مجله تحقیق در عملیات در کاربردهای آن، سال هفدهم، شماره دوم (پیاپی ۶۵)، تابستان ۹۹، ص ص ۱۰۷-۹۳
شاپا ۷۲۸۶-۲۲۵۱

ارایه یک مدل فازی برای مساله زمان‌بندی شیفت‌های کاری پرستاران

حامد جعفری[1*]
۱- استادیار، گروه مهندسی صنایع، دانشکده فنی و مهندسی گلپایگان، گلپایگان، ایران

رسید مقاله: ۱۴ اسفند ۱۳۹۶
پذیرش مقاله: ۵ بهمن ۱۳۹۸

چکیده
در سال‌های اخیر مساله زمان‌بندی پرستاران توجه بسیاری از محققین را به خود جلب نموده است. در این مساله تعداد پرستاران مورد نیاز برای شیفت‌های کاری هر روز در طول افق زمان‌بندی مشخص بوده و هدف از حل مساله تخصیص پرستاران به شیفت‌ها است به طوری که تعداد پرستاران مورد نیاز هر روز پوشش داده شوند. در این تحقیق ابتدا یک مدل برنامه‌ریزی ریاضی با هدف ماکزیمم نمودن مجموع ترجیحات پرستاران برای شیفت‌های کاری ارایه می‌گردد. در نظر گرفتن عدم قطعیت می‌تواند منجر به ایجاد جواب‌های مطلوب‌تری برای بسیاری از مسایل دنیای واقعی شود. بر اساس این دیدگاه در این تحقیق عدم قطعیت در ترجیحات پرستاران برای شیفت‌های کاری در نظر گرفته شده است. بدین منظور یک رویکرد برنامه‌ریزی فازی بر مبنای عملگر فازی ورنر برای مساله مورد بررسی پیشنهاد می‌گردد. سپس برای بررسی کارایی مدل فازی پیشنهادی چندین مساله نمونه تصادفی تولید و توسط مدل ارایه شده حل می‌شوند. در نهایت برای تعیین میزان تأثیر در تغییر پارامترهای مساله بر روی نتایج به‌دست آمده، یک تحلیل حساسیت انجام خواهد گرفت. نتایج به‌دست آمده کیفیت بالای مدل فازی پیشنهادی را نشان‌می‌دهد.

کلمات کلیدی: سیستم‌های سلامت، مساله زمان‌بندی پرستاران، ترجیحات پرستاران، مدل برنامه‌ریزی ریاضی، برنامه‌ریزی فازی، عملگر فازی ورنر.

۱ مقدمه
در سال‌های اخیر مساله زمان‌بندی پرستاران[2] در بیمارستان‌ها توجه بسیاری از مدیران و محققان را به خود جلب نموده است. در این مساله تعداد پرستاران مورد نیاز برای شیفت‌های کاری تعیین شده در هر روز در طول افق زمان‌بندی مشخص بوده و هدف از حل مساله تخصیص پرستاران به شیفت‌های در دسترس است به طوری که تقاضاهای هر روز پوشش داده شوند [۱]. شایان ذکر است عوامل مختلفی برای زمان‌بندی پرستاران باید در نظر

* عهده‌دار مکاتبات
آدرس الکترونیکی: hamed.jafari@gut.ac.ir

[2] Nurse scheduling problem (NSP)

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-03]

[DOR: 20.1001.1.22517286.2020.17.2.3.1]

گرفته شوند. برخی از این عوامل عبارتند از: کل ساعات کاری مجاز پرستاران در طول افق زمان‌بندی، شیفت‌های کاری موجود در هر روز، سیاست‌های مختلف مدیران بیمارستان و تعداد روزهای افق برنامه‌ریزی [۲، ۳].

مساله زمان‌بندی پرستاران به طور گسترده‌ای مورد بررسی قرار گرفته است. مدل‌های برنامه‌ریزی ریاضی[۱] و الگوریتم‌های ابتکاری و فراابتکاری[۲] متنوعی نیز برای حل مساله پیشنهاد شده‌اند.

برخی از محققین از رویکرد مدل‌سازی ریاضی برای حل مساله استفاده نموده‌اند. الیاکوب و شرالی [۴] یک مدل برنامه‌ریزی ریاضی برای تخصیص عادلانه[۳] شیفت‌ها به پرستاران ارایه نموده‌اند. بارد و پورنومو [۵] از روش آزادسازی لاگرانژ[۴] برای حل مساله استفاده نموده‌اند، در حالی که بلین و دمولمیستر [۶] و مانهوت و ونهوکه [۷] یک روش شاخه و قیمت[۵] ارایه کرده‌اند. همچنین آختون و همکاران [۸] یک مدل برنامه‌ریزی آرمانی[۶] را برای حل یک مساله چند هدفه پیشنهاد داده‌اند. لی و همکاران [۹]، زاندا و همکاران [۱۰] و اسویرسکو و همکاران [۱۱] تحقیقات مشابهی را در این زمینه انجام داده‌اند.

برخی از محققین مدل‌های برنامه‌ریزی ریاضی دو مرحله‌ای[۷] را برای حل مساله توسعه داده‌اند. آرتور و راویندران [۱۲] یک مدل برنامه‌ریزی ریاضی دو مرحله‌ای را پیشنهاد داده‌اند که در مرحله اول روزهای کاری و غیرکاری پرستاران تعیین شده و در مرحله دوم شیفت‌های کاری به روزهای کاری پرســـتاران تخصیص داده می‌شوند. والوکسیس و همکاران [۱۳] کل ساعات کاری پرستاران در طول افق برنامه‌ریزی را در مرحله اول تعیین نموده و در مرحله دوم شیفت‌های کاری را به پرستاران تخصیص می‌دهند. همچنین لیون و همکاران [۱۴] یک مدل برنامه‌ریزی دو مرحله‌ای برای مینیمم‌نمودن مجموع کل انحرافات از ترجیحات پرستاران[۸] برای شیفت‌های کاری را ارایه نموده‌اند.

برخی دیگر از محققین نیز از الگوریتم‌های ابتکاری و فراابتکاری برای حل مساله استفاده نموده‌اند. داسلند و تامپسون [۱۵] الگوریتم جستجوی ممنوع[۹] را برای حل مساله پیشنهاد نموده‌اند. هرتز و کوبلر [۱۶] از ترکیب الگوریتم‌های جستجوی محلی[۱۰] و الگوریتم ژنتیک[۱۱] برای حل مساله استفاده کرده‌اند. ماجومدار و بونیا [۱۷] الگوریتم ژنتیک و گاتجاهر و رانر [۱۸] الگوریتم بهینه‌سازی کلونی مورچگان[۱۲] را پیشنهاد داده‌اند. همچنین جعفری و سلماسی [۱]، دورنر و همکاران [۱۹] و لین و همکاران [۲۰] الگوریتم شبیه‌سازی تبرید[۱۳] را برای حل مساله ارایه داده‌اند.

