مجله تحقیق در عملیات در کاربردهای آن، سال چهاردهم، شماره سوم (پیاپی ۵۴)، پاییز ۹۶، ص ص ۸۸-۶۹
شاپا ۷۲۸۶-۲۲۵۱

ارایه یک الگوریتم ابتکاری جدید برای حل مساله مکان‌یابی پوشش کلی

ستار رجب‌پور صنعتی[۱]، علی نعیمی صدیق*[۲]
۱- کارشناس ارشد، دانشگاه علم و صنعت ایران، دانشکده مهندسی صنایع، تهران، ایران
۲- استادیار، پژوهشگاه علوم و فناوری اطلاعات ایران (ایرانداک)، پژوهشکده فناوری اطلاعات، تهران، ایران

رسید مقاله: ۲۳ فروردین ۱۳۹۶
پذیرش مقاله: ۱۴ شهریور ۱۳۹۶

چکیده
مساله پوشش مجموعه، از دسته مسایل سخت محسوب می‌شود که در کاربردهای مختلفی مانند سیستم اورژانس، مکان‌یابی تسهیلات خرده‌فروشی، بیمارستان‌ها، واحدهای دفاعی کشوری، پایگاه‌های نظامی، دستگاه‌های رادار و ... مورد استفاده قرار می‌گیرد. هدف از پوشش مجموعه، یافتن یک زیرمجموعه به گونه‌ایست که اجتماع اعضای این زیر مجموعه، کل مجموعه را پوشش دهد. در این مقاله یک الگوریتم ابتکاری برای حل مساله پوشش مجموعه پیشنهاد شده است. در الگوریتم پیشنهادی، برای هر یک از رئوس گراف، یک مقدار منسوب به میزان بهبود محاسبه می‌شود که بر اساس آن تصمیم برحضور یا عدم حضور راس متناظر در مجموعه پوشش گرفته می‌شود. با توجه به تخصیص تسهیل و اثر متقابل بر پوشش یا عدم پوشش رئوس مجاور، در هر مرحله مقادیر بهبود به روز می‌شود و این روند به طور تکراری ادامه می‌یابد تا آنکه در خاتمه‌ی الگوریتم، مجموعه پوشش نزدیک به بهینه به دست آید. جهت ارزیابی الگوریتم پیشنهادی در مقایسه با سایر روش‌های متداول، یک الگوریتم شبیه‌سازی تبرید جهت حل ارایه شد و پارامترهای آن به روش تاگوچی تنظیم گردید. نتایج به دست آمده در مقایسه با نتایج به دست آمده از الگوریتم شبیه‌سازی تبریدی برای آزمایش‌های مختلف حاکی از موفقیت الگوریتم پیشنهادی به ویژه در مسایل با ابعاد بالا در مهار رشد زمان حل است.

کلمات کلیدی: مساله پوشش، الگوریتم ابتکاری، الگوریتم شبیه‌سازی تبرید، روش تاگوچی.

۱ مقدمه
مکان‌یابی یکی از شاخه‌های علم تحقیق در عملیات است که توجه به آن سبب کاهش هزینه‌ها و موفقیت واحدهای صنعتی می‌شود. مکان‌یابی مراکز (مکان‌یابی ساختمان‌ها و مراکز) شامل انتخاب مکان برای یک یا چند مرکز، با در نظر گرفتن محل قرارگیری سایر مراکز و محدودیت‌های موجود می‌شود، به‌گونه‌ای که هدف ویژه‌ای بهینه شود. این هدف می‌تواند هزینه حمل‌ونقل، پوشش منطقه وسیع‌تری از بازار، ارایه خدمات عادلانه به مشتریان و غیره باشد. مکان‌یابی تسهیلات یک موضوع مهم برای شرکت‌های دولتی و خصوصی است. به همین

* عهده‌دار مکاتبات
آدرس الکترونیکی: naimi@irandoc.ac.ir

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-04]
[DOR: 20.1001.1.22517286.2017.14.3.3.2]

علت لازم است که در زمینه‌های مختلف هزینه و فاصله نقاط تقاضا بررسی شود. تعداد زیادی مدل برای پاسخگویی به این نیاز ساخته شدند و افراد بسیاری هم در این زمینه کار کردند [۱].

یکی از پرطرفدارترین مدل‌ها در مکان‌یابی تسهیلات مدل پوشش است که به دلیل کاربردی بودن این مدل‌ها در جهان واقعی بسیار جذاب است. تسهیلات اورژانسی و خدماتی از این قبیل کاربردها می‌باشند. در بسیاری از مسایل پوشش، مشتریان بر اساس فاصله آن‌ها از تسهیلات خدمات دریافت می‌کنند. هر مشتری به شرطی قادر به دریافت خدمات از تسهیلات است که فاصله بین آن‌ها از یک عدد از پیش تعیین‌شده کم‌تر باشد که به این عدد از پیش تعیین‌شده فاصله پوشش گفته می‌شود [۲].

مساله پوشش مجموعه برای حل مسایل مختلفی در کاربردهایی چون شبکه‌های کامپیوتری، سامانه‌های حمل‌ونقل، زمان‌بندی، بیو انفورماتیک، مسیریابی و ... استفاده شده است [۳و ۴]. با توجه به دانش نویسندگان، مساله پوشش برای اولین بار توسط حکیمی معرفی گردید که مدل ارایه‌شده در آن، حداقل تعداد پلیس مورد نیاز برای پوشیدن گره‌های شبکه بزرگراه‌ها را مورد بررسی قرار می‌داد. او این مساله را به‌صورت مساله پوشش راسی در یک گراف مدل نمود [۲]. با توجه به ذات مساله پوشش که از دسته مسایل سخت محسوب می‌شود عملا در ابعاد واقعی این مساله به‌صورت دقیق قابل حل نیست ازاین‌رو در این مقاله یک الگوریتم ابتکاری جدید پیشنهاد شده است که می‌تواند مساله واقعی را در زمان چندجمله‌ای حل نماید. همچنین برای بررسی کارایی الگوریتم پیشنهادی، الگوریتم شبیه‌سازی تبریدی نیز برای حل مساله در ابعاد بزرگ به کار گرفته شده است و برای بهتر تنظیم شدن پارامترهای الگوریتم شبیه‌سازی تبرید از روش تاگوچی استفاده شده است.

بنابراین در ادامه در بخش دوم پیشینه پژوهش مورد بررسی قرار می‌گیرد، سپس در بخش سوم مدل ریاضی مساله بیان می‌گردد. در بخش چهارم و پنجم به ترتیب الگوریتم شبیه‌سازی تبرید و الگوریتم ابتکاری جدید به‌صورت مبسوط شرح داده خواهند شد. برای مقایسه کارایی الگوریتم پیشنهادی در قسمت ششم نتایج محاسباتی گنجانده شده است و در نهایت نتیجه‌گیری و پیشنهاد برای مطالعات آتی در قسمت هفتم مورد بحث قرار می‌گیرد.

۲ مرور ادبیات

اولین مدل ریاضی در مساله پوشش توسط تورگاس و همکاران توسعه یافت که در مدل آن‌ها مکان تسهیلات خدماتی اورژانسی بررسی گردیده است و هدف مساله حداقل‌سازی تعداد تسهیلات مستقر شده است[۵]. نعیمی صدیق و همکاران [۶] در تحقیقی مساله پوشش یال مکمل را که یکی از مسایل پوشش لبه‌ای است، مورد مطالعه قرار دادند. ایشان در مقاله خود یک مدل برنامه‌ریزی ریاضی خطی عدد صحیح ترکیبی جدید برای مساله ارایه کردند. همچنین تعدادی قوانین کاهش اندازه پیشنهاد کردند که باعث افزایش سرعت در رسیدن به جواب بهینه می‌گردد. طالبیان‌شریف و همکاران [۷] در تحقیقی به ارایه مدلی برای توزیع کالاهای امدادی پرداختند. هدف مساله ایشان برآورده‌سازی تقاضا در حداقل زمان ممکن بود. در نهایت مدل مطرح‌شده در آن تحقیق، با

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-04]

[DOR: 20.1001.1.22517286.2017.14.3.3.2]

روش‌های دقیق و روش ابتکاری حل شد. نتایج تحقیق نشان داد که روش ابتکاری در مقایسه با روش‌های دقیق قادر به ارایه جواب‌های با کیفیت بسیار خوب در زمانی اندک است.

برزین‌پور و همکاران [۸] در تحقیقی یک مدل برنامه‌ریزی چندهدفه امکانی برای مکان‌یابی دوره‌ای انبارهای موقت و تخصیص آن‌ها به مناطق آسیب‌دیده برای توزیع کالاهای امدادی ارایه کردند. دو هدف اصلی مدل ایشان، حداقل کردن هزینه‌های راه‌اندازی و هزینه‌های جابه‌جایی بین مراکز تامین، انبارهای موقت و مناطق آسیب‌دیده و همچنین حداکثر کردن مجموع حداقل نسبت‌های تقاضای پوشش یافته برای رعایت انصاف در توزیع کالا است. در این تحقیق دو الگوریتم فرا ابتکاری ژنتیک و شبیه‌سازی تبرید برای حل مدل ارایه شد که در نهایت، نتایج محاسباتی اهمیت و کارایی مدل طراحی‌شده را برای مسایل واقعی نشان داد. بنکوزی و همکاران [۹] در تحقیق خود برای مساله پوشش مشروط یک الگوریتم کارآمد ارایه کردند. همچنین آن‌ها برای تحقیقات آتی طراحی الگوریتم با زمان چندجمله‌ای برای گراف‌های پیچیده‌تر سازه‌ها، مانند نمودار فاصله و نمودار سریال و موازی پیشنهاد کردند.

