مجله تحقیق در عملیات در کاربردهای آن، سال شانزدهم، شماره چهارم (پیاپی ۶۳)،زمستان ۹۸، ص ص ۵۴-۳۷
شاپا ۷۲۸۶-۲۲۵۱

برنامه‌ریزی همزمان سیستم‌های برق و گاز طبیعی در قالب بخشی از زنجیره‌تأمین برق

حسین نیک پیام[۱]، مجید رفیعی[۲*]
۱- فارغ التحصیل کارشناسی ارشد، دانشگاه صنعتی شریف، دانشکده مهندسی صنایع، تهران، ایران
۲- استادیار، دانشگاه صنعتی شریف، دانشکده مهندسی صنایع، تهران، ایران

رسید مقاله: ۲۶ اسفند ۱۳۹۶
پذیرش مقاله: ۲ خرداد ۱۳۹۸

چکیده
در این مقاله مدلی برای برنامه‌ریزی همزمان سیستم‌های برق و گاز طبیعی، در قالب بخشی از زنجیره تأمین صنعت برق، ارایه خواهد شد. در این مدل معادلات غیرخطی مربوط به شبکه برق با جریان متناوب (AC) به وسیله معادلات خطی شبکه برق با جریان مستقیم (DC)، تخمین زده و رابطه ویموت در بخش گاز مساله با استفاده از یک تبدیل و به‌کارگیری یک تابع قطعه قطعه خطی، خطی خواهد شد. در نتیجه این مدل در دسته مسایل برنامه‌ریزی خطی مختلط عدد صحیح قرار می‌گیرد و ضمن کاهش جدی پیچیدگی‌های محاسباتی، جوابی به قوت دیگر مدل‌های مشابه موجود در ادبیات ارایه می‌کند. این ویژگی باعث می‌شود تا این مدل برای به‌کارگیری در برنامه‌ریزی تولید برق و گاز طبیعی در شبکه‌های واقعی با اندازه بزرگ مناسب باشد.

کلمات کلیدی: برنامه‌ریزی مشارکت واحدها با در نظر گرفتن قید امنیت (SCUC)، برنامه‌ریزی همزمان، نیروگاه‌های برق گازسوز، زنجیره تامین.

۱ مقدمه
یک مجموعه سیستم انرژی الکتریکی، از یک شبکه اجزای الکتریکی که برای تأمین، انتقال و تحویل برق به‌کار می‌روند، تشکیل می‌شود. این اجزا شامل ژنراتورهای تولیدکننده برق، خطوط انتقال و مراکز توزیع می‌شود که خطوط انتقال، برق را از واحدهای تولید به مراکز بار (مصرف) منتقل می‌کنند و مراکز توزیع که انرژی الکتریکی دریافتی را از طریق خطوط انتقال بین مشتریان خانگی، صنعتی، کشاورزی و ... اطراف خود توزیع می‌کنند. به طور مشابه یک سیستم گاز طبیعی، از یک شبکه اجزا تشکیل می‌شود که برای تأمین، انتقال و تحویل گاز طبیعی به‌کار می‌روند، این اجزاء شامل پالایشگاه‌های تولیدکننده گاز طبیعی، خطوط لوله انتقال گاز، مراکز توزیع گاز

* عهده‌دار مکاتبات
آدرس الکترونیکی: rafiee@sharif.edu

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-01]
[DOR: 20.1001.1.22517286.2019.16.4.4.9]

طبیعی که گاز دریافتی را از خطوط اصلی لوله بین مشتریان خود توزیع می‌کنند که شامل مشتریان خانگی، صنعتی و نیروگاه‌های برقی گازسوز می‌شود.

