مجله تحقیق در عملیات در کاربردهای آن، سال هجدهم، شماره چهارم (پیاپی ۷۱)،زمستان ۰۰، ص ص ۸۴-۷۳
شاپا ۷۲۸۶-۲۲۵۱

ارایه یک مدل تحلیل پوششی داده‌ها با محدودیت وزنی به‌منظور ارزیابی کارایی در صنعت بانکداری

علی ابدالی[۱]، بلال کریمی[۲*]، سعید محرابیان[۳]
۱- استادیار، مدیریت دولتی، دانشگاه نیروی انتظامی امین و هیات عامل بانک سپه، تهران، ایران
۲-استادیار، ریاضی کاربردی، دانشگاه آزاد اسلامی واحد کرج، کرج، ایران
۳-استادیار، ریاضی کاربردی، دانشگاه خوارزمی، تهران، ایران

رسید مقاله: ۲۶ شهریور ۱۳۹۹
پذیرش مقاله: ۹ اردیبهشت ۱۴۰۰

چکیده
تحلیل پوششی داده‌ها(DEA) یک روش بر پایه برنامه‌ریزی ریاضی به‌منظور ارزیابی کارایی واحدهای تصمیم‌گیری(DMUs) با چندین ورودی و خروجی است. در DEA وزن‌های ورودی و خروجی به‌منظور رسیدن به بهترین کارایی می‌توانند هر مقدار نامنفی را بگیرند. یکی از مشکلات به وجود آمده در این نوع ارزیابی توان تفکیک‌پذیری کم این مدل‌ها است. روش‌های محدودیت وزنی به‌عنوان یک راه‌حل برای رفع این مشکل و بهبود قدرت تفکیک‌پذیری مدل‌های DEA معرفی‌شده است. هدف از این مقاله ارایه یک مدل تحلیل پوششی داده‌ها با محدودیت وزنی جدید است. محدودیت ارایه‌شده با استفاده از میانگین و انحراف معیارهای وزن‌های متغیر مربوط به DMU های کارا است. در نظر گرفتن وزن‌های متغیر به دلیل عدم منحصربه‌فرد بودن وزن‌های به‌دست‌آمده در مدل مضربی می‌باشد. همچنین مدل ارایه‌شده به‌منظور ارزیابی کارایی شعب بانک در ایران استفاده می‌شود. درواقع این روش را برای ارزیابی کارایی ۴۰ شعبه از یک بانک تجاری در ایران طی دو سال متوالی به کار خواهیم برد. نتایج اجرای مدل نشان می‌دهد که قدرت تفکیک‌پذیری DMU ها با استفاده از مدل ارایه‌شده، بالا می‌رود و نتایج آن موارد نظری بیان‌شده در مورد روش ارایه‌شده را تایید می‌نماید.

کلمات کلیدی: تحلیل پوششی داده‌ها(DEA)، محدودیت وزنی، وجوه کارا، ارزیابی کارایی بانک.

۱ مقدمه
تحلیل پوششی داده‌ها (DEA) یک تکنیک بر پایه برنامه‌ریزی ریاضی به‌منظور ارزیابی کارایی واحدهای تصمیم‌گیری (DMUs) با چندین ورودی و چندین خروجی می‌باشد. مدل‌های پایه‌ای مانند مدل CCR [۱] و BCC [۲] ساخته‌شده در DEA با توجه به تکنولوژی موردنظر و اصول پذیرفته‌شده در آن، دارای خواصی هستند. اما امکان دارد که اطلاعات بیشتری در دست باشد که باید در مدل گنجانده شود و یا به خاطر تحولات

* عهده‌دار مکاتبات
آدرس الکترونیکی: b.karimi1987@gmail.com

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-01]
[DOR: 20.1001.1.22517286.2021.18.4.1.0]
[DOI: 10.52547/jamlu.18.4.73]

پیش‌آمده، محدودیت‌های جدیدی روی مساله گذاشته شود و یا به علت کم بودن تعداد واحدهای تصمیم‌گیری نسبت به ورودی‌ها و خروجی‌ها، ارزیابی نادرستی از کارایی داشته باشیم و یا این‌که رابطه‌ای میان ورودی‌ها و خروجی‌ها باشد که نیازمند اعمال محدودیت روی وزن‌ها باشیم [۳].

در مدل‌های DEA، وزن‌های مربوط به ورودی‌ها و خروجی‌ها به‌گونه‌ای تعیین می‌شوند، که کارایی واحد تحت ارزیابی ماکزیمم گردد و هیچ محدودیتی روی وزن‌ها اعمال نمی‌شود. این آزادی در انتخاب وزن‌ها باعث می‌شود که وقتی واحدی مورد ارزیابی قرار می‌گیرد، اگر مدل DEA آن را ناکارا اعلام کند این نتیجه قطعی است و باید اطمینان داشته باشیم که این واحد با هیچ وزن دیگری کارا نخواهد بود. اما اگر مدل DEA واحدی را کارا اعلام نماید، این کارایی قطعی نیست و در بهترین شرایط به‌دست‌آمده است، پس احتمال اینکه این واحد توسط وزن‌های دیگری ناکارا شود، وجود دارد. لذا به همین دلیل کارایی DEA را کارایی خوش‌بینانه می‌گویند. به دلیل وجود همین ضعف الن و همکاران [۴]، محدودیت‌های DEA را توسعه دادند. به طوری‌که یک کران بالا و پایین روی خروجی‌ها و ورودی‌ها در نظر گرفتند. در ادامه روش‌های مختلفی برای محدودیت وزنی در DEA معرفی گردید [۵، ۶، ۷].