محمدی و همکاران [۱۰] در تحقیق خود یک الگوریتم رقابت امپریالیستی چندهدفه جدیدی را برای حل مدل چندحالته تصادفی پیشنهاد کرده‌اند. مدل مساله، پوشش شبکه هاب بود که با توجه به محل خطر، به حداقل رساندن هزینه‌های سرمایه‌گذاری فعلی و به حداقل رساندن زمان حمل‌ونقل بین هر جفت از گره‌ها در شبکه توپی را در نظر گرفته است. ماری و وی [۱۱] در تحقیق خود برای مساله مکان‌یابی پوشش، یک راه‌حل برای اطمینان از پوشش کامل منطقه با حداقل تعداد تسهیلات پیشنهاد کرده‌اند که خطای بالقوه را از بین می‌برد. همچنین برای نمایش کارایی راه‌حل پیشنهادی، روش مذکور در این پژوهش برای مسایل کاربردی آژیر هشدار اضطراری و مکان‌یابی ایستگاه آتش‌نشانی توسعه‌یافته است. حسینی‌نژاد و همکاران [۱۲] در مقاله‌ای مدل مکان‌یابی پوشش پیوسته را با در نظرگیری ریسک پیشنهاد می‌کنند. در این مدل شعاع پوشش و درجه رضایت مشتری از پوشش با استفاده از مفهوم فازی تعریف‌شده است. همچنین ایشان در تحقیق خود به معرفی یک روش تجزیه‌وتحلیل ریسک بر اساس سطح پاسخ می‌پردازند.

شئو شیه [۱۳] در تحقیق خود یک روش جدید برای حل مساله پوشش ارایه می‌کند. الگوریتم پیشنهادشده برای حل مساله پوشش با بهره‌گیری از روش عقب‌گرد برای تولید هر پوشش جزئی، عمل می‌کند بدون آن‌که در آن هیچ تکراری یا غیر پوشش جزئی وجود داشته باشد. گلوور [۱۴] در تحقیق خود مدل‌های متعددی از مساله کوله‌پشتی از جمله مساله پوششی که در آن موجودیت‌ها باید اختصاص داده شوند و همچنین کوله‌پشتی چندبعدی را که در آن استراتژی جایگزینی محدودیت‌ها به کار می‌رود، ارایه می‌کند. پسو و همکاران [۱۵] در تحقیق خود برای مساله پوشش با هدف توسعه و پیشبرد وضعیت فعلی فناوری هوشمند هیبریدی و ترکیب فرا ابتکاری با آزادسازی لاگرانژی، پیشنهاد به‌کارگیری ترکیب روش جستجوی تطبیقی تصادفی حریصانه

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-04]

[DOR: 20.1001.1.22517286.2017.14.3.3.2]

(GRASP[1]) و ابتکاری لاگرانژی مبتنی بر بهینه‌سازی زیر گرادیان[2] را برای فرار از بهینه محلی و پیدا کردن جواب‌های بهتر ارایه کردند.

ناجی‌عظیمی و سالاری [۱۶] در تحقیق خود بر روی زمان مساله پوشش فروشنده و موقعیت‌یابی مساله تاکید دارند. ایشان در تحقیق خود یک مدل برنامه‌ریزی خطی عدد صحیح به‌عنوان روش بهبود طراحی کرده و تلاش بر بهبود کیفیت راه‌حل داشتند. زنجیرانی فراهانی و همکاران [۱۷] در تحقیق خود مدل مساله پوشش سنتی را توسعه دادند که برای حالات اختلال مانند وقوع سیل و زلزله می‌توانند تسهیلات را در رساندن خدمات دچار اختلال کنند. سپس از الگوریتم کلونی زنبور جهت حل مساله طرح‌شده استفاده کردند و از طریق مقایسه نتایج با الگوریتم‌های دقیق برای نمونه مسایل کوچک به اعتبارسنجی الگوریتم پرداختند. اورسنیگو [۱۸] در تحقیق خود یک روش جدید برای انتخاب نقطه عطفی[3] ناظر به داخل همسایگی برای مساله پوشش وزن‌دار (WSCP) ارایه کرد. در نتیجه پژوهش وی نشان داده شد مساله پوشش مجموعه با استفاده از روش ابتکاری مبتنی بر آزادسازی لاگرانژی با بهینه‌سازی زیر گرادیان به جواب می‌رسد. برزین‌پور و همکاران [۱۹] در پژوهشی یک مدل ریاضی چندهدفه ارایه کردند که حداقل کردن مجموع زمان‌های رسیدن به مناطق آسیب‌دیده و همچنین حداکثر کردن رضایت مناطق آسیب‌دیده‌ی با اولویت بالاتر و حداقل کردن هزینه‌ها شامل هزینه‌های راه‌اندازی، جابه‌جایی و هزینه کمبود از اهداف آن است. در این پژوهش برای حل این مدل چندهدفه از روش معیار جامع برای تک‌هدفه کردن مدل استفاده شده است.

فلوریس و ماوروتاس [۲۰] در مقاله‌ای یک مدل ریاضی چندهدفه ارایه کردند که قادر به تولید تمام جواب‌های پارتو برای مسایل بهینه‌سازی ترکیبی چندهدفه- ازجمله دو مساله معروف فروشنده دوره‌گرد چندهدفه و مساله پوشش چندهدفه- بود. دهری و همکاران [۲۱] در مطالعه خود یک الگوریتم فرا ابتکاری ترکیبی بر مبنای متغیر جستجوی همسایگی و برنامه‌ریزی عدد صحیح برای حل مساله مسیریابی وسایل نقلیه با پنجره زمانی ارایه کردند. در الگوریتم ارایه‌شده توسط ایشان، ترکیبی از یک روش فرا ابتکاری (VNS[4]) و دقیق به‌صورت مشترک و درهم‌تنیده استفاده شده است.

مساله پوشش راسی کمینه دارای پیچیدگی نمایی است و جزو مسایل NP-hard است [۲۲و۲۳]؛ بنابراین یافتن راه‌حلی که بتواند در زمان چندجمله‌ای به جواب بهینه برسد، تقریبا ناممکن است [۲۴و۲۵]. اصولا ازآنجایی‌که هرگونه فرموله کردن (مدل‌سازی ریاضی) مسایل دنیای واقعی جهت انطباق و کنترل هرچه بیش‌تر رفتار پدیده‌های در حال اتفاق است؛ لذا لازم است که مسایل طوری فرموله شوند تا جنبه‌های مختلف مساله در مدل نمایان شود؛ بنابراین مدل‌سازی مسایل دنیای واقعی و روبه‌رو شدن با ابعاد بزرگ آن و یا مسایلی با چندین تابع هدف است که این موضوع در قالب شبیه‌سازی رفتاری پدیده‌ها می‌تواند سبب افزایش زمان حل مساله گردد. میزان زمان لازم جهت حل مسایل بزرگ، یکی از معیارهای ارزیابی تکنیک حل مساله است.

[1] Greedy Randomized Adaptive Search Procedures
[2] Subgradient
[3] landmark
[4] Variable Neighborhood Search

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-04]

[DOR: 20.1001.1.22517286.2017.14.3.3.2]

همان‌طور که در مقالات متعدد بررسی گردید بیش‌تر مقالات به مدل‌سازی مساله در حالت‌های مختلف پرداخته شده است و با توجه به ماهیت مساله پوشش در نهایت با الگوریتم‌های فرا ابتکاری حل گردیده‌اند. در این مقاله سعی شده است تا با ارایه یک الگوریتم ابتکاری جدید، همزمان با مهار سرعت رشد زمان حل در مسایل بزرگ، در مدت زمان منطقی و مناسب با کیفیت جواب قابل قبولی به مساله پاسخ داده شود، به‌طوری‌که مساله در ابعاد کوچک با روش دقیق و در مسایل بزرگ با الگوریتم شبیه‌سازی تبرید مورد مقایسه قرار گرفته‌است.

۳ مساله پوشش

مساله پوشش مجموعه سعی در حداقل‌سازی هزینه سطح مشخصی از پوشش‌دهی مکان دارد. این مدل را مدل پوشش مجموعه وزنی(WSCP) گویند. اگر هزینه استقرار همه تسهیلات برابر باشد تابع هدف مدل به‌صورت حداقل‌سازی تعداد تسهیلات مستقر شده درمی‌آید که به آن مدل مساله حداقل پوشش اساسی مجموعه (MCSCP) می‌گویند [۱].

۳-۱ مفروضات، پارامترها و متغیرهای تصمیم

در این مقاله، WSCP گسسته مدنظر است. بدین معنی که نقاط تقاضا به‌صورت نقطه‌ای و غیر پیوسته در نظر گرفته می‌شود. در مدل گسسته WSCP، مساله در قالب شبکه‌ای از مشتریان به‌عنوان گره که هم‌زمان امکان استقرار تسهیل بر روی هر یک وجود دارد، تعریف و همه تسهیلات یکسان در نظر گرفته می‌شود. محدودیت در ارایه خدمات از سوی تسهیلات به مشتریان وجود ندارد و هر مشتری می‌تواند هم‌زمان تحت پوشش چندین تسهیل قرار گیرد.

i : اندیس نقاط تقاضا

j : اندیس نقاط کاندیدای استقرار

m : تعداد نقاط تقاضا

n : تعداد نقاط کاندیدای استقرار

f_j : هزینه استقرار یک وسیله در مکان کاندیدای استقرار j

$$a_{ij} = \begin{cases} ۱ & \text{اگر نقطه کاندیدای استقرار } j \text{ بتواند } i \text{ را پوشش دهد.} \\ ۰ & \text{در غیر اینصورت} \end{cases}$$

$$x_j = \begin{cases} ۱ & \text{اگر وسیله‌ای در مکان } j \text{ مستقر شود.} \\ ۰ & \text{در غیر اینصورت} \end{cases}$$

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-04]

[DOR: 20.1001.1.22517286.2017.14.3.3.2]

۳-۲ مدل مساله

طبق آنچه پیش‌تر گفته شد در این مساله می‌خواهیم تمام نقاط تقاضا را با حداقل هزینه ممکن پوشش دهیم؛ لذا مدل ریاضی مساله [۲] به‌صورت زیر خواهد بود:

$$Min \sum_{j=1}^{n} f_j x_j \qquad (1)$$

s.t.

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \geq 1, \quad \forall i, \qquad (2)$$

$$x_j \in \{0,1\}, \qquad \forall j. \qquad (3)$$

تابع هدف (۱) مجموع هزینه‌های استقرار تسهیلات را کمینه می‌نماید و محدودیت (۲) تضمین می‌کند که تمام نقاط تقاضا پوشش داده خواهند شد. باید توجه داشت که سمت چپ محدودیت (۲) بیانگر تعداد تسهیلات مستقرشده‌ای است که می‌توانند تقاضای i را پوشش دهند. به‌عبارت‌دیگر محدودیت (۲) بیان می‌کند که برای هر نقطه تقاضای i باید حداقل در یکی از مکان‌هایی که می‌توانند آن نقطه تقاضا را پوشش دهند، یک وسیله مستقر کنیم.