تامین بدون وقفه انرژی الکتریکی برای تداوم بسیاری از کسب‌وکارها و زندگی عادی شهروندان از اهمیت بالایی برخوردار بوده؛ و حتی برای برخی از صنایع حایز اهمیت حیاتی است. در چنین شرایطی از یک طرف با توجه به افزایش روزافزون تقاضا برای برق در جهان و علی‌الخصوص کشورهای در حال توسعه (به دلیل رشد اقتصادی و به تبع آن رشد صنایع و افزایش رفاه اجتماعی) و از طرف دیگر به دلیل محدودیت منابع و افزایش رقابت در تولید، برنامه‌ریزی برای تامین مناسب و بدون وقفه برق در شرایطی که کم‌ترین هزینه و ریسک خاموشی را برای شرکت‌های ارایه‌کننده آن داشته باشد، از اهمیت به سزایی برخوردار است. از سوی دیگر گاز طبیعی به عنوان یکی از گزینه‌های سوخت نیروگاه‌های برق به دلایلی چون قیمت پایین‌تر، آلایندگی پایین‌تر و قابلیت برنامه‌ریزی و مدیریت بالاتر نسبت به دیگر سوخت‌ها چون ذغال سنگ و نفت، در سال‌های اخیر به شدت مورد توجه و اقبال قرار گرفته به شکلی که در حال حاضر به گفته مدیرعامل شرکت توانیر، سهم گاز در سبد تامین سوخت نیروگاه‌های برق به حدود ۸۲ درصد رسیده و پیش‌بینی می‌شود این رقم بیش از این نیز افزایش یابد. با توجه به تمام این موارد به نظر می‌رسد برنامه‌ریزی مناسب مجموعه سیستم‌های برق، مستلزم توجه ویژه به بخش عمده‌ای از زنجیره تأمین سوخت نیروگاه‌های برق؛ یعنی مجموعه سیستم‌های گاز طبیعی است.

مسأله برنامه‌ریزی و زمان‌بندی مجموعه سیستم‌های برق سابقه بلندی در ادبیات موضوع دارد. این مسأله که عمدتا با عنوان مسأله «به مدار آوردن واحدهای نیروگاهی تحت محدودیت‌های امنیتی» یا به اختصار SCUC شناخته شده است، به این نکته می‌پردازد که با توجه به محدودیت‌های عملیاتی و محدودیت‌های تامین تقاضا، در افق برنامه‌ریزی مشخص در هر واحد زمانی کدام واحدهای نیروگاهی در مدار قرار گرفته (روشن شوند) و کدام واحدها از مدار خارج شوند (خاموش شوند)؟ و پس از آن میزان تولید هریک از واحدهایِ در مدار، چقدر باشد؟ [۱،۲] مساله برنامه‌ریزی تولید در سیستم گاز طبیعی نیز به شکل مشابهی تعریف می‌شود و مشخص می‌کند هر کدام از پالایشگاه‌ها چه میزان گاز تولید می‌کنند و این گاز به چه نحوی از طریق خطوط لوله به مشتریان منتقل می‌گردد [۳-۵]

هرچند که در سال‌های اخیر محققانی مانند شاهیده‌پور و همکاران، [۶] به نوعی به برنامه‌ریزی همزمان این دو سیستم پرداخته‌اند؛ اما تمرکز عمده‌ی این کارها بر عملکرد مساله برق می‌باشد و در نتیجه علی‌رغم اینکه جواب حاصل از مدل‌های ارایه شده عملکرد شبکه گاز را متأثر می‌کند؛ اما مطلوبیت جواب‌های حاصل برای سیستم گاز چندان مورد توجه قرار نگرفته است؛ حتی در کارهای معدودی چون [۷] و [۸] که در آن‌ها سعی شده تا حدودی بهینگی در سیستم گاز نیز مورد توجه قرار گیرد، توابع هدف ارایه شده به هیچ وجه نشانگر تمام هزینه‌های مترتب بر سیستم گاز نیست و در نتیجه جواب حاصل از آن‌ها در عمل برای سیستم گاز بهترین جواب نمی‌باشد. از طرف دیگر به نظر می‌رسد محققان فعال در این حوزه مسأله این دو سیستم را در قالب مباحث زنجیره تأمین ندیده‌اند و به نحوی دچار نوعی جزیی‌نگری مفرط در برخورد با این مساله شده‌اند، به شکلی که بیش‌تر مدل‌های ارایه‌شده علی‌رغم اینکه عملکرد دو سیستم را به دقت مدل می‌کنند؛ اما دید کلانی به مسأله ندارند. دقت

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-01]

[DOR: 20.1001.1.22517286.2019.16.4.4.9]

بالای مدل‌سازی عملکرد واقعی این سیستم‌ها در برخی کارها مانند [۷] یا [۲]، آنچنان که بعدتر در قسمت مثال عددی همین مقاله خواهیم دید، در عمل تاثیر چندانی بر جواب حاصل از این مدل‌ها نمی‌گذارد و از طرف دیگر –در برخی موارد– باعث پیچیدگی بی مورد مدل نهایی و متعاقبا زمان بسیار بالای حل آن می‌گردد.

با توجه به تمام این موارد در این مقاله سعی خواهد شد تا بخشی از زنجیره تامین برق که از پالایشگاه‌های گاز آغاز می‌شود و تا مشتریان نهایی برق ادامه می‌یابد برای برنامه‌ریزی هماهنگ دو سیستم برق و گاز طبیعی مدل‌سازی شود، و با انجام تبدیلاتی محدودیت‌ها و عباراتی را که باعث پیچیدگی مدل می‌شوند، ساده‌سازی نمود. در واقع نوآوری این مقاله در ارایه مدلی برای این مساله است که اولا نسبت به دیگر مدل‌های موجود در ادبیات، پیچیدگی محاسباتی بسیار کم‌تری دارد و در عین حال جواب‌هایی به قوت دیگر مدل‌های مورد اشاره تولید می‌کند. به بیانی دیگر این مقاله نشان می‌دهد که در بررسی‌های کلان سیستم‌های برق و گاز طبیعی در شرایطی که شبکه‌های بزرگی از هر دو سیستم مورد بحث قرار دارند (مساله برنامه‌ریزی همزمان این دو سیستم نیز در همین دسته جای می‌گیرد) می‌توان به جای معادلات پیچیده و عموما غیرخطی که بیش‌تر مناسب بررسی‌های جزیی این سیستم‌ها هستند، از معادل‌های خطی‌سازی‌شده و به لحاظ محاسباتی ساده‌تر آن‌ها برای مدل‌سازی بهره برد. با این اوصاف در ادامه به ترتیب مدل‌سازی مجزای سیستم برق، مدل‌سازی مجزای سیستم گاز طبیعی، مدل‌سازی برنامه‌ریزی همزمان دو سیستم برق و گاز طبیعی و در نهایت حل عددی مدل به‌دست آمده ارایه خواهند شد.

۲ مدل‌سازی سیستم برق

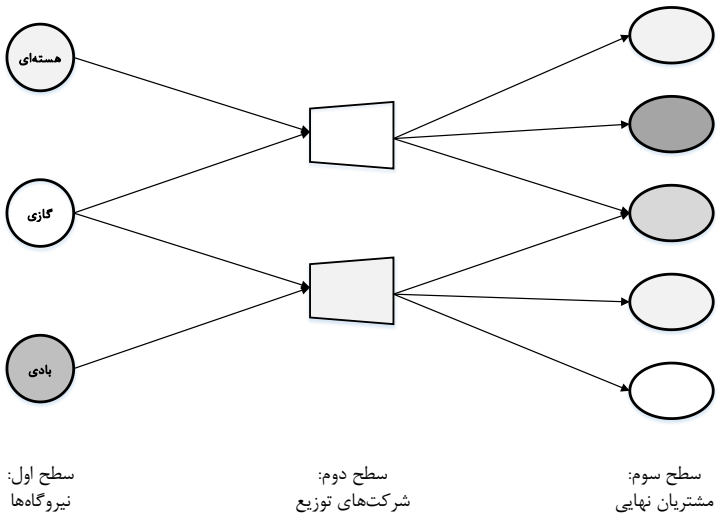
با نگاه از منظر زنجیره تامین به سیستم برق، می‌توان آن را زنجیره‌ای سه سطحی شامل نیروگاه‌های برق، شرکت‌های توزیع و مشتریان نهایی، مطابق شکل ۱ دید. این تقسیم‌بندی مشابه کاری است که در [۹] انجام شده است. هزینه‌های مستقیم مترتب بر این زنجیره در رابطه ذیل نشان داده شده‌است:

مجموع هزینه سیستم برق = هزینه روشن کردن نیروگاه + هزینه خاموش کردن نیروگاه + هزینه خرید سوخت + هزینه کمبود تولید برق

که در آن هزینه‌های روشن و خاموش کردن نیروگاه، هزینه‌های ثابتی هستند که برای هر بار روشن/خاموش کردن نیروگاه پرداخت می‌شود. هزینه خرید سوخت به هزینه پرداختی توسط شرکت برق به شرکت تأمین‌کننده سوخت (در این مورد شرکت گاز) پرداخت می‌کند و هزینه کمبود تولید یا هزینه خاموشی جریمه‌ای است که شرکت برق می‌باید در صورت کمبود به مشتریان خود بپردازد. معادل ریاضی رابطه فوق برای یک بازه ۲۴ ساعته در معادله ۱ نشان داده شده است. عمده معادلات این بخش از [۱۰] آورده شده‌است.

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-01]

[DOR: 20.1001.1.22517286.2019.16.4.4.9]



شکل ۱. زنجیره تامین سیستم برق

$$ETC = \sum_{t=1}^{24} \sum_{Ne \in Nep} [C_{Ne}^{SU}.su_{Ne,t} + C_{Ne}^{SD}.sd_{Ne,t} + C_{Ne}^{FC}.F_{Ne,t}(p_{Ne,t}) + C_{Ne}^{PLS}.pls_{Ne,t}] \quad (1)$$

که در آن t نشانگر واحد زمانی (ساعت)، Ne مجموعه گره‌های شبکه برق، Neg مجموعه گره‌های مربوط به نیروگاه‌های برق هستند. متغیرهای $su_{Ne,t}$ و $sd_{Ne,t}$ متغیرهای صفر و یک روشن/خاموش کردن نیروگاه در زمان t، $F_{Ne,t}(p_{Ne,t})$ تابع میزان مصرف گاز هر نیروگاه در زمان t، و $pls_{Ne,t}$ نیز کمبود برق به وجود آمده در هر گره تقاضا در زمان t است. همچنین ضرایب C_{Ne}^{SU}، C_{Ne}^{SD}، C_{Ne}^{FC}، C_{Ne}^{LS} به ترتیب ضرایب هزینه روشن کردن نیروگاه، خاموش کردن نیروگاه، نرخ قیمت سوخت نیروگاه و جریمه کمبود هستند.

محدودیت‌های متنوعی بر سیستم برق حاکم هستند، که برخی مربوط به نیروگاه‌های برق، برخی محدودیت‌های عملیاتی شبکه و باقی محدودیت‌های مربوط به تقاضا هستند، که هرکدام در ادامه توضیح داده خواهند شد.

یک دسته از محدودیت‌های این حوزه محدودیت‌های مربوط به ظرفیت تولید نیروگاه‌های برق هستند، که میزان تولید برق در واحد زمان هر نیروگاه را، در صورت روشن بودن آن، بین دو مقدار بیشینه و کمینه (که جزو مشخصات فنی و عملیاتی هر نیروگاه هستند) محدود می‌کنند. (معادله (۲))

$$I_{Ne,t}.Ming_{Ne} \le P_{Ne,t} \le I_{Ne,t}.Maxg_{Ne} \quad \forall Ne \in Neg \quad (2)$$

که در آن $P_{Ne,t}$ به ازای $Ne \in Neg$ متغیر میزان تولید برق نیروگاه Ne در زمان t و $I_{Ne,t}$ متغیر صفر و یک حالت (روشن/خاموش بودن) نیروگاه Ne در زمان t هستند. پارامترهای $Maxg_{Ne}$ و $Ming_{Ne}$ نیز به ترتیب حدود بالا و پایین تولید نیروگاه در واحد زمانی هستند. (در مقاله حاضر، متغیر جریانات ورودی و خروجی توان در گره‌های شبکه برق با $P_{Ne,t}$ نشان داده می‌شود، که در گره‌های تولید برق با علامت مثبت تعبیر ورود برق تولیدی نیروگاه به شبکه و در گره‌های تقاضا با علامت منفی تعبیر خروج برق از شبکه را دارد)

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-01]

[DOR: 20.1001.1.22517286.2019.16.4.4.9]

دسته دیگر محدودیت‌ها مربوط به روشن/خاموش کردن نیروگاه‌ها هستند، به نحوی که این محدودیت‌ها تضمین می‌کنند اگر نیروگاهی در زمان t روشن می‌شود ($su_{Ne,t}=۱$) در زمان $t-۱$ خاموش ($I_{Ne,t-۱}=۰$) بوده است، و بالعکس اگر نیروگاهی در زمان t خاموش می‌شود ($sd_{Ne,t}=۰$) در زمان $t-۱$ روشن ($I_{Ne,t-۱}=۱$) بوده است. (معادلات (۳) و (۴))

$$I_{Ne,t-۱}-I_{Ne,t}+su_{Ne,t}\geq ۰ \qquad Ne\in Neg \qquad (۳)$$

$$I_{Ne,t}-I_{Ne,t-۱}+sd_{Ne,t}\geq ۰ \qquad Ne\in Neg \qquad (۴)$$

دسته دیگر محدودیت‌ها مربوط به حدود کاهش توان و افزایش توان می‌شوند، که مشخص می‌کنند اختلاف میزان تولید هر نیروگاه در بازه زمانی واحد (از $t-۱$ تا t) حدود مشخصی دارد. (معادله (۵))

$$-DR_{Ne}\leq P_{Ne,t}-P_{Ne,t-1}\leq UR_{Ne} \qquad Ne\in Neg \qquad (۵)$$

که در آن UR_{Ne} و DR_{Ne} به ترتیب پارامترهای حد افزایش توان و حد کاهش توان هستند.

محدودیت دیگر این حوزه مربوط به حداقل زمان روشن/خاموش ماندن نیروگاه است واین نکته را بیان می‌کند که -با توجه به خصوصیات فنی هر نیروگاه- پس از روشن/خاموش کردن هر نیروگاه مقدار زمان مشخصی باید بگذرد تا بتوان حالت آن نیروگاه را تغییر داد (آن نیروگاه را خاموش/روشن نمود). معادلات (۶) و (۷) این محدودیت را اعمال می‌کند:

$$\sum_{\tau}(۱-I_{Ne,\tau})\leq minut_{Ne}.(۱-su_{Ne,t}) \qquad \forall t\leq\tau\leq t+minut_{Ne},\forall Ne\in Neg \qquad (۶)$$

$$\sum_{\tau}I_{Ne,\tau}\leq mindt_{Ne}.(۱-su_{Ne,t}) \qquad \forall t\leq\tau\leq t+mindt_{Ne},\forall Ne\in Neg \qquad (۷)$$

انرژی الکتریکی در شبکه‌های برق دنیای واقعی، جریان متناوب (AC) است؛ اما در این مقاله بر مبنای کار پورچالا در [۱۱] جهت ساده‌سازی، معادلات را در حالت جریان مستقیم (DC) فرض می‌کنیم، که در واقع خطی‌سازی معادلات در شرایط جریان متناوب (AC) است. با استناد به [۱۱] و [۱۲] این رویکرد برای مدل‌سازی شبکه برق در مسأله «به مدار آوردن واحدهای نیروگاهی تحت محدودیت‌های امنیتی» مناسب است؛ زیرا تنها خطایی در حدود ۲٪ داشته؛ اما باعث ساده‌سازی قابل توجه مدل می‌گردد.

اساسی‌ترین دسته محدودیت‌های این حوزه محدودیت بالانس برق در هر گره شبکه است، به شکلی که میزان توان ورودی به هر گره می‌باید برابر با میزان توان خروجی از آن گره باشد. محدودیت آمده در معادله ۸ این اصل اساسی را نشان می‌دهد:

$$\sum_{Ne}P_{Ne,t}=۰ \qquad \forall t \qquad (۸)$$

معادله فوق برای تمام گره‌های شبکه برق برقرار است، به عبارت دیگر معادله فوق در تمام سطوح زنجیره تأمین صادق است.

دسته دیگر محدودیت‌های این حوزه محدودیت جریان در شبکه است، که مکانیک شبکه برق و حدود انتقال از خطوط را اعمال می‌کنند. (معادلات (۹) و (۱۰)) محدودیت‌های این بخش عمدتا از [۱۲] آورده شده‌است.

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-01]

[DOR: 20.1001.1.22517286.2019.16.4.4.9]

$$Pf_{el,t} = PTDF.P_{Ne,t} + PSDF_{Ne,t}.\alpha_{el,t} + DCDF.Pf_{el,t} \quad (۹)$$

که در آن $Pf_{el,t}$ متغیر جریان برق در هر کمان el شبکه و $\alpha_{el,t}$ زاویه شیفت‌دهنده‌های فاز است. برای تعریف دقیق هریک از ماتریس‌های $PTDF$، $PSDF$، $DCDF$ می‌باید به [۱۲] مراجعه شود. ماتریس $PTDF$ مربوط به جریان برق در کمان‌های شبکه با توجه به توان ورودی و خروجی در هر گره است و از ماتریس $PSDF$ در صورت وجود تجهیزات شیفت‌دهنده فاز در شبکