مجله تحقیق در عملیات در کاربردهای آن، سال چهاردهم، شماره سوم (پیاپی ۵۴)، پاییز ۹۶، ص ص ۶۷-۵۵
شاپا ۷۲۸۶-۲۲۵۱

اعمال فاکتور تاثیر غیرمستقیم مرتبط با ورودی‌ها و خروجی‌ها، در ارزیابی عملکرد واحدهای تصمیم‌گیرنده

حمید سیابی سراجه‌لو[۱]، محسن رستمی مال خلیفه[۲]، فرهاد حسین زاده لطفی[۳]، محمد حسن بهزادی[۴]

۱- دانشجوی دکتری، دانشگاه آزاد اسلامی واحد علوم و تحقیقات تهران، گروه ریاضی، تهران، ایران

۲- دانشیار، دانشگاه آزاد اسلامی واحد علوم و تحقیقات تهران، گروه ریاضی، تهران، ایران

۳- استاد، دانشگاه آزاد اسلامی واحد علوم و تحقیقات تهران، گروه ریاضی، تهران، ایران

۴- دانشیار، دانشگاه آزاد اسلامی واحد علوم و تحقیقات تهران، گروه آمار، تهران، ایران

رسید مقاله: ۶ دی ۱۳۹۵

پذیرش مقاله: ۱ تیر ۱۳۹۶

چکیده

تحلیل پوششی داده‌ها (*DEA*) یک روش ناپارامتری برای تخمین تابع تولید می‌باشد. در *DEA* هر واحد تصمیم‌گیرنده دارای تعدادی ورودی و خروجی بوده و با استفاده از مرز کارایی به ارزیابی عملکرد واحدهای تصمیم‌گیرنده می‌پردازد. هریک از ورودی‌ها و خروجی‌ها نقش اساسی در ارزیابی عملکرد واحد تصمیم‌گیرنده بازی می‌کنند که می‌توان از آن‌ها به عنوان فاکتور تاثیر مستقیم نام برد؛ اما با درنظر گرفتن ذات و ماهیت ورودی‌ها و خروجی‌ها این امکان وجود دارد که ورودی‌ها و خروجی‌های واحدهای تصمیم‌گیرنده، تاثیر غیرمستقیمی نیز در ارزیابی عملکرد واحدهای تصمیم‌گیرنده داشته باشند که یکی از ضعف‌های مدل‌های *DEA*، درنظر نگرفتن این فاکتورها می‌باشد که می‌توان از آن‌ها به عنوان فاکتور تاثیر غیرمستقیم نام برد. فاکتور تاثیر غیرمستقیم مورد نظر در این مقاله به علت ذات و ماهیت‌شان، اثر منفی بر روی کارایی گذاشته و نمی‌توان این فاکتورها را به عنوان ورودی یا خروجی، یا به عنوان ورودی یا خروجی کنترل‌پذیر، درنظر گرفت. تشخیص فاکتورهای تاثیر غیرمستقیم، نقش بسزایی در ارزیابی عملکرد و رتبه‌بندی واحدهای تصمیم‌گیرنده بازی می‌کند. از این رو در این مقاله به هر ورودی و خروجی یک کمیت عددی (متعلق به بازه $[0,1]$)، به عنوان فاکتور تاثیر غیرمستقیم نسبت داده و با استفاده از دستکاری در داده‌ها و تحلیل پوششی داده‌ها، روش‌هایی برای ارزیابی عملکرد و رتبه‌بندی واحدهای تصمیم‌گیرنده، مبتنی بر فاکتورهای تاثیر غیرمستقیم ارایه می‌شود.

کلمات کلیدی: تحلیل پوششی داده‌ها، فاکتور تاثیر غیرمستقیم، رتبه‌بندی.

* عهده‌دار مکاتبات

آدرس الکترونیکی: Mohsen_rostamy@yahoo.com

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-02]

[DOR: 20.1001.1.22517286.2017.14.3.8.7]

۱ مقدمه

با توجه به محدودیت و کمبود منابعی از قبیل: میزان سرمایه، نیروی انسانی، منابع طبیعی و ...، همواره مدیران درصدد چاره اندیشی و یافتن راهکارهای علمی مناسب، برای استفاده بهینه از این منابع می‌باشند؛ بنابراین همواره نیاز به ارزیابی عملکرد و یافتن الگوی مناسب برای واحدهای تصمیم‌گیرنده (*DMU*) تحت سرپرستی دارند. در واقع هدف به‌دست آوردن حداکثر بازدهی با استفاده از منابع موجود می‌باشد؛ یعنی به دنبال تابعی هستیم که به ازای ترکیبی از عوامل ورودی حداکثر خروجی را به ما بدهد که این تابع را تابع تولید می‌نامیم [۱]. با توجه به مشکلات موجود در محاسبه تابع تولید، به ناچار از تابعی استفاده می‌کنیم که تقریب مناسبی از آن را نمایش دهد. تقریب تابع تولید با دو روش پارامتری و ناپارامتری صورت می‌گیرد. با توجه به ایرادات وارده به روش‌های پارامتری [۲]، روش‌های ناپارامتری ابزار مناسبی به شمار می‌آیند. یکی از این روش‌ها، تحلیل پوششی داده‌ها می‌باشد. تحلیل پوششی داده‌ها، مجموعه‌ای به نام امکان تولید را ساخته و مرز آن را تخمینی از تابع تولید درنظر می‌گیرد و با استفاده از آن، سطوح کارایی را برای هر یک از ورودی‌ها و خروجی‌ها مشخص می‌نماید. در نتیجه می‌توان به ارزیابی عملکرد واحدهای تصمیم‌گیرنده پرداخت. این روش با کار فارل [۳] شروع شد و در ادامه چارنزکوپر [۴] آن را توسعه داد. در ادامه مدل‌های زیادی ارایه شدند که هریک دارای تکنولوژی خاصی می‌باشند. از آن جمله مدل‌ها می‌توان به مدل *CCR* (بازده به مقیاس ثابت) و مدل *BCC* (بازده به مقیاس متغیر) اشاره کرد [۵]. به مدل‌های ذکر شده مدل‌های شعاعی گفته می‌شود. مشکل مدل‌های شعاعی، عدم تاثیر تمام ضعف‌های ورودی‌ها و خروجی‌ها روی کارایی می‌باشد. به همین خاطر مدل‌های غیرشعاعی مانند مدل‌های جمعی [۶] و راسل اصلاح شده [۷] به وجود آمدند. در راسل اصلاح شده تمام نقاط ضعف و قدرت ورودی و خروجی‌ها روی کارایی تاثیر می‌گذارند. یکی از مباحث مهم در تحلیل پوششی داده‌ها، رتبه‌بندی واحدها می‌باشد؛ زیرا با توجه به عواملی مانند: وجود بازار رقابتی بین واحدهای تصمیم‌گیرنده و...، مدیران توجه ویژه‌ای به مبحث رتبه‌بندی دارند. تاکنون روش‌های متعددی جهت رتبه‌بندی واحدها ارایه شده که هریک به نوبه خود دارای نقاط ضعف و قوت می‌باشند. ازجمله مشکلات روش‌های رتبه‌بندی، ارایه بیش از یک واحد به عنوان کارا می‌باشد. سکستون و همکاران [۸] ارزیابی کارایی متقاطع را ارایه دادند. این روش کارایی واحدها را با ترکیبی از بهترین وزن خود *DMU* و بهترین وزن *DMU*های دیگر به‌دست می‌آورد. یکی از مشکلات اساسی این روش وجود جواب بهینه چندگانه می‌باشد. به همین دلیل جهانشاهلو و همکاران [۹و۱۰] و وانک و همکاران [۱۱] روش‌هایی را مبتنی بر کارایی متقاطع، برای حل این مشکل ارایه دادند. داودی و همکاران [۱۲] نیز روشی برای اصلاح روش سکستون ارایه دادند. روش مذکور به گونه‌ای اصلاح شده است که مشکل ناشی از وجود جواب-های بهینه چندگانه در مدل مضربی برطرف گردیده است. اندرسون و پیترسون [۱۳] مدل ابرکارایی *AP* را ارایه دادند که دارای ایراداتی مانند نشدنی بودن، ناپایداری، رتبه‌بندی نکردن واحدهای کارایی غیررأسی می‌باشد. محرابیان و همکاران [۱۴] روش رتبه‌بندی *MAJ* را ارایه دادند. انتانی و همکاران [۱۵] کارایی *DMU*ها را از دو دیدگاه خوش‌بینانه و بدبینانه به‌دست آورده و یک بازه کارایی ارایه دادند. حسین‌زاده لطفی و همکاران[۱۶] با دسته‌بندی روش‌های رتبه‌بندی، مقاله ای مروری در رابطه با رتبه‌بندی ارایه دادند.