با توجه به مدل، هدف محاسبه مقادیر x_jها به‌گونه‌ای است که تمامی محدودیت‌های (۲) ارضاء شده و مقدار تابع هدف کمینه گردد. در این مقاله محاسبات برای ۲۰ نمونه مساله از این نوع در ابعاد مختلف با استفاده از دو روش حل با استفاده از الگوریتم شبیه‌سازی تبریدی (SA) و الگوریتم پیشنهادی ارایه‌شده صورت گرفته و نتایج آن ارایه گردیده است. به این منظور ابتدا به‌طور خلاصه نحوه عملکرد الگوریتم‌ها تشریح و سپس محاسبات ارایه می‌شود.

٤ الگوریتم شبیه‌سازی تبرید

شبیه‌سازی تبرید (SA) رویکردی است بر مبنای مدل مونت‌کارلو که برای مطالعه رابطه بین ساختار اتمی، آنتروپی و دما در طول تبرید یک ماده استفاده می‌شود. این الگوریتم فرایند سرد شدن مواد را با کاهش تدریجی دما تا رسیدن به یک نقطه تعادل دمایی شبیه‌سازی می‌کند. این روش با ایجاد و ارزیابی جواب‌های متوالی به‌صورت گام‌به‌گام به سمت جواب بهینه حرکت می‌کند. برای حرکت، یک همسایگی جدید به‌صورت تصادفی ایجاد و ارزیابی می‌شود. در این روش به بررسی نقاط نزدیک به نقطه داده‌شده در فضای جستجو می‌پردازیم. درصورتی‌که نقطه جدید، نقطه بهتری باشد (تابع هزینه را کاهش دهد) به‌عنوان نقطه جدید در فضای جستجو انتخاب می‌شود و اگر بدتر باشد (تابع هزینه را افزایش دهد) بر اساس یک تابع احتمالی انتخاب می‌شود. به عبارت ساده‌تر، برای کمینه‌سازی تابع هزینه، جستجو همیشه در جهت کم‌تر شدن مقدار تابع هزینه صورت می‌گیرد؛ اما این امکان وجود دارد که گاه حرکت در جهت افزایش تابع هزینه باشد. معمولاً برای پذیرفتن نقطه بعدی از معیاری به نام معیار متروپلیس استفاده می‌شود:

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-04]

[DOR: 20.1001.1.22517286.2017.14.3.3.2]

$$p\{accept\} = \begin{cases} ۱ & \Delta f \leq ۰ \\ e^{\frac{-\Delta f}{c}} & \Delta f \geq ۰ \end{cases} \quad (۳)$$

احتمال پذیرش نقطه بعدی: P

یک پارامتر کنترلی : C

تغییر هزینه : Δf

روش بهینه‌سازی SA به‌این‌ترتیب است که با شروع از یک جواب اولیه تصادفی برای متغیرهای تصمیم‌گیری، جواب جدید در مجاورت جواب قبلی با استفاده از یک ساختار همسایگی مناسب به‌طور تصادفی تولید می‌شود؛ بنابراین یکی از مسایل مهم در SA روش تولید همسایگی است. برای پیاده‌سازی الگوریتم شبیه‌سازی حرارتی به چند عامل اساسی نقطه شروع، مولد حرکت، تولید همسایگی و معیار پذیرش و شرط توقف نیازمندیم [۲۶و ۲۷].

٤-١ نمایش ساختار جواب

ساختار جواب، مبین یک نقطه از فضای شدنی مساله است به‌طوری‌که نحوه نمایش آن در هر رویکرد فرا ابتکاری حائز اهمیت است. در WSCP، یک جواب شدنی باید نشان دهد که در هر مکان، تسهیل مستقر شده است یا خیر. بنابراین ساختار جواب را می‌توان به‌صورت یک بردار صفر و یک در نظر گرفت به‌طوری‌که وجود عنصر یک در خانه iام مبین استقرار تسهیل در مکان i است. ساختار فوق در شکل (۱) نشان داده شده است.

۱	۰	۰	۱	۰	.....	۱	۱	۰

شکل ۱. ساختار جواب

٤-٢ تنظیم پارامترها به روش تاگوچی

روش طراحی آزمایش‌های تاگوچی در سال ۱۹۶۰ توسط پروفسور تاگوچی معرفی گردید [۲۸]. این روش می‌تواند با کم‌ترین تعداد آزمایش‌ها، شرایط بهینه را تعیین کند و باعث کاهش چشمگیر زمان و هزینه انجام آزمایش‌ها مورد نیاز می‌گردد. در روش تاگوچی با توجه به تعداد پارامترهای انتخابی و سطوح مربوطه، از آرایه‌های متعامد (ارتوگونال) مختلفی به‌عنوان ماتریس آزمایش‌ها استفاده می‌شود. در این روش تغییرات با عاملی به نام نسبت سیگنال به نویز (S/N) معرفی می‌گردد و شرایط آزمایشی که دارای بیش‌ترین مقدار سیگنال به نویز باشد به‌عنوان شرایط بهینه انتخاب می‌شود[۲۸و۲۹]. برای تنظیم عامل‌های ضریب کاهش دما، تکرار در هر دما، دمای نهایی، ماکزیمم تکرار حلقه اصلی و دمای آغازین از روش تاگوچی استفاده شده است. بر این اساس برای هر عامل ۳ سطح به‌صورت جدول ۱ تعریف شد.

بر این اساس برای هر عامل ۳ سطح تعریف شد. در نتیجه ۲۷ سناریو برای ارزیابی این عوامل وجود دارد که به جداول تاگوچی معروف می‌باشند. ازآنجایی‌که هدف مساله مینیمم کردن هزینه تخصیص تسهیلات به نقاط

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-04]

[DOR: 20.1001.1.22517286.2017.14.3.3.2]

تقاضا است تابع زیان و مقادیر سیگنال به نویز (S/N) از رابطه (۵) و سپس از رابطه (۶) محاسبه می‌شوند. مقادیر مورد نظر برای تنظیم پارامترها بر روی نمونه مساله‌ای با ۱۰۰۰ گره محاسبه گردید.

$$SB = \frac{۱}{n}\sum y_i^{۲} \qquad (۵)$$

$$SN = -۱۰ * \log\left(L_i\right) \qquad (۶)$$

جدول ۱. پارامترهای مساله و تعداد سطوح آن‌ها

پارامتر	سطح ۱	سطح ۲	سطح ۳
ضریب کاهش دما (alfa)	۰/۹۹۹	۰/۹۵	۰/۹
تکرار در هر دما (TekTemp)	۱۰۰	۵۰	۲۰
دمای آغازین ($T_\circ$)	۰/۵	۱	۱۰
دمای نهایی (T_f)	۰/۰۰۱	۰/۱	۰/۲
ماکزیمم تکرار حلقه اصلی (max_iter)	۲۰۰۰۰	۱۰۰۰۰	۵۰۰۰

جدول ۲. نتایج نهایی مقادیر (S/N)

شماره تکرار\ شماره آزمایش	۱	۲	۳	SB	S/N
۱	۴۵۷	۴۷۶	۴۴۹	۲۱۲۳۴۲	-۵۳/۲۷۰۴
۲	۵۲۱	۵۸۳	۴۷۹	۲۸۰۲۵۷	-۵۴/۴۷۵۶
۳	۵۱۴	۵۳۱	۵۹۳	۲۹۹۲۶۸/۷	-۵۴/۷۶۰۶
۴	۴۶۳	۴۴۵	۴۵۸	۲۰۷۳۸۶	-۵۳/۱۶۷۸
۵	۴۴۴	۴۵۷	۴۷۶	۲۱۰۸۵۳/۷	-۵۳/۲۳۹۸
۶	۷۰۵	۵۵۰	۵۶۸	۳۷۴۰۴۹/۷	-۵۵/۷۲۹۳
7	۴۵۱	۴۸۰	۴۳۸	۲۰۸۵۴۸/۳	-۵۳/۱۹۲۱
۸	۴۷۱	۴۸۴	۴۸۷	۲۳۱۰۸۸/۷	-۵۳/۶۳۷۸
۹	۵۲۰	۴۶۳	۵۱۶	۲۵۰۳۴۱/۷	-۵۳/۹۸۵۳
۱۰	۷۰۰	۶۳۳	۵۷۸	۴۰۸۲۵۷/۷	-۵۶/۱۰۹۳
۱۱	۶۵۵	۵۱۷	۶۰۵	۳۵۴۱۱۳	-۵۵/۴۹۱۴
۱۲	۵۷۴	۵۵۹	۶۰۶	۳۳۶۳۹۷/۷	-۵۵/۲۶۸۵
۱۳	۴۵۲	۵۵۹	۵۱۲	۲۵۹۶۴۳	-۵۴/۱۴۳۸
۱۴	۴۸۸	۶۱۳	۵۹۳	۳۲۱۸۵۴	-۵۵/۰۷۶۶
۱۵	۵۳۲	۵۱۱	۵۸۸	۲۹۶۶۲۹/۷	-۵۴/۷۲۲۱
۱۶	۱۳۸۶	۱۱۴۷	۱۰۳۴	۱۴۳۵۲۵۴	-۶۱/۵۶۹۳
۱۷	۹۷۰	۱۱۶۱	۱۰۲۵	۱۱۱۳۱۴۹	-۶۰/۴۶۵۵
۱۸	۱۰۴۲	۱۵۱۰	۱۰۴۰	۱۴۸۲۴۸۸	-۶۱/۷۰۹۹
۱۹	۵۴۶	۵۴۲	۵۱۱	۲۸۴۳۳۳/۷	-۵۴/۵۳۸۳
۲۰	۵۸۸	۵۴۳	۵۱۱	۳۰۰۵۷۱/۳	-۵۴/۷۷۹۵

