مجله تحقیق در عملیات در کاربردهای آن، سال سیزدهم، شماره چهارم (پیاپی ۵۱)، زمستان ۹۵، ص ص ۱۴۰-۱۲۱
شاپا ۷۲۸۶-۲۲۵۱

بهینه‌سازی سبد مشتریان در تخصیص بودجه بازاریابی با استفاده از تحلیل پوششی داده‌ها و بهینه‌سازی استوار

مجتبی صالحی*[۱]، مریم نوری[۲]

۱- استادیار، دانشگاه پیام نور، دانشکده فنی و مهندسی، گروه مهندسی صنایع، تهران، ایران

۲- کارشناسی ارشد، دانشگاه خواجه نصیرالدین طوسی، دانشکده مهندسی صنایع، تهران، ایران

رسید مقاله: ۲۷ خرداد ۱۳۹۵

پذیرش مقاله: ۸ آبان ۱۳۹۵

چکیده

امروزه سازمان‌ها برای حفظ و بهبود موقعیت خود در بازارهای رقابتی، مایلند بودجه‌های قابل توجهی را صرف ایجاد و حفظ رابطه با مشتریان نمایند. از این رو مدیران بازاریابی همواره با چالش تخصیص بودجه‌های در دست و انتخاب بهترین اقدامات نوآورانه روبرو هستند؛ بنابراین انجام تحلیل‌های کارآمد از رفتار مشتریان برای تخصیص منابع ضروری است. هدف این مقاله ارایه مدلی دو مرحله‌ای برای مدیریت سبد مشتریان با استفاده از دو رویکرد تحلیل پوششی داده‌ها و بهینه‌سازی استوار می‌باشد. در مرحله اول کارایی تمام مشتریان با مدل همتای استوار مدل BCC مورد ارزیابی قرار می‌گیرد و مشتریان کاندید برای سبد بهینه جهت تخصیص منابع انتخاب می‌گردند. در مرحله بعد تخصیص منابع با هدف ماکزیمم‌سازی نسبت ارزش طول عمر مشتریان به هزینه‌های بازاریابی صرف شده برای مشتری انجام می‌گردد. مدل پیشنهاد شده برای مشتریان شرکت تولیدی بهبان که در زمینه تولید دارو فعالیت می‌کند پیاده‌سازی گردید و نتایج مورد تحلیل قرار گرفت. نوآوری این تحقیق، استفاده همزمان از تحلیل پوششی داده‌ها و بهینه‌سازی استوار در ارزیابی عملکرد مشتریان می‌باشد. نتایج نشان داد با استفاده از این رویکرد، مشتریانی که کاندید سبد نهایی جهت تخصیص منابع می‌شوند، ارزش مورد انتظار بیش‌تری را نسبت به سایر رویکردهای ذکرشده در ادبیات تحقیق خواهند داشت.

کلمات کلیدی: مدیریت سبد مشتری، تخصیص منابع بازاریابی، تحلیل پوششی داده‌ها، عدم قطعیت داده‌ها، بهینه‌سازی استوار.

۱ مقدمه

از آنجایی که سود یک شرکت را مشتریان و احتیاجات آن‌ها فراهم می‌کند، شرکت‌ها نباید خودشان را تولیدکنندگان محصول یا خدمت بپندارند؛ بلکه باید به خودشان به عنوان خریداران مشتری نگاه کنند [۱]. البته

* عهده دار مکاتبات

آدرس الکترونیکی: m_salehi61@yahoo.com

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-01]

[DOR: 20.1001.1.22517286.2017.13.4.6.4]

خلق مشتری پایان کار نیست و جذب مشتری نیز به تنهایی برای سازمان سودآور نیست و این ادامه رابطه با مشتری است که وی را سودآور می‌کند. باید بدانیم کدام مشتری (سرمایه) ارزشمندتر است و با سرمایه و بودجه محدود سازمان، کدام مشتریان برای سرمایه‌گذاری‌های بیش‌تر جهت حفظ و نگهداری باید انتخاب گردند. تحلیل سبد مشتری می‌تواند بر پایه جنبه‌های محوری تئوری سبد مشتری تعریف گردد. به این صورت که مدیریت سبد مشتری[1] عملکردی است که یک شرکت ارزش فعلی و آینده مشتریان را تجزیه و تحلیل نموده و یک ساختار متعادل برای تخصیص منابع به مشتریان مختلف و یا گروه‌های مختلف ایجاد می‌کند [۲]. موضوع اصلی در تمام تجزیه و تحلیل‌های سازمانی، عملکرد است و بهبود آن مستلزم اندازه‌گیری است و از این رو سازمانی بدون سیستم ارزیابی عملکرد قابل تصور نمی‌باشد. تحلیل پوششی داده‌ها[2]، روشی غیرپارامتریک و مبتنی بر برنامه‌ریزی خطی است که در سال ۱۹۸۷ توسط چارنز[3] و همکارانش برای ارزیابی کارایی نسبی واحدهای تصمیم‌گیری که وظایف یکسانی انجام می‌دهند، ابداع شد [۳]. مدل‌های تحلیل پوششی داده‌ها ابزار مناسبی برای اندازه‌گیری کارایی واحدهای تصمیم‌گیری مشابه هستند؛ اما در مدل‌های کلاسیک تحلیل پوششی داده‌ها (مثل مدل‌های CCR و BCC) این فرض وجود دارد که مقدار عددی دقیقی برای ورودی‌ها و خروجی‌ها مشخص است؛ ولی بسیاری از اوقات در شرایط واقعی کسب و کار، تعیین مقدار عددی دقیق برای برخی ورودی‌ها و یا خروجی‌ها امکانپذیر نیست. لذا نیازمند مدلی هستیم که کارایی مشتریان را در شرایط عدم قطعیت داده‌ها نیز محاسبه کند و از پایداری در جواب برخوردار باشد. برای دستیابی به این منظور از بهینه‌سازی استوار[4] در این تحقیق استفاده شده است.

پیشرفت‌های اخیر در بهینه‌سازی استوار فرصتی را برای توسعه الگوهای تحلیل پوششی داده‌های استوار فراهم آورده است. با توجه به اهمیت موضوع، مطالعاتی در زمینه استوارسازی مدل‌های تحلیل پوششی داده‌ها در حوزه‌های مختلف صورت پذیرفته است. مطالعاتی نیز به صورت جداگانه در هر یک از مفاهیم صورت گرفته است. در جدول (۱) مروری بر بخشی از مهم‌ترین مقالات مرتبط با ادبیات تحقیق از سال ۱۳۹۰ به بعد آورده شده است. همان طور که ملاحظه می‌گردد در ادبیات موضوعی، مطالعاتی که در زمینه تحلیل پوششی داده‌ها و بهینه‌سازی استوار صورت گرفته‌اند به صورت جداگانه به استفاده از این رویکردها پرداخته‌اند و کاربرد همزمان این دو روش در مساله مدیریت سبد مشتری بررسی نگردیده است.

در ادامه مفاهیم مرتبط با مدیریت سبد مشتری در بخش۲، تخصیص منابع در بخش۳، تحلیل پوششی داده‌ها در بخش۴ و بهینه‌سازی استوار در بخش۵ توضیح داده می‌شوند. سپس ساختار مدل پیشنهاد شده در بخش۶ بیان گردیده و در بخش۷ پیاده‌سازی مدل پیشنهادی بر روی داده‌های یک شرکت تولیدی پیاده‌سازی می‌گردد.

[1] Customer Portfolio Management
[2] Data Envelopment Analysis
[3] Charnes
[4] Robust Optimization

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-01]

[DOR: 20.1001.1.22517286.2017.13.4.6.4]

۲ مفاهیم مرتبط با مدیریت سبد مشتری

برای بسیاری از شرکت‌ها مشتری کلیدی کسی است که سهم زیادی در سودآوری شرکت داشته باشد؛ اما این تعریف نمی‌تواند مبنای شناسایی مشتریان قرارگیرد. مشتریان کلیدی مشتریانی هستند که سهم به سزایی در دستیابی شرکت به اهدافش داشته باشند و از آن جا که اهداف شرکت تنها به سودآوری و درآمد ختم نمی‌شود، سودآوری و درآمدزایی تنها معیار تعریف مشتریان کلیدی نخواهد بود.