مدل‌های معرفی‌شده در حوزه محدودیت وزنی در دسته‌های مختلف به‌صورت نظری و کاربردی می‌باشند، به‌عنوان‌مثال، خلیلی و همکاران [۸] در مقاله‌ای نشان دادند که برخی از روش‌های محدودیت وزنی منجر به نشدنی بودن جواب مدل بهینه‌سازی و محاسبه کارایی می‌شود. همچنین یک روش بهبودیافته ارایه نمودند و مدل بهبودیافته را به‌عنوان یک کاربرد در مدارس متوسطه کشور پرتقال استفاده نمودند. پودنسکی [۹] به تفسیر دقیقی از محدودیت وزنی برای مدل مضربی پرداخت. میرزائیان و همکاران [۱۰] از طریق ماتریس بده بستان[1] که یک تغییر در ماتریس ورودی و خروجی می‌دهد، یک روش محدودیت وزنی جدید ارایه دادند. رضی پور قاله زوق و همکاران [۱۱] به پیدا کردن نزدیک‌ترین هدف برای ارزیابی شعب بانک با استفاده از مدل تحلیل پوششی داده‌ها با محدودیت وزنی پرداختند. کیائی و همکاران [۱۲] مدل‌های تحلیل پوششی داده‌ها با محدودیت وزنی سنتی را به شبکه‌ای دومرحله‌ای گسترش دادند.

اخیراً اسمیلد و ژو [۱۳] یک روش محدودیت وزنی را برای ارزیابی کارایی بانک در شرایط بحران برای بانک‌های اروپایی ارایه نمودند. آن‌ها از ترکیب میانگین و انحراف معیار وزن‌ها بر روی وجه کارا با بعد کامل[2] استفاده و یک روش محدودیت وزنی در تحلیل پوششی داده‌ها به‌منظور ارزیابی کارایی و بهبود قدرت تمایز و رتبه‌بندی DMU ها ارایه دادند. مشکلی که در اینجا وجود دارد پیدا کردن همه وجوه کارا با بعد کامل سخت و یا نشدنی می‌باشد.

در این مقاله با ایده گرفتن از روش ارایه‌شده به‌وسیله اسمیلد و ژو [۱۳] یک روش محدودیت وزنی جدید ارایه می‌شود. مدل ارایه‌شده شبیه به ایده اهداف ثانویه در کارایی متقاطع تحلیل پوششی داده‌ها است. به این صورت که از ترکیب میانگین و انحراف معیار وزن‌های به‌دست‌آمده برای DMU های کارا، یک محدودیت

[1] trade-off matrix
[2] fully-dimensional efficient facets

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-01]
[DOR: 20.1001.1.22517286.2021.18.4.1.0]
[DOI: 10.52547/jamlu.18.4.73]

وزنی جدید ساخته می‌شود. به دلیل منحصربه‌فرد نبودن وزن DMU های کارا، این وزن‌ها را در مدل هدف ثانویه به‌صورت متغیر در نظر می‌گیریم. درواقع از بین این وزن‌ها باهدف ثانویه به دنبال یافتن کوچک‌ترین بازه برای نسبت وزنی ورودی‌ها هستیم. این نوآوری برای اولین بار در این مقاله ارایه‌شده است. همچنین روش ارایه‌شده برای ارزیابی کارایی یک بانک تجاری در ایران استفاده می‌شود و نتایج آن نشان از بالا رفتن قدرت تفکیک‌پذیری ارزیابی کارایی بعد از اعمال محدودیت وزنی را دارد.

دسته‌بندی زیر را برای این مقاله داریم: در بخش بعدی به معرفی مفاهیم که در این مقاله از آنها استفاده می‌نماییم، خواهیم پرداخت. بخش سوم شامل روش محدودیت وزنی ارایه‌شده در این مقاله می‌باشد. در بخش چهارم به‌منظور روشن شدن مطلب و همچنین اهمیت موضوع در دنیای واقعی یک کاربرد روش برای یک بانک تجاری در ایران آورده خواهد شد. بخش پنجم شامل نتیجه‌گیری و ارایه پیشنهادها می‌باشد.

۲ مدل ارزیابی کارایی

تحلیل پوششی داده‌ها (DEA) یک روش ریاضی به‌منظور ارزیابی کارایی تعدادی واحد تصمیم‌گیری (DMU) با چندین ورودی و خروجی می‌باشد. مدل‌های مختلفی در تحلیل پوششی داده‌ها به منظور ارزیابی کارایی ارایه‌شده‌اند که هرکدام شامل ویژگی‌های مختلفی هستند. در این بخش به معرفی برخی از مدل‌های تحلیل پوششی داده‌ها به‌منظور ارزیابی کارایی پرداخته می‌شود.

۲-۱ مدل‌های DEA بدون محدودیت

فرض کنید که n واحد تصمیم‌گیری در T سال مختلف به‌صورت $(x_{j,t}, y_{j,t}) \in T_+^{m+s}$ (برای $(j = ۱,...,n; t = ۱,...,T)$) داریم. امتیاز کارایی e_{j_o,t_o} تحت بازده به مقیاس ثابت، در مدل DEA نامقید با ماهیت خروجی، برای واحد تصمیم‌گیری j_o در یک سال معین t_o (یعنی $(x_{j_o,t_o}, y_{j_o,t_o}) \in T_+^{m+s}$) می‌تواند با استفاده از مدل مضربی زیر به دست آید:

$$
\begin{aligned}
&(e_{j_o,t_o})^{-۱} = \min \sum_{k=۱}^{m} v^k_{j_o,t_o} x^k_{j_o,t_o} \\
&s.t. \quad \sum_{l=۱}^{s} u^l_{j_o,t_o} y^l_{j_o,t_o} = ۱, \\
&\sum_{k=۱}^{m} v^k_{j_o,t_o} x^k_{j,t} - \sum_{l=۱}^{s} u^l_{j_o,t_o} y^l_{j,t} \geq ۰, \quad j = ۱,...,n;\ t = ۱,...,T, \\
&v^k_{j_o,t_o}, u^l_{j_o,t_o} \geq ۰, \quad k = ۱,...,m;\ l = ۱,...,s.
\end{aligned}
\qquad (۱)
$$