[1] Mathematical programming models
[2] Heuristic and meta-heuristic algorithms
[3] Fairly assignment
[4] Lagrangian relaxation method
[5] Branch and price method
[6] Goal programming method
[7] Two-stage mathematical programming models
[8] Nurses' preferences
[9] Tabu-search algorithm
[10] Local search algorithm
[11] Genetic algorithm
[12] Ant colony optimization algorithm
[13] Simulated annealing algorithm

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-03]

[DOR: 20.1001.1.22517286.2020.17.2.3.1]

در نظر گرفتن عدم قطعیت منجر به تولید جواب‌های با کیفیت بالاتری در بســـیاری از مسایل دنیای واقعی می‌گردد. بر اساس این دیدگاه در این تحقیق از یک رویکرد مدل‌سازی فازی[1] برای حل مساله استفاده خواهد شد. بدین منظور عملگر فازی ورنر[2] برای فازی‌سازی در مساله مورد بررسی پیشنهاد می‌گردد.

ساختار تحقیق مورد بررسی بدین صورت خواهد بود: در بخش ۲ مساله مورد بررسی تعریف شده و در بخش ۳ یک مدل برنامه‌ریزی ریاضی برای مساله تعریف شده فرمول‌بندی می‌شود. در بخش ۴ از یک رویکرد برنامه‌ریزی ریاضی فازی برای بررسی عدم قطعیت در مساله مورد بررسی استفاده می‌گردد. نتایج محاسباتی در بخش ۵ ارایه خواهند شد. همچنین بخش ۶ مربوط به نتیجه‌گیری و جمع‌بندی تحقیق انجام شده است.

۲ مساله مورد بررسی

در این بخش مساله مورد بررسی در این تحقیق شامل مفروضات، محدودیت‌ها و اهداف در نظر گرفته شده معرفی خواهد شد. ابتدا مفروضات مساله ارایه می‌شوند. مفروضات مساله مورد بررسی عبارتند از:

- افق برنامه‌ریزی در مساله مورد بررسی به صورت دو هفته‌ای (۱۴ روزه) در نظر گرفته شده است.
- هر روز به سه شیفت ۸ ساعته تقسیم می‌شود به طوری که تقاضای تعداد پرستاران مورد نیاز در هر کدام مشخص بوده و پرستاران به این شیفت‌ها تخصیص داده می‌شوند. شیفت‌های کاری هر روز عبارتند از: شیفت صبح (۸ صبح تا ۴ عصر)، شیفت عصر (۴ عصر تا ۱۲ شب) و شیفت شب (۱۲ شب تا ۸ صبح).
- تعداد پرستاران مورد نیاز در شیفت‌های هر روز در طول افق برنامه‌ریزی به صورت ثابت در نظر گرفته شده است.
- ترجیحات پرستاران برای شیفت‌های کاری نیز مد نظر قرار داده شده است. هر پرستار به هر کدام از شیفت‌ها عددی تخصیص می‌دهد که نشان‌دهنده میزان علاقه وی برای کار کردن در آن شیفت است. اعداد ۱، ۲ و ۳ به ترتیب مبین میزان علاقه کم، متوسط و زیاد یک پرستار برای کار کردن در یک شیفت خاص هستند.

محدودیت‌های در نظر گرفته شده در مساله مورد بررسی به صورت زیر خواهند بود:

- هر پرستار در هر روز فقط می‌تواند در یک شیفت انجام وظیفه نماید.
- اگر پرستاری در یک روز خاص در شیفت شب کار کند، وی در روز بعد تعطیل خواهد بود.
- هر پرستار می‌تواند حداکثر در سه روز کاری متوالی انجام وظیفه نماید.
- کل ساعات کاری مجاز هر پرستار در طول افق برنامه‌ریزی بین ۶۰ تا ۸۰ ساعت خواهد بود.
- در طول افق زمان‌بندی باید تقاضای شیفت‌های کاری هر روز برای تعداد پرستاران مورد نیاز پوشش داده شوند.
- اگر پرستاری در یک روز خاص درخواست مرخصی دهد، وی باید در آن روز خاص تعطیل باشد.

همچنین تابع هدف مساله مورد بررسی عبارت است از:

[1] Fuzzy modelling approach
[2] Werner's fuzzy operator

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-03]

[DOR: 20.1001.1.22517286.2020.17.2.3.1]

- ماکزیمم نمودن مجموع کل ترجیحات پرستاران برای شیفت‌های کاری در طول افق برنامه‌ریزی

یک نمونه از ساختار جواب مساله مورد بررسی در جدول ۱ نشان داده شده است. در این مساله تعداد پرستاران مورد نیاز در شیفت‌های صبح، عصر و شب هر روز به ترتیب برابر با ۲، ۱ و ۱ هستند. همچنین نمادهای M ، E ، N ، L و – به ترتیب نشان‌دهنده شیفت صبح، شیفت عصر، شیفت شب، روزهای مرخصی و روزهای تعطیل پرستاران در هر روز هستند. کل ساعات کاری هر پرستار در طول افق زمان‌بندی و تعداد پرستاران تخصیص داده شده به هر شیفت در هر روز نیز در جدول نشان داده شده‌اند.

جدول ۱. یک نمونه از ساختار جواب مساله مورد بررسی

تعداد کل پرستاران = ۶															تعداد پرستاران مورد نیاز در شیفت صبح هر روز = ۲
															تعداد پرستاران مورد نیاز در شیفت عصر هر روز = ۱
															تعداد پرستاران مورد نیاز در شیفت شب هر روز = ۱
		روز													کل ساعت کاری
		شنبه	یکشنبه	دوشنبه	سه شنبه	چهارشنبه	پنج شنبه	جمعه	شنبه	یکشنبه	دوشنبه	سه شنبه	چهارشنبه	پنج شنبه	جمعه	
		۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	
پرستار	۱	E	N	-	M	M	M	-	E	N	-	M	E	N	-	۸۰
	۲	N	-	E	E	N	-	M	M	E	-	M	-	M	M	۸۰
	۳	M	-	M	N	L	E	E	N	-	M	E	N	-	E	۸۰
	۴	–	M	M	-	E	M	N	-	M	E	-	M	M	N	۸۰
	۵	M	M	-	M	M	N	-	M	M	N	-	M	M	L	۸۰
	۶	–	E	N	L	M	E	M	-	E	M	N	-	E	M	۸۰
شیفت	صبح	۲	۲	۲	۲	۳	۲	۲	۲	۲	۲	۲	۲	۳	۲	
	عصر	۱	۱	۱	۱	۱	۲	۱	۱	۲	۱	۱	۱	۱	۱	
	شب	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	

۳ مدل برنامه‌ریزی ریاضی

در این بخش یک مدل برنامه‌ریزی ریاضی با هدف ماکزیمم نمودن مجموع کل ترجیحات پرســـتاران برای شیفت‌های کاری در طول افق برنامه‌ریزی ارایه می‌شود.

اندیس‌ها و پارامترهای مورد استفاده عبارتند از:

n تعداد کل پرستاران

i اندیس پرستاران ($i = ۱,۲,...,n$)

j اندیس روزها ($j = ۱,۲,...,۱۴$)

dm تعداد پرستاران مورد نیاز در شیفت صبح هر روز در طول افق برنامه‌ریزی

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-03]

[DOR: 20.1001.1.22517286.2020.17.2.3.1]

de تعداد پرستاران مورد نیاز در شیفت عصر هر روز در طول افق برنامه‌ریزی

dn تعداد پرستاران مورد نیاز در شیفت شب هر روز در طول افق برنامه‌ریزی

$l_{i,j}$ اگر پرستار i در روز j درخواست مرخصی بدهد، مقدار این پارامتر برابر با ۱ و در غیر این‌صورت برابر با صفر است.

pm_i اگر میزان علاقه پرستار i برای کار کردن در شیفت صبح کم، متوسط و یا زیاد باشد، مقدار این پارامتر به ترتیب برابر با ۱، ۲ و یا ۳ خواهد بود.

pe_i اگر میزان علاقه پرستار i برای کار کردن در شیفت عصر کم، متوسط و یا زیاد باشد، مقدار این پارامتر به ترتیب برابر با ۱، ۲ و یا ۳ خواهد بود.

pn_i اگر میزان علاقه پرستار i برای کار کردن در شیفت شب کم، متوسط و یا زیاد باشد، مقدار این پارامتر به ترتیب برابر با ۱، ۲ و یا ۳ خواهد بود.

متغیرهای تصمیم‌گیری مساله نیز به صورت زیر تعریف می‌گردند:

$OFF_{i,j}$ اگر پرستار i در روز j تعطیل باشد، مقدار این متغیر برابر با ۱ و در غیر این‌صورت برابر با صفر است.

$M_{i,j}$ اگر پرستار i در روز j در شیفت صبح کار کند، مقدار این متغیر برابر با ۱ و در غیر این‌صورت برابر با صفر است.

$E_{i,j}$ اگر پرستار i در روز j در شیفت عصر کار کند، مقدار این متغیر برابر با ۱ و در غیر این‌صورت برابر با صفر است.

$N_{i,j}$ اگر پرستار i در روز j در شیفت شب کار کند، مقدار این متغیر برابر با ۱ و در غیر این‌صورت برابر با صفر است.

با توجه به پارامترها و متغیرهای تصمیم‌گیری تعریف شده، مدل برنامه‌ریزی ریاضی مربوط به مساله مورد بررسی به صورت زیر فرمول‌بندی می‌گردد:

$$Max\left\{MatObj=\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{14}\left(pm_iM_{i,j}+pe_iE_{i,j}+pn_iN_{i,j}\right)\right\} \quad (1)$$

s.t.

$$M_{i,j}+E_{i,j}+N_{i,j}+OFF_{i,j}=1 \qquad i=1,2,...,n,\ j=1,2,...,14 \quad (2)$$

$$N_{i,j}\le OFF_{i,j+1} \qquad i=1,2,...,n,\ j=1,2,...,13 \quad (3)$$

$$OFF_{i,j}+OFF_{i,j+1}+OFF_{i,j+2}+OFF_{i,j+3}\ge 1 \qquad i=1,2,...,n,\ j=1,2,...,11 \quad (4)$$

$$\sum_{j=1}^{14}\left(8M_{i,j}+8E_{i,j}+8N_{i,j}\right)\ge 60 \qquad i=1,2,...,n \quad (5)$$

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-03]

[DOR: 20.1001.1.22517286.2020.17.2.3.1]

$$\sum_{j=۱}^{۱۴}\left(۸M_{i,j}+۸E_{i,j}+۸N_{i,j}\right)\le ۸۰ \qquad i=۱,۲,...,n \tag{۶}$$

$$\sum_{i=۱}^{n}M_{i,j}\ge dm \qquad j=۱,۲,...,۱۴ \tag{۷}$$

$$\sum_{i=۱}^{n}E_{i,j}\ge de \qquad j=۱,۲,...,۱۴ \tag{۸}$$

$$\sum_{i=۱}^{n}N_{i,j}\ge dn \qquad j=۱,۲,...,۱۴ \tag{۹}$$

$$OFF_{i,j}\ge l_{i,j} \qquad i=۱,۲,...,n,\ j=۱,۲,...,۱۴ \tag{۱۰}$$

$$M_{i,j},E_{i,j},N_{i,j},OFF_{i,j}\in\{۰,۱\} \qquad i=۱,۲,...,n,\ j=۱,۲,...,۱۴ \tag{۱۱}$$

تابع هدف مربوط به رابطه (۱) نشان‌دهنده جمع کل ترجیحات پرستاران برای شیفت‌های کاری در طول افق زمان‌بندی است. با توجه به رابطه (۲) هر پرستار در هر روز فقط می‌تواند در یک شیفت کار کند. رابطه (۳) تضمین می‌کند که اگر پرستاری در یک روز خاص در شیفت شب انجام وظیفه نماید، روز بعد تعطیل خواهد بود. با توجه به رابطه (۴) هر پرستار می‌تواند حداکثر در سه روز کاری متوالی کار کند. روابط (۵) و (۶) تضمین می‌کنند که کل ساعات کاری هر پرستار در طول افق برنامه‌ریزی بین ۶۰ تا ۸۰ ساعت است. با استفاده از روابط (۷)، (۸) و (۹) تعداد پرستاران مورد نیاز به ترتیب در شیفت‌های صبح، عصر و شب هر روز پوشش داده می‌شوند. همچنین با توجه به رابطه (۱۰) روزهای مرخصی درخواست شده توسط پرستاران به آنها اختصاص داده خواهند شد.

٤ مدل برنامه‌ریزی ریاضی فازی

نظریه فازی اولین بار توسط پروفسور زاده معرفی شده است [۲۱]. در ادبیات موضوع رویکرد مدل‌سازی فازی، عملگرهای فازی متفاوتی توسط زیمرمن و زایسنو [۲۲، ۲۳] تعریف شده‌اند. در این تحقیق از رویکرد برنامه-ریزی ریاضی فازی برای بررسی عدم قطعیت در مساله زمان‌بندی پرستاران استفاده می‌گردد. بر این اساس عملگر فازی ورنر [۲۴] برای فازی‌سازی در مساله مورد بررسی به کار گرفته خواهد شد. این عملگر به صورت ترکیبی از عملگر فازی مینیمم[1] [۲۵] و عملگر فازی میانگین وزن‌دار[2] [۲۶] ارایه می‌شود.

نمادهای زیر را در نظر بگیرید:

X مجموعه جواب‌های شدنی

K تعداد توابع عضویت[3]

μ_j تابع عضویت j ($j=۱,۲,...,K$)

w_j مقدار وزن تابع عضویت j ($j=۱,۲,...,K$)

[1] Minimum fuzzy operator
[2] Weighted averaging fuzzy operator
[3] Membership functions

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-03]

[DOR: 20.1001.1.22517286.2020.17.2.3.1]

λ مقدار ضریب جبرانی[1] مشخص شده مربوط به عملگر فازی ورنر ($\lambda \in [0,1]$)

در این‌صورت مجموعه جواب‌های فازی مربوط به عملگر فازی ورنر به صورت زیر تعریف خواهد شد:

$$\tilde{A} = \left\{ \left(x, \mu_{\tilde{A}}(x)\right) | x \in X, \mu_{\tilde{A}}(x) = \lambda \underset{j}{Min}\left(\mu_j(x)\right) + (1-\lambda)\sum_{j=1}^{K} w_j \mu_j(x) \right\} \quad (12)$$

به وضوح اگر مقدار λ برابر با یک باشد، عملگر فازی ورنر مبین عملگر فازی مینیمم بوده و اگر مقدار آن برابر با صفر باشد، این عملگر به عملگر فازی میانگین وزن‌دار تبدیل خواهد شد.

در این شرایط جواب بهینه مربوط به مدل برنامه‌ریزی ریاضی فازی مساله از طریق ماکزیمم نمودن تابع عضویت $\mu_{\tilde{A}}(x)$ بر روی مجموعه جواب‌های شدنی X به‌دست خواهد آمد. این مساله می‌تواند به صورت زیر به یک مساله برنامه‌ریزی ریاضی خطی تبدیل گردد:

$$Max\left\{ \alpha + (1-\lambda)\sum_{j=1}^{K} w_j \alpha_j \right\}$$

$$s.t.$$
$$\alpha + \alpha_j \le \mu_j(x) \qquad j = 1,2,...,K$$
$$\alpha, \alpha_j \in [0,1] \qquad j = 1,2,...,K$$

با در نظر گرفتن سایر محدودیت‌های مساله (۱۳)

همان‌طور که در بخش‌های قبل نیز اشاره شد، در این تحقیق عدم قطعیت بر روی ترجیحات پرستاران برای شیفت‌های کاری در طول افق برنامه‌ریزی در نظر گرفته شده است. بر این اساس توابع عضویت مساله به صورت زیر تعریف می‌شوند:

μ_i تابع عضویت مربوط به میزان کل علاقه پرستار i برای انجام وظیفه در شیفت‌های کاری تخصیص داده شده به وی در طول افق زمان‌بندی

فرض کنید $TP_i = \sum_{j=1}^{14}\left(pm_i M_{i,j} + pe_i E_{i,j} + pn_i N_{i,j}\right)$ مبین مجموع کل ترجیحات پرستار i برای انجام وظیفه در شیفت‌های کاری تخصیص داده شده به وی در طول افق زمان‌بندی بوده و نمادهای $TP^{\min}$ و $TP^{\max}$ نیز به ترتیب نشان‌دهنده حداقل و حداکثر مقدار کل ترجیحی باشند که یک پرستار می‌تواند به واسطه شیفت‌های کاری تخصیص داده شده به وی در طول افق زمان‌بندی به‌دست آورد. در این‌صورت با استفاده از مفهوم فازی‌سازی مثلثی[2] داریم:

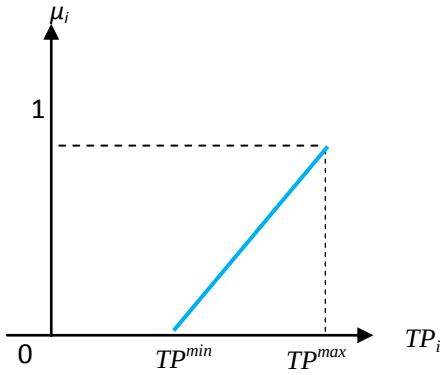
[1] Compensatory coefficient
[2] Triangular fuzziness concept

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-03]

[DOR: 20.1001.1.22517286.2020.17.2.3.1]

$$\mu_i = \begin{cases} ۱ & if \quad TP_i \geq TP^{\max} \\ \dfrac{TP_i - TP^{\min}}{TP^{\max} - TP^{\min}} & if \quad TP^{\min} \leq TP_i \leq TP^{\max} \\ ۰ & if \quad TP_i \leq TP^{\min} \end{cases} \qquad (۱۴)$$

با توجه به مفروضات و محدودیت‌های ارایه شده در بخش ۲، هر پرستار می‌تواند حداکثر در سه روز کاری متوالی انجام وظیفه نموده و کل ساعات کاری هر پرستار در طول افق برنامه‌ریزی نیز بین ۶۰ تا ۸۰ ساعت است. بنابراین حداقل و حداکثر تعداد شیفت‌های کاری هر پرستار در طول افق برنامه‌ریزی به ترتیب برابر با ۸ و ۱۰ خواهند بود. همچنین با توجه به مقادیر تخصیص داده شده به میزان ترجیحات پرستاران برای شیفت‌های کاری، حداقل و حداکثر مقدار علاقه یک پرستار برای کار در یک شیفت خاص به ترتیب برابر با ۱ و ۳ هستند. بنابراین حداقل و حداکثر مقدار کل ترجیحی که یک پرستار می‌تواند به واسطه شیفت‌های کاری تخصیص داده شده به وی در طول افق زمان‌بندی به‌دست آورد، به ترتیب برابر با ۸ = ۱×۸ و ۳۰ = ۳×۱۰ خواهند بود. ساختار تابع عضویت مساله مربوط به پرستار i در شکل ۱ نشان داده شده است.



شکل ۱. ساختار توابع عضویت در مساله مورد بررسی

با توجه به توضیحات ارایه شده و مدل توسعه داده شده در بخش ۳، مدل برنامه‌ریزی ریاضی فازی مساله با استفاده از عملگر فازی ورنر به صورت زیر فرمول‌بندی می‌گردد:

$$Max\left\{ FuzObj = \alpha + (۱-\lambda)\left(\frac{۱}{n}\sum_{i=۱}^{n}\alpha_i \right) \right\}$$

$$s.t.$$

$$\left(TP^{\max} - TP^{\min}\right)\left(\alpha + \alpha_i\right) \leq \sum_{j=۱}^{۱۴}\left(pm_i M_{i,j} + pe_i E_{i,j} + pn_i N_{i,j} \right) - TP^{\min} \qquad i = ۱,۲,...,\mathrm{n}$$

$$\alpha, \alpha_i \in [۰,۱] \qquad i = ۱,۲,...,\mathrm{n}$$

با در نظر گرفتن محدودیت‌های (۲) تا (۱۱) (۱۵)

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-03]

[DOR: 20.1001.1.22517286.2020.17.2.3.1]

۵ نتایج محاسباتی

در این بخش نتایج محاسباتی به‌دست آمده از مدل برنامه‌ریزی ریاضی فازی پیشنهاد شده ارایه می‌شوند. بدین منظور ۸ مساله نمونه تصادفی تولید شده و توسط مدل فازی پیشنهادی حل می‌شوند. شایان ذکر است که برای تولید مسایل نمونه توزیع یکنواخت گسسته[1] مورد استفاده قرار گرفته است. بازه‌های تولید پارامترها در مسایل نمونه نیز در جدول ۲ نشان داده شده است. همچنین برای حل مسایل نمونه از نسخه ۱۲ نرم‌افزار CPLEX استفاده شده است. نتایج محاسباتی به‌دست آمده از حل مسایل نمونه تولید شده توسط مدل برنامه‌ریزی ریاضی فازی در جدول ۳ خلاصه شده است. لازم به ذکر است که برای حل این مسایل نمونه، مقدار ضریب جبرانی λ مربوط به عملگر فازی ورنر برابر با ۰/۳ در نظر گرفته شده است.

در جدول ۳، مقادیر بهینه توابع هدف مربوط به مدل‌های برنامه‌ریزی فازی و برنامه‌ریزی ریاضی برای مسایل نمونه تولید شده ارایه شده‌اند. میانگین توابع عضویت و میانگین ترجیحات پرستاران برای شیفت‌های کاری تخصیص داده شده به آنها در طول افق برنامه‌ریزی نیز در این جدول مشخص شده‌اند. همچنین این مقادیر به ترتیب در شکل‌های ۲-۵ نشان داده شده‌اند.

جدول ۲. دامنه پارامترها در مسایل نمونه تولید شده

پارامتر	دامنه
n	$DU[۲,۳۰]$
dm, de, dn	$DU[۱,۸]$
$l_{i,j}$	$DU[۰,۱]$
pm_i, pe_i, pn_i	$DU[۱,۳]$

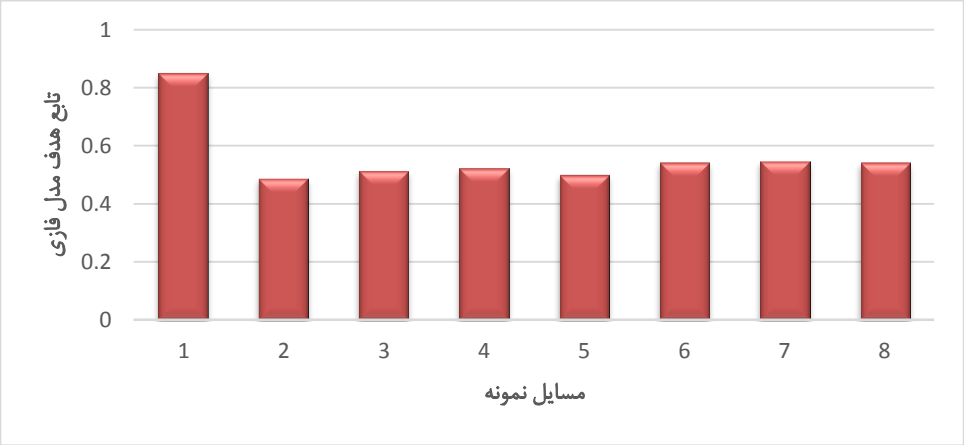
جدول ۳. نتایج حاصل از مدل برنامه‌ریزی فازی پیشنهادی برای مسایل نمونه تولید شده

مساله	تعداد پرستاران	تابع هدف مدل فازی	تابع هدف مدل ریاضی	میانگین توابع عضویت	میانگین ترجیحات پرستاران
		$FuzObj$	$MatObj$	$\frac{۱}{n}\sum_{i=۱}^{n}\mu_i$	$\frac{۱}{n}\sum_{i=۱}^{n}TP_i$
۱	۴	۰/۸۵۲	۱۱۰	۰/۸۸۶	۲۷/۵۰۰
۲	۸	۰/۴۸۹	۱۸۰	۰/۶۵۹	۲۲/۵۰۰
۳	۱۲	۰/۵۱۵	۲۸۰	۰/۶۹۷	۲۳/۳۳۳
۴	۱۶	۰/۵۲۴	۳۷۸	۰/۷۱۰	۲۳/۶۲۵
۵	۲۰	۰/۵۰۱	۴۵۸	۰/۶۷۷	۲۲/۹۰۰
۶	۲۴	۰/۵۴۴	۵۸۲	۰/۷۳۹	۲۴/۲۵۰
۷	۲۸	۰/۵۴۸	۶۸۲	۰/۷۴۴	۲۴/۳۵۷
۸	۳۰	۰/۵۴۴	۷۲۷	۰/۷۳۸	۲۴/۲۳۳

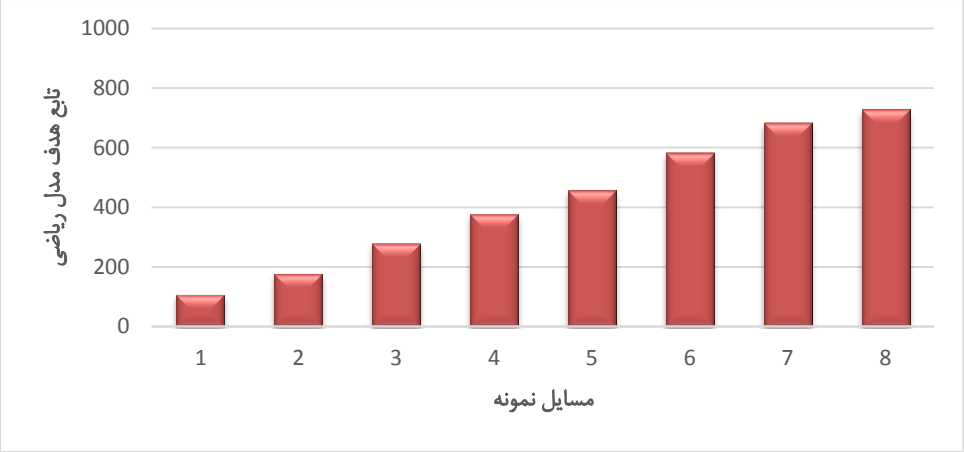
[1] Discrete uniform (DU) distribution

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-03]

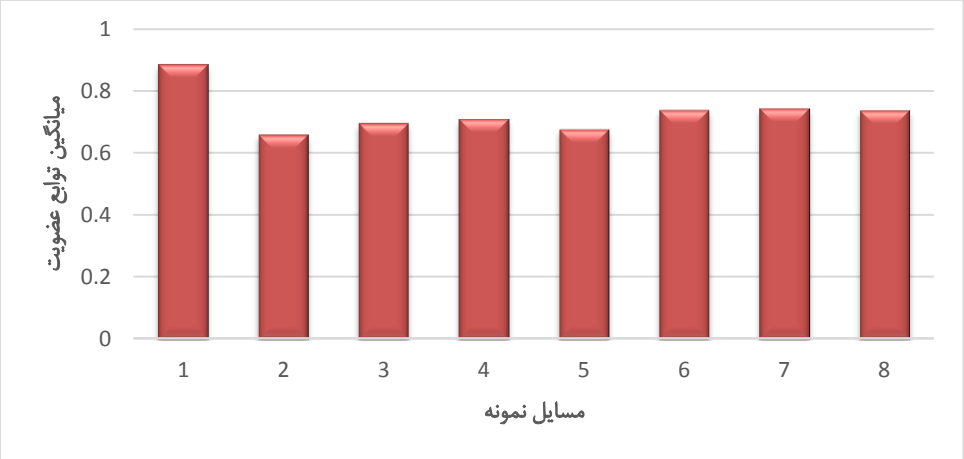
[DOR: 20.1001.1.22517286.2020.17.2.3.1]



شکل ۲. مقادیر بهینه تابع هدف مدل برنامه‌ریزی فازی تحت مسایل نمونه تولیدشده



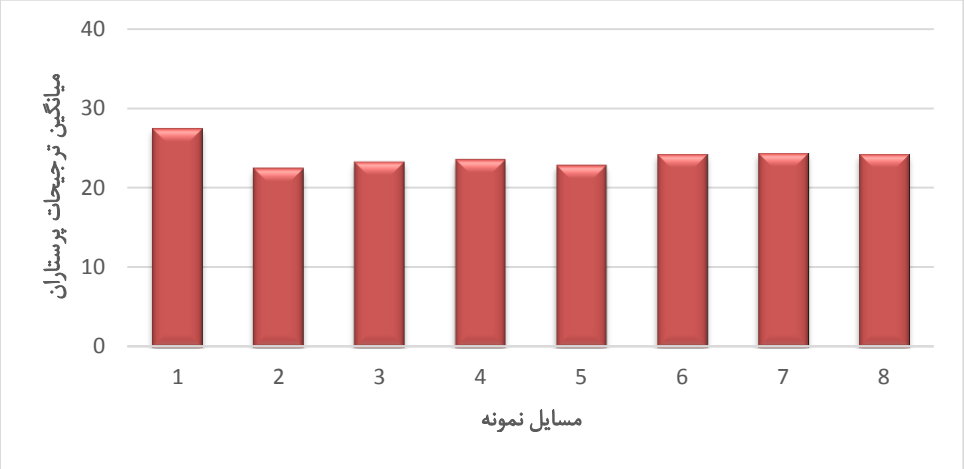
شکل ۳. مقادیر بهینه تابع هدف مدل برنامه‌ریزی ریاضی تحت مسایل نمونه تولیدشده



شکل ٤. مقادیر میانگین توابع عضویت تحت مسایل نمونه تولیدشده

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-03]

[DOR: 20.1001.1.22517286.2020.17.2.3.1]



شکل ۵. مقادیر میانگین ترجیحات پرستاران تحت مسایل نمونه تولیدشده

اکنون برای شفاف‌سازی مدل فازی ارایه شده، مساله نمونه ۲ دارای ۸ پرستار مورد بررسی قرار می‌گیرد. مقادیر پارامترهای مربوط به این مساله در جدول ۴ ارایه شـــده‌اند. برنامه زمان‌بندی بهینه به‌دست آمده از مدل برنامه‌ریزی فازی پیشنهادی نیز در جدول ۵ نشان داده شده است.

با توجه به برنامه زمان‌بندی بهینه ارایه شده، تمامی مفروضات و محدودیت‌های در نظر گرفته شده در بخش ۲ پوشش داده شده‌اند. همچنین ترجیحات پرستاران برای شیفت‌های کاری مطلوب آنها تا حد ممکن مدنظر قرار گرفته است.

برای مثال پرستار ۳ را در نظر بگیرید. با توجه به مقادیر پارامترهای نشان داده شده در جدول ۴، پرستار ۳ علاقه‌مند است تا حد ممکن در شیفت صبح انجام وظیفه نماید. همچنین این پرستار در روزهای ۲ و ۱۳ (یکشنبه هفته اول و پنج‌شنبه هفته دوم) درخواست مرخصی داده است. مطابق با برنامه زمان‌بندی ارایه شده در جدول ۵، ترجیحات پرستار ۳ برای انجام وظیفه در شیفت‌های کاری تا حد ممکن در نظر گرفته شده است. همچنین وی در روزهای مرخصی درخواست شده نیز تعطیل است.

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-03]

[DOR: 20.1001.1.22517286.2020.17.2.3.1]

جدول ٤. مقادیر پارامترهای مربوط به مساله نمونه ۲

پرستار	dm = ۲					de = ۲					dn = ۱					n = ۸		
	$l_{i,j}$																	
	روز																	
	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲	۱۳	۱۴		pm_i	pe_i	pn_i
۱	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۱	۰		۲	۲	۳
۲	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰		۱	۲	۳
۳	۰	۱	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۱	۰		۳	۱	۱
۴	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰		۱	۳	۱
۵	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۱		۲	۲	۲
۶	۱	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰		۱	۱	۱
۷	۰	۰	۰	۱	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰		۳	۳	۳
۸	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۱	۰	۰	۰	۰	۰	۰		۱	۱	۱

جدول ۵. برنامه زمان‌بندی بهینه به‌دست آمده از مدل برنامه‌ریزی فازی پیشنهادی برای مساله نمونه ۲

تعداد کل پرستاران = ۸	تعداد پرستاران مورد نیاز در شیفت صبح هر روز = ۲
	تعداد پرستاران مورد نیاز در شیفت عصر هر روز = ۲
	تعداد پرستاران مورد نیاز در شیفت شب هر روز = ۱

		روز														کل ساعت کاری
		شنبه	یکشنبه	دوشنبه	سه شنبه	چهارشنبه	پنج شنبه	جمعه	شنبه	یکشنبه	دوشنبه	سه شنبه	چهارشنبه	پنج شنبه	جمعه	
		۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	
پرستار	۱	N	-	M	M	N	-	M	E	N	-	E	N	L	N	۸۰
	۲	N	-	E	N	-	N	-	E	E	N	-	E	E	N	۸۰
	۳	M	L	M	M	-	M	M	M	-	M	M	M	L	M	۸۰
	۴	-	E	E	E	-	E	E	E	-	E	E	E	-	E	۸۰
	۵	E	N	-	E	M	-	M	M	M	-	M	M	M	L	۸۰
	۶	L	M	N	-	E	E	M	-	M	E	N	-	E	M	۸۰
	۷	M	M	M	L	E	-	E	N	-	M	E	-	M	E	۸۰
	۸	E	E	E	-	M	M	N	L	E	E	-	E	N	-	۸۰
شیفت	صبح	۲	۲	۳	۲	۲	۲	۴	۲	۲	۲	۲	۲	۲	۲	
	عصر	۲	۲	۳	۲	۲	۲	۲	۳	۲	۳	۳	۳	۲	۲	
	شب	۲	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۲	

در این مرحله برای بررسی میزان تأثیر در تغییر ضریب جبرانی λ بر روی مقادیر بهینه تابع هدف فازی به‌دست آمده در مسایل نمونه تولید شده، یک تحلیل حساسیت بر روی این پارامتر انجام می‌شود. نتایج حاصل از تحلیل حساسیت تحت مسایل نمونه تولید شده در جدول ۶ ارایه شده‌اند. میانگین نتایج به‌دست آمده نیز در سطر

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-03]

[DOR: 20.1001.1.22517286.2020.17.2.3.1]

آخر این جدول خلاصه شده است. همچنین نحوه تغییر میانگین توابع هدف فازی به‌دست آمده از مسایل نمونه تولید شده تحت تغییر ضریب جبرانی λ در شکل ۶ نشان داده شده است.

با توجه به نتایج، افزایش مقدار ضریب جبرانی λ منجر به کاهش توابع هدف فازی به‌دست آمده خواهد شد. همچنین عملگر فازی ورنر با مقدار ضریب جبرانی برابر با صفر بهترین نتایج را به همراه خواهد داشت. در واقع از آنجایی که عملگر فازی ورنر با ضریب جبرانی صفر معادل با عملگر فازی میانگین وزن‌دار است، به وضوح عملگر فازی میانگین وزن‌دار بهترین عملکرد را در مقایسه با سایر مقادیر ضریب جبرانی خواهد داشت.

جدول ٦. نتایج حاصل از تحلیل حساسیت بر روی پارامتر ضریب جبرانی

مساله	تعداد پرستاران	مقادیر بهینه تابع هدف فازی									
		ضریب جبرانی									
		۰/۰	۰/۱	۰/۲	۰/۳	۰/۴	۰/۵	۰/۶	۰/۷	۰/۸	۰/۹	۱/۰
۱	۴	۰/۹۱۲	۰/۹۰۷	۰/۸۹۸	۰/۸۵۲	۰/۸۴۱	۰/۸۱۳	۰/۷۷۶	۰/۷۶۸	۰/۷۵۵	۰/۷۳۶	۰/۷۳۲
۲	۸	۰/۵۹۰	۰/۵۳۳	۰/۵۰۴	۰/۴۸۹	۰/۴۶۴	۰/۴۳۹	۰/۴۰۹	۰/۴۰۳	۰/۴۰۳	۰/۳۹۱	۰/۳۸۰
۳	۱۲	۰/۵۹۵	۰/۵۳۶	۰/۵۲۳	۰/۵۱۵	۰/۵۰۶	۰/۴۷۶	۰/۴۷۵	۰/۴۳۱	۰/۳۹۴	۰/۳۶۲	۰/۳۵۱
۴	۱۶	۰/۵۷۴	۰/۵۴۹	۰/۵۲۷	۰/۵۲۴	۰/۵۲۴	۰/۴۹۸	۰/۴۷۸	۰/۴۶۱	۰/۴۴۷	۰/۴۰۶	۰/۳۷۰
۵	۲۰	۰/۵۶۶	۰/۵۴۷	۰/۵۲۳	۰/۵۰۱	۰/۴۹۲	۰/۴۹۱	۰/۴۵۶	۰/۴۳۶	۰/۴۱۴	۰/۴۱۰	۰/۴۰۸
۶	۲۴	۰/۶۰۶	۰/۵۹۱	۰/۵۶۵	۰/۵۴۴	۰/۵۲۷	۰/۵۱۸	۰/۵۰۸	۰/۵۰۷	۰/۴۹۶	۰/۴۹۵	۰/۴۷۲
۷	۲۸	۰/۵۸۱	۰/۵۷۵	۰/۵۶۶	۰/۵۴۸	۰/۵۲۷	۰/۵۲۵	۰/۵۱۰	۰/۴۹۶	۰/۴۷۱	۰/۴۲۳	۰/۴۰۰
۸	۳۰	۰/۶۱۷	۰/۶۰۳	۰/۵۸۲	۰/۵۴۴	۰/۵۲۶	۰/۵۰۸	۰/۴۸۷	۰/۴۷۰	۰/۴۵۰	۰/۴۰۰	۰/۳۸۹
میانگین		۰/۶۳۰	۰/۶۰۵	۰/۵۸۶	۰/۵۶۵	۰/۴۹۷	۰/۵۵۱	۰/۵۳۳	۰/۵۱۲	۰/۴۹۷	۰/۴۵۳	۰/۴۳۸



شکل ٦. نحوه تغییر میانگین توابع هدف فازی به‌دست آمده از مسایل نمونه با تغییر ضریب جبرانی

٦ نتیجه‌گیری و جمع‌بندی

در این تحقیق مساله زمان‌بندی شیفت‌های کاری پرستاران با هدف ماکزیمم نمودن مجموع کل ترجیحات پرستاران برای شیفت‌های کاری در طول افق برنامه‌ریزی مورد بررسی قرار گرفت.

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-03]

[DOR: 20.1001.1.22517286.2020.17.2.3.1]

ابتدا با در نظر گرفتن مفروضات و محدودیت‌های مربوط به مساله مورد بررسی، یک مدل برنامه‌ریزی ریاضی صفر و یک فرمول‌بندی شد.

در نظر گرفتن عدم قطعیت در بسیاری از مسایل دنیای واقعی می‌تواند منجر به تولید جواب‌هایی با کیفیت بالاتر گردد. بر این اساس در این تحقیق از یک مدل برنامه‌ریزی ریاضی فازی برای بررسی عدم قطعیت در مساله زمان‌بندی پرستاران استفاده شد. شایان ذکر است عدم قطعیت در مساله مورد بررسی بر روی ترجیحات پرستاران برای شیفت‌های کاری در طول افق برنامه‌ریزی در نظر گرفته شده است. همچنین برای فازی‌سازی این ترجیحات عملگر فازی ورنر مورد استفاده قرار گرفته است.

در نهایت برای ارزیابی مدل برنامه‌ریزی فازی پیشنهاد شده چندین مساله نمونه تولید و حل شدند. نتایج به‌دست آمده نشان‌دهنده کیفیت بالای زمان‌بندی‌های تولید شده توسط مدل فازی پیشنهادی هستند. همچنین برای بررسی میزان تأثیر در تغییر ضریب جبرانی مربوط به عملگر فازی ورنر بر روی نتایج به‌دست آمده، یک تحلیل حساسیت انجام گرفت. با توجه به نتایج به‌دست آمده، با افزایش مقدار ضریب جبرانی مقادیر توابع هدف فازی کاهش خواهند یافت. همچنین عملگر فازی ورنر با مقدار ضریب جبرانی برابر با صفر که معادل با عملگر فازی میانگین وزن‌دار است، بهترین نتایج را به همراه خواهد داشت.

در مطالعات آتی می‌توان از سایر عملگرهای فازی از جمله عملگر فازی مینیمم [۲۵] و عملگر فازی میانگین وزن‌دار [۲۸-۲۶] نیز برای حل مساله استفاده نموده و نتایج به‌دست آمده را با یکدیگر مقایسه نمود.

منابع

[۲۷] خوینی، م.، خرم، ا.، (۱۳۸۶). بهینه‌سازی تابع هدف خطی با توجه به محدودیت‌های معادلات فازی با عملگر Yager's union. تحقیق در عملیات در کاربردهای آن، ۴(۱۴)، ۱۳-۲۸.

[۲۸] خوینی، م.، خرم، ا.، (۱۳۸۷). بهینه‌سازی تابع هدف چندگانه با توجه به محدودیت‌های معادلات فازی با عملگر Yager's union. تحقیق در عملیات در کاربردهای آن، ۵(۱۸)، ۹-۱۹.

[1] Jafari, H., Salmasi, N. (2015). Maximizing the nurses' preferences in nurse scheduling problem: mathematical modeling and a meta-heuristic algorithm. Journal of Industrial Engineering International, 11, 439-458.

[2] Demirbilek, M., Branke, J., Strauss, A. (2018). Dynamically accepting and scheduling patients for home healthcare. Health care management science, 1-16.

[3] El Adoly, A. A., Gheith, M., Fors, M. N. (2018). A new formulation and solution for the nurse scheduling problem: A case study in Egypt. Alexandria Engineering Journal.

[4] Al-Yakoob, S. M., Sherali, H. D. (2007). Mixed-integer programming models for an employee scheduling problem with multiple shifts and work locations. Annals of Operations Research, 155, 119-142.

[5] Bard, J. F., Purnomo, H. W. (2007). Cyclic preference scheduling of nurses using a Lagrangian-based heuristic. Journal of Scheduling, 10, 5-23.

[6] Beliën, J., Demeulemeester, E. (2008). A branch-and-price approach for integrating nurse and surgery scheduling. European journal of operational research, 189, 652-668.

[7] Maenhout, B., Vanhoucke, M. (2013). An integrated nurse staffing and scheduling analysis for longer-term nursing staff allocation problems. Omega, 41, 485-499.

[8] Aktunc, E. A., Tekin, E. (2018). Nurse Scheduling with Shift Preferences in a Surgical Suite Using Goal Programming. Industrial Engineering in the Industry, 23-36.

[9] Li, J., Liu, Y. (2018). Property analysis of triple implication method for approximate reasoning on atanassovs intuitionistic fuzzy sets. Iranian Journal of Fuzzy Systems, 15(5), 95-116.

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-03]

[DOR: 20.1001.1.22517286.2020.17.2.3.1]

[10] Zanda, S., Zuddas, P., Seatzu, C. (2018). Long term nurse scheduling via a decision support system based on linear integer programming: A case study at the University Hospital in Cagliari. Computers & Industrial Engineering, 126, 337-347.
[11] Svirsko, A. C., Norman, B. A., Rausch, D., Woodring, J. (2019). Using Mathematical Modeling to Improve the Emergency Department Nurse-Scheduling Process. Journal of Emergency Nursing, Inpress.
[12] Arthur, J. L., Ravindran, A. (1981). A multiple objective nurse scheduling model. AIIE transactions, 13, 55-60.
[13] Valouxis, C., Gogos, C., Goulas, G., Alefragis, P., Housos, E. (2012). A systematic two phase approach for the nurse rostering problem. European Journal of Operational Research, 219, 425-433.
[14] Leaven, L., Qu, X. (2018). A two-stage stochastic programming model for phlebotomist scheduling in hospital laboratories. Health Systems, 1-11.
[15] Dowsland, K. A., Thompson, J. M. (2000). Solving a nurse scheduling problem with knapsacks, networks and tabu search. Journal of the Operational Research Society, 51, 825-833.
[16] Hertz, A., Kobler, D. (2000). A framework for the description of evolutionary algorithms. European Journal of Operational Research, 126, 1-12.
[17] Majumdar, J., Bhunia, A. K. (2007). Elitist genetic algorithm for assignment problem with imprecise goal. European Journal of Operational Research, 177, 684-692.
[18] Gutjahr, W. J., Rauner, M. S. (2007). An ACO algorithm for a dynamic regional nurse-scheduling problem in Austria. Computers & Operations Research, 34, 642-666.
[19] Doerner, K. F., Maniezzo, V. (2018). Metaheuristic search techniques for multi-objective and stochastic problems: a history of the inventions of Walter J. Gutjahr in the past 22 years. Central European Journal of Operations Research, 1-26.
[20] Lin, C. C., Hung, L. P., Liu, W. Y., Tsai, M. C. (2018). Jointly rostering, routing, and rerostering for home health care services: A harmony search approach with genetic, saturation, inheritance, and immigrant schemes. Computers & Industrial Engineering, 115, 151-166.
[21] Klir, G. J., Yuan, B. (1996). Fuzzy sets, fuzzy logic, and fuzzy systems: selected papers by Lotfi A. Zadeh. World Scientific Publishing Co., Inc..
[22] Zimmermann, H. J., Zysno, P. (1980). Latent connectives in human decision making. Fuzzy sets and systems, 4, 37-51.
[23] Zimmermann, H. J., Zysno, P. (1983). Decisions and evaluations by hierarchical aggregation of information. Fuzzy sets and systems, 10, 243-260.
[24] Werners, B. M. (1988). Aggregation models in mathematical programming. Mathematical models for decision support, 295-305.
[25] Zimmermann, H. J. (1978). Fuzzy programming and linear programming with several objective functions. Fuzzy sets and systems, 1, 45-55.
[26] Yager, R. R. (1988). Ordered weighted averaging aggregation operators in multi-criteria decision making. IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics, 18, 15-29.

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-03]

[DOR: 20.1001.1.22517286.2020.17.2.3.1]