جدول ۱. مروری بر مقالات مرتبط با ادبیات موضوع تحقیق از سال ۱۳۹۰ به بعد

نویسندگان و سال انتشار	هدف	تکنیک مورد استفاده	نتایج
آذر و همکاران [۴]	ارزیابی عملکرد گروه‌های کاری با بسط الگوی تحلیل پوششی داده‌های استوار	مدل تحلیل پوششی داده‌های استوار	نتیجه بهتر ارزیابی عملکرد ۵۴ گروه کاری در یک شرکت دولتی با استفاده از استوارسازی مدل
محقر و همکاران [۵]	مدلی برای سنجش کارایی واحدهای تصمیم‌گیرنده با ساختار شبکه‌ای موازی	DEA	مدلی برای سنجش کارایی واحدهای استانی دانشگاه آزاد اسلامی با توجه به ساختار شبکه‌ای ارایه شد.
معمارپور [۷]	تخصیص پویای بودجه‌های بازاریابی با هدف ماکزیمم سازی CLV	زنجیره‌ی مارکوف	پیش‌بینی رفتار مشتریان با استفاده از زنجیره‌ی مارکوف. (برای تعیین حالات مشتریان از یکی از معیارهای RFM(Monetary) استفاده شده و احتمالات گذار با روش ناپارامتری انجام شد.)
وانگ و وی[۲] [۷]	تحلیل پوششی داده‌های استوار بر پایه تصمیم‌گیری چندمعیاره[۱] و با فرض عدم قطعیت در داده‌ها	DEA بهینه‌سازی استوار	استفاده از رویکرد بن تال و نمیروفسکی در بهینه سازی استوار
یون و یان[۴] [۸]	مدیریت سبد مشتری بر پایه استراتژی بازاریابی چند مرحله‌ای و تکنیک بهینه سازی ذرات انبوه[۳]	SWARM بهینه‌سازی	استفاده از ماتریس نیمه واریانس بعنوان ماتریس ریسک و ارایه یک مساله بهینه‌سازی با هدف ماکزیمم نمودن بازگشت سرمایه و مینیمم نمودن ریسک مشتری با محدودیت میزان بودجه در دسترس. سپس حل مدل توسط ذرات انبوه و تقسیم‌بندی مشتریان در گروه‌هایی با تعداد مشتری و ریسک و سرمایه مطلوب.
آزادی و همکاران [۹]	ارایه یک مدل DEA فازی برای ارزیابی و دسته‌بندی تامین‌کنندگان	DEA تکنیک اعداد فازی	ارزیابی عملکرد تامین‌کنندگان یک شرکت تولید رزین با مدل DEA و استفاده از تکنیک فازی برای عدم قطعیت در داده‌ها
هوانگ و یین[۵] [۱]	بهینه‌سازی مدیریت سبد سرمایه‌گذاری مشتری	بهینه‌سازی	با در نظر گرفتن ریسک و بازگشت سرمایه یک مدل بهینه‌سازی برای مدیریت سبد مشتری ارایه شده که هدف دستیابی به ماکزیمم ارزش سبد مشتری می‌باشد.
کومار[۶] و همکاران [۱۰]	استفاده از رویکرد ترکیبی AHP و DEA برای ارزیابی عملکرد مشتریان	DEA AHP	ابتدا متغیرهای موثر در عملکرد مشتریان بررسی شد. سپس با استفاده از AHP فازی متغیرها رتبه‌بندی شدند و کارایی مشتریان محاسبه گردید.

[1] MCDM
[2] Wang and Wei
[3] PSO (Particle Swarm Optimization
[4] Yun and Yan
[5] Huang and Yin
[6] Kumar

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-01]
[DOR: 20.1001.1.22517286.2017.13.4.6.4]

تحقیقات گذشته تعاریف مختلفی برای ارزش طول عمر مشتری ارایه کرده‌اند. برای مثال بلتبرگ و دیتون در سال ۱۹۹۶ ارزش طول عمر مشتری را سود مورد انتظار از مشتری بدون در نظر گرفتن هزینه‌های مرتبط با مشتری تعریف نمودند. تعاریف دیگر نیز همین مفهوم را با بیان‌های دیگر تعریف می‌کنند نظیر سود یا ضرر خالصی که شرکت از مشتری در مدت زمان داد و ستد با او به دست می‌آورد [۱۱]. همچنین در تعریفی دیگر CLV ارزش کنونی تمام سودهای آینده که توسط مشتری حاصل می‌گردد تعریف شده است [۱]. تاکید CLV بیش‌تر بر روی فروش و خدمات دراز مدت مشتری محسوب می‌شود تا فروش و سودآوری کوتاه مدت. از آنجا که مشتریان تنها منابع درآمدی سازمان‌ها محسوب می‌شوند، CLV می‌تواند برآورد کننده سود درازمدت سازمان باشد [۱۲]. شکل ریاضی مجموعه‌ی تعاریف فوق را می‌توان تحت رابطه (۱) بیان نمود[۱۳]:

$$CLV_i = \sum_{t=0}^{T} \frac{R_{it} - C_{it}}{(1+d)^t} \qquad (1)$$

R_{it}: درآمد مشتری i در دوره t $\quad$ C_{it}: هزینه مشتری i در دوره t

d: نرخ تنزیل $\quad$ T: مدت زمان ارتباط مشتری با سازمان

۳ تخصیص منابع

مساله اصلی تخصیص بودجه‌های بازاریابی را می‌توان به این صورت بیان کرد: " چطور بودجه‌های ارتباط با مشتری را به بخش‌های مشتریان تقسیم کنیم به گونه‌ای که سود سازمان در درازمدت بیشینه شود؟" [۱۴]. رویکردهای سنتی بازار، هزینه‌های بازاریابی را بدون هدف و به صورت یکسان برای همه بخش‌های بازار تخصیص می‌دهند در حالی که رویکردهای جدید تخصیص بودجه، تمایل به تخصیص هدفمند بودجه و منابع دارند [۱۵].

ونکاتسان و کومار [۱۶] در مقاله خود به سودمندی CLV به عنوان فاکتوری جهت انتخاب و تخصیص بهینه منابع و گسترش یک چارچوب پویا که می‌تواند درخصوص نگهداری و یا خارج نمودن مشتری با سازمان مفید واقع شود، اشاره نمودند و بیان داشتند مشتریانی که بر اساس CLV شان تقسیم بندی و مورد رفتار قرار می‌گیرند، سودآوری بیش‌تری در آینده نسبت به سایر مشتریان برای سازمان ایجاد خواهند کرد.

٤ تحلیل پوششی داده‌ها

تحلیل پوششی داده‌ها ابزاری مبتنی بر برنامه‌ریزی خطی و توانمند است که امروزه به صورت چشمگیری در اغلب کشورهای جهان برای ارزیابی عملکرد سیستم‌هایی با چند ورودی و چند خروجی به کار گرفته می‌شود. علت مقبولیت گسترده‌تر روش تحلیل پوششی داده‌ها نسبت به سایر روش‌ها، امکان بررسی روابط پیچیده و اغلب نامعلوم بین چندین ورودی و چندین خروجی است که در فعالیت‌های مختلف نظیر تعمیر و نگهداری در پایگاه‌های هواپیمایی، عملکرد نیروهای پلیس، عملکرد شعب بانک‌ها، کارایی دانشگاه‌ها، کارایی شرکت‌های بیمه، عملکرد بیمارستان‌ها و ... وجود دارد[۱۷].

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-01]

[DOR: 20.1001.1.22517286.2017.13.4.6.4]

فارل[1] [۱۸] اقدام به اندازه‌گیری کارایی برای یک واحد تولیدی کرد که شامل یک ورودی و یک خروجی بود. مقاله فارل اساس کار مقاله چارنز، کوپر و رودز (CCR)[2] در سال ۱۹۷۸ قرار گرفت. آن ها تحلیل اولیه فارل را که در حالت یک خروجی و یک ورودی مطرح شد، به حالت چند ورودی و چند خروجی تعمیم دادند و با به کارگیری برنامه‌ریزی خطی[3] مدلی ارایه کردند که توانایی تخمین مرز تولید[4] و اندازه گیری کارایی را با چندین ورودی و خروجی داشت. بنکر[5] و همکاران [۱۹] با تغییر در مدل CCR مدل جدیدی ارایه کردند که مدل BCC نامیده شد. مدل BCC مدلی از تحلیل پوششی داده‌هاست که کارایی نسبی واحدها را با بازده به مقیاس متغیر برآورد می‌کند. اصلی ترین تفاوت این مدل نسبت به مدل‌های CCR همین اصل بازده به مقیاس متغیر است. مدل زیر مدل مضربی BCC ورودی محور است که لازم به ذکر است در تحقیق حاضر، از این مدل برای استوارسازی استفاده شده است.

$$Max \quad z = \sum_{r=1}^{s} u_r y_{r0} + w$$

$$s.t.$$

$$\sum_{r=1}^{s} u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^{m} v_i x_{ij} + w \le 0, \qquad j = 1,\ldots,n, \tag{۲}$$

$$\sum_{i=1}^{m} v_i x_{i0} = 1,$$

$$u_r, v_i \ge 0, \qquad r = 1,\ldots,s, \quad i = 1,\ldots,m.$$

متغیرهای مدل فوق همانند متغیرهای مدل (۲) تعریف می‌شوند. W نیز متغیری است که به جهت بازده به مقیاس متغیر در مدل در نظر گرفته شده است.

۵ بهینه‌سازی استوار

در روش‌های کلاسیک برای در نظر گرفتن عدم قطعیت داده‌ها از رویکرد تحلیل حساسیت نیز بهره می‌گیرند. در این رویکرد، متخصصان و مدل سازها در ابتدا از تاثیر عدم قطعیت داده‌ها بر روی مدل چشم پوشی و متعاقباً برای صحه گذاشتن بر جواب به دست آمده، از تحلیل حساسیت استفاده می‌کنند؛ اما تحلیل حساسیت تنها ابزاری برای تحلیل خوب بودن جواب است و نمی‌توان از آن برای تولید جواب‌های استوار استفاده کرد [۱۴]. علاوه بر آن، انجام تحلیل حساسیت توام، در مدل‌هایی که تعداد زیادی داده غیرقطعی دارند، عملی نیست. رویکرد دیگر که در سال‌های اخیر برای مقابله با عدم قطعیت داده‌ها، بسط یافته است، بهینه‌سازی استوار است. در حقیقت اگر مدل‌ها استوار باشند، خطر به کارگیری اشتباه یا استفاده غلط از آن، بسیار کم‌تر خواهد شد و استواری به این مفهوم است که خروجی مدل نباید خیلی نسبت به مقادیر دقیق پارامترها و ورودی های مدل حساس باشد [۲۰].

