distance Function Model. The Journal of the Operational Research Society, 36, 249- 251.

[7] Romero, C., (2001). Extended lexicographic goal programming: a unifying approach. Omega, 29, 63-71.

[8] Abdelaziz, F. B., (2007). Multiple objective programming and goal programming: New trends and applications. European Journal of Operational Research, 177, 1520–1522.

[9] Ogryczak, W., (1994). A Goal Programming model of the reference point method. Annals of Operations Research, 51, 33-44.

[10] Caballero, R., Rey, L., Ruiz, F., (1998). Lexicographic improvement of the target values in convex goal programming. European Journal of Operational Research, 107, 644-655.

[11] Yang, J. B., (1999). Gradient projection and local region search for multi objective optimization. European Journal of Operational Research, 112, 432-459.

[12] Dyer, J. S., (1972). Interactive goal programming. Management Science, 19(1), 62-70.

[13] Fichefet, J., (1976). GPSTEM: An interactive multi objective optimization method. In: Prekopa (Ed.), Progress in Operations Research, vol. I. North-Holland, Amsterdam, 317-332.

[14] Ignizio, J. P., (1985). Multi objective mathematical programming via the MULTIPLEX model and algorithm. European Journal of Operational Research, 22, 338-46.

[15] Gass, S. I., (1986). A process for determining priorities weights for large-scale linear goal programming. Journal of the Operational Research Society, 37, 779-85.

[16] Romero, C., (1991). Handbook of critical issues in goal programming. Oxford: Pergamon Press.

[17] Romero, C., Tamiz, M., Jones, D. F., (1998). Goal programming, compromise programming and reference point method formulations: linkages and utility interpretations. Journal of the Operational Research Society, 49, 986-91.

[18] Bryson, N., Mobolurin, A., Ngwenyama, O., (1995). Modelling pairwise comparison on ratio scales. European Journal of Operational Research, 83, 639-54.

[19] Despotis, D. K., (1996). Fractional Minmax Goal Programming: A Unified Approach to Priority Estimation and Preference Analysis in MCDM. The Journal of the Operational Research Society, 47(8), 989- 999.

[20] Steuer, R. E., Choo, E. U., (1983). An interactive weighted Tchebycheff procedure for multiple objective programming. Mathematical Programming, 26, 326-344.

[21] Charnes, A., Cooper, W. W., (1977). Goal programming and multiple objective optimizations. European Journal of Operational Research, 1, 39-54.