که در آن متغیرهای $v^k_{j_o,t_o} \in R_+^m$ و $u^l_{j_o,t_o} \in R_+^s$ وزن‌های ورودی و خروجی هستند که به واحد تصمیم‌گیری تحت بررسی (واحد j_o) در سال معین t_o نسبت داده‌شده است. تنها محدودیتی که برای این وزن‌ها در نظر گرفته می‌شود، این است که نامنفی باشند.

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-01]
[DOR: 20.1001.1.22517286.2021.18.4.1.0]
[DOI: 10.52547/jamlu.18.4.73]

هدف از این مدل نسبت دادن وزن‌های نامنفی می‌باشد به طوری‌که ماکزیمم کارایی برای DMU تحت بررسی (با $(x_{j_o,t_o}, y_{j_o,t_o}) \in T_+^{m+s}$) به دست آید و تنها محدودیت اعمال‌شده این است که هیچ واحد تصمیم‌گیری $j \in n$ ای در هیچ سال t ای نمی‌تواند امتیاز کارایی $\frac{\sum_{k=1}^{m} v_{j_o,t_o}^k x_{j,t}^k}{\sum_{l=1}^{s} u_{j_o,t_o}^l y_{j,t}^l} \geq 1$ با همان مجموعه وزن‌ها داشته باشد. از آن جایی که محدودیت‌های خاصی روی این مدل اعمال نمی‌شود و به دنبال یافتن ماکزیمم کارایی برای DMU تحت بررسی می‌باشیم، به این مدل‌ها در ادبیات DEA مدل‌های خوش‌بینانه گفته می‌شود و درخروجی آن‌ها ممکن است واحدهای زیادی کارا تشخیص داده شوند و قدرت تفکیک‌پذیری کمی داشته باشند.

۲-۲ مدل DEA دارای محدودیت‌های وزنی

فرض کنید N^e مجموعه DMU هایی باشند که در مدل بدون محدودیت (۱) کارا هستند. یعنی برای مدل (۱) داشته باشیم، $e_{j_o,t_o} = 1$. ازاین‌رو مجموعه $N^e = \{(x_{j,t}, y_{j,t}) \in N \mid e_{j,t} = 1\}$ را تعریف می‌نماییم. اکنون وزن‌های میانگین محاسبه می‌شود، اما ازآنجایی‌که وزن‌های بهینه برای واحدهای تصمیم‌گیری کارا در N^e معمولاً منحصربه‌فرد نیستند، اسمیلد و ژو [۱۱] پیشنهاد کردند که وزن‌های میانگین را در بین همه‌ی وجوه کارا با بعد کامل محاسبه کنیم. مدنظر قرار دادن وجوه کارا به‌جای واحد تصمیم‌گیری کارا، این اطمینان را به وجود می‌آورد که اوزان مربوط به هر یک منحصراً تعیین می‌شود و صرفاً گنجاندن وجوه با بعد کامل به معنای مستثنا کردن وجوهی است که اوزان مربوط به آن‌ها در یک یا چند متغیر مساوی با صفر است. بنابراین هر یک از این وجوه دارای مجموعه‌ی منحصربه‌فردی از اوزان غیرصفر خواهد بود که برای همه واحدهای تصمیم‌گیری که آن وجه را می‌گستراند و یا به آن تعلق دارند، بهینه خواهد بود.

مجموعه وجوه کارا با بعد کامل را با F نشان می‌دهیم [۱۴] و فرض کنید که v_h^k و u_h^l به ترتیب نشان‌دهنده‌ی وزن‌های ورودی و خروجی در وجه h ام باشند. چون در کاربرد تجربی تنها آن دسته از محدودیت‌های وزن‌دار را به کار می‌گیریم که محدودکننده‌ی بازه وزن در یک ورودی نسبت به وزن ورودی دیگری هستند در مورد آتی محدودیت‌های وزن را تنها برای جفت‌های ورودی تعریف می‌کنیم. اما توجه داشته باشید که این روش به‌آسانی قابلیت تعمیم به اوزان در جفت‌های ورودی یا در یک وزن ورودی نسبت به یک وزن خروجی محور است.

وزن میانگین برای یک متغیر ورودی k در بین مجموعه وجوه کارا با بعد کامل به‌صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\bar{v}^k = \sum_{h \in F} v_h^k / |F|$$

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-01]
[DOR: 20.1001.1.22517286.2021.18.4.1.0]
[DOI: 10.52547/jamlu.18.4.73]

که در آن $|F|$ نشان‌دهنده‌ی عدد اصلی[1] F (تعداد اعضای مجموعه F)است. انحراف استاندارد نمونه متناظر حول میانگین نمونه با $\sigma_{\bar{v}^{-k}}$ نشان داده می‌شود.