[1] Farrell
[2] Charnes, Cooper & Rhodes (CCR)
[3] Linear Programming
[4] Production Frontier
[5] Banker

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-01]
[DOR: 20.1001.1.22517286.2017.13.4.6.4]

در زمینه بهینه‌سازی استوار سه رویکرد کلی وجود دارد: رویکرد استوار سویستر[1]، رویکرد استوار بن-تال و نمیروفسکی[2]، رویکرد استوار برتسیماس وسیم[3]. رویکردهای فوق بر مبنای مساله بهینه سازی خطی زیر ارایه می‌گردند.

$$\begin{aligned} Max \quad & C^{'}x \\ s.t. \quad & \\ & Ax \le b \\ & l \le x \le u \end{aligned} \qquad (۳)$$

اولین تحقیق در زمینه استواری در اوایل دهه هفتاد توسط سویستر [۲۱] در قالب یک الگوی بهینه‌سازی خطی ارایه گردید که بهترین جواب موجه برای همه داده‌های ورودی را به ما می‌دهد، به طوری که هر داده ورودی می تواند هر مقداری از یک بازه بگیرد. روش سویستر دارای محافظت بالا، در عمل خیلی محافظه‌کارانه و در آنالیز حساسیت جواب استوار تابع هدف خیلی بدتر از جواب بهینه مساله اسمی می باشد. در راستای برطرف کردن مشکل مدل سویستر، بن- تال و نمیروفسکی در سال ۲۰۰۰ مدلی را ارایه نمودند که توانایی کنترل محافظه کاری دارد؛ اما از آنجایی که یک مساله غیرخطی از نوع مخروطی مرتبه دوم می‌باشد، قابلیت استفاده برای مسائل بهینه‌سازی گسسته را ندارد[۲۱]. برتسیماس و سیم در سال‌های ۲۰۰۳ و ۲۰۰۴ رویکردی استوار برای مسائل بهینه سازی ارایه نمودند که مشکلات رویکردهای پیشین را مرتفع ساخت. مهم‌ترین ویژگی این روش این است که همتای استوار مساله خطی به صورت خطی باقی می‌ماند و همچنین تضمین‌های احتمالی برای شدنی بودن جواب‌های مساله استوار ارایه می‌گردد [۲۲و۲۱].

از آنجایی که رویکرد مورد استفاده در این تحقیق رویکرد برتسیماس و سیم می‌باشد، تنها به توضیح این رویکرد می‌پردازیم. بر مبنای مساله بهینه‌سازی خطی (۴) محدودیت iام مساله اسمی را به صورت $a_i^{'} x \le b$ در نظر بگیرید. J_i مجموعه ضرایب $a_{ij}, j \in J_i$ است که دارای عدم قطعیت هستند. $\tilde{a}_{ij}, j \in J_i$ بر اساس یک توزیع همگن با میانگین برابر با a_{ij} مقدار می‌گیرد. $\tilde{a}_{ij}$ برای هر I در بازه‌ی $\left[a_{ij} - \tilde{a}_{ij}, a_{ij} + \tilde{a}_{ij}\right]$ مقدار می‌گیرد. در اینجا پارامتر Γ_i معرفی می‌شود. این پارامتر لازم نیست مقدار عدد صحیح بگیرد، این پارامتر در بازه $\left[0, |J_i|\right]$ مقدار می‌گیرد.نقش پارامتر Γ_i تعدیل استواری مدل ارایه شده در مقابل سطح محافظه کاری جواب می‌باشد. به طور ساده‌تر، خیلی بعید است که تمام $a_{ij}, j \in J_i$ تغییر کنند. هدف اینست که مدل را در مقابل تمام حالاتی که بیش‌تر از $\lfloor \Gamma_i \rfloor$ تغییر می‌کنند محافظت کند و یک ضریب a_{it} به صورت $\hat{a}_{it}\left(\Gamma_i - \lfloor \Gamma_i \rfloor\right)$ تغییر کند. به عبارت دیگر زیرمجموعه‌ای از ضرایب تغییر می‌کنند و بر جواب تاثیر می‌گذارند. در این رویکرد ارایه شده اگر تغییرات در حد $\lfloor \Gamma_i \rfloor$ باشد، جواب حتما شدنی خواهد بود و اگر بیش‌تر از $\lfloor \Gamma_i \rfloor$ تغییر کند، با احتمال قوی همچنان شدنی خواهد بود [۲۲]. این رویکرد به صورت زیر تعریف می‌گردد:

[1] Soyster
[2] Ben-Tal and Nemirovski
[3] Bertsimas and Sim

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-01]
[DOR: 20.1001.1.22517286.2017.13.4.6.4]

$$
\begin{aligned}
Max \quad & C^{'}x \\
s.t. \quad & \\
& \sum_j a_{ij}x_j + Z_i\Gamma_i + \sum_{j\in J_i} P_{ij} \le b_i \quad \forall i \\
& Z_i + P_{ij} \ge \hat{a}_{ij} I_j \quad \forall i \ , j \in J_i \\
& -I_j \le x_j \le I_j \quad \forall j \\
& l_j \le x_j \le u_j \quad \forall j \\
& P_{ij} \ge 0 \quad \forall i \ , j \in J_i \\
& I_j \ge 0 \quad \forall j \\
& Z_i \ge 0 \quad \forall i
\end{aligned}
\qquad (۴)
$$

مهم‌ترین ویژگی این روش این است که همتای استوار مساله خطی به صورت خطی باقی می‌ماند و همچنین تضمین‌های احتمالی برای شدنی بودن جواب‌های مساله استوار ارایه می‌گردد. همچنین در ارتباط با محافظه‌کاری جواب‌های استوار می‌توان به این نکته اشاره کرد که در این متدولوژی قابلیت‌کنترل درجه استواری جواب وجود دارد. اگر $\Gamma_i = 0$ باشد، هیچ حفاظتی در برابر عدم اطمینان وجود ندارد و به عبارتی محدودیت ها همانند مسأله قطعی است. اگر $\Gamma_i = |J_i|$ باشد، محدودیت i ام بیش‌ترین سطح حفاظت را در برابر عدم قطعیت دارد و مدل تبدیل به مدل سویستر خواهد شد [۱۷].

٦ ساختار مدل پیشنهادی

٦-١ مرحله اول رویکرد پیشنهادی: ارزیابی مشتریان جهت انتخاب مشتریان سبد بهینه

مرحله اول شامل ارزیابی کارایی مشتریان با استفاده از مدل همتای استوار و انتخاب مشتریان کاندید برای مرحله بعد می‌باشد. همان طور که قبلا اشاره شد استفاده از مدل‌های DEA در برخی موارد که داده‌ها همراه با عدم اطمینان هستند و از عدم قطعیت برخوردارند مناسب نبوده و منجر به نتایج نادرست می‌گردد؛ لذا از الگوی استوار مدل BCC که در مدل (۳) توضیح داده شد در این تحقیق استفاده گردید. مدل زیر مدل همتای استوار مدل مضربی BCC ورودی محور می‌باشد:

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-01]

[DOR: 20.1001.1.22517286.2017.13.4.6.4]

$$
\begin{aligned}
&Max \quad F \\
&s.t. \\
&-(\sum_{r=1}^{s} u_r * y_{ro} + w + Z_0 * \Gamma_0 + \sum_{r=}^{s} P_{0r}) \le -F, \\
&\sum_{i=1}^{m} y_i * x_{io} + Z_1 * \Gamma_1 + \sum_{i=1}^{m} P_{1i} = 1, \\
&\sum_{r=1}^{s} u_r * y_{rj} - \sum_{i=1}^{m} y_i * x_{ij} + w + Z_j * \Gamma_j + \sum_{h=1}^{s+m} P_{jh} \le 0, \quad j = 2,\ldots,n, \\
&Z_0 + P_{0r} \ge d * y_{ro} * I_h, && r = 1,\ldots,s, \quad h = 1,\ldots,s, \\
&Z_1 + P_{1i} \ge d * x_{io} * I_h, && i = 1,\ldots,m, \quad h = s+1,\ldots,s+m, \\
&Z_j + P_{jh} \ge d * y_{rj} * I_h, && j = 2,\ldots,n, \quad h = 1,\ldots,s, \\
&Z_j + P_{jh} \ge d * x_{ij} * I_h, && i = 1,\ldots,m, \quad h = s+1,\ldots,s+m, \\
&-I_h \le u_r \le I_h, && r = 1,\ldots,s, \quad h = 1,\ldots,s, \\
&-I_h \le v_i \le I_h, && i = 1,\ldots,m, \quad h = s+1,\ldots,s+m, \\
&P_{jh} \ge 0, && j = 0,\ldots,n+1, \; h = 1,\ldots,s+m, \\
&I_h \ge 0, && h = 1,\ldots,s+m, \\
&Z_j \ge 0 && j = 0,\ldots,n+1, \\
&u_r \ge 0 && r = 1,\ldots,s, \\
&v_i \ge 0 && i = 1,\ldots,m.
\end{aligned}
\qquad (5)
$$

معرفی اندیس‌ها در مدل فوق:

- y_{ro} : خروجی rام واحد تحت مطالعه
- x_{io} : ورودی iام واحد تحت مطالعه
- u_r : وزن مربوط به خروجی rام
- v_i : وزن مربوط به ورودی iام
- y_{rj} : خروجی rام واحد تصمیم گیرنده j
- x_{ij} : ورودی iام واحد تصمیم گیرنده j
- Γ_j : سطح محافظه کاری برای واحد j
- Z_j, I_h : متغیرهای تعریف شده در مدل برتسیماس و سیم
- w : متغیر آزاد در علامت مربوط به محدودیت اوزان در مدل BCC
- s : تعداد خروجی‌ها
- m : تعداد ورودی‌ها
- n : تعداد واحدهای تصمیم گیرنده
- d : درصد انحراف داده‌ها
- h : تعداد ضرایبی که دارای عدم قطعیت می‌باشند.