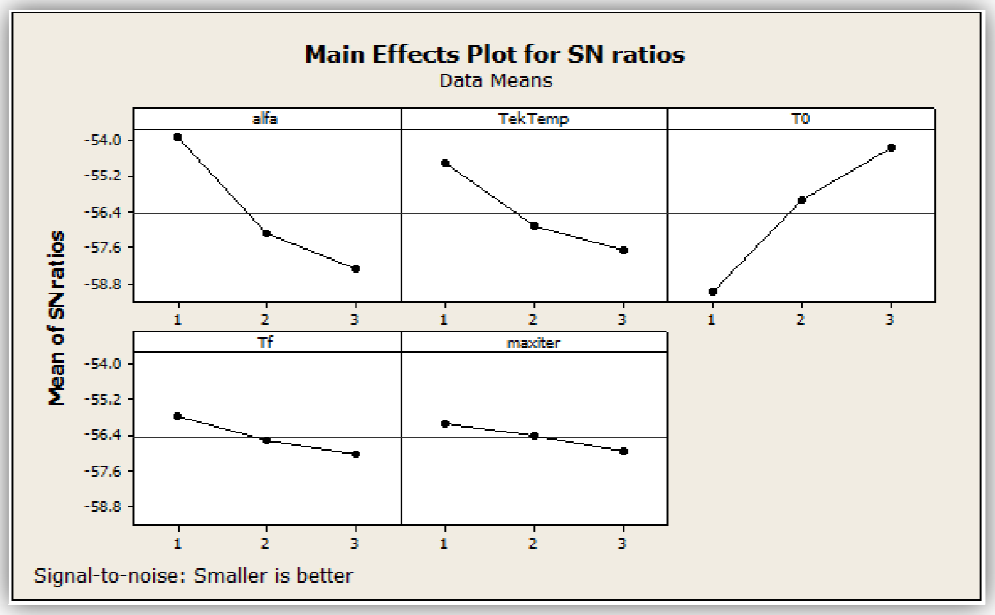
[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-04]

[DOR: 20.1001.1.22517286.2017.14.3.3.2]

شماره تکرار\ شماره آزمایش	۱	۲	۳	SB	S/N
۲۱	۵۲۰	۵۸۱	۴۶۸	۲۷۵۶۶۱/۷	-۵۴/۴۰۳۸
۲۲	۵۷۰	۱۰۱۴	۱۰۹۱	۸۴۷۷۹۲/۳	-۵۹/۲۸۲۹
۲۳	۱۴۳۱	۱۵۱۵	۱۲۳۷	۱۹۵۷۷۱۸	-۶۲/۹۱۷۵
۲۴	۱۴۱۳	۱۳۹۵	۱۳۷۸	۱۹۴۷۱۵۹	-۶۲/۸۹۴
۲۵	۷۷۳	۸۳۴	۸۰۵	۶۴۷۰۳۶/۷	-۵۸/۱۰۹۳
۲۶	۷۶۵	۶۲۴	۹۲۵	۶۱۰۰۷۵/۳	-۵۷/۸۵۳۸
۲۷	۹۶۰	۸۱۵	۱۰۵۹	۹۰۲۴۳۵/۳	-۵۹/۵۵۴۲

استراتژی کلی برای بهینه کردن سطوح پارامترهای قابل کنترل به‌صورت زیر است:

اثرات عوامل کنترل را روی نسبت سیگنال به نویز (S/N) و میانگین ارزیابی می‌کنیم. در واقع طرح آزمایش عاملی مناسب را روی نسبت سیگنال به نویز و میانگین صفت مورد نظر اعمال می‌کنیم. در این حالت می‌توان از روش طراحی آزمایشی کمک گرفت.



شکل۲. نمودار مقایسه سطح‌ها

برای عواملی که دارای اثر معنی‌دار روی نسبت سیگنال به نویز هستند، سطوحی انتخاب می‌شود که سیگنال به نویز (S/N) را حداکثر نماید. برای عواملی که دارای اثر معنی‌دار روی نسبت سیگنال به نویز (S/N) نیستند و اثر معنی‌دار روی میانگین دارند، به‌عنوان عامل (پارامتر) تعدیل در نظر گرفته‌شده و سطوحی انتخاب می‌شوند که میانگین به هدف نزدیک‌تر باشد. عواملی که نه روی نسبت (S/N) اثر دارند و نه روی میانگین به‌عنوان عامل اقتصادی در نظر گرفته و سطوحی انتخاب می‌شوند که عملکرد را بهبود دهد.

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-04]

[DOR: 20.1001.1.22517286.2017.14.3.3.2]

حال به مقایسه سطح‌ها پرداخته می‌شود تا مشخص شود برای هر پارامتر از کدام سطح استفاده شود که نتایج آن با استفاده از نمودارهای شکل ۲ مشخص‌شده است. نتایج حاصل در این نمودارها از اجرای روش تاگوچی در نرم‌افزار Minitab برای محاسبه S/N در حالتی که کوچک‌تر معرف بهینه می‌باشد به‌دست‌آمده است. همان‌طور که از نمودارها مشخص است برای پارامتر ضریب کاهش دما، مطابق نمودار ردیف اول سمت چپ مقدار سطح یک که برابر ۰/۹۹۹ است تعیین می‌گردد. به همین ترتیب پارامتر تکرار در هر دما طبق نمودار ردیف اول وسط، مقدار ۱۰۰ را به خود اختصاص می‌دهد. برای پارامتر دمای آغازین طبق نمودار ردیف اول سمت راست مقدار سطح سه که برابر ۱۰ است، تنظیم می‌شود. دمای نهایی نیز مطابق نمودار ردیف دوم سمت چپ مقدار سطح یک، برابر ۰/۰۰۱ و همچنین برای پارامتر ماکزیمم تکرار حلقه اصلی، مقدار سطح یک آن که برابر ۲۰۰۰۰ است، تعیین گردید.

٤-۳ فلوچارت الگوریتم شبیه‌سازی تبرید

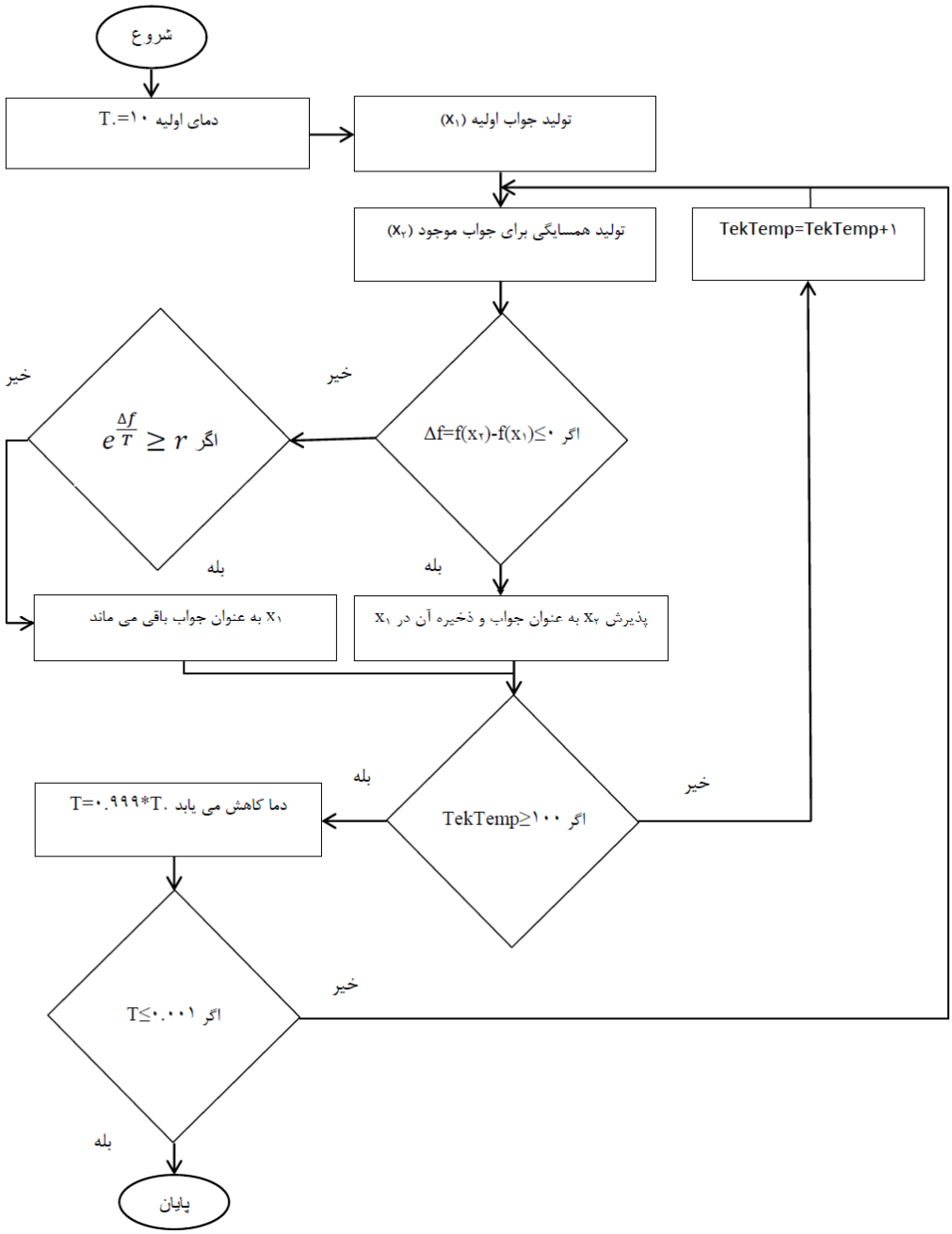
نمای کلی از نحوه عملکرد الگوریتم شبیه‌سازی تبرید به همراه پارامترهای تنظیم‌شده برای حل مساله مورد نظر مطابق شکل ۳ در ادامه آورده شده است.

۵ الگوریتم پیشنهادی

در این الگوریتم بر خلاف الگوریتم‌های فرا ابتکاری که از یک جواب اولیه تصادفی شروع کرده و با یک مکانیسم ساخت همسایگی در هر مرحله به ازای جواب‌های شدنی مقدار تابع هدف را محاسبه کرده و در نهایت بهترین جواب را گزارش می‌دهند، خود مستقیما طی مکانیسم تعریف‌شده اقدام به ساخت جوابی می‌نماید که طی منطقی، سعی می‌کند نزدیک‌ترین حالت به بهینه را به دست آورد. در روش‌های فرا ابتکاری موجود طی تکرارهای تعریف‌شده باید از بین $2n$ حالت ممکن جواب برای مساله با ایجاد یک جواب اولیه و بهبود آن طی فرآیند حل به جواب بهینه رسید، درصورتی‌که الگوریتم پیشنهادی با تصمیم‌گیری بر استقرار یا عدم استقرار یک تسهیل در یک نقطه (گره) یا به عبارتی صفر یا یک شدن هر یک از متغیرها حداکثر $2n$ حالت جهت بررسی پیش رو دارد. این در حالتی است که الگوریتم در بدترین حالت با این تعداد مواجه خواهد شد، به‌عبارت‌دیگر با توجه به آنکه تعداد مراحل برای رسیدن به جواب برابر $2n$ است. در ادامه اشاره خواهد شد که در برخی مراحل همزمان بر قطعیت تعیین مقدار چندین متغیر با هم تصمیم‌گیری می‌شود که این خود بر عملکرد بهتر این الگوریتم کمک می‌کند. آنچه در بالا ذکر شد بر رشد چندجمله‌ای الگوریتم پیشنهادی اشاره می‌کند که نشان‌دهنده مطلوبیت در این خصوص با توجه به انتظارات عملکردی از آن است. در مسایل پوششی که ضریب هزینه استقرار برای هر متغیر در تابع هدف یکسان و یک مقدار معین است، بدیهی است که پاسخ بهینه برابر است با حداقل تعداد تسهیلات ممکن که ارضای تمامی محدودیت‌ها را به همراه دارد. با تغییر ضرایب در تابع هدف و اختصاص مقادیر مختلف به آن‌ها طبیعی است که پاسخ بهینه حداقل تعداد تسهیلات ممکن نخواهد بود و تحت این شرایط درک مساله و یافتن پاسخ، دیگر به‌سادگی حالت پیشین نیست.

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-04]

[DOR: 20.1001.1.22517286.2017.14.3.3.2]



شکل ۳. فلوچارت الگوریتم شبیه‌سازی تبریدی ارایه‌شده

در این حالت باید یک توازن بین دو دیدگاه تابع هدف و محدودیت‌ها برقرار شود، به‌این‌ترتیب که از منظر تابع هدف انتخاب متغیرهایی مطلوب‌تر است که مقدار ضریب آن‌ها در تابع هدف کم‌تر است. از طرفی از نگاه محدودیت‌ها به مساله انتخاب متغیرهایی مطلوب‌تر است که همزمان باعث ارضای تعداد بیش‌تری محدودیت می‌شود که عملا حذف آن‌ها از بررسی در مراحل بعدی را به همراه دارد که سرعت تصمیم‌گیری را افزایش می‌دهد. برای ایجاد چنین بالانسی جهت انتخاب بهترین گزینه برای انتخاب استقرار، در الگوریتم پیشنهادی مکانیسمی طراحی شده است که طی آن پارامتری منسوب به مقدار بهبود برای هر متغیر در هر مرحله محاسبه

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-04]

[DOR: 20.1001.1.22517286.2017.14.3.3.2]

می‌گردد که به ازای آن وزن و اهمیت هر متغیر از نظر مطلوبیت برای مساله مشخص می‌شود. بر اساس آنچه گفته شد، الگوریتم باید بتواند بین دو متغیری که یکی از آن‌ها شش محدودیت را ارضا می‌کند درحالی‌که مقدار ضریب آن در تابع هدف ۱۰ است و متغیری که پنج محدودیت را ارضا می‌کند درحالی‌که ضریب آن در تابع هدف مقدار ۸ است، تفاوت و تمیز قائل شده و بهترین انتخاب را تشخیص دهد. طبق منطق به کار گرفته‌شده، زمانی که استقرار تسهیل در مکان j می‌تواند همزمان چند نقطه‌ی دیگر را نیز پوشش دهد، عملا ما را از استقرار تسهیل جدید در آن نقاط پوشش یافته، معاف می‌کند تا هزینه‌ی استقرار معادل آن‌ها را که در تابع هدف با ضریب $\boldsymbol{f}_j$ لحاظ شده‌اند را متحمل نشویم. مگر درصورتی‌که نقاط تقاضای دیگری نیز وجود داشته باشند که برای پوشش آن‌ها با توجه به هزینه‌ای که دارند برای ما به‌صرفه‌تر باشد که در این نقاط پوشش یافته توسط تسهیل استقراریافته در نقطه‌ی j، تسهیل دیگری استقرار دهیم، تا تقاضای آن نقاط را ارضا کرده باشیم. این معافیت از استقرار تسهیلات در آن نقاط و یا به‌بیان‌دیگر صرفه‌جویی در استقرار تسهیلات را به‌واسطه‌ی استقرار تسهیل در مکان j داریم که خود به میزان $\boldsymbol{f}_j$، هزینه به همراه خواهد داشت. به‌این‌ترتیب تعریف کلی از میزان بهبود به ازای هر متغیر را به‌صورت ذیل خواهیم داشت که با نماد $\boldsymbol{b}(\boldsymbol{x}_j)$ نمایش داده می‌شود.

$\boldsymbol{b}(\boldsymbol{x}_j)$=(مجموع ضرایب متغیرهایی که توسط $\boldsymbol{x}_j$ پوشش داده می‌شوند در تابع هدف) -(ضریب $\boldsymbol{x}_j$ در تابع هدف) (۷)

$$\boldsymbol{b}\left(\boldsymbol{x}_j\right)=\sum_{\boldsymbol{k}\in\boldsymbol{R}_j}\boldsymbol{f}_k-\boldsymbol{f}_j \qquad (۸)$$

در رابطه‌ی شماره ۸، $\boldsymbol{R}_j$ مجموعه اندیس متغیرهایی است که توسط $\boldsymbol{x}_j$ پوشش داده می‌شوند. همان‌طور که پیش‌تر اشاره شد، نقاطی که قبلا پوشش یافته‌اند معاف از استقرارند؛ اما همچنان کاندیدای استقرار باقی خواهند ماند، تا زمانی که به‌جز نقاط پوشش یافته نقاط دیگری را پوشش ندهند.

نحوه عملکرد الگوریتم به این صورت است که در گام اول برای تمامی نقاط کاندیدای استقرار، پارامتر بهبود $\boldsymbol{b}(\boldsymbol{x}_j)$ محاسبه می‌شود. سپس متغیری که ماکزیمم بهبود را به خود اختصاص داده است به‌عنوان نقطه استقرار تسهیل در این گام انتخاب می‌شود و مقدار یک را به خود می‌گیرد. در مرحله بعد مقادیر بهبود به‌روزرسانی می‌شوند با این تفاوت که ضریب متغیرهایی که پیش‌تر توسط تسهیلات استقراریافته، پوشش داده‌شده‌اند در قسمت $\sum f_j$ برای محاسبه مقادیر بهبود لحاظ نمی‌گردند. در این مرحله متغیرهایی که توسط تسهیل مستقر شده پوشش می‌یابند درصورتی‌که پس از به‌روزآوری، متغیری به‌جز متغیرهایی که تا این مرحله پوشش یافته‌اند را پوشش ندهد، مقدار صفر را به خود می‌گیرند. این روند تا زمانی که تصمیم برای استقرار یا عدم استقرار همه متغیرها قطعی شود تکرار خواهد شد. پارامتر $b(x)$ به عبارتی بیانگر میزان مطلوبیت متغیر x را برای استقرار نشان می‌دهد. به این صورت که می‌دانیم با استقرار تسهیل در نقطه موردنظر سه متغیر(گره) دیگر نیز پوشش می‌یابد درنتیجه عملا عدم استقرار تسهیل دیگر در این سه، مطلوب ما خواهد بود چراکه همزمان پوشش این نواحی ارضا شده است و در عین حال به میزان ضرایب این سه متغیر در تابع هدف، کاهش هزینه خواهیم داشت. این کاهش هزینه در محاسبه بهبود به‌صورت $\sum f_j$ آمده است، همچنین از آن‌جا که با استقرار

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-04]

[DOR: 20.1001.1.22517286.2017.14.3.3.2]

تسهیل در نقطه مورد نظر، به مقدار ضریب آن در تابع هدف متحمل هزینه خواهیم شد این مقدار نیز در محاسبه بهبود کسر می‌شود.

۵-۱ شبه کد الگوریتم پیشنهادی

به‌طور خلاصه، گام‌های اجرایی الگوریتم پیشنهادی در قالب شبه کد به شرح شکل ۴ خواهد بود. مطابق آنچه گفته شد، ابتدا مجموعه‌ی متغیرهایی که مقدار آن‌ها تخصیص داده نشده است تشکیل داده می‌شود که این مجموعه در مرحله نخست برابر با مجموعه اندیس تمامی متغیرها خواهد بود. در گام دوم، مجموعه‌های متشکل از اندیس متغیرهایی که توسط هر یک از متغیرهای گام اول پوشش داده می‌شوند، محاسبه می‌شوند. در گام سوم، مقدار بهبود به ازای متغیرهای گام اول محاسبه می‌شود. در گام بعد، اندیس متغیری که دارای بیش‌ترین بهبود است تعیین می‌گردد.

```
F= Set of objective function coefficients
A1= set of all Variable index
  Repeat
    For j=A1 do
        Rj ← set of Variable index that cover with xj
        B(xj) ←Sum(F,Rj)-F(j)
    End
    Y←Find(max(B(xj)))
    xy←1
    A2(end+1) ←y
    For j=Ry do
        B(xj) ←Sum(F,Rj-Ry)-F(j)
        If (B(xj)<=0) then xj←0
            A2(end+1) ←j
        End
   End
   A1←A1-A2
  Until size(A1)= =0
```

شکل ٤. شبه کد الگوریتم ابتکاری پیشنهادی

در گام پنجم، به متغیری که بیش‌ترین مقدار بهبود را دارا است، مقدار ۱ و به متغیرهایی که توسط آن متغیر پوشش داده می‌شوند و میزان بهبود برای آن‌ها بدون در نظرگیری متغیرهای پوشش داده‌شده کم‌تر-مساوی صفر است، مقدار صفر اختصاص می‌یابد. گام‌های یک تا پنج تا مادامی‌که به‌تمامی متغیرها مقدار اختصاص یابد، تکرار خواهد شد.

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-04]

[DOR: 20.1001.1.22517286.2017.14.3.3.2]

۵-۲ حل نمونه مساله‌ای با استفاده از الگوریتم پیشنهادی

برای نمایش چگونگی عملکرد الگوریتم پیشنهادی، در این بخش نمونه مساله‌ای به‌صورت گام‌به‌گام با این الگوریتم حل خواهد شد. به این منظور، به‌عنوان نمونه فرض کنید مجموعه متغیرهای $\{x_1,x_2,...,x_7\}$ را داریم. D_c شعاع پوشش و $d\left(x_i,x_j\right)$ فاصله دو متغیر از هم است. همچنین داشته باشیم:

$$\{x_2,x_3,x_4\}=\left\{x \mid d\left(x,x_1\right) \le D_c\right\} \quad (۹)$$

$$\{x_1,x_4\}=\left\{x \mid d\left(x,x_2\right) \le D_c\right\} \quad (۱۰)$$

$$\{x_1,x_4\}=\left\{x \mid d\left(x,x_3\right) \le D_c\right\} \quad (۱۱)$$

$$\{x_1,x_2,x_5,x_6\}=\left\{x \mid d\left(x,x_4\right) \le D_c\right\} \quad (۱۲)$$

$$\{x_4\}=\left\{x \mid d\left(x,x_5\right) \le D_c\right\} \quad (۱۳)$$

$$\{x_4\}=\left\{x \mid d\left(x,x_6\right) \le D_c\right\} \quad (۱۴)$$

$$\{\}=\left\{x \mid d\left(x,x_7\right) \le D_c\right\} \quad (۱۵)$$

به فرض در مرحله اول x_1 مقدار ۱ را به خود تخصیص می‌دهد. در مرحله دوم بهبود برای متغیرهای باقی‌مانده به ترتیب زیر محاسبه می‌شود:

$$b\left(x_2\right)=R_2-f_2=-f_2,\ R_2=\left(f_4+f_1\right) \quad (۱۶)$$

$$b\left(x_3\right)=R_3-f_3=-f_3,\ R_3=\left(f_4+f_1\right) \quad (۱۷)$$

$$b\left(x_4\right)=\left(f_5+f_6+R_4\right)-f_4=\left(f_5+f_6\right)-f_4\ ,\ R_4=\left(f_4+f_1\right) \quad (۱۸)$$

$$b\left(x_5\right)=R_5-f_5=-f_5\ ,\ R_5=\left(f_4\right) \quad (۱۹)$$

$$b\left(x_6\right)=R_6-f_6=-f_6\ ,\ R_6=\left(f_4\right) \quad (۲۰)$$

$$b\left(x_7\right)=R_7-f_7=-f_7\ ,\ R_7=\left(\right) \quad (۲۱)$$

مقادیر $\boldsymbol{R_j}$، مجموع ضرایب در تابع هدف متغیرهایی است که پوشش داده‌شده‌اند و در بهبود محاسبه نمی‌شوند. برای متغیرهای x_3 و x_2 چون پیش‌تر (توسط x_1) پوشش داده‌شده‌اند مقدارشان صفر است مگر این‌که در این مرحله برای ما بهبودی به همراه داشته باشند که در این نمونه این‌گونه نیست و تصمیم بر صفر شدن آن‌ها خواهد بود. متغیر x_4 نیز مانند x_3 و x_1 بررسی می‌شود. متغیر x_4 در صورت داشتن هزینه‌ای کم‌تر-مساوی و یا حتی بیش‌تر از x_7 ، x_6، x_5 درصورتی‌که مقدار بهبود مثبتی داشته باشد مقدار ۱ را به خود می‌گیرد.

مرحله سوم:

$$b\left(x_5\right)=R_5-f_5=-f_5\ ,\ R_5=\left(f_4\right) \quad (۲۲)$$

$$b\left(x_6\right)=R_6-f_6=-f_6\ ,\ R_6=\left(f_4\right) \quad (۲۳)$$

$$b\left(x_7\right)=R_7-f_7=-f_7\ ,\ R_7=\left(\right) \quad (۲۴)$$

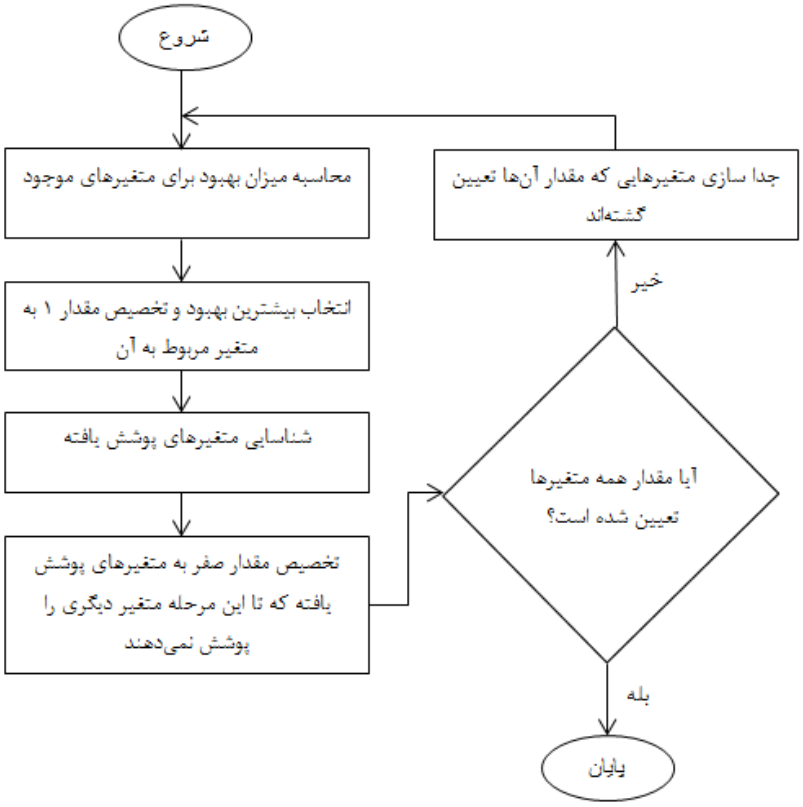
برای متغیرهای x_5 و x_6 چون پیش‌تر (توسط x_4) پوشش داده‌شده‌اند مقدارشان صفر است مگر این‌که در این مرحله برای ما بهبودی به همراه داشته باشند که در اینجا این‌گونه نیست و تصمیم بر صفر شدن آن‌ها خواهد بود. متغیر x_7 نیز بدون رقیب مقدار ۱ را به خود اختصاص خواهد داد.

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-04]

[DOR: 20.1001.1.22517286.2017.14.3.3.2]

۵-۳ فلوچارت الگوریتم پیشنهادی

برای درک بهتر از چگونگی عملکرد الگوریتم پیشنهادی ارایه‌شده، شمای کلی آن در شکل ۵ آمده است.



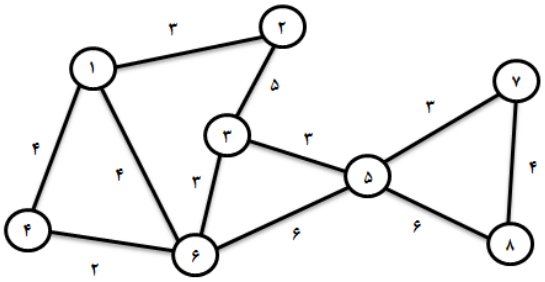
شکل ۵. فلوچارت الگوریتم ابتکاری پیشنهادی

٦ نتایج محاسباتی

جهت ارزیابی عملکرد الگوریتم پیشنهادی در این مقاله، گزارش اجرای کد متلب[1] این الگوریتم بر روی ۲۰ نمونه مساله طرح‌شده در ابعاد مختلف ثبت‌شده و همراه با نتایج اجرای الگوریتم فرا ابتکاری شبیه‌سازی تبریدی برای این مسایل پس از ۱۰ بار اجرای برنامه، بهترین جواب‌های ثبت‌شده در جدول شماره ۳ آمده است. مساله اصلی مورداستفاده در این مقاله، مساله پوشش کاملی با ۱۰۰۰ متغیر (x_j) و ۲۰۰ محدودیت کاربردی که تضمین‌کننده پوشش یافتن تمامی ۱۰۰۰ نقطه تقاضا است. ضرایب این مساله به‌صورت آماده و از پیش تعیین‌شده در وب‌سایت OR-library موجود است که مجموعه ضرایب هزینه استقرار و شماره اندیس متغیرهایی $a_{ij} = ۱$ که است در زیرمجموعه‌های مساله Set Covering Problem با نام‌های SCP41، SCP51 و ... موجود است. سایر مسایل مورد استفاده در این مقاله به‌صورت تصادفی طراحی و آزمون شده است. همچنین ابتدا، نمونه مساله‌ای در ابعاد کوچک برای درک روند حل الگوریتم پیشنهادی و مقایسه آن با جواب دقیق به‌دست‌آمده از نرم‌افزار گمز[2]، در ادامه حل شده است.

[1] Matlab
[2] GAMS

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-04]
[DOR: 20.1001.1.22517286.2017.14.3.3.2]



شکل ٦. یک نمونه مساله پوشش با ابعاد ۸ گره و ۱۱ یال

نمونه مساله‌ای مطابق شکل ۶ را در نظر بگیرید که فاصله پوشش برای آن برابر $D_c = ۶$ و تابع هزینه‌ی آن به شکل زیر است:

$$Min\ Z = ۲x_۱ + ۲x_۲ + ۶x_۳ + ۳x_۴ + ۴x_۵ + ۳x_۶ + ۴x_۷ + ۴x_۸ \quad (۲۵)$$

با توجه به شکل، محدودیت‌های این مساله به ترتیب زیر خواهد بود:

s.t.

$$x_۱ + x_۲ + x_۴ + x_۶ \geq ۱ \quad (۲۶)$$

$$x_۱ + x_۲ + x_۳ \geq ۱ \quad (۲۷)$$

$$x_۲ + x_۳ + x_۴ + x_۵ + x_۶ + x_۷ \geq ۱ \quad (۲۸)$$

$$x_۱ + x_۳ + x_۴ + x_۶ \geq ۱ \quad (۲۹)$$

$$x_۳ + x_۵ + x_۶ + x_۷ + x_۸ \geq ۱ \quad (۳۰)$$

$$x_۱ + x_۳ + x_۴ + x_۵ + x_۶ \geq ۱ \quad (۳۱)$$

$$x_۳ + x_۵ + x_۷ + x_۸ \geq ۱ \quad (۳۲)$$

$$x_۵ + x_۷ + x_۸ \geq ۱ \quad (۳۳)$$

در صورت حل مساله با استفاده از الگوریتم پیشنهادی، در گام اول با محاسبه مقادیر بهبود برای هر متغیر خواهیم داشت:

$$b(x_۱) = ۲+۳+۳-۲=۶ \quad (۳۴)$$

$$b(x_۲) = ۲+۶-۲=۶ \quad (۳۵)$$

$$b(x_۳) = ۲+۳+۴+۳+۴-۶=۱۰ \quad (۳۶)$$

$$b(x_۴) = ۲+۶+۳-۳=۸ \quad (۳۷)$$

$$b(x_۵) = ۶+۳+۴+۴-۴=۱۳ \quad (۳۸)$$

$$b(x_۶) = ۲+۶+۳+۴-۳=۱۲ \quad (۳۹)$$

$$b(x_۷) = ۶+۴+۴-۴=۱۰ \quad (۴۰)$$

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-04]

[DOR: 20.1001.1.22517286.2017.14.3.3.2]

$$b(x_۸) = ۴+۴-۴=۴ \quad (۴۱)$$

در این مرحله متغیر $x_۵$ مقدار ۱ را به خود اختصاص داده و مقادیر بهبود برای گام دوم به‌روزرسانی می‌شود. در نتیجه برای مقادیر بهبود در گام دوم خواهیم داشت:

$$b(x_۱) = ۲+۳-۲=۳ \quad (۴۲)$$

$$b(x_۲) = ۲-۲=۰ \quad (۴۳)$$

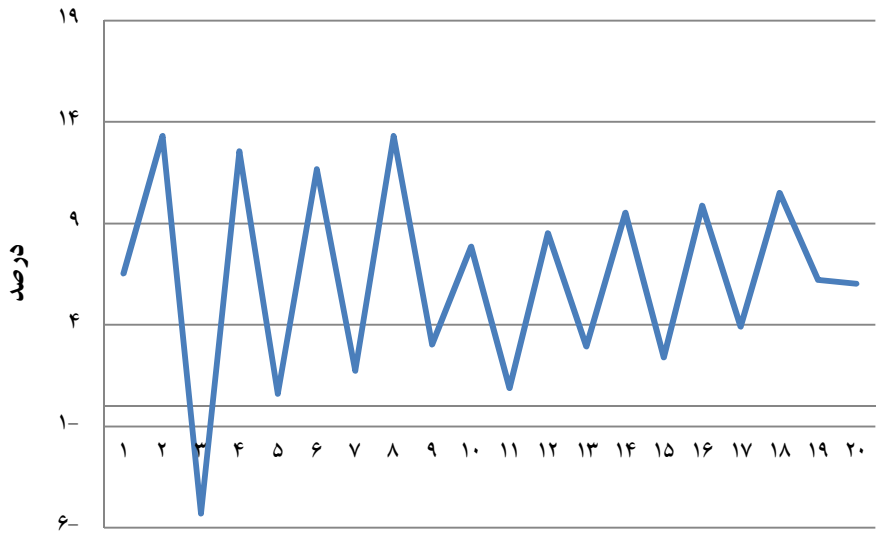
$$b(x_۴) = ۲-۳=-۱ \quad (۴۴)$$

در این مرحله نیز متغیر $x_۱$ مقدار ۱ را به خود اختصاص داده و با پوشش تمامی نقاط تقاضا، الگوریتم به پایان می‌رسد. در نهایت مقدار تابع هدف برای این مساله با توجه به الگوریتم پیشنهادی برابر با $Z = ۲+۴=۶$ خواهد شد.

مقادیر جواب برای این مساله از روش‌های حل دقیق آن در نرم‌افزار گمز، یکسان و برابر ۶ به دست می‌آید که این موضوع بر عملکرد خوب و قابل‌قبول الگوریتم پیشنهادی صحه می‌گذارد.

نقطه قوت الگوریتم در مسایل با ابعاد بالا مشخص می‌گردد که در جدول ۳ بدان تاکید شده است. با توجه به این موضوع، در مسایل با ابعاد کوچک چندان اهمیت الگوریتم به لحاظ زمانی قابل‌درک نیست؛ بلکه در ابعاد بزرگ مساله است که می‌توان از این الگوریتم ابتکاری برای زمان بسیار مناسب و کیفیت مطلوب جواب استفاده نمود.

برای مقایسه بهتر عملکرد روش‌های حل استفاده شده برای مسایل مختلف جدول ۳، درصد کاهش میزان هزینه تابع هدف توسط الگوریتم پیشنهادی به کاهش میزان هزینه تابع هدف با استفاده از الگوریتم شبیه‌سازی تبریدی محاسبه‌شده و در نمودار شکل ۷ به ازای مسایل مختلف ترسیم‌شده است. آنچه در نمودار شکل ۷ قابل‌مشاهده است، الگوریتم پیشنهادی در اغلب مسایل، جواب بهتری نسبت به الگوریتم شبیه‌سازی تبریدی به دست آورده است.



شکل ۷. درصد کاهش مقدار تابع هدف توسط الگوریتم پیشنهادی نسبت به SA

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-04]

[DOR: 20.1001.1.22517286.2017.14.3.3.2]

جدول ۳. نتایج اجرای ۲۰ نمونه مساله طرح‌شده

نمونه مساله	تعداد نقاط تقاضا (node)	تعداد یال‌ها	مجموع ضرایب تابع هدف	نتایج حل مساله با الگوریتم SA			نتایج حل مساله با الگوریتم پیشنهادی		
				مقدار تابع هدف	تعداد نقاط تخصیص‌یافته	زمان اجرا (ثانیه)	مقدار تابع هدف	تعداد نقاط تخصیص‌یافته	زمان اجرا (ثانیه)
۱	۱۰۰	۳۲۹	۴۴۶	۹۲	۲۲	۰/۶۸	۸۶	۲۲	۰/۰۳
۲	۱۰۰	۳۳۳	۱۴۶۴	۲۹۳	۲۳	۰/۷۴	۲۵۴	۲۲	۰/۰۳
۳	۲۰۰	۶۷۴	۱۸۳۰	۳۵۸	۴۱	۱/۰۱	۳۷۷	۴۴	۰/۰۸
۴	۲۰۰	۶۶۵	۲۸۶۷	۵۸۹	۴۶	۰/۸۲	۵۱۵	۴۲	۰/۰۷
۵	۳۰۰	۱۰۰۴	۴۳۹۲	۸۳۹	۶۶	۰/۹۵	۸۳۴	۶۷	۰/۱۶
۶	۳۰۰	۹۹۸	۴۲۸۲	۸۷۴	۶۹	۰/۹۰	۷۷۲	۶۵	۰/۱۷
۷	۴۰۰	۱۳۵۱	۸۰۶۵	۱۵۵۹	۸۳	۱/۵۶	۱۵۳۲	۸۹	۰/۳۲
۸	۴۰۰	۱۳۳۰	۵۸۵۶	۱۱۷۲	۹۲	۱/۰۴	۱۰۱۶	۸۸	۰/۳۴
۹	۵۰۰	۱۶۸۰	۸۵۱۱	۱۶۵۹	۱۰۶	۱/۸۸	۱۶۰۹	۱۱۱	۰/۷۰
۱۰	۵۰۰	۱۶۷۱	۶۴۵۸	۱۲۲۳	۱۱۱	۱/۲۴	۱۱۲۷	۱۰۹	۰/۷۲
۱۱	۶۰۰	۲۰۲۵	۹۸۹۵	۱۹۱۷	۱۲۴	۲/۳۸	۱۹۰۰	۱۳۳	۱/۳۷
۱۲	۶۰۰	۱۹۹۹	۶۹۰۴	۱۳۲۶	۱۳۴	۱/۵۱	۱۲۱۳	۱۳۱	۱/۳۹
۱۳	۷۰۰	۲۳۵۵	۱۲۴۵۷	۲۴۲۸	۱۴۸	۲/۸۶	۲۳۵۷	۱۵۶	۲/۳۳
۱۴	۷۰۰	۲۳۳۶	۹۳۲۵	۱۸۱۵	۱۵۷	۱/۸۱	۱۶۴۲	۱۵۱	۲/۲۴
۱۵	۸۰۰	۲۶۹۸	۱۵۸۹۴	۳۱۱۸	۱۶۷	۳/۲۱	۳۰۴۳	۱۷۸	۳/۴۷
۱۶	۸۰۰	۲۶۶۹	۱۰۷۴۰	۲۰۹۷	۱۸۰	۲/۰۳	۱۸۹۰	۱۷۳	۳/۴۷
۱۷	۹۰۰	۲۹۳۰	۱۷۴۸۸	۳۵۴۶	۱۹۷	۳/۵۲	۳۴۰۷	۲۰۲	۴/۶۵
۱۸	۹۰۰	۳۰۰۱	۱۲۳۱۴	۲۳۹۵	۲۰۳	۲/۳۰	۲۱۴۳	۱۹۷	۴/۶۴
۱۹[a]	۱۰۰۰	۳۲۶۱	۱۹۷۱۱	۳۹۶۹	۲۲۰	۱/۸۲	۳۷۲۲	۲۲۷	۶/۶۲
۲۰[b]	۱۰۰۰	۳۳۵۱	۱۴۹۶۹	۲۹۱۱	۲۱۶	۴/۰۶	۲۷۳۶	۲۲۰	۶/۳۶

a و b به ترتیب از زیرمجموعه‌های مساله Set Covering Problem با نام‌های SCP41، SCP51 از وب‌سایت OR-library آورده شده است. سایر مسایل توسط نویسندگان بازتولید شده است.