حال می‌توانیم نسبت وزن‌های میانگین را برای دو ورودی k',k'' محاسبه کنیم و محدودیت‌های وزنی را که ملزم می‌کند نسبت اوزان مجاز برای k',k'' بین نسبت‌های وزن میانگین به‌علاوه/منهای انحراف‌های استاندارد ۰/۵ باشد به‌صورت زیر فرموله می‌کنیم:

$$WR(k',k'')=\frac{\bar{v}^{-k'}-0/5\sigma_{\bar{v}^{-k'}}}{\bar{v}^{-k''}+0/5\sigma_{\bar{v}^{-k''}}}\le\frac{\bar{v}^{-k'}}{\bar{v}^{-k''}}\le\frac{\bar{v}^{-k'}+0/5\sigma_{\bar{v}^{-k'}}}{\bar{v}^{-k''}-0/5\sigma_{\bar{v}^{-k''}}}$$

برای جفت‌هایی از ورودی‌ها که محدودیت‌های نسبی در نظر گرفته‌ایم، بازه‌های متناظر اوزان مجاز از معادله فوق تعریف می‌شوند که به‌صورت خطی درآمده و صرفاً به‌صورت محدودیت‌هایی به مدل مضربی DEA (یعنی مدل ۱) افزوده خواهد شد. توجه داشته باشید که در اندکی از موارد که در آن‌ها یک وزن میانگین منهای انحراف‌های استاندارد ۰/۵ منفی می‌شود این مقدار را با یک عدد مثبت کوچک جایگزین می‌کنیم. به‌علاوه درحالی‌که انتخاب انحراف استانداردهای $\pm 0/5$ مانند بازه مربوط به محدودیت‌های وزنی کاملاً نسبی است و هر مقدار دیگر می‌تواند در نظر گرفته شود. مشکل اساسی این روش به‌دست آوردن همه وجوه کارا با بعد کامل برای هر دسته از DMU ها است. در بخش بعدی رویکرد دیگری برای به دست آوردن محدودیت وزنی ارایه می‌شود.

۳ مدل تحلیل پوششی داده‌ها با محدودیت وزنی جدید

در این بخش یک روش محدودیت وزنی جدید ارایه خواهد شد. مدل ارایه‌شده شبیه به یک مدل هدف ثانویه است، که در آن‌یک محدودیت وزنی با توجه به وزن‌های بهینه واحدهای کارا در نظر گرفته می‌شود. مدل طوری فرمول‌بندی می‌شود که بازه محدودیت وزنی کم‌ترین طول را داشته باشد. درواقع مدل ارایه‌شده به‌صورت زیر است:

$$\begin{aligned}
&\min d\\
&s.t.\quad \sum_{k=1}^{m}v_{j_o,t_o}^{k}x_{j,t}^{k}-\sum_{l=1}^{s}u_{j_o,t_o}^{l}y_{j,t}^{l}\ge 0,\ j\in N^e;\ t=1,...,T,\\
&\frac{\bar{v}^{-k'}}{\bar{v}^{-k''}}-\frac{\bar{v}^{-k'}-0/5\sigma_{\bar{v}^{-k'}}}{\bar{v}^{-k''}+0/5\sigma_{\bar{v}^{-k''}}}\ge 0, \qquad (۲)\\
&\frac{\bar{v}^{-k'}-0/5\sigma_{\bar{v}^{-k'}}}{\bar{v}^{-k''}+0/5\sigma_{\bar{v}^{-k''}}}=d_1
\end{aligned}$$

[1] Cardinal

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-01]
[DOR: 20.1001.1.22517286.2021.18.4.1.0]
[DOI: 10.52547/jamlu.18.4.73]

$$\frac{\bar{v}^{k'} + ۰/۵\sigma_{\bar{v}^{k'}}}{\bar{v}^{k''} - ۰/۵\sigma_{\bar{v}^{k''}}} - \frac{\bar{v}^{k'}}{\bar{v}^{k''}} \geq ۰,$$

$$\frac{\bar{v}^{k'} + ۰/۵\sigma_{\bar{v}^{k'}}}{\bar{v}^{k''} - ۰/۵\sigma_{\bar{v}^{k''}}} = d_۲,$$

$$\bar{v}^{k'} = \sum_{h \in N^e} v_h^{k'} \Big/ |N^e|$$

$$\sigma^۲_{\bar{v}^{k'}} = \sum_{h \in N^e} (v_h^{k'} - \bar{v}^{k'})^۲ \Big/ |N^e|$$

$$\bar{v}^{k''} = \sum_{h \in N^e} v_h^{k''} \Big/ |N^e|$$

$$\sigma^۲_{\bar{v}^{k''}} = \sum_{h \in N^e} (v_h^{k''} - \bar{v}^{k''})^۲ \Big/ |N^e|$$

$$d_۱ \geq d, \quad d_۲ \geq d,$$

$$v^k_{j_o,t_o}, u^l_{j_o,t_o} \geq ۰, \ k = ۱,...,m; \ l = ۱,...,s.$$

در این مدل $d_۱$ و $d_۲$ به ترتیب به‌عنوان کران پایین و بالای محدودیت وزنی مربوط به نسبت وزنی ورودی‌ها یعنی $\frac{\bar{v}^{k'}}{\bar{v}^{k''}}$ در نظر گرفته می‌شود و d کران پایین این دو است که می‌خواهیم به‌عنوان هدف ثانویه مینیمم نمایم. درواقع d به‌عنوان مینیمم فاصله در محدودیت وزنی به دست می‌آید. یعنی طول بازه نسبت وزنی را مینیمم نموده‌ایم. به دلیل منحصربه‌فرد نبودن وزن‌ها در مدل مضربی (۱) برای ساختن محدودیت وزنی با استفاده از مدل (۲) آن‌ها را به‌صورت متغیر در نظر می‌گیریم و اجازه می‌دهیم مدل با توجه به هدف مینیمم کردن فاصله محدودیت وزنی، وزن‌ها را به دست آورد. همچنین $|N^e|$ تعداد واحدهای کارا است. در مدل فوق محدودیت وزنی اعمال‌شده با استفاده از میانگین وزن‌ها به دست می‌آید و این باعث می‌شود که مدل همواره شدنی باشد.

بعد از اجرای مدل، محدودیت وزنی به‌صورت زیر خواهد بود:

$$WR(k', k'') = d^*_۱ \leq \frac{\bar{v}^{k'}}{\bar{v}^{k''}} \leq d^*_۲$$

مدل فوق یک مدل غیرخطی است. ولی مشکلات محاسبه همه‌ی وجوه کارا را ندارد. درواقع باهدف مینیمم کردن طول بازه محدودیت وزنی شامل وزن‌های واحدهای تصمیم‌گیری کارا، یک محدودیت وزنی برای ارزیابی کارایی تمام واحدهای کارا ارایه شد. پس می‌توان آن را یک روش بهبودیافته برای روش محدودیت وزنی اسمیلد و ژو [۵] در نظر گرفت. در بخش بعدی به‌منظور نشان دادن اهمیت موضوع در دنیای واقعی، یک مثال از ارزیابی شعب بانک تجاری در ایران با استفاده از روش ارایه‌شده خواهیم آورد.

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-01]
[DOR: 20.1001.1.22517286.2021.18.4.1.0]
[DOI: 10.52547/jamlu.18.4.73]

٤ مثال عددی

یکی از کاربردهای مهم تحلیل پوششی داده‌ها ارزیابی کارایی در صنعت بانکداری است. در تحقیقات زیادی محققان به ارزیابی کارایی صنعت بانکداری با استفاده تحلیل پوششی داده‌ها پرداخته‌اند [۱۵]. در این بخش به‌عنوان یک کاربرد از مدل ارایه‌شده به ارزیابی کارایی ۴۰ شعبه از یک بانک تجاری در ایران می‌پردازیم و ویژگی‌های مدل ارایه‌شده را بیان خواهیم نمود.

٤-١ داده‌ها

داده‌های تحقیق مربوط به ۴۰ شعبه طی دو سال ۱۳۹۳ و ۱۳۹۴ است. همچنین ورودی و خروجی‌های این ۴۰ شعبه به‌صورت زیر می‌باشند:

ورودی

۱- هزینه عملیاتی: شامل همه هزینه‌هایی است که شعب بانک بابت جذب سپرده‌ها متحمل می‌شوند. این هزینه‌ها شامل سود پرداختی، کارمزد پرداختی، هزینه جوائز قرض‌الحسنه و ... است.

۲- هزینه غیرعملیاتی: شامل هزینه‌های اداری و پرسنلی، هزینه استهلاک اموال منقول و غیرمنقول و هزینه‌های مطالبات مشکوک الوصول است.

خروجی

۱-درآمدهای مشاع: از مجموع سود تسهیلات اعطایی و سود و زیان حاصل از سرمایه‌گذاری‌ها حاصل می‌شود که اگر از این درآمد حاصل‌شده، سهم سود سپرده‌گذاران کسر شود، سهم شعب بانک از درآمدهای مشاع حاصل می‌شود.

۲-درآمد غیرمشاع: مجموع درآمدهای حاصل از کارمزد، مبادلات ارزی و سایر فعالیت‌های مشاوره‌ای شعب بانک است.

۳-نسبت بانکداری الکترونیک: حاصل تقسیم تعداد سرویس انجام‌شده شعبه در حوزه بانکداری الکترونیک به تعداد سرویس‌های ارایه‌شده به مشتریان شعبه بانک می‌باشد.

۴-نسبت کاهش نرخ هزینه عملیاتی: حاصل تقسیم کاهش هزینه عملیاتی ناشی از فعالیت‌های مانند بانکداری الکترونیک به هزینه عملیاتی شعبه است.

آمار توصیفی (شامل: میانگین، انحراف معیار، مینیمم و ماکزیمم) از ورودی و خروجی‌های این ۴۰ شعبه برای هر دو سال متوالی در جدول ۱ زیر آورده شده است.

جدول ۱. آمار توصیفی مربوط به ورودی‌ها و خروجی‌های دو سال متوالی ۱۳۹۳ و ۱۳۹۴

	میانگین	انحراف معیار	مینیمم	ماکزیمم
ورودی‌های سال ۱۳۹۳				
هزینه عملیاتی	۰/۳۳۳	۰/۰۷۴۷۰۲	۰/۱۳۱	۰/۴۶۳
هزینه غیرعملیاتی	۳۳/۹۷۵	۹/۴۴۷۵۲۷	۱۵	۴۰

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-01]
[DOR: 20.1001.1.22517286.2021.18.4.1.0]
[DOI: 10.52547/jamlu.18.4.73]