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-01]

[DOR: 20.1001.1.22517286.2017.13.4.6.4]

Z_j ، I_h ، P_{jh} : متغیرهای استواری در مدل

لازم به ذکر است متغیرهای استواری عبارت است از متغیرهایی که به ازای هر محدودیت و پارامتر نامطمئن به الگو اضافه می‌شوند؛ یعنی متغیرهای P_{jh}، I_h و Z_j.

۶-۲ مرحله دوم رویکرد پیشنهادی: تخصیص منابع بازاریابی

در مرحله دوم، تخصیص منابع در دو رویکرد و سه سناریو مورد بررسی قرار می‌گیرد. هدف از تشکیل سبد بهینه از مشتریان، تخصیص منابع به گونه‌ای است که با حداقل ورودی‌ها حداکثر خروجی‌ها حاصل شود. مشتریانی برای تخصیص منابع انتخاب شوند که با ورودی‌های تعریف شده در مرحله اول بیش‌ترین خروجی‌ها را نسبت به سایر مشتریان حاصل کرده باشند تا در مرحله دوم که هدف ماکزیمم نمودن CLV می‌باشد بیش‌ترین مقدار حاصل گردد.

با توجه به مرور ادبیات انجام شده، در تحقیقات بسیاری پارامتر CLV به عنوان ارزش مشتری در نظر گرفته شده و سازمان یا شرکت مربوطه به دنبال افزایش آن از طریق برنامه‌ریزی‌های اقتصادی خود می‌باشد. از جمله تحقیقات محمدنیا و همکاران [۲۲]، معمارپور [۶] ونکاتسان و کومار [۱۶]، چینگ و همکاران [۲۳]. در تحقیق حاضر نیز از این پارامتر به عنوان تابع هدف در تخصیص منابع استفاده می‌نماییم. از آنجا که مقایسه تنها بر اساس مقدار خروجی مد نظر نبوده و تلاش داریم در ارزیابی مشتریان نسبت خروجی به ورودی را ماکزیمم کنیم، پارامتر CLV در خروجی و هزینه کالای رایگان داده شده به مشتری در سال را در ورودی به عنوان دو پارامتر اصلی در نظر گرفتیم و پارامتر α را به صورت زیر تعریف نمودیم:

$$\alpha_i = CLV_i \Big/ cost_i \qquad (۶)$$

CLV_i : ارزش طول عمر مشتری i

$cost_i$: هزینه‌های مشتری i در طول دوره در نظر گرفته شده (این هزینه، هزینه‌های بازاریابی بوده و هزینه‌های مربوط به بهای تمام شده کالا در آن لحاظ نگردیده است.)

α_i : وزن مشتری i در مساله بهینه سازی

بنابراین هدف مساله تخصیص بهینه منابع با هدف حداکثرسازی مجموع ارزش دوره عمر مشتریان در نظر گرفته شد؛ بنابراین هدف مساله را تخصیص بودجه با رویکردی تعریف نمودیم که تابع هدف مساله زیر را ماکزیمم کند. مدل بهینه سازی مساله را به صورت زیر تعریف می‌نماییم:

$$\begin{aligned} Max \quad & \sum_{i=1}^{n} \alpha_i * x_i \\ s.t. \quad & \\ & \sum_{i=1}^{n} x_i \le B \\ & x_i \ge 0 \end{aligned} \qquad (۷)$$

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-01]

[DOR: 20.1001.1.22517286.2017.13.4.6.4]

در معادله فوق x_i مقدار بودجه تخصیص داده شده به مشتری i بوده و B هم میزان بودجه در دسترس جهت تخصیص به مشتریان می‌باشد.

نمودار زیر نمایش ساختار مدل پیشنهادی می‌باشد (لازم به ذکر است رویکرد پیشنهاد شده در این تحقیق رویکرد دوم با سناریو سه می‌باشد و هدف از تعریف رویکردها و سناریوهای مختلف مقایسه با رویکرد پیشنهادی می‌باشد):



شکل ۱. ساختار مدل پیشنهادی

۷ پیاده‌سازی مدل پیشنهادی و تحلیل نتایج

۷-۱ معرفی ورودی‌ها و خروجی‌ها در مدل

برای انتخاب ورودی‌ها و خروجی‌ها در مدل، تحقیقاتی که در خصوص ارزیابی عملکرد مشتریان در موضوعات مختلف نگارش شده‌اند مطالعه گردید. پس از بررسی پارامترهای مهم در مقالات مرتبط با مدیریت سبد مشتری و از آنجایی که برای ارزیابی عملکرد در هر سازمانی، معیارهای ارزیابی عملکرد باید متناسب با سازمان باشد، با

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-01]

[DOR: 20.1001.1.22517286.2017.13.4.6.4]

استفاده از نظر مدیریت اجرایی شرکت تولیدی بهبان، موارد زیر به عنوان ورودی و خروجی مدل همتای استوار BCC انتخاب گردید:

جدول ۲. متغیرهای مدل همتای استوارBCC

نماد	متغیرهای ورودی	عدم قطعیت
Input(1)	مجموع هزینه‌های کالای رایگان داده شده به مشتری (میلیون ریال)	دارد
Input (2)	انحراف معیار جریانات نقدی مشتری (میلیون ریال)	دارد
Input (3)	مجموع تعداد دفعاتی که به مشتری کالای رایگان داده شده	ندارد
نماد	**متغیرهای خروجی**	**عدم قطعیت**
Output(1)	ارزش طول عمر مشتری (CLV) (میلیون ریال)	دارد
Output (2)	تعداد کالای خریداری شده توسط مشتری	دارد
Output (3)	تعداد دوره‌های فعال مشتری	ندارد

(1) Input مجموع هزینه‌های کالای رایگان داده شده به مشتری: در طول سال بنا بر میزان خرید مشتری کالای رایگانی به آن ها داده می‌شد که مجموع هزینه‌های کالای رایگان که در کل سال ۹۲ به هر مشتری داده شده است به عنوان یکی از ورودی‌ها که سعی در کم نمودن آن داریم انتخاب گردید.

(2) Input انحراف معیار جریانات نقدی مشتری: میزان خرید مشتریان در طول زمان ثابت نبوده و دارای نوسان می‌باشد. که هرچه کم‌تر باشد، بهتر است[۱۳]؛بنابراین این پارامتر نیز در ورودی تعریف گردید.

(3) Input مجموع تعداد دفعاتی که به مشتری کالای رایگان داده شده: علاوه بر اینکه تمایل بر کم نمودن مجموع هزینه‌های کالای رایگان داده شده به مشتریان می‌باشد، سعی در کم نمودن تعداد دفعات آن هم داریم؛ لذا این پارامتر را در ورودی تعریف نمودیم.

(1) Output ارزش طول عمر مشتری: همان طور که اشاره گردید، مقالات بسیاری از این فاکتور برای ارزشیابی مشتریان خود استفاده نمودند و هدف خود را بیشینه‌سازی آن در روابط درازمدت با مشتریان تعریف نمودند. ونکاتسان و کومار [۱۶] در خروجی مقاله خود به سودمندی CLV به عنوان پارامتری برای انتخاب مشتریان کلیدی و تخصیص منابع و سپس تصمیم‌گیری در خصوص نگهداری و حفظ مشتری یا خارج نمودن وی از گروه مشتریان کلیدی اشاره نمودند[۹]. با توجه به اهمیت این پارامتر در ادبیات مدیریت سبد مشتریان، در تحقیق حاضر نیز یکی از خروجی‌ها را که سعی در ماکزیمم‌سازی آن داریم CLV تعریف نمودیم.

(2) Output تعداد کالای خریداری شده توسط مشتری: هرچه تعداد کالای خریداری شده توسط مشتری بیش‌تر باشد، سود دریافت شده از خرید آن ها نیز بیش‌تر خواهد بود؛ بنابراین این پارامتر در خروجی تعریف گردید.

(3) Output تعداد دوره‌های فعال مشتری: منظور از دوره‌های فعال دوره‌هایی است که مشتری در آن ها خرید داشته است، که هرچه بیش‌تر باشد، مشتری بیش‌تر با شرکت در ارتباط بوده و این برای شرکت مطلوب می‌باشد.

چارنز و همکاران [۳] به یک رابطه تجربی در مورد تعداد واحدهای مورد نیاز در ارزیابی با تعداد ورودی‌ها و خروجی‌ها دست پیدا کردند که به صورت زیر می‌باشد:

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-01]

[DOR: 20.1001.1.22517286.2017.13.4.6.4]

(۹) (تعداد خروجی‌ها + تعداد ورودی‌ها) * ۳ ≤ تعداد DMU های مورد نیاز

به کار نگرفتن رابطه‌ی فوق موجب می شود که با حل مدل، تعداد زیادی از واحدها بر روی مرز کارایی قرار بگیرند و کارایی آن ها برابر ۱ شود. این منجر به کاهش قدرت تفکیک پذیری عملکرد واحدها در مدل می‌شود؛ یعنی مدل توانایی مشخص کردن واحدهای ناکارا را از دست می دهد.