به‌طورکلی می‌توان گفت با توجه به جدول ۳ و نمودار شکل ۷، الگوریتم پیشنهادی در مقایسه با الگوریتم SA که توسط روش تاگوچی پارامترهای آن تنظیم یافته‌اند از کیفیت جواب بهتری برخوردار است. همچنین شایان ذکر است، نقطه قوت الگوریتم پیشنهادی در مسایل با ابعاد بالا (Np-hard) با تعداد تکرار چندجمله‌ای است که در این مقاله بدان تاکید شده است. ازآنجاکه بهترین جواب به‌دست‌آمده از الگوریتم SA با توجه به ذات تصادفی آن پس از ۱۰ بار اجرا آورده شده است، عملا زمان حل الگوریتم ۱۰ برابر مقدار فعلی خواهد بود که برای بررسی بدبینانه الگوریتم از آن چشم‌پوشی شده است. به‌عبارت‌دیگر بهترین جواب الگوریتم پس از ۱۰ بار اجرا آورده شده است درصورتی‌که زمان یک‌بار اجرای الگوریتم گزارش‌شده است؛ بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که از منظر کیفیت جواب الگوریتم ابتکاری پیشنهادی در مجموع ۱۰ بار اجرای الگوریتم SA بهتر عمل می‌نماید و به لحاظ زمانی با الگوریتم SA قابل رقابت است.

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-04]

[DOR: 20.1001.1.22517286.2017.14.3.3.2]

۷ نتیجه‌گیری

در این مقاله یک الگوریتم جدید برای حل مساله پوشش مجموعه با استفاده از محاسبه مقادیر بهبود و وزن‌دهی ارایه شد. چنانچه که ذکر شد با توجه به پیچیدگی زمانی این مساله، الگوریتم‌های ابتکاری با شروع از یک نقطه معین از موفقیت بیشتری برخوردار بوده‌اند. در الگوریتم پیشنهادی با استفاده از مکانیسم تعریف‌شده، در هر گام مجموعه پوشش ایجادشده و با استفاده از مکانیسم بهبود، راه‌حل بهبودیافته و نتایج مطلوبی برای پوشش مجموعه در حالت راسی به‌دست‌آمده است. با توجه به پیچیدگی نمایی مساله پوشش، نمی‌توان در یک زمان منطقی، به جواب بهینه دست‌یافت. برای حل نمونه مسایل ارایه‌شده در این مقاله به روش دقیق با استفاده از نرم‌افزار گمز خطای محدودیت منابع مشاهده شد. ازاین‌رو در این مقاله تنها به ارایه مقایسه نتایج به‌دست‌آمده از روش‌های فرا ابتکاری برای مسایل بزرگ اکتفا شد. در نتایج آزمایش‌ها نشان داده شد که الگوریتم پیشنهادی، نسبت به روش‌های دیگر، که به‌عنوان نمونه در این مقاله یک الگوریتم شبیه‌سازی تبریدی که با استفاده از روش تاگوچی به تنظیم پارامترهای آن پرداخته شد، ارایه گشت، از بهبود نسبی برخوردار است. به‌عبارت‌دیگر الگوریتم پیشنهادی از کیفیت جواب مطلوب‌تری نسبت به الگوریتم SA برخوردار است و از لحاظ زمانی نیز کاملا قابل رقابت است. همچنین جهت مطالعات آتی در این زمینه پیشنهاد می‌شود الگوریتم ارایه‌شده برای مسایل دیگر از جمله حالت عدم قطعیت توسعه داده شود، از این روش و تعمیم آن برای سایر مسایل Np-hard استفاده شود، به بررسی این‌که آیا از تلفیق این الگوریتم با سایر الگوریتم‌ها می‌توان به روشی کارآمدتر دست یافت یا خیر، پرداخته شود.

منابع

[۷] طالبیان‌شریف، م.، سالاری، م.، اشتهادی، ر.، الهیاری، س.، (۱۳۹۱). ارایه روشی ابتکاری برای مساله مسیریابی- پوشش وسیله‌ی نقلیه‌ی ظرفیت‌دار، نهمین کنفرانس بین‌المللی مهندسی صنایع، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، تهران، ایران.

[۸] برزین‌پور ف.، صفاریان م.، تیموری ا.، (۱۳۹۳). الگوریتم فرا ابتکاری برای حل مدل برنامه‌ریزی چندهدفه مکان‌یابی و تخصیص سه سطحی در لجستیک امداد. تحقیق در عملیات در کاربردهای آن، ۱۱ (۲)، ۵۰-۲۷

[۱۹] برزین‌پور ف.، صفاریان م.، ماکویی ا.، تیموری ا.، (۱۳۹۳). مدل مکان‌یابی- مسیریابی چندهدفه در مدیریت زنجیره‌ی امداد با رویکرد دوره‌ای. تحقیق در عملیات در کاربردهای آن،۱۱ (۳) :۹۱-۷۱

[۲۶] خیری‌نیا، ع.، (۱۳۸۲)، حل یک مساله مکان‌یابی- تخصیص با استفاده از یکی روش‌های فوق ابتکاری (SA)، پایان‌نامه کارشناسی ارشد مهندسی صنایع، دانشگاه تهران.

[1] Zanjirani Farahani, R., Asgari, N., Heidari, N., Hosseininia, M., Goh, M., (2012). Covering problems in facility location: A review. Computers & Industrial Engineering, 62, 368-407.

[2] Fallah, H., NaimiSadigh, A., Aslanzadeh, M., (2009). Covering problem. In Facility location: Concepts, models, algorithms and case studies. Heidelberg, Germany: Physica Verlag.

[3] Lee, G., Murray, A. T., (2010). Maximal covering with network survivability requirements in wireless mesh networks. Computers, Environment and Urban Systems, 34, 49–57.

[4] Bouamama, S., Blum, C., Boukerram, A., (2012). A population-based iterated greedy algorithm for the minimum weight vertex cover problem. Applied Soft Computing, 12(6), 1632–1639.

[5] Jain, A. K., Khare, V. K., Mishra, P. M., (2013). Facility Planning and Associated Problems: A Survey, International Conference on Recent Trends in Applied Sciences with Engineering Applications, Innovative Systems Design and Engineering, 4(6), 1-8.

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-04]

[DOR: 20.1001.1.22517286.2017.14.3.3.2]

[6] Naimi Sadigh, A., Mozafari, M., Husseinzadeh Kashan, A., (2010). A mixed integer linear program and tabu search approach for the complementary edge covering problem. Advances in Engineering Software 41(5), 762-768.
[9] Benkoczi, R., Bhattacharya, B., Hu, Y., Lin, C. H., Shi, Q., Wang, B. F., (2012). Efficient algorithms for the conditional covering problem. Information and Computation, 219, 34-57.
[10] Mohammadi, M., Jolai, F., Tavakkoli-Moghaddam, R., (2013). Solving a new stochastic multi-mode p-hub covering location problem considering risk by a novel multi-objective algorithm. Applied Mathematical Modelling, 37(24), 10053-10073.
[11] Murray, A. T., Wei, R., (2013). A computational approach for eliminating error in the solution of the location set covering problem. European Journal of Operational Research, 224, 52-64.
[12] Hosseininezhad, S. J., Jabalameli, M. S., Jalali Naini, S. G., (2013). A continuous covering location model with risk consideration. Applied Mathematical Modelling, 37(23), 9665-9676.
[13] Shieh, B., (2013). Solution to the covering problem. Information Sciences, 222, 626-633.
[14] Glover, F., (2013). Advanced greedy algorithms and surrogate constraint methods for linear and quadratic knapsack and covering problems. European Journal of Operational Research, 230(2), 212-225.
[15] Luciana S. P., Resende, M. G. C., Ribeiro, C. C., (2013). A hybrid Lagrangean heuristic with GRASP and path-relinking for set k-covering. Computers & Operations Research, 40(12), 3132-3146.
[16] Naji-Azimi, Z., Salari, M., (2014). The time constrained maximal covering salesman problem. Applied Mathematical Modelling, 38, 3945-3957.
[17] Zanjirani Farahani, R., Hassani, A., Mousavi, S. M. Baygi, M. B., (2014). A hybrid artificial bee colony for disruption in a hierarchical maximal covering location problem. Computers & Industrial Engineering, 75, 129-141.
[18] Orsenigo, C., (2014). An improved set covering problem for Isomap supervised landmark Selection. Pattern Recognition Letters, 49, 131-137.
[20] Florios, K., Mavrotas, G., (2014). Generation of the exact Pareto set in Multi-Objective Traveling Salesman and Set Covering Problems. Applied Mathematics and Computation, 237, 1-19.
[21] Dhahri, A., Zidi, K., Ghedira, K., (2014). Variable neighborhood search based set covering ILP model for the vehicle routing problem with time windows, 14th International Conference on Computational Science, Procedia Computer Science, 29, 844–854.
[22] Horak, P., McAvaney, K., (2008). On covering vertices of a graph by trees. Discrete Mathematics, 308(19), 4414–4418.
[23] Chiba, S., Fujita, S., (2013). Covering vertices by a specified number of disjoint cycles, edges and isolated vertices. Discrete Mathematics, 313(3), 269–277.
[24] Richter, S., Helmert, M., Gretton, C., (2007). A stochastic local search approach to vertex cover. In KI 2007: Advances in Artificial Intelligence, Springer, 412–426.
[25] Halperin, E., (2002). Improved approximation algorithms for the vertex cover problem in graphs and hypergraphs. SIAM Journal on Computing, 31(5), 1608–1623.
[27] Nandhini, M., Kanmani, S., (2009). A survey of simulated annealing methodology for university course timetabling. International Journal of Recent Trends in Engineering, 1(2), 255-257.
[28] Mori, T., (1990). The new experimental design, Taguchi's approach to quality engineering, ASI Press, 1st Edition, Printed In the USA.
[29] Park, S. H., (1995). Robust design and analysis for quality engineering, Chapman & Hall, 1st Edition, London.

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-04]

[DOR: 20.1001.1.22517286.2017.14.3.3.2]