خروجی‌های سال ۱۳۹۳				
درآمدهای مشاع	۳۲,۲۰۱,۳۴۳,۷۳۹	۲۱۳۷۳۰۷۷۶۶۵	۴,۹۰۲,۶۵۰,۳۴۵	۱۰۱,۳۴۶,۷۰۳,۰۷۴
درآمدهای غیر مشاع	۴۸,۹۵۴,۸۸۴	۲۴۳۰۵۵۳۱/۷۸	۹,۰۸۰,۸۷۰	۱۱۷,۰۵۳,۴۵۱
نسبت بانکداری الکترونیک	۰/۳۶۳	۰/۱۰۷۷۴۷	۰/۱۲۹	۰/۶۳۲
نسبت کاهش نرخ هزینه عملیاتی	۰/۴۴۷	۰/۰۷۸۱۸۹	۰/۲۷۹	۰/۵۷۶
ورودی‌های سال ۱۳۹۴				
هزینه عملیاتی	۰/۵۴۹	۰/۱۳۶۲۶۴	۰/۱۹۸	۰/۸۱۳
هزینه غیرعملیاتی	۲۵/۸۵	۱۱/۳۷۸۲۳	۱۵	۴۰
خروجی‌های سال ۱۳۹۴				
درآمدهای مشاع	۴,۵۲۸,۵۶۴,۲۱۳	۲۳۵۰۷۰۹۹۲۴	۱,۰۶۴,۹۶۵,۵۵۲	۱۰,۰۶۱,۰۱۵,۱۱۲
درآمدهای غیر مشاع	۱۳۳,۲۸۴,۲۴۹	۳۵۹۱۳۲۶۰۲	۱۴,۹۲۸,۷۵۰	۲,۳۳۷,۶۸۷,۴۴۱
نسبت بانکداری الکترونیک	۰/۷۹۵	۰/۰۶۵۱۴۸	۰/۶۰۰	۰/۹۰۵
نسبت کاهش نرخ هزینه عملیاتی	۰/۳۷۹	۰/۰۹۴۲۷۷	۰/۲۴۱	۰/۶۴۷

اکنون با توجه به این داده‌ها، به تحلیل کارایی ۴۰ شعبه بانک و مساله محدودیت وزنی آن خواهیم پرداخت.

٤-۲ نتایج

در این زیر بخش ابتدا با استفاده از مدل (۱) کارایی شعب بانک ($e_{j,t}$) طی دو سال **۱۳۹۳** و **۱۳۹۴** محاسبه می‌شود. درواقع ابتدا بدون محدودیت وزنی به ارزیابی کارایی ۴۰ شعبه بانک پرداخته می‌شود. برای حل تمام مدل‌ها از نرم‌افزار لینگو ۱۱ استفاده می‌شود. نتایج اجرای مدل (۱) در جدول ۲ زیر آورده شده است.

جدول ۲. مقدار کارایی شعب بانک بدون محدودیت وزنی

شعبه	مقدار کارایی در سال ۱۳۹۳	مقدار کارایی در سال ۱۳۹۴	شعبه	مقدار کارایی در سال ۱۳۹۳	مقدار کارایی در سال ۱۳۹۴
۱	۱	۱	۲۱	۰/۴۵۹	۰/۸۴۷
۲	۰/۴۹۰	۰/۸۸۵	۲۲	۰/۴۵۷	۰/۸۵۵
۳	۰/۶۲۱	۰/۸۷۷	۲۳	۰/۵۹۹	۱
۴	۰/۵۱۸	۰/۹۱۷	۲۴	۰/۴۶۱	۰/۹۲۶
۵	۰/۶۱۰	۰/۹۰۱	۲۵	۰/۴۳۷	۰/۹۸۰
۶	۰/۶۲۵	۱	۲۶	۰/۴۱۸	۰/۹۹۰
۷	۰/۴۵۹	۱	۲۷	۰/۶۱۳	۱
۸	۰/۴۸۸	۰/۹۸۰	۲۸	۰/۷۰۴	۱
۹	۰/۴۹۸	۱	۲۹	۰/۷۳۵	۰/۷۶۹
۱۰	۰/۶۰۲	۱	۳۰	۰/۶۲۱	۰/۹۵۲

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-01]
[DOR: 20.1001.1.22517286.2021.18.4.1.0]
[DOI: 10.52547/jamlu.18.4.73]

۱۱	۰/۴۶۵	۰/۹۴۳	۳۱	۰/۷۵۲	۱
۱۲	۰/۵۰۳	۱	۳۲	۰/۹۰۹	۰/۹۵۲
۱۳	۰/۴۲۲	۰/۹۳۵	۳۳	۰/۴۲۲	۱
۱۴	۰/۴۲۴	۰/۹۷۱	۳۴	۱	۰/۹۳۵
۱۵	۰/۵۷۸	۰/۸۴۰	۳۵	۰/۸۲۶	۰/۹۶۲
۱۶	۰/۳۸۲	۰/۹۵۲	۳۶	۰/۶۲۵	۱
۱۷	۰/۴۳۹	۰/۹۹۰	۳۷	۰/۳۹۲	۱
۱۸	۰/۴۸۵	۰/۹۵۲	۳۸	۰/۵۹۵	۱
۱۹	۰/۴۶۳	۰/۹۴۳	۳۹	۰/۴۵۷	۰/۹۴۳
۲۰	۰/۳۹۴	۱	۴۰	۰/۴۷۲	۱

همان‌گونه که از جدول ۲ می‌توان دید در سال ۱۳۹۴ تعداد ۲ شعبه و در سال ۱۳۹۴ تعداد ۱۶ شعبه از ۴۰ شعبه بانک کارا می‌باشند. در ادامه با توجه به این شعب کارا و مدل ۲ یک محدودیت وزنی برای مدل ارزیابی این ۴۰ شعبه ارایه خواهیم داد. محدودیت وزنی را برای ورودی اول و دوم در نظر می‌گیریم. اگر مدل (۲) را با استفاده از داده‌های شعب کارا اجرا نماییم، جواب بهینه $d_1^* = ۱/۰۰۸$ و $d_2^* = ۱/۰۱۱$ را خواهیم داشت، که با توجه به آن محدودیت وزنی زیر را خواهیم داشت.

$$WR(۱,۲) = d_1^* \le \frac{v^1}{v^2} \le d_2^* \rightarrow WR(۱,۲) = ۱/۰۰۸ \le \frac{v^1}{v^2} \le ۱/۰۱۱$$

$$\rightarrow WR(۱,۲) = ۱/۰۰۸\, v^2 - v^1 \le ۰, \quad v^1 - ۱/۰۱۱\, v^2 \le ۰$$

در ادامه با توجه به محدودیت وزنی ارایه‌شده و اضافه کردن آن به مدل (۱)، شعب بانک را دوباره ارزیابی خواهیم نمود، که نتایج آن در جدول ۳ زیر آورده شده است.