بنابراین با داشتن سه متغیر ورودی و سه متغیر خروجی حداقل تعداد مشتریان مورد نیاز ۱۸ عدد می‌باشد. لذا برای پیاده سازی مدل از اطلاعات ۲۴ مشتری شرکت بهبان مربوط به خرید۱۲ ماه در طول سال ۹۲ استفاده شده است. لازم به ذکر است شرکت بهبان در زمینه تولید دارو فعالیت دارد. در جدول ۳ اطلاعات مربوطه قابل مشاهده می‌باشد:

جدول ۳. داده‌های مشتریان شرکت تولیدی بهبان

Output(3)	Output(2)	Output(1)	Input(3)	Input(2)	Input(1)	DMU
۷۲	۱۰/۳۸۹	۴۹۵	۱۶	۲۰/۷۳	۱۹/۸۱	DMU(01)
۱۹	۱۲/۷۹۷	۴۴۹	۶	۶۰/۹۷	۲۰/۰۶	DMU(02)
۲۹	۱۸۹۲	۱۸۰	۱۰	۱۷/۲۸	۶/۹۶	DMU(03)
۴۳	۴۲۳	۸۱	۱۱	۴/۸۹	۱/۴۷	DMU(04)
۳۷	۳۹۲۷	۱۴۱۲	۸	۹۴/۹۹	۲۱/۰۴	DMU(05)
۵۴	۴۸۰۸	۳۶۱	۲۳	۹/۴۸	۱۲/۹۴	DMU(06)
۳۳	۴۰۵۹	۲۷۳	۶	۳۹/۸۲	۴/۵۴	DMU(07)
۱۶	۲۶۱۶	۱۱۹۳	۸	۲۵۲/۶۹	۳۱/۹۰	DMU(08)
۵۲	۶۵۸۲	۱۹۵۴	۲۹	۱۲۱/۷۹	۱۰۲/۶۸	DMU(09)
۳۳	۱۵/۳۶۵	۲۷۳	۶	۳۹/۸۲	۴/۵۴	DMU(10)
۲۳	۲۱۸۹	۶۷۲	۱۴	۳۸/۹۶	۵۷/۱۳	DMU(11)
۷۱	۱۹۴۸	۱۶۸	۲۲	۷/۵۳	۶/۶۹	DMU(12)
۳۳	۳۰۰۲	۱۸۸	۷	۲۱/۲۹	۲/۴۳	DMU(13)
۳۲	۲۳۱۱	۴۳۷	۱۳	۳۴/۳۳	۶/۲۲	DMU(14)
۴۲	۵۴۲۲	۱۹۱۵	۸	۱۳۴/۴۸	۹/۹۵	DMU(15)
۳۵	۸۳۰	۲۱۹	۱۹	۲۱/۱۹	۱۰/۶۵	DMU(16)
۳۳	۷۵۷	۲۶۸	۸	۳۹/۳۲	۱/۴۷	DMU(17)
۲۰	۸۷۳	۳۲۳	۳	۸/۷۱	۹۶	DMU(18)
۴۳	۸۱۳	۷۲۲	۸	۶۲/۶۳	۲/۷۱	DMU(19)
۲۴	۹۱۸	۱۴۷	۳	۹/۴۵	۱/۲۳	DMU(20)
۴۳	۴۵۶۰	۴۵۶	۱۰	۱۸/۲۵	۱۰/۰۴	DMU(21)
۲۶	۳۳۴۰	۸۸۹	۳	۸۱/۴۰	۲/۲۴	DMU(22)
۳۹	۳۴۷۲	۴۱۵	۱۹	۳۱/۶۵	۱۸/۸۴	DMU(23)
۴۲	۲۲۰۴	۲۰۸	۵	۱۹/۳۱	۳/۶۰	DMU(24)

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-01]

[DOR: 20.1001.1.22517286.2017.13.4.6.4]

۷-۲ پیاده‌سازی مدل همتای استوار BCC

با توجه به مدل (۶) و داده‌های جدول (۳) مدل همتای استوار برای ۲۴ مشتری نوشته شد. نتایج کارایی محاسبه شده در جداول زیر قابل مشاهده است. لازم به ذکر می‌باشد مدل استوار در پنج سطح برای Γ (سطح محافظه کاری) و سه سطح برای d (درصد انحراف معیار) اجرا گردید. در جداول زیر برای هریک از سطوح محافظه‌کاری (۰٪ ، ۲۵٪ ، ۵۰٪ ، ۷۵٪ و ۱۰۰٪) سه درصد انحراف معیار ۱٪ ، ۵٪ و ۱۰٪ در نظر گرفته شده است و نتایج مربوط به کارایی مشتریان آورده شده است.

۷-۳ رویکردها و سناریوهای مختلف در تخصیص منابع

پس از مشخص شدن میزان کارایی با استفاده از مدل همتای استوار برای هریک از مشتریان، می‌توان نتایج را به دو دسته مشتریان کارا (مشتریان با کارایی یک) و مشتریان ناکارا (مشتریان با کارایی کم‌تر از یک) تقسیم نمود. در خصوص تخصیص منابع میان این دو گروه از مشتریان رویکردهای زیر با یکدیگر مقایسه خواهند شد:

- رویکرد اول: تخصیص بهینه منابع بر اساس تقسیم مساوی میان مشتریان در نظر گرفته شده در سبد
  - سناریو یک: تخصیص مساوی منابع میان تمام مشتریان

اگر تخصیص منابع به این صورت انجام پذیرد درواقع ارزش تمام مشتریان برای سازمان یکسان تلقی می‌گردد؛ اما همان طور که قبلا اشاره نمودیم، تمامی مشتریان از ارزش یکسانی برای سازمان برخوردار نیستند و نگاه سازمان به مشتریان به صورت یکسان امری غیرمنطقی است. طبق این سناریو منابع میان همه ۲۴ مشتری به صورت یکسان تقسیم می‌گردد.

  - سناریو دو: تخصیص منابع میان مشتریان کارای به دست آمده در حالت قطعیت داده‌ها

در این سناریو که نسبت به سناریو قبل از منطق بیش‌تری برخوردار است منابع به صورت یکسان میان مشتریانی که کارایی شان در حالت قطعی بودن داده‌ها یک به دست آمد تقسیم می‌شود؛ بنابراین کل بودجه در نظر گرفته شده میان ۱۳ مشتری تقسیم می‌گردد.

  - سناریو سه : تخصیص منابع میان مشتریان کارای به دست آمده در حالت عدم قطعیت داده‌ها

در این سناریو مشابه سناریو قبل منابع میان مشتریانی که کارایی یک دارند تقسیم می‌شود. با این تفاوت که مشتریانی که در حالت عدم قطعیت داده‌ها کارایی یک به دست آورده‌اند در نظر گرفته می‌شود؛ بنابراین ۵ مشتری جهت تخصیص منابع در نظر گرفته می‌شود.

- رویکرد دوم: تخصیص بهینه منابع بر اساس تقسیم بر پایه ضرایب وزنی میان مشتریان در نظر گرفته شده در سبد
  - سناریو یک: تخصیص مساوی منابع میان تمام مشتریان

اگر تخصیص منابع به این صورت انجام پذیرد درواقع ارزش تمام مشتریان برای سازمان یکسان تلقی می‌گردد؛ اما همان طور که در فصل دوم اشاره نمودیم، تمامی مشتریان از ارزش

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-01]

[DOR: 20.1001.1.22517286.2017.13.4.6.4]

یکسانی برای سازمان برخوردار نیستند و نگاه سازمان به مشتریان به صورت یکسان امری غیرمنطقی است. طبق این سناریو منابع میان همه ۲۴ مشتری به صورت یکسان تقسیم می‌گردد.