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-02]

[DOR: 20.1001.1.22517286.2017.14.3.8.7]

حال به بیان ضعف موجود در مدل‌های کلاسیک DEA می‌پردازیم. در مدل CCR اگر DMU_1 کارا باشد، با ضرب تمام ورودی‌ها و خروجی‌ها در یک اسکالر بزرگ‌تر از یک، DMU_2 بوجود آمده نیز کارا خواهد بود و این دو DMU هیچ تفاوتی از نظر DEA با هم ندارند؛ ولی از نظر مدیریتی شاید این باعث مشکلاتی شود. مثلا اگر ورودی اول DMUها را تعداد پرسنل بگیریم، تعداد پرسنل DMU_2 بیش‌تر از DMU_1 می‌باشد، ولی زیاد شدن تعداد کارمندان شاید باعث اعتصاب و به‌هم خوردن نظم موجود شود یا شاید باعث واجد شرایط شدن کارخانه برای اجرای برخی از دستورالعمل‌ها (قوانین بیمه) که هزینه بردار می‌باشند، شود. در این صورت امکان دارد از نظر مدیریتی DMU_1 را به DMU_2 ترجیح دهیم. به عنوان مثال دیگر فرض کنید سرمایه‌گذاری بخواهد از میان دو تا کارخانه (DMU) یکی را برای سرمایه‌گذاری انتخاب کند. DMU_1 با مقدار مشخصی مواد اولیه، S واحد محصول a را تولید می‌کند و DMU_2 با همان مقدار مشخص مواد اولیه، S واحد محصول b را تولید می‌کند. قیمت محصول b بالاتر از محصول a می‌باشد پس از نظر تحلیل پوششی داده‌ها DMU_2 کاراتر از DMU_1 بوده و مورد ترجیح سرمایه گذاری می‌باشد. حال با درنظر گرفتن این فرض که محصول a ماندگاری بیش‌تر داشته و نسبت به محصول b سریع‌تر به فروش می‌رسد، دیگر به راحتی نمی‌توان DMU_2 را به DMU_1 ترجیح داد و عملکرد آن‌ها را با استفاده از مدل‌های کلاسیک DEA ارزیابی کرد. در نتیجه علاوه بر مقادیر ورودی‌ها و خروجی‌ها، که آن‌ها را به عنوان فاکتور تاثیر مستقیم درنظر می‌گیریم، فاکتورهای کمی یا کیفی دیگری که وابسته به ذات و ماهیت ورودی‌ها و خروجی‌ها می‌باشند نیز در ارزیابی عملکرد و رتبه‌بندی واحدهای تصمیم‌گیرنده موثر می‌باشند که آن‌ها را به عنوان فاکتورهای تاثیر غیرمستقیم نامگذاری می‌کنیم. نکته جالب این است که این فاکتورهای تاثیر غیرمستقیم را نمی‌توان به عنوان ورودی یا خروجی و یا ورودی یا خروجی کنترل-پذیر درنظر گرفت و از طرفی این فاکتورهای مدنظر تاثیر منفی بر روی کارایی می‌گذارند؛ بنابراین برای انجام این کار فاکتورهای تاثیر غیرمستقیم را به‌صورت کمیت‌های عددی به ورودی و خروجی‌ها اختصاص می‌دهیم و با استفاده از دستکاری در داده‌ها و بهره بردن از بعضی مدل‌های تحلیل پوششی داده‌ها، مدل‌هایی را برای ارزیابی عملکرد و رتبه‌بندی واحدهای تصمیم‌گیرنده ارایه می‌دهیم. این مقاله به‌صورت زیر بخش‌بندی شده است:

در بخش ۲ به بیان ضعف موجود در مدل‌های کلاسیک DEA برای ارزیابی عملکرد واحدهای تصمیم‌گیرنده می‌پردازیم. در بخش ۳ روشی برای بهبود این نقیصه ارایه داده و در انتهای بخش، مدل‌های کلاسیک DEA را به روش گفته شده مجهز می‌کنیم و با استفاده از این روش‌ها، به رتبه‌بندی و ارزیابی عملکرد واحدهای تصمیم‌گیرنده می‌پردازیم. بخش ۴، شامل مثال عددی برای تشریح روش‌های پیشنهادی می‌باشد. مقاله را با نتیجه‌گیری در بخش۵ به پایان می‌بریم.