جدول ۳. مقدار کارایی شعب بانک با محدودیت وزنی

شعبه	مقدار کارایی در سال ۱۳۹۳	مقدار کارایی در سال ۱۳۹۴	شعبه	مقدار کارایی در سال ۱۳۹۳	مقدار کارایی در سال ۱۳۹۴
۱	۰/۷۳۵	۰/۷۹۴	۲۱	۰/۲۹۹	۰/۵۴۱
۲	۰/۳۳۶	۰/۵۰۰	۲۲	۰/۳۶۸	۰/۵۳۵
۳	۰/۴۱۳	۰/۵۲۶	۲۳	۰/۵۹۵	۱
۴	۰/۳۴۰	۰/۵۰۸	۲۴	۰/۲۲۷	۰/۹۲۶
۵	۰/۳۷۷	۰/۷۱۹	۲۵	۰/۲۷۴	۰/۹۶۲
۶	۰/۵۱۸	۰/۷۸۱	۲۶	۰/۳۷۳	۰/۹۹۰
۷	۰/۲۳۲	۰/۴۷۴	۲۷	۰/۳۴۶	۱
۸	۰/۳۷۹	۰/۸۲۶	۲۸	۰/۶۹۴	۱
۹	۰/۳۱۷	۰/۷۱۴	۲۹	۰/۷۳۰	۰/۷۶۹
۱۰	۰/۵۴۹	۰/۸۴۷	۳۰	۰/۶۱۷	۰/۹۴۳

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-01]
[DOR: 20.1001.1.22517286.2021.18.4.1.0]
[DOI: 10.52547/jamlu.18.4.73]

۱۱	۰/۳۱۰	۰/۴۲۲	۳۱	۰/۵۶۸	۰/۶۹۹
۱۲	۰/۲۵۳	۱	۳۲	۰/۶۰۲	۰/۶۱۰
۱۳	۰/۳۱۴	۰/۳۸۹	۳۳	۰/۳۰۹	۰/۹۹۰
۱۴	۰/۳۱۶	۰/۵۷۵	۳۴	۰/۳۸۳	۰/۹۲۶
۱۵	۰/۲۹۳	۰/۵۳۸	۳۵	۰/۸۲۰	۰/۹۶۲
۱۶	۰/۲۴۴	۰/۹۴۳	۳۶	۰/۶۲۱	۱
۱۷	۰/۳۱۳	۰/۴۴۱	۳۷	۰/۲۶۲	۱
۱۸	۰/۲۸۷	۰/۴۰۷	۳۸	۰/۳۱۸	۱
۱۹	۰/۲۸۱	۰/۴۰۸	۳۹	۰/۴۰۷	۰/۹۳۵
۲۰	۰/۳۱۰	۱	۴۰	۰/۳۲۷	۱

همان‌طور که در جدول ۳ می‌بینید، بعد از اجرای مدل (۱) با محدودیت وزنی در سال ۱۳۹۳ هیچ شعبه‌ای کارا نیست و در سال ۱۳۹۴ تعداد شعب کارا از ۱۶ به ۹ شعبه کاهش پیدا کرد. این نشان می‌دهد که قدرت تفکیک‌پذیری مدل‌بالا رفته است. علاوه براین در جدول ۴ زیر میانگین و انحراف معیار کارایی شعب بانک به تفکیک سال برای قبل و بعد از محدودیت وزنی آورده شده است.

جدول ٤. کارایی مربوط به شعب بانک بعد از محدودیت وزنی

	قبل از محدودیت وزنی	بعد از محدودیت وزنی
میانگین کارایی در سال ۱۳۹۳	۰/۵۶۰	۰/۴۰۹
انحراف معیار کارایی در سال ۱۳۹۳	۰/۱۵۷	۰/۱۵۵
میانگین کارایی در سال ۱۳۹۴	۰/۹۵۵	۰/۷۶۵
انحراف معیار کارایی در سال ۱۳۹۴	۰/۵۵۴	۰/۲۲۱

همان‌طور که می‌بینید میانگین کارایی بعد از محدودیت وزنی برای هر دو سال ۱۳۹۳ و ۱۳۹۴ کمتر شده است و این با توجه به محدودیت وزنی اعمال‌شده است. درواقع وزن‌های غیرمتعارف در ارزیابی شعب بانک حذف‌شده است و شعب اجازه دارند وزن‌های خود را در بازه محدودیت وزنی انتخاب نمایند. از طرفی دیگر اگر به انحراف معیار کارایی قبل و بعد از اعمال محدودیت وزنی توجه شود، می‌بینید که انحراف معیار بعد از اعمال محدودیت وزنی کاهش پیداکرده است و این نشان می‌دهد که پراکندگی نمره کارایی حاصل از وجود وزن‌های غیرمتعارف در اندازه‌گیری کارایی از بین رفته است.

۵ نتیجه‌گیری

در این مقاله به ارایه یک روش بهبودیافته محدودیت وزنی در تحلیل پوششی داده‌ها پرداختیم. مدل ارایه‌شده با توجه به یک مدل دیگر (به اسم مدل ثانویه) یک بازه محدودیت وزنی ایجاد خواهد نمود، که هدف آن مینیمم کردن نسبت وزن‌ها از بازه انحراف آن می‌باشد. بعد از ارایه مدل به‌منظور نشان دادن اهمیت روش، آن را بر روی

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-01]
[DOR: 20.1001.1.22517286.2021.18.4.1.0]
[DOI: 10.52547/jamlu.18.4.73]

یک مثال از دنیای واقعی اجرا نمودیم. این مثال شامل داده‌های ۴۰ بانک برای دو سال متوالی ۱۳۹۳ و ۱۳۹۴ می‌باشد. محدودیت ایجادشده تعداد شعب کارا را کم نموده و میانگین کارایی این ۴۰ شعبه را افزایش می‌دهد، که این با توجه به ماهیت محدودیت وزنی معمول می‌باشد. پس این روش با حذف وزن‌های غیرمتعارف در ارزیابی کارایی شعب بانک رویکرد ارزیابی را بهبود می‌دهد. در این مقاله مدل هدف ثانویه با توجه به مینیمم کردن بازه محدودیت وزنی فرمول‌بندی شد. اما می‌توان با رویکردهای دیگر به‌عنوان‌مثال ماکزیمم کردن بازه محدودیت وزنی و یا پیدا کردن تفاسیر مدیریتی و استفاده در مدل هدف ثانویه، روش‌های بهبودیافته دیگری ارایه نمود. مورد دیگری می‌تواند با در نظر گرفتن محدودیت وزنی روی وزن‌های خروجی یا ترکیب از وزن‌های ورودی یا خروجی با همین روش ارایه‌شده در این مقاله انجام شود. می‌توان روش ارایه‌شده را با نظرات مدیر در خصوص محدودیت‌های وزنی ادغام نمود و یک رویکرد جدید ارایه کرد، که هر یک از این موضوع‌ها می‌تواند مبنای کارهای آینده باشند.

منابع

[1] Charnes, A., Cooper, W.W. and Rhodes, E. (1978), Measuring the efficiency of decision making units, European Journal of Operational Research, 2, 429-444.

[2] Banker, R.D. (1984). Estimating most productive scale size using Data Envelopment Analysis, European Journal of Operational Research 17(1), 35-44.

[3] Shafiei, M. (2017). Designing a Multi-level Data Envelopment Analysis Model to Evaluate the Efficiency of Financial Organizations. Journal of Operational Research and Its Applications, 14(2), 41-66.

[4] Allen, R., Athanassopoulos, A., Dyson, R. G., Thanassoulis, E. (1997). Weights restrictions and value judgments in data envelopment analysis: Evolution, development and future directions. Annals of Operations Research, 73, 13–34.

[5] Zhiani Rezai, H., Mahmoodi Meymand, U. (2010). Symmetric weights restrictions in data envelopment analysis: Simultaneous symmetry in input and output weights in the multiple model of CCR output nature. Journal of Operational Research and Its Applications, 7 (2), 43-53.

[6] Thanassoulis, E., Portela, M. C. A. S., Allen, R. (2004). Incorporating value judgments in DEA. In: Cooper, W.W., Seiford, L.W., Zhu, J. (Eds.), Handbook on Data Envelopment Analysis. Kluwer Academic Publishers, 99–138.

[7] Tracy, D.L., Chen, B. (2005). A generalized model for weight restrictions in data envelopment analysis. Journal of Operational Research Society, 56, 390–396.

[8] Khalili, M., Camanho, A.S., Portela, M., Alirezaee, M.R. (2010). The measurement of relative efficiency using data envelopment analysis with assurance regions that link inputs and outputs. European Journal of Operational Research, 203(3), 761–770.

[9] Podinovski, V. V. (2016). Optimal weights in DEA models with weight restrictions, European Journal of Operational Research, 254(3), 916-924.

[10] Mirzaiyan, M., Sanei, M., Hosseinzadeh Lotfi, F., Mohammad Reza, M. (2019). Evaluation of Financial Ratios in DEA-R model with production trade–offs and weight restrictions. Journal of mathematical extension, 13(2), 69-91.

[11] Razipour-GhalehJough, S., Hosseinzadeh Lotfi, F., Jahanshahloo, G., Rostamy-malkhalifeh, M., Sharafi, H. (2020). Finding closest target for bank branches in the presence of weight restrictions using data envelopment analysis. Ann Oper Res, 288, 755–787.

[12] Kiaei, H., Kazemi Matin, R., Nasseri, S.H. Production trade-offs and weight restrictions in two-stage network data envelopment analysis. International Journal of Applied Decision Sciences, 13(1), 21-45.

[13] Asmild, M., Zhu, M. (2016). Controlling for the use of extreme weights in bank efficiency assessments during the financial crisis. European Journal of Operational Research, 251(3), 999-1015.

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-01]
[DOR: 20.1001.1.22517286.2021.18.4.1.0]
[DOI: 10.52547/jamlu.18.4.73]

[14] Olesen, O. B., Petersen, N. C. (2003). Identification and use of efficient faces and facets in DEA. Journal of Productivity Analysis, 20(1), 323–360.
[15] Khoshandam, L. 2020. Ranking by Using Improved Cross Efficiency Based on Perturbation Problem: An Application to Iranian Commercial Banks. Journal of Operational Research and Its Applications, 17 (2), 127-144.

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-01]

[DOR: 20.1001.1.22517286.2021.18.4.1.0]
[DOI: 10.52547/jamlu.18.4.73]