جدول ٤. نتایج مدل همتای استوار BCC

$\Gamma_i = ۱۰۰\%$ $i = ۰,۱,\ldots,۲۵$			$\Gamma_i = ۷۵\%$ $i = ۰,۱,\ldots,۲۵$			$\Gamma_i = ۵۰\%$ $i = ۰,۱,\ldots,۲۵$			$\Gamma_i = ۲۵\%$ $i = ۰,۱,\ldots,۲۵$			$\Gamma_i = ۰\%$ $i = ۰,۱,\ldots,۲۵$	DMU
$\Gamma_۰ = \Gamma_۱ = ۲$ $\Gamma_i = ۴ \quad i = ۲,\ldots,۲۵$			$\Gamma_۰ = \Gamma_۱ = ۱/۵$ $\Gamma_i = ۳ \; i = ۲,\ldots,۲۵$			$\Gamma_۰ = \Gamma_۱ = ۱$ $\Gamma_i = ۲ \quad i = ۲,\ldots,۲۵$			$\Gamma_۰ = \Gamma_۱ = ۰/۵$ $\Gamma_i = ۱ \quad i = ۲,\ldots,۲۵$			$\Gamma_۰ = ۰$ $i = ۲,\ldots,۲۵$	
d=۰/۱	d=۰/۰۵	d=۰/۰۱	d=۰/۱	d=۰/۰۵	d=۰/۰۱	d=۰/۱	d=۰/۰۵	d=۰/۰۱	d=۰/۱	d=۰/۰۵	d=۰/۰۱	d=۰/۱ d=۰/۰۱d =۰/۰۵	
۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	DMU(01)
۰/۷۹۶۵	۰/۸۴۲۵	۰/۸۹۷۸	۰/۷۹۶۵	۰/۸۴۲۵	۰/۸۹۹۳	۰/۷۹۶۵	۰/۸۴۲۵	۰/۹۰۰۸	۰/۸۲۳۲	۰/۸۵۵۲	۰/۹۰۷۵	۰/۹۲۲۸	DMU(02)
۰/۴۶۴۹	۰/۵۰۷۷	۰/۵۴۴۴	۰/۴۶۴۹	۰/۵۰۷۷	۰/۵۴۴۴	۰/۴۶۵۹	۰/۵۰۷۷	۰/۵۴۴۴	۰/۴۹۳۶	۰/۵۲۳۶	۰/۵۴۷۸	۰/۵۵۳۹	DMU(03)
۰/۹۹۶۸۳	۰/۹۸۴۷	۰/۹۹۷۰	۰/۹۶۸۳	۰/۹۸۴۷	۰/۹۹۷۰	۰/۹۷۰۴	۰/۹۸۵۸	۰/۹۹۷۲	۰/۹۸۵۵	۰/۹۹۳۰	۰/۹۹۸۶	۱	DMU(04)
۰/۷۶۰۷	۰/۸۴۹۲	۰/۹۵۶۷	۰/۷۶۰۷	۰/۸۴۹۲	۰/۹۵۶۷	۰/۷۶۰۷	۰/۸۴۹۲	۰/۹۵۶۷	۰/۸۱۹۵	۰/۸۸۸۹	۰/۹۶۷۴	۰/۹۸۸۲	DMU(05)
۰/۸۱۵۶	۰/۹۰۳۳	۰/۹۷۹۹	۰/۸۲۲۳	۰/۹۰۷۰	۰/۹۸۰۷	۰/۸۵۱۸	۰/۹۲۴۵	۰/۹۸۴۷	۰/۹۱۸۵	۰/۹۵۹۴	۰/۹۹۱۹	۱	DMU(06)
۰/۶۸۷۳	۰/۷۰۰۳	۰/۷۱۱۲	۰/۶۸۷۳	۰/۷۰۰۳	۰/۷۱۱۲	۰/۶۸۷۳	۰/۷۰۰۳	۰/۷۱۱۲	۰/۶۹۷۶	۰/۷۰۵۵	۰/۷۱۲۲	۷۱۳۹	DMU(07)
۰/۴۲۸۰	۰/۴۹۰۹	۰/۵۴۵۷	۰/۴۲۸۰	۰/۴۹۰۹	۰/۵۴۵۷	۰/۴۲۸۰	۰/۴۹۰۹	۰/۵۴۵۷	۰/۴۶۱۰	۰/۵۰۸۲	۰/۵۴۹۳	۵۶۰۱	DMU(08)
۰/۶۹۶۳	۰/۸۳۱۸	۰/۹۶۳۱	۰/۶۹۶۳	۰/۸۳۱۸	۰/۹۶۳۱	۰/۶۹۶۳	۰/۸۳۱۸	۰/۹۶۳۱	۰/۸۲۱۳	۰/۹۰۵۵	۰/۹۸۰۲	۱	DMU(09)
۰/۹۲۱۰	۰/۹۵۸۶	۰/۹۹۱۴	۰/۹۲۱۰	۰/۹۵۸۶	۰/۹۹۱۴	۰/۹۲۱۰	۰/۹۵۸۶	۰/۹۹۱۴	۰/۹۴۴۳	۰/۹۷۰۹	۰/۹۹۴۰	۱	DMU(10)
۰/۵۱۱۶	۰/۶۵۷۰	۰/۷۹۷۴	۰/۵۱۱۹	۰/۶۵۷۰	۰/۷۹۷۴	۰/۵۱۳۳	۰/۶۵۷۰	۰/۷۹۷۴	۰/۶۴۴۲	۰/۷۳۴۲	۰/۸۱۴۹	۸۳۶۴	DMU(11)
۰/۹۶۹۷	۰/۹۸۵۴	۰/۹۹۷۲	۰/۹۷۳۲	۰/۹۸۷۱	۰/۹۹۷۵	۰/۹۷۷۰	۰/۹۸۹۰	۰/۹۹۷۹	۰/۹۸۸۹	۰/۹۹۴۶	۰/۹۹۸۹	۱	DMU(12)
۰/۷۴۳۴	۰/۷۹۷۵	۰/۸۴۳۲	۰/۷۴۳۴	۰/۷۹۷۸	۰/۸۴۳۳	۰/۷۴۵۱	۰/۷۹۸۷	۰/۸۴۳۴	۰/۷۸۰۶	۰/۸۱۷۹	۰/۸۴۷۵	۸۵۴۹	DMU(13)
۰/۴۲۲۰	۰/۴۹۰۲	۰/۵۶۱۱	۰/۴۳۴۸	۰/۴۹۷۲	۰/۵۶۳۳	۰/۴۵۲۶	۰/۵۰۶۲	۰/۵۶۶۰	۰/۴۹۴۹	۰/۵۲۸۹	۰/۵۷۳۸	۵۸۶۳	DMU(14)
۰/۹۲۳۵	۰/۹۵۹۹	۰/۹۹۱۷	۰/۹۲۳۵	۰/۹۵۹۹	۰/۹۹۱۷	۰/۹۲۸۹	۰/۹۶۲۷	۰/۹۹۲۳	۰/۹۵۶۸	۰/۹۷۷۹	۰/۹۹۵۵	۱	DMU(15)
۰/۳۶۲۴	۰/۳۷۹۷	۰/۳۹۳۶	۰/۳۶۲۴	۰/۳۷۹۷	۰/۳۹۳۶	۰/۳۶۲۴	۰/۳۷۹۷	۰/۳۹۳۶	۰/۳۷۴۲	۰/۳۸۵۹	۰/۳۹۴۹	۰/۳۹۷۱	DMU(16)
۰/۸۲۴۲	۰/۸۷۲۶	۰/۹۲۵۱	۰/۸۲۴۲	۰/۸۷۲۹	۰/۹۲۵۱	۰/۸۲۴۷	۰/۸۷۳۷	۰/۹۲۵۱	۰/۸۵۳۸	۰/۸۸۹۲	۰/۹۳۴۶	۰/۹۵۰۴	DMU(17)
۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	DMU(18)
۰/۹۱۷۵۴	۰/۹۵۷۸۳	۰/۹۹۱۳۹	۰/۹۱۷۵	۰/۹۵۷۸	۹۹۱۴	۰/۹۱۷۵	۰/۹۵۷۸	۰/۹۹۱۴	۰/۹۵۵۷	۰/۹۷۸۱	۰/۹۹۵۶	۱	DMU(19)
۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	DMU(20)
۰/۷۸۲۸	۰/۸۴۳۷	۰/۹۴۹۶	۰/۷۸۲۸	۰/۸۴۳۷	۹۵۰۳	۰/۷۸۸۱	۰/۸۴۹۲	۰/۹۵۲۴	۰/۸۴۱۹	۰/۸۸۵۶	۰/۹۷۱۳	۱	DMU(21)
۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	DMU(22)
۰/۳۶۷۸	۰/۳۹۴۰	۰/۴۴۹۴	۰/۳۶۷۸	۰/۳۹۴۰	۴۴۹۵	۰/۳۶۷۸	۰/۳۹۴۲	۰/۴۵۰۰	۰/۳۹۱۲	۰/۴۰۸۷	۰/۴۶۰۴	۰/۴۷۵۷	DMU(23)
۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	DMU(24)

- سناریو دو: تخصیص منابع میان مشتریان کارای به دست آمده در حالت قطعیت داده‌ها

در این سناریو برای مشتریانی که در حالت قطعیت داده‌ها کارایی یک به دست آورده بودند، از کارایی وزنی جهت تخصیص منابع استفاده می‌شود.

- سناریو سه : تخصیص منابع میان مشتریان کارای به دست آمده در حالت عدم قطعیت داده‌ها

در این سناریو مشابه سناریو قبل منابع میان مشتریانی که در حالت عدم قطعیت داده‌ها کارایی یک به دست آوردند بر مبنای کارایی وزنی محاسبه شده، تقسیم می‌گردد.

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-01]

[DOR: 20.1001.1.22517286.2017.13.4.6.4]

نتایج حاصل از سناریوهای مختلف ذکر شده در قسمت قبلی با هدف ماکزیمم‌سازی ارزش طول عمر مشتری که در رابطه (۷) و (۸) توضیح داده شد، در جدول ۴ قابل مشاهده است. لازم به ذکر است بودجه در نظر گرفته شده برای تخصیص ۴۰۰ میلیون ریال در نظر گرفته شده است.

جدول ۵. نتایج رویکرد اول و دوم در تخصیص منابع

	تابع هدف در رویکرد اول	تابع هدف در رویکرد دوم
سناریو یک	۳۷۰۰۸/۰۳	۴۰۲۶۴
سناریو دو	۵۰۰۶۹/۳۰	۱۰۰۱۹۸/۵۶
سناریو سه	۸۱۶۰۵/۷۵	۱۲۳۵۰۵/۵۲

همان‌طور که از جدول ۵ پیداست مقدار تابع هدف مورد نظر در رویکرد دوم و سناریو سه از همه بیش‌تر شده است. که این موضوع گویای مزیت استفاده از مدل پیشنهادی می‌باشد. طبق نتایج فوق، استفاده از بهینه سازی استوار و در نظر گرفتن فضای عدم اطمینان و همچنین تخصیص منابع روی مشتریانی که کارایی آن ها یک گردیده و از ضرایب وزنی برای آن ها استفاده شده نتایج بهتری حاصل می‌گردد. در جداول میزان تخصیص بودجه بر حسب میلیون ریال در هر یک از سناریوها آورده شده است.

جدول ٦. میزان بودجه تخصیص داده شده به مشتریان در سناریو یک بر حسب میلیون ریال

	رویکرد اول	رویکرد دوم		رویکرد اول	رویکرد دوم
DMU(01)	۱۶/۶۷	۱۹/۱۹	DMU(13)	۱۶/۶۷	۱۶/۴۱
DMU(02)	۱۶/۶۷	۱۷/۷۱	DMU(14)	۱۶/۶۷	۱۱/۲۵
DMU(03)	۱۶/۶۷	۱۰/۶۳	DMU(15)	۱۶/۶۷	۱۹/۱۹
DMU(04)	۱۶/۶۷	۱۹/۱۹	DMU(16)	۱۶/۶۷	۷/۶۲
DMU(05)	۱۶/۶۷	۱۸/۹۷	DMU(17)	۱۶/۶۷	۱۸/۲۴
DMU(06)	۱۶/۶۷	۱۹/۱۹	DMU(18)	۱۶/۶۷	۱۹/۱۹
DMU(07)	۱۶/۶۷	۱۳/۷۰	DMU(19)	۱۶/۶۷	۱۹/۱۹
DMU(08)	۱۶/۶۷	۱۰/۷۵	DMU(20)	۱۶/۶۷	۱۹/۱۹
DMU(09)	۱۶/۶۷	۱۹/۱۹	DMU(21)	۱۶/۶۷	۱۹/۱۹
DMU(10)	۱۶/۶۷	۱۹/۱۹	DMU(22)	۱۶/۶۷	۱۹/۱۹
DMU(11)	۱۶/۶۷	۱۶/۰۵	DMU(23)	۱۶/۶۷	۹/۱۳
DMU(12)	۱۶/۶۷	۱۹/۱۹	DMU(24)	۱۶/۶۷	۱۹/۱۹

در جدول فوق در رویکرد اول کل بودجه در دسترس به صورت مساوی میان تمام ۲۴ مشتری تقسیم شده است. در رویکرد دوم کل بودجه بر اساس ضرایب وزنی محاسبه شده برای تمام مشتریان تخصیص داده شده است.

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-01]

[DOR: 20.1001.1.22517286.2017.13.4.6.4]

جدول ۷. میزان بودجه تخصیص داده شده به مشتریان در سناریو دو بر حسب میلیون ریال

	رویکرد اول	رویکرد دوم		رویکرد اول	رویکرد دوم
DMU(01)	۳۰/۷۷	۶/۱۵	DMU(18)	۳۰/۷۷	۸۲/۴۴
DMU(04)	۳۰/۷۷	۱۳/۵۶	DMU(19)	۳۰/۷۷	۶۵/۵۳
DMU(06)	۳۰/۷۷	۶/۸۶	DMU(20)	۳۰/۷۷	۲۹/۵۰
DMU(09)	۳۰/۷۷	۴/۶۸	DMU(21)	۳۰/۷۷	۱۱/۱۸
DMU(10)	۳۰/۷۷	۱۴/۸۰	DMU(22)	۳۰/۷۷	۹۷/۷۶
DMU(12)	۳۰/۷۷	۵/۹۷	DMU(24)	۳۰/۷۷	۱۴/۲۵
DMU(15)	۳۰/۷۷	۴۷/۳۲			

در جدول فوق در رویکرد اول کل بودجه در دسترس به صورت مساوی میان ۱۳ مشتری که در حالت قطعیت داده‌ها ($\Gamma=0$) کارایی یک به دست آوردند، تقسیم شده است. همچنین در رویکرد دوم کل بودجه بر اساس ضرایب وزنی محاسبه شده برای همین ۱۳ مشتری تخصیص داده شده است.

جدول۸. میزان بودجه تخصیص داده شده به مشتریان در سناریو سه بر حسب میلیون ریال

	رویکرد اول	رویکرد دوم
DMU(01)	۸۰	۱۰/۶۹
DMU(18)	۸۰	۱۴۳/۳۱
DMU(20)	۸۰	۵۱/۲۸
DMU(22)	۸۰	۱۶۹/۹۴
DMU(24)	۸۰	۲۴/۷

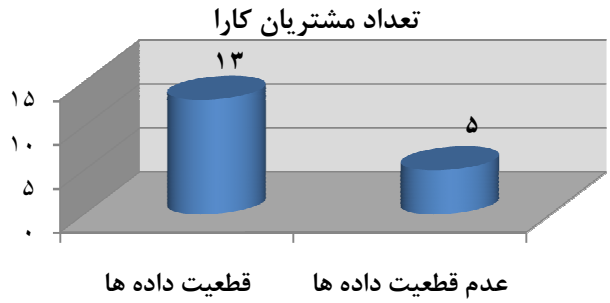
در جدول فوق در رویکرد اول کل بودجه در دسترس به صورت مساوی میان ۵ مشتری که پس از حل مدل همتای استوار BCC، در تمام سطوح Γ کارایی یک به دست آوردند، تقسیم شده است. در رویکرد دوم کل بودجه بر اساس ضرایب وزنی محاسبه شده برای همین ۵ مشتری تخصیص داده شده است.

۷-٤ بحث و نتیجه‌گیری

همان‌طور که در شکل(۲) مشخص می‌باشد در فضایی که داده‌ها قطعی در نظر گرفته می‌شود ؛ یعنی($\Gamma = 0$)، ۱۳ مشتری دارای کارایی یک می‌باشند؛ اما با در نظر گرفتن عدم قطعیت حتی به میزان ۱٪ کارایی از یک کوچک‌تر می‌گردد و از این ۱۳ مشتری تنها ۵ مشتری کارایی یک به دست می‌آورند. که این خود دلیل استفاده از بهینه‌سازی استوار می‌باشد.

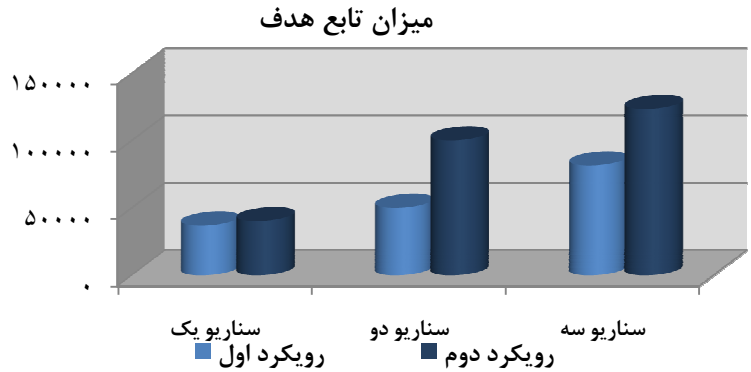
[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-01]

[DOR: 20.1001.1.22517286.2017.13.4.6.4]



شکل ۲. مقایسه تعداد مشتریان کارا در دو حالت قطعیت داده‌ها و عدم قطعیت داده‌ها

در نمودار شکل (۳) میزان تابع هدف در دو رویکرد با یکدیگر مقایسه شده‌اند. همان طور که مشخص است میزان تابع هدف در رویکرد اول در هر سناریو از رویکرد دوم کم‌تر می‌باشد. همان طور که قبلا نیز اشاره گردید، رویکردی که در آن به تمام مشتریان به شکل یکسان نگاه کند و تفاوت‌های ارزش ایجاد شده توسط آنان برای سازمان، سودآوری، وفاداری و سایر پارامترها را نادیده گیرد، رویکردی مناسب نبوده و لذا تخصیص منابع به صورت یکسان میان تمام مشتریان امری غیرمنطقی است. از طرفی در رویکرد دوم نیز، تخصیص منابع بر اساس سناریو سه؛ یعنی تخصیص میان مشتریانی که در تمام سطوح Γ کارایی یک به دست آورده‌اند تابع هدف را بیش‌تر خواهد کرد. همان طور که قبلا نیز اشاره گردید، در مدل‌های DEA داده‌ها قطعی در نظر گرفته می‌شوند درحالی که این امر در دنیای واقعی همراه با قطعیت نیست؛ لذا بهینه‌سازی استوار برای رفع این مشکل ارایه گردید و نتایج نیز سودمندی استفاده از این روش را تایید نمود.

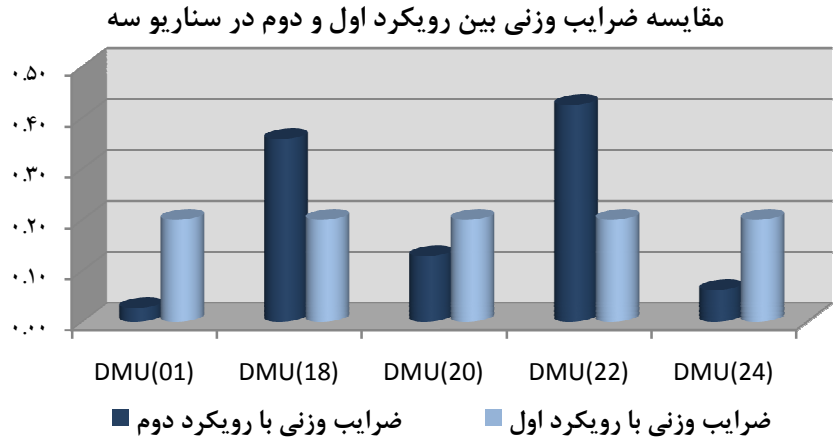


شکل ۳. مقایسه مقدار تابع هدف در دو رویکرد مدل پیشنهادی

جهت نمایش سناریو سه، نمودار زیر تفاوت درصد وزنی (مقادیر α که در رابطه (۶) توضیح داده شد) دو رویکرد اول و دوم را در سناریو سه نشان می‌دهد:

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-01]

[DOR: 20.1001.1.22517286.2017.13.4.6.4]



شکل ٤. مقایسه ضرایب وزنی بین رویکرد اول و دوم در سناریو سه

همان‌طور که در نمودار فوق پیداست نگاه یکسان به مشتریان در رویکرد اول وجود دارد که تخصیص منابع بر اساس ۲۰٪ میان تمام مشتریان به تابع هدف۸۱۶۰۵/۷۵ می‌انجامد؛ اما در نظرگیری تفاوت میان ارزشی که مشتریان برای سازمان ایجاد می‌کنند در رویکرد دوم مطرح شده است که به تابع هدف۱۲۳۵۰۵/۵۲ می‌انجامد. و اختلاف دو تابع هدف یعنی ۴۱۸۹۹/۷۸ به ازای نگاه غیر یکسان به مشتریان به دست آمده است.