۲ بیان ضعف موجود در مدل‌های کلاسیک DEA

در تحلیل پوششی داده‌ها هر واحد تصمیم‌گیرنده دارای تعدادی ورودی و خروجی می‌باشد و با استفاده از مرز کارایی حاصل از تکنولوژی تولید، می‌توان به ارزیابی عملکرد واحدهای تصمیم‌گیرنده پرداخت. هریک از ورودی و خروجی‌های واحد تصمیم‌گیرنده نقش اساسی در ارزیابی عملکرد واحد مربوطه بازی می‌کنند که از

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-02]

[DOR: 20.1001.1.22517286.2017.14.3.8.7]

آن می‌توان به عنوان فاکتور تاثیر مستقیم یاد کرد. ورودی‌ها و خروجی‌های واحدهای تصمیم‌گیرنده تاثیر غیرمستقیمی نیز در ارزیابی عملکرد واحدهای تصمیم‌گیرنده دارند که یکی از ضعف‌های مدل‌های کلاسیک DEA درنظر نگرفتن این فاکتور تاثیر غیرمستقیم می‌باشد. فاکتور تاثیر غیرمستقیم مورد نظر ما اثر منفی بر روی کارایی می‌گذارد که نشات گرفته از ذات و ماهیت ورودی‌ها و خروجی‌ها می‌باشد که در ادامه به معرفی آن‌ها می‌پردازیم. مثلا کارخانه‌ای را درنظر بگیرید که دارای دو ورودی (نیروی انسانی و مواد اولیه) و یک خروجی (درآمد) باشد. حال به بررسی ورودی اول (نیروی انسانی) می‌پردازیم. می‌دانیم با افزایش ورودی‌ها می‌توان خروجی‌ها را نیز افزایش داد؛ ولی امکان دارد با افزایش تعداد کارمندان باعث اعتصاب، بی‌نظمی و واجد شرایط شدن برای قوانین دست و پاگیر و هزینه‌بر (قوانین بیمه) در کارخانه شویم یعنی با افزایش نیروی انسانی، تاثیر ورودی اول در ارزیابی عملکرد واحد تصمیم‌گیرنده به اندازه مورد انتظار افزایش نیابد که این همان تاثیر غیرمستقیم می‌باشد. بنابراین می‌توان ضریبی مانند $0 \leq L \leq 1$ را به ورودی اول نسبت داد که هرچقدر L به صفر نزدیک شود، نشانگر کاهش تاثیر غیرمستقیم افزایش نیروی انسانی بر عملکرد کارخانه وهرچه L به سمت یک نزدیک شود، نشانگر افزایش تاثیرغیرمستقیم افزایش نیروی انسانی بر عملکرد واحد مربوطه می‌باشد (L هرچقدر کم‌تر باشد، بهتر است). پس در این ورودی خاص کاهش L باعث کم رنگ شدن تاثیر غیرمستقیم ورودی اول در ارزیابی عملکرد کارخانه خواهد شد.

حال ورودی دوم (مواد اولیه) را درنظر بگیرید. فاکتور تاثیر غیرمستقیم برای ورودی دوم را می‌توان میزان استفاده مفید کارخانه ازمواد اولیه درنظر گرفت که می‌تواند ناشی از کیفیت نگهداری، تکنولوژی دستگاه‌ها، محل احداث کارخانه و روش حمل و نقل مواد اولیه، در کارخانه باشد. پس افزایش مواد اولیه زمانی تاثیر مثبت در کارایی دارد که کارخانه فاکتور تاثیر غیرمستقیم بالایی نسبت به این ورودی داشته باشد. پس ضریبی مانند $0 \leq L \leq 1$ را می‌توان به ورودی دوم نسبت داد که تاثیر غیرمستقیم در ارزیابی عملکرد کارخانه دارد. دراینجا هر چقدر L به صفر نزدیک شود، نشان از افزایش تاثیر غیرمستقیم افزایش مواد اولیه در ارزیابی عملکرد و هر چقدر L به یک نزدیک شود، نشان از کاهش تاثیر غیرمستقیم افزایش مواد اولیه در ارزیابی عملکرد دارد. در ادامه، خروجی اول (درآمد) را درنظر می‌گیریم. ما همیشه در صدد افزایش درآمد می‌باشیم ولی با افزایش درآمد، ریسک نیز افزایش می‌یابد که در این صورت امکان برشکستگی زیاد شده و باعث ازبین رفتن سود حاصله می‌شود. این ریسک می‌تواند ناشی از نوع، کیفیت و ماندگاری و مدت زمان لازم برای بفروش رفتن محصول باشد. این همان تاثیر غیرمستقیم خروجی اول روی کارایی می‌باشد، بنابراین می‌توان ضریبی مانند $0 \leq K \leq 1$ را به خروجی اول نسبت داد که تاثیری غیرمستقیم در ارزیابی عملکرد کارخانه دارد. در اینجا نیز نزدیک شدن K به صفر، نشانگر کاهش تاثیر غیرمستقیم افزایش درآمد در ارزیابی عملکرد و نزدیک شدن K به یک، نشانگر افزایش تاثیر غیرمستقیم افزایش درآمد در ارزیابی عملکرد می‌باشد. در انتهای توجه خود را به این مطلب معطوف می‌کنیم که شاید ادعا شود، می‌توان فاکتورهای تاثیر غیرمستقیم را به عنوان ورودی‌ها و خروجی‌های جدید به DMUها اضافه کرد و یا آن‌ها را به عنوان ورودی‌ها یا خروجی‌های کنترل‌پذیر

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-02]

[DOR: 20.1001.1.22517286.2017.14.3.8.7]

درنظر گرفت ولی این ادعا متناقض با ذات و ماهیت این فاکتورها می‌باشد و در انتهای فصل بعد، نسبت به رد این ادعا به تفصیل بحث خواهد شد.

۳ ارایه روشی برای از بین بردن ضعف بیان شدن وتجهیز مدل‌های کلاسیک *DEA* به این روش

n تا DMU شامل s تا خروجی و m تا ورودی را درنظر بگیرید که بعضی از ورودی‌ها و خروجی‌ها تاثیر غیرمستقیم منفی روی کارایی دارند. درنتیجه به یک کمیت عددی به نام فاکتور تاثیرغیرمستقیم مجهز شده‌اند که در جدول ۱، قابل مشاهده می‌باشند.

جدول ۱. ورودی‌ها و خروجی‌های مجهز شده به فاکتور تاثیر غیرمستقیم

	DMU_1	DMU_2	...	DMU_n
A	$x_{11}(L_{11})$	$x_{12}(L_{12})$	...	$x_{1n}(L_{1n})$
	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
	$x_{t1}(L_{t1})$	$x_{t2}(L_{t2})$	...	$x_{tn}(L_{tn})$
B	$x_{t+11}(L_{t+11})$	$x_{t+12}(L_{t+12})$	...	$x_{t+1n}(L_{t+1n})$
	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
	$x_{m1}(L_{m1})$	$x_{m2}(L_{m2})$	...	$x_{mn}(L_{mn})$
A'	$y_{11}(K_{11})$	$y_{12}(K_{12})$	...	$y_{1n}(K_{1n})$
	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
	$y_{d1}(K_{d1})$	$y_{d2}(K_{d2})$	...	$y_{dn}(K_{dn})$
B'	$y_{d+11}(K_{11})$	$y_{d+12}(K_{12})$	...	$y_{d+1n}(K_{1n})$
	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
	$y_{s1}(K_{s1})$	$y_{s2}(K_{s2})$	...	$y_{sn}(K_{sn})$

که $0 \le L_{ij} \le 1$ و $0 \le K_{ij} \le 1$ می‌باشند. هر DMU شامل دو دسته از ورودی‌ها و خروجی‌ها می‌باشد. افزایش فاکتورهای L_{ij} یا K_{ij} در دسته‌های A و A' باعث کاهش تاثیر غیرمستقیم منفی این ورودی‌ها و خروجی‌ها در ارزیابی عملکرد واحدهای تصمیم‌گیرنده می‌شود و بالعکس. در دسته‌های B و B' کاهش فاکتورهای L_{ij} یا K_{ij} باعث کاهش تاثیر غیرمستقیم منفی این ورودی و خروجی‌ها در ارزیابی عملکرد واحدهای تصمیم‌گیرنده می‌شود و بالعکس. اگر ورودی q در تمامی DMUها دارای فاکتور تاثیر غیرمستقیم نباشد، با درنظر گرفتن $L_{iq} = 1$ $(L_{iq} = 0)$ $_{i=1,\dots,n}$ در دسته A (B) قرار می‌گیرد و اگر خروجی q در تمامی DMUها دارای فاکتور تاثیر غیرمستقیم نباشد، با درنظر گرفتن $K_{iq} = 1$ $(K_{iq} = 0)$ $_{i=1,\dots,n}$ در دسته A' (B') قرار می‌گیرد. حال می‌خواهیم روشی ارایه دهیم که توسط آن بتوانیم فاکتورهای تاثیر غیرمستقیم را در ارزیابی عملکرد واحدهای تصمیم‌گیرنده اعمال

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-02]

[DOR: 20.1001.1.22517286.2017.14.3.8.7]

کنیم. این کار به دو روش می‌تواند انجام شود. روش اول مبتنی بر ارایه مدل و روش دوم مبتنی بر دستکاری در داده‌ها می‌باشد. ما در این مقاله از دستکاری در داده‌ها استفاده می‌کنیم. فرض کنید می‌خواهیم کارایی DMU_p را به‌دست آوریم. فرض کنید x_{ip} متعلق به دسته A یا B از ورودی‌ها باشد. L_{ip} فاکتور تاثیر غیرمستقیم ورودی مزبور می‌باشد. با توجه به تاثیر منفی این فاکتور در کارایی، پس باید کاری کنیم به یک نسبت خاصی ورودی x_{ip} افزایش یابد تا باعث کاهش کارایی شود. در رابطه ۱(۲)، این نسبت باید طوری انتخاب شود که با افزایش L_{ip} این تاثیر کمرنگ‌تر (پررنگ‌تر) شود و بالعکس. پس به جای استفاده از x_{ip} در ارزیابی عملکرد DMU_p از x'_{ip} استفاده می‌کنیم که به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$x'_{ip} = x_{ip}\left(\frac{L_{iN}}{\beta_i\left(L_{iN}-L_{ip}\right)+L_{ip}}\right), i \in A \qquad (۱)$$
$$L_{iN} = Max\left\{L_{ij} \mid j = ۱,..,n\right\}$$

یا

$$x'_{ip} = x_{ip}\left(\frac{L_{ip}+\delta}{\left(\beta_i\left(L_{ip}-L_{iN}\right)+L_{iN}\right)+\delta}\right), i \in B \qquad (۲)$$
$$L_{iN} = Min\left\{L_{ij} \mid j = ۱,..,n\right\}$$

که $۰ \le \beta_i \le ۱$ توسط مدیر تعیین می‌شود و با استفاده از آن می‌توان درصد افزایش ورودی x_{ip} را نسبت به فاکتور تاثیر غیرمستقیم کنترل کرد. بدیهی است که:

$$۱ \le \frac{L_{iN}}{\beta_i\left(L_{iN}-L_{ip}\right)+L_{ip}} \le \frac{L_{iN}}{L_{ip}}, \qquad ۱ \le \frac{L_{ip}+\delta}{\left(\beta_i\left(L_{ip}-L_{iN}\right)+L_{iN}\right)+\delta} \le \frac{L_{ip}+\delta}{L_{iN}+\delta}$$

با توجه به روابط بالاداریم:

$$x_{ip} \le x'_{ip}$$

حال اگر خروجی y_{rp} متعلق به دسته A' یا B' با فاکتور تاثیر غیرمستقیم K_{rp} باشد، برای کاهش کارایی با توجه به تاثیر منفی این فاکتور در کارایی، باید کاری کنیم که خروجی y_{rp} با یک نسبت خاصی کاهش یابد. بدین منظور هنگام ارزیابی DMU_p بجای y_{rp} از y'_{rp} استفاده می‌کنیم.

$$y'_{rp} = y_{rp}\left(\frac{\alpha_r\left(K_{rN}-K_{rp}\right)+K_{rp}}{K_{rN}}\right), i \in A' \qquad (۳)$$
$$K_{rN} = Max\left\{K_{rj} \mid j = ۱,..,n\right\}$$

یا

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-02]

[DOR: 20.1001.1.22517286.2017.14.3.8.7]

$$y'_{rp} = y_{rp}\left(\frac{\left(\alpha_r\left(K_{rp}-K_{rN}\right)+K_{rN}\right)+\delta}{K_{rp}+\delta}\right), i \in B' \qquad (۴)$$

$$K_{rN} = Min\left\{K_{rj} \mid j = ۱,..,n\right\}$$

در رابطه ۲(۴)، این نسبت طوری انتخاب شده است که با افزایش K_{rp} این تاثیر کمرنگ‌تر (پررنگ‌تر) خواهد شد و بالعکس. دراینجا نیز $۰ \le \alpha_i \le ۱$ توسط مدیر تعیین می‌شود و با استفاده از آن می‌توان درصد کاهش خروجی y_{rp} را نسبت به فاکتور تاثیر غیرمستقیم کنترل کرد. بدیهی است که:

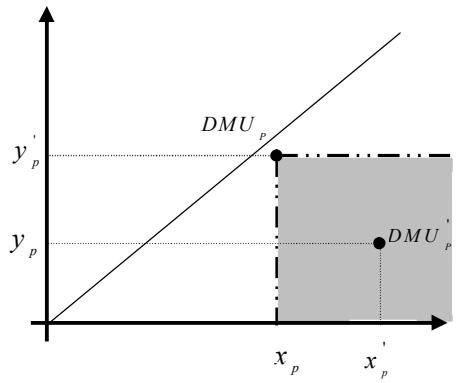
$$\frac{K_{rp}}{K_{rN}} \le \frac{\alpha_r\left(K_{rN}-K_{rp}\right)+K_{rp}}{K_{rN}} \le ۱, \qquad \frac{K_{rN}+\delta}{K_{rp}+\delta} \le \frac{\left(\alpha_r\left(K_{rp}-K_{rN}\right)+K_{rN}\right)+\delta}{K_{rp}+\delta} \le ۱$$

با توجه به روابط بالاداریم:

$$y'_{rp} \le y_{rp}$$

اسکالر δ استفاده شده در روابط ۲ و ۴ را یک عدد کوچک درنظر گرفته و برای بامعنی کردن روابط ۲ و ۴، هنگامی که $L_{ip} = L_{iN} = ۰$ یا $K_{rp} = K_{rN} = ۰$، به‌کار می‌رود، زیرا در غیر این صورت امکان دارد روابط ۲ و ۴، مبهم شوند. از طرفی به علت کوچک بودن، تاثیر قابل توجهی در روابط ۲ و ۴، نمی‌گذارد. پس هنگام ارزیابی عملکرد DMU_p کافیست به جای آن از DMU'_p استفاده کنیم که دارای ورودی x'_p و خروجی y'_p می‌باشد و با استفاده از روابط ۱، ۲، ۳ و ۴ به‌دست می‌آیند. فرض کنیم DMU_p دارای یک ورودی و خروجی باشد. با استفاده از شکل ۱ و ۲، می‌توان رابطه مابین DMU_p و DMU'_p را بیان کرد:

$$DMU_p \begin{cases} x_p\,(L_p) \in A \\ y_p(K_p) \in A' \end{cases}, \qquad DMU'_P \begin{cases} x'_P \\ y'_P \end{cases}$$

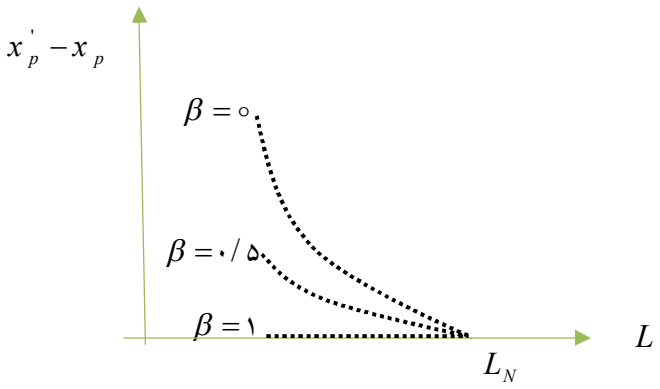


شکل ۱. رابطه مابین DMU_p و DMU'_p

که DMU'_p در ناحیه هاشورخورده قرار می‌گیرد:

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-02]

[DOR: 20.1001.1.22517286.2017.14.3.8.7]



شکل ۲. تغییرات ورودی $x'_p - x_p$ را برحسب فاکتور تاثیر غیرمستقیم نسبت به β های مختلف

شکل ۲، تغییرات ورودی $x'_p - x_p$ را برحسب فاکتور تاثیر غیرمستقیم نسبت به β های مختلف نشان می‌دهد. این نمودار را برای تغییرات خروجی برحسب K را نیز می‌توان رسم نمود. در ادامه مدل‌های کلاسیک DEA را به این روش مجهز می‌کنیم. با توجه به روش به‌کار رفته در این مقاله (دستکاری در داده‌ها) باید از مدلی استفاده کنیم که تمام نقاط ضعف و قوت، ورودی‌ها و خروجی‌ها را در کارایی دخالت دهد، زیرا در این مقاله فاکتورهای تاثیر غیرمستقیم، مستقیما روی داده‌های ورودی‌ها و خروجی‌ها اثر می‌گذارند و بهترین گزینه برای این هدف، راسل اصلاح شده می‌باشد، زیرا تنها مدلی است که از تمامی نقاط ضعف و قوت، ورودی‌ها و خروجی‌ها استفاده کرده و کارایی نسبی می‌دهد. مدل‌های دیگر تمامی این مزیت‌ها را ندارند. با توجه به روش ساخت DMU'_p، بدیهی است که PPS ما تغییر نخواهد کرد؛ بنابراین داریم:

$$Min \quad \rho = \frac{\frac{۱}{m}\sum_{i=۱}^{m}\theta_i}{\frac{۱}{s}\sum_{r=۱}^{s}\varphi_r}$$

$$s.t.$$

$$\begin{aligned}
&\sum_{j=۱}^{n}\lambda_j x_{ij} \le \theta_i\, x_{ip}\left(\frac{L_{iN}}{\beta_i\left(L_{iN}-L_{ip}\right)+L_{ip}}\right), && i \in A,\\
&\sum_{j=۱}^{n}\lambda_j x_{ij} \le \theta_i\, x_{ip}\left(\frac{L_{ip}+\delta}{\left(\beta_i\left(L_{ip}-L_{iN}\right)+L_{iN}\right)+\delta}\right), && i \in B,\\
&\sum_{j=۱}^{n}\lambda_j y_{rj} \ge \varphi_r\, y_{rp}\left(\frac{\alpha_r\left(K_{rN}-K_{rp}\right)+K_{rp}}{K_{rN}}\right), && i \in A',\\
&\sum_{j=۱}^{n}\lambda_j y_{rj} \ge \varphi_r\, y_{rp}\left(\frac{\left(\alpha_r\left(K_{rp}-K_{rN}\right)+K_{rN}\right)+\delta}{K_{rp}+\delta}\right), && i \in B',
\end{aligned} \qquad (۵)$$

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-02]

[DOR: 20.1001.1.22517286.2017.14.3.8.7]

$$\lambda_j \geq 0, \qquad j = 1,...,n,$$
$$\theta_i \leq 1, \qquad i = 1,...,m,$$
$$\varphi_r \geq 1, \qquad r = 1,...,s.$$

از مدل ۵، می‌توان برای ارزیابی عملکرد و رتبه‌بندی DMU_pها استفاده کرد زیرا جواب‌های مدل ۵، کارای نسبی نمی‌باشند، زیرا امکان دارد به ازای هر DMU، $\rho^* < 1$ باشد، ولی با استفاده از جواب‌های مدل ۵، می‌توان کارایی نسبیDMUها را به‌دست آورد. همچنین می‌توان برای به‌دست آوردن کارایی نسبی، روش دیگری ارایه دهیم که از تکنولوژی متفاوتی استفاده می‌کند. در این روش به ازای هر DMU مشاهده شده DMU' را با استفاده از روابط ۱، ۲، ۳ و ۴ به‌دست آورده و مجموعه امکان جدیدی(PPS') را با استفاده از DMU'ها می‌سازیم و با استفاده از راسل اصلاح شده عملکردشان ارزیابی می‌کنیم.

$$Min \quad \rho = \frac{\frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m}\theta_i}{\frac{1}{s}\sum_{r=1}^{s}\varphi_r}$$

$$s.t.$$

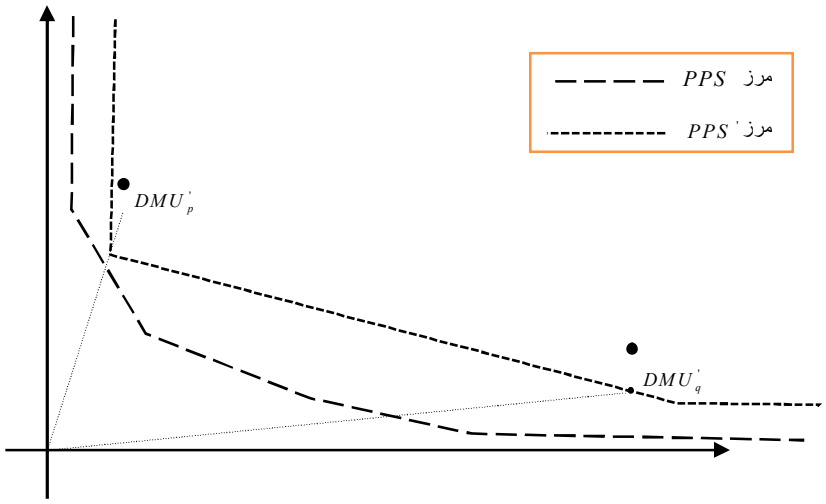
$$\sum_{j=1}^{n}\lambda_j x'_{ij} \leq \theta_i\, x'_{ip}, \qquad i \in A, B, \tag{۶}$$
$$\sum_{j=1}^{n}\lambda_j y'_{rj} \geq \varphi_r\, y'_{rp}, \qquad r \in A', B',$$
$$\lambda_j \geq 0, \qquad j = 1,...,n,$$
$$\theta_i \leq 1, \qquad i = 1,...,m,$$
$$\varphi_r \geq 1, \qquad r = 1,...,s.$$

بدیهی است که از مدل ۶، می‌توان کارایی نسبی را به‌دست آورد. در ادامه با درنظر گرفتن شکل ۳، (مرز فارل) واضح است که رتبه‌بندی به‌دست آمده توسط مدل‌های ۵ و ۶، یکسان نخواهد بود، زیرا مدل ۵، DMU'_p را نسبت به مرز PPS ارزیابی می‌کند، یعنی فاکتورهای تاثیرغیرمستقیم را فقط در واحد تصمیم‌گیرنده تحت ارزیابی، تاثیر می‌دهد، ولی مدل ۶، DMU'_p را نسبت به مرز PPS' ارزیابی می‌کند، یعنی فاکتورهای تاثیرغیرمستقیم را در تمامی واحدهای تصمیم‌گیرنده تاثیر داده و سپس به ارزیابی می‌پردازد.

در انتهای این بخش به رد این ادعا می‌پردازیم که می‌توان فاکتورهای تاثیر غیرمستقیم را به عنوان ورودی‌ها و خروجی‌های جدید بهDMUها اضافه کرد و یا آن‌ها را به عنوان ورودی‌ها یا خروجی‌های کنترل‌پذیر درنظر گرفت. این ادعا متناقض با ذات و ماهیت این فاکتورها می‌باشد زیرا ارزیابی عملکرد شامل شناخت ضعف و قدرت ورودی‌ها و خروجی‌ها و ارایه برنامه و هدفی مناسب برای هر کدام از آن‌ها می‌باشد؛ ولی فاکتورهای تاثیر غیرمستقیم نسبت به هر DMU ثابت و منحصر به فرد بوده و به راحتی قابل تغییر نمی‌باشد یا اصلا اجازه تغییر در آن فاکتورها را نداریم. مثلا کیفیت محصول رابطه مستقیمی با تکنولوژی مورد استفاده دارد.

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-02]

[DOR: 20.1001.1.22517286.2017.14.3.8.7]



شکل ۳. مقایسه مجموعه امکان حاصل از روش اول و دوم

حال برای افزایش کیفیت باید تکنولوژی مورد استفاده را عوض کنیم که این خود در برخی موارد مستلزم صرف هزینه هنگفتی می‌باشد. به این دلیل از تغییر تکنولوژی صرف‌نظر کرده و فاکتور کیفیت را به عنوان یک فاکتور تاثیر غیرمستقیم درنظر می‌گیریم. در ادامه شاید ادعا شود که می‌توان فاکتورهای تاثیر غیرمستقیم را به‌صورت ورودی و یا خروجی کنترل‌پذیر (مثلا در مدل CCR) درنظر گرفت؛ بنابراین یکی از فاکتورهای تاثیر غیرمستقیم عضو مجموعه A را، به عنوان ورودی iام، DMU_p درنظر می‌گیریم که با توجه به ذات و ماهیت‌شان می‌تواند به‌صورت روابط ۷ یا ۸ باشد:

$$\begin{aligned} &\lambda_1 L_{i1} + \lambda_2 L_{i2} + \cdots + \lambda_n L_{in} \le L_{ip} \\ &\lambda_1 L_{i1} + \lambda_2 L_{i2} + \cdots + \lambda_n L_{in} = L_{ip} \end{aligned} \qquad (۷)$$

یا

$$\begin{aligned} &\lambda_1 L_{i1} + \lambda_2 L_{i2} + \cdots + \lambda_n L_{in} \le \theta L_{ip} \\ &\lambda_1 L_{i1} + \lambda_2 L_{i} + \cdots + \lambda_n L_{in} = L_{ip} \end{aligned} \qquad (۸)$$

علت اضافه کردن قید دوم روابط ۷ یا ۸، به دلیل ثابت نگه داشتن فاکتور تاثیر غیرمستقیم در بنچ‌مارک می‌باشد. از رابطه ۷ نتیجه می‌گیریم که:

$$L_{ip} \le L_{ip} \;\Rightarrow\; 1 \le 1$$

یعنی در این حالت با درنظر گفتن این فاکتور به عنوان ورودی، تاثیری در کارایی نمی‌گذارد، پس ادعا رد می‌شود. حال از رابطه ۸ داریم:

$$L_{ip} \le \theta L_{ip} \;\Rightarrow\; 1 \le \theta \;\Rightarrow\; \theta = 1$$

در این حالت با درنظر گفتن این فاکتور به عنوان ورودی تمامی DMU ها کارا می‌شوند و در واقع تاثیر بقیه ورودی‌ها و خروجی‌ها را در کارایی از بین می‌برد که از نظر مدیریتی درست نمی‌باشد. پس در این حالت نیز ادعا رد می‌شود.

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-02]

[DOR: 20.1001.1.22517286.2017.14.3.8.7]

٤ مثال عددی

در این بخش با ارایه مثالی عددی به تشریح مدل‌های پیشنهادی در بخش‌های قبل می‌پردازیم. ($\alpha_r = \beta_i = ۰/۵$)

مثال ۱: جدول ۲ شامل ۱۲ تا DMU با ورودی‌ها، خروجی‌ها و فاکتورهای تاثیر غیرمستقیم بوده که $L۱ \in A$، $L۲ \in B$، $K۱ \in A^{'}$ و $K۲ \in B^{'}$ می‌باشد. داده‌های ورودی‌ها و خروجی‌ها واقعی؛ ولی داده‌های فاکتور تاثیر غیرمستقیم غیرواقعی می‌باشد؛ زیرا این فاکتورها برای اولین بار در این مقاله مطرح شده است و به‌دست آوردن داده‌های واقعی را می‌توان به عنوان کار تحقیقی جدید درنظر گرفت. حال با استفاده از مدل ۵ و مدل AP به رتبه‌بندی واحدهای مذکور می‌پردازیم:

جدول۲. داده‌های مثال ۱

DMU	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲
I۱	۲۰	۱۹	۲۵	۲۷	۲۲	۵۵	۳۳	۳۱	۳۰	۵۰	۵۳	۳۸
I۲	۱۵۱	۱۳۱	۱۶۰	۱۶۸	۱۵۸	۲۵۵	۲۳۵	۲۰۶	۲۴۴	۲۶۸	۳۰۶	۲۸۴
O۱	۱۰۰	۱۵۰	۱۶۰	۱۸۰	۹۴	۲۳۰	۲۲۰	۱۵۲	۱۹۰	۲۵۰	۲۶۰	۲۵۰
O۲	۹۰	۵۰	۵۵	۷۲	۶۶	۹۰	۸۸	۸۰	۱۰۰	۱۰۰	۱۴۷	۱۲۰
L۱	۰/۹	۰/۸	۰/۹۹	۰/۸۸	۰/۷۵	۰/۹۵	۰/۸۳	۰/۸۸	۰/۹	۰/۹	۰/۹۵	۰/۸۹
L۲	۰/۵	۰/۰۵	۰/۰۳	۰/۰۷	۰/۰۵	۰/۱	۰/۲	۰/۰۹	۰/۰۹	۰/۲	۰/۳	۰/۰۱
K۱	۰/۸	۰/۹۹	۰/۹	۰/۸۱	۰/۷	۰/۹	۰/۷۳	۰/۷۸	۰/۹	۰/۹۱	۰/۹۵	۰/۹
K۲	۰/۱۱	۰/۰۵	۰/۱۳	۰/۰۹	۰/۰۸	۰/۱	۰/۲	۰/۰۶	۰/۱۵	۰/۲۵	۰/۰۶	۰/۱

جدول۳. ارزیابی عملکرد به‌دست‌آمده از مدل ۵ و مدل AP

DMU	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲
مدل ۵	۰/۸۵	۰/۹۰	۰/۷۱	۰/۷۷	۰/۶۹	۰/۵۵	۰/۶۸	۰/۷۴	۰/۸۰	۰/۵۶	۰/۷۹	۰/۸۳
AP	۱/۴۰۸	۱/۱۸۴	۰/۸۸۳	۱/۰۱۶	۰/۷۶۳	۰/۸۳۵	۰/۹۰۲	۰/۷۹۶	۰/۹۶۰	۰/۸۷۱	۰/۹۵۵	۰/۹۵۸

با توجه به جدول ۳، رتبه‌بندی‌های متفاوتی برای مدل‌های ۵ و AP به‌دست می‌آید:

رتبه‌بندی دست آمده با استفاده از مدل ۵:

$$DMU_{۶} \prec DMU_{۱۰} \prec DMU_{۷} \prec DMU_{۵} \prec DMU_{۳} \prec DMU_{۸} \prec DMU_{۴} \prec DMU_{۱۱} \prec DMU_{۹} \prec DMU_{۱۲} \prec DMU_{۱} \prec DMU_{۲}$$

رتبه‌بندی به‌دست آمده با استفاده از مدل AP:

$$DMU_{۵} \prec DMU_{۸} \prec DMU_{۶} \prec DMU_{۱۰} \prec DMU_{۳} \prec DMU_{۷} \prec DMU_{۱۱} \prec DMU_{۱۲} \prec DMU_{۹} \prec DMU_{۴} \prec DMU_{۲} \prec DMU_{۱}$$

با توجه به نتایج به‌دست آمده، واضح است که درنظر گرفتن فاکتورهای تاثیر غیرمستقیم، نقش بسزایی در ارزیابی عملکرد واحدهای تصمیم‌گیرنده بازی می‌کند.

حال با استفاده از مدل‌های ۵ و ۶، به ارزیابی عملکرد این واحدها می‌پردازیم: برای به‌دست آوردن کارایی نسبی واحدهای تصمیم‌گیرنده از مدل ۵، کافیست کارایی واحدهای تصمیم‌گیرنده را بر بزرگ‌ترین کارایی به‌دست آمده تقسیم کنیم.

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-02]

[DOR: 20.1001.1.22517286.2017.14.3.8.7]

جدول٤. کارایی نسبی به‌دست‌آمده از مدل‌های ۵ و ۶

DMU	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲
مدل ۵	۰/۹۲	۰/۸۸	۰/۶۲	۰/۸۹	۰/۸۲	۰/۷۶	۰/۶۱	۰/۷۷	۰/۸۶	۰/۷۹	۱	۰/۹۴
مدل ۶	۱	۱	۰/۷۷	۰/۸۳	۰/۶	۰/۵۷	۰/۷۱	۰/۷۲	۰/۸۷	۰/۵۸	۱	۱

با توجه به جدول ۴ واضح است کارایی نسبی به‌دست آمده برای DMUها با استفاده از مدل‌های ۵ و ۶، متفاوت می‌باشد؛ زیرا تکنولوژی‌های متفاوتی برای ساخت مدل‌های ۵ و ۶، استفاده شده است. از جمله تفاوت‌های موجود می‌توان به کارای نسبی بودن $DMU_{۱}$ در مدل ۵ و کارای نسبی بودن $DMU_{۱}$، $DMU_{۲}$، $DMU_{۱۱}$ و $DMU_{۱۲}$ در مدل ۶ اشاره کرد. از طرفی $DMU_{۱}$، $DMU_{۲}$ و $DMU_{۳}$ دارای مقدار کارایی نسبی بیش‌تری در مدل ۵ نسبت به مدل ۶ و بقیه واحدهای تصمیم‌گیرنده دارای مقدار کارایی نسبی بیش تری در مدل ۶ نسبت به مدل ۵ می‌باشند.

۵ نتیجه‌گیری

تشخیص فاکتورهای تاثیر غیرمستقیم، نقش بسزایی در ارزیابی عملکرد و رتبه‌بندی واحدهای تصمیم‌گیرنده بازی می‌کند. از طرفی بعلت ذات و ماهیت‌شان (غیر قابل تغییر بودن)، نمی‌توان این فاکتورها را به عنوان ورودی یا خروجی، یا به عنوان ورودی یا خروجی کنترل‌پذیر، درنظر گرفت. ما در این مقاله روش‌هایی برای ارزیابی عملکرد و رتبه‌بندی واحدهای تصمیم‌گیرنده با استفاده از فاکتورهای تاثیر غیرمستقیم ارایه دادیم. در یکی از این روش‌ها با دست کاری در ورودی و خروجی‌های واحد تصمیم‌گیرنده، عملکرد واحد مربوطه را با استفاده از مدل راسل اصلاح شده ارزیابی کردیم و در روش دوم، دست کاری در داده‌ها را برای تمامی واحدهای تصمیم‌گیرنده اعمال کرده سپس به ارزیابی عملکرد واحدهای تصمیم‌گیرنده پرداختیم و سپس ثابت کردیم نمی‌توان این فاکتورها را به عنوان ورودی یا خروجی، یا به عنوان ورودی یا خروجی کنترل‌پذیر، درنظر گرفت. در انتها مثالی در تصدیق درستی این روش‌ها بیان کرده و نشان دادیم درنظر نگرفتن این فاکتورهای تاثیر غیرمستقیم تاثیر بسزایی در ارزیابی عملکرد می‌گذارد. از ضعف‌های موجود در مقاله، می‌توان به ارایه ندادن روشی برای پیدا کردن مقادیر عددی فاکتورهای تاثیر غیرمستقیم و واقعی نبودن داده‌های فاکتورهای تاثیر غیرمستقیم در مثال استفاده شده، اشاره کرد و برطرف کردن این ضعف‌ها می‌تواند به عنوان کار تحقیقی جدید پیش رو قرار گیرد.

منابع

[۱۲] داودی، ل. ح.، جهانشاهلو، ه.، گودرزی، م. م.، (۱۳۸۹). اصلاح روش سکستون جهت رتبه‌بندی واحدهای تصمیم‌گیرنده در تحلیل پوششی داده‌ها. تحقیق در عملیات در کاربردهای آن، ۷(۳)، ۳۵-۴۰.

[1] Solow, R. M., (1957). Technical change and the aggregate production function. The review of Economics and Statistics, 312-320.

[2] Bjurek, H., Hjalmarsson, L., Forsund, F. R., (1990). Deterministic parametric and nonparametric estimation of efficiency in service production: A comparison. Journal of Econometrics, 46(1), 213-227.

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-02]

[DOR: 20.1001.1.22517286.2017.14.3.8.7]

[3] Farrell, M. J., (1957). The measurement of productive efficiency. Journal of the Royal Statistical Society, Series A (General), 253-290.
[4] Charnes, A., Cooper, W. W., Rhodes, E., (1978). Measuring the efficiency of decision making units. European journal of operational research, 2(6), 429-444.
[5] Banker, R. D., Charnes, A., Cooper, W. W., (1984). Some models for estimating technical and scale inefficiencies in Data Envelopment Analysis. Management Science, 30,1078-1092.
[6] Cooper, W. W., Seiford, L. M., Tone, K., (2007). Data envelopment analysis: a comprehensive text with models, applications, references and DEA-solver software. Springer Science & Business Media.
[7] Pastor, J. T., Ruiz, J. L., Sirvent, I., (1999). An enhanced DEA Russell graph efficiency measure.European Journal of Operational Research, 115(3), 596-607.
[8] Sexton, T. R., Silkman, R. H., Hogan, A. J., (1986). Data envelopment analysis: Critique and extensions. New Directions for Program Evaluation, 32, 73-105.
[9] Jahanshahloo, G. R., Lotfi, F. H., Jafari, Y., Maddahi, R., (2011). Selecting symmetric weights as a secondary goal in DEA cross-efficiency evaluation. Applied Mathematical Modelling, 35(1), 544-549.
[10] Jahanshahloo G. R., Khodabakhshi, M., Lotfi, F. H., Goudarzi, M. M., (2011). A cross-efficiency model based on super-efficiency for ranking units through the TOPSIS approach and its extension to the interval case. Mathematical and Computer Modelling, 53(9), 1946-1955.
[11] Wang,Y. M., Chin, K. S., (2010). A neutral DEA model for cross-efficiency evaluation and its extension. Expert Systems with Applications, 37(5), 3666-3675.
[13] Andersen, P., Petersen, N. C., (1993). A procedure for ranking efficient units in data envelopment analysis. Management science, 39(10), 1261-1264.
[14] Mehrabian, S., Alirezaee, M. R., Jahanshahloo, G. R., (1999). A complete efficiency ranking of decision making units in data envelopment analysis. Computational optimization and applications, 14(2), 261-266.
[15] Entani,T., Maeda, Y., Tanaka, H., (2002). Dual models of interval DEA and its extension to interval data. European Journal of Operational Research, 136(1), 32-45.
[16] Hosseinzadeh Lotfi, F., Jahanshahloo, G. R., Khodabakhshi, M., Rostamy-Malkhlifeh, M., Moghaddas, Z., Vaez-Ghasemi, M., (2013). A review of ranking models in data envelopment analysis. Journal of Applied Mathematics, http://dx.doi.org/10.1155/2013/492421.

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-02]

[DOR: 20.1001.1.22517286.2017.14.3.8.7]