لازم به ذکر است مدل پیشنهادی در این تحقیق رویکرد دوم و سناریو سه می‌باشد؛ یعنی تخصیص منابع میان مشتریان کارای به دست آمده از حل مدل همتای استوار مدل تحلیل پوششی داده‌ها؛ بنابراین سبد مورد نظر و میزان تابع هدف به صورت زیر می‌باشد:

جدول۹. سبد بهینه از مشتریان

مشتریان سبد بهینه	DMU(01)	DMU(18)	DMU(20)	DMU(22)	DMU(24)
میزان بودجه تخصیص داده شده (میلیون ریال)	۱۰/۶۹	۱۴۳/۳۱	۵۱/۲۸	۱۶۹/۹۴	۲۴/۷۷
میزان تابع هدف (ارزش مورد انتظار از سبد) ۱۲۳۵۰۵/۵۲					

مدیریت سبد مشتری ابزاری مناسب برای بالا بردن ارزش مشتری، تدوین برنامه‌های مناسب برای مشتریان و کاهش ریسک از دست دادن آن هاست. با توجه به اهمیت این مساله، تا کنون روش‌ها و مدل‌های مختلفی ارایه شده‌اند. در این پژوهش، به بررسی مدیریت سبد مشتری از طریق تحلیل پوششی داده‌ها و بهینه‌سازی استوار پرداخته شد و دو موضوع زیر به عنوان جنبه‌های نوآوری در این تحقیق گنجانده شد:

۱- در نظرگیری معیارهای چندگانه در تعیین ارزش ایجاد شده توسط مشتریان برای سازمان که منجر می‌شود نگاهی با ابعاد بیش‌تری به مشتری صورت پذیرد. نگاه تک بعدی و آن هم فقط سودآوری

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-01]

[DOR: 20.1001.1.22517286.2017.13.4.6.4]

مشتری، نگاهی جامع نبوده و این خطر را برای سازمان ایجاد خواهد کرد که مشتریانی که دارای سودآوری کم‌تری بوده‌اند؛ ولی وفاداری بالا و تعهد بالا به سازمان داشته اند، نادیده گرفته شود.

۲- مدلی که در این تحقیق ارایه خواهد شد از پویایی در جواب نهایی برخوردار است. به این منظور که همواره فضای داده‌هایی که در سازمان‌ها نگهداری می‌شود دارای قطعیت نبوده و اگر با فرض قطعیت داده‌ها به تحلیل آن‌ها بپردازیم و بر این اساس رویه رفتاری سازمان با مشتریان را تعریف کنیم، امکان خطا بسیار بالاست. تحقیق حاضر به رفع این خطر و ارایه مدلی پرداخته است که در فضای عدم اطمینان داده‌ها، جوابی بهینه و به صورت استوار ارایه کند تا در تمام سطوح عدم اطمینان و انحراف داده‌ها قابل استفاده و مورد اعتماد باشد.

۷-۵ پیشنهادات

۱- مباحث مربوط به مشتری و ارزش‌های آن بسیار گسترده بوده و قطعا در پژوهش حاضر نیز به تمام موارد اشاره نشده است. از جمله می‌توان به مبحث جذب مشتریان اشاره نمود. در این تحقیق تمامی ارزیابی‌ها و تحلیل‌ها بر روی مشتریان فعلی و موجود سازمان صورت پذیرفت. می‌توان با ترکیب مدل‌های مربوط به جذب مشتری و DEA فاکتورهای مورد نظر را به مدل اضافه کرد و برنامه‌ای برای آن تدوین نمود.

۲- ترکیب مدل‌های بهینه سازی ارزش مشتری تحت روش‌های پارامتری با بهینه‌سازی استوار که علاوه بر وارد نمودن پایداری در جواب نهایی پیش‌بینی روند رفتار مشتریان را نیز وارد مدل می‌کند.

۳- ترکیب روش‌های پارامتری در پیش‌بینی رفتار خرید مشتریان در آینده با DEA برای استفاده از نتایج روش‌های پارامتری به عنوان وزن ورودی‌ها و خروجی‌ها در DEA و یا اولویت بندی و وزن‌دهی به خود مشتریان

منابع

[۴] آذر، ع.، امینی، م. ر.، احمدی، پ.، (۱۳۹۳). مدل بودجه ریزی بر مبنای عملکرد: رویکرد بهینه سازی استوار (مورد مطالعه دانشگاه تربیت مدرس). فصلنامه علمی-پژوهشی برنامه ریزی و بودجه، ۱۹(۱)، ۸۴-۵۳.

[۵] محقر، ع.، صفری، ح.، امیرتیموری، ع.، صوفی، م.، (۱۳۹۵). مدل جدید تحلیل پوششی داده‌ها برای سنجش کارایی واحدهای تصمیم‌گیرنده با ساختار شبکه‌ای موازی. مجله تحقیق در عملیات در کاربردهای آن، ۱۳(۳)، ۹-۲۶.

[۶] معمارپور، م.، (۱۳۹۳). تخصیص پویای بودجه‌های بازاریابی بر مبنای حداکثرسازی ارزش طول عمر مشتریان. پروژه پایانی کارشناسی ارشد، دانشگاه تربیت مدرس، دانشکده مهندسی صنایع.

[۱۴] کوشا، ح. ر.، البدوی، ا.، (۱۳۸۹) رویکردی پویا برای تخصیص بودجه های بازاریابی، هفتمین کنفرانس بین‌المللی مهندسی صنایع، اصفهان، ایران.

[۱۷] پیکانی، پ.، (۱۳۹۳). به کارگیری تحلیل پوششی داده‌ها و بهینه‌سازی استوار در مسئله انتخاب سبد سرمایه، پروژه پایانی کارشناسی ارشد، دانشگاه خواجه نصیرالدین طوسی، دانشکده مهندسی صنایع.

[۲۲] محمدنیا، م.، زرکوب منش، ا.، کوشا، ح. ر.، (۱۳۸۹). اولویت‌بندی مشتریان با استفاده از ارزش طول عمر مشتری و واریانس. هشتمین کنفرانس بین المللی مدیریت.

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-01]

[DOR: 20.1001.1.22517286.2017.13.4.6.4]

[1] Huang, X., Yin, X., (2014). The optimization of enterprise customer portfolio management of the bank. In 2014 11th International Conference on Service Systems and Service Management (ICSSSM), 1-4.
[2] Terho, H., Halinen, A., (2007). Customer portfolio analysis practices in different exchange contexts. Journal of Business Research, 60(7), 720-730.
[3] Charnes, A., Cooper, W. W., Rhodes, E., (1978). Measuring the efficiency of decision making units. European journal of operational research, 2(6), 429-444.
[7] Wang, K., Wei, F., (2010). Robust data envelopment analysis based MCDM with the consideration of uncertain data. Journal of Systems Engineering and Electronics, 21(6), 981-989.
[8] Yun, C., Yan, P., (2013). A customer portfolio model based on multi-phase marketing strategy and particle swarm optimization. In Management Science and Engineering (ICMSE), 2013 International Conference on, 957-962.
[9] Azadi, M., Jafarian, M., Saen, R. F., Mirhedayatian, S. M., (2015). A new fuzzy DEA model for evaluation of efficiency and effectiveness of suppliers in sustainable supply chain management context. Computers & Operations Research, 54, 274-285.
[10] Kumar, A., Shankar, R., Debnath, R. M., (2015). Analyzing customer preference and measuring relative efficiency in telecom sector: A hybrid fuzzy AHP/DEA study. Telematics and Informatics, 32(3), 447-462.
[11] Berger, P. D., Nasr, N. I., (1998). Customer lifetime value: Marketing models and applications. Journal of interactive marketing, 12(1), 17-30.
[12] Gupta, S., Hanssens, D., Hardie, B., Kahn, W., Kumar, V., Lin, N., Sriram, S., (2006). Modeling customer lifetime value. Journal of service research, 9(2), 139-155.
[13] Tirenni, G. R., (2005). Allocation of marketing resources to optimize customer equity (Doctoral dissertation, University of St. Gallen).
[15] Peppers, D., Rogers, M., (1996). Customer lifetime value: Who's worth what? Journal of Agricultural Lending, 10, 24-27.
[16] Venkatesan, R., Kumar, V., (2004). A Customer Lifetime Value Framework for Customer Selection and Resource Allocation Strategy. Journal of Marketing 68, 106–125
[18] Farrell, M. J., (1957). The measurement of productive efficiency. Journal of the Royal Statistical Society. Series A (General), 120(3), 253-290.
[19] Banker, R. D., Charnes, A., Cooper, W. W., (1984). Some models for estimating technical and scale inefficiencies in data envelopment analysis. Management science, 30(9), 1078-1092.
[20] Bertsimas, D., Sim, M., (2003). Robust discrete optimization and network flows. Mathematical programming, 98(1-3), 49-71.
[21] Bertsimas, D., Sim, M., (2004). The price of robustness. Operations research, 52(1), 35-53.
[23] Ching, W. K., Wong, K, K., Altman, E., (2004). Customer liftime value: stochastic optimization approach. Journal of the Operational Research Society, 55, 860-868.

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-01]

[DOR: 20.1001.1.22517286.2017.13.4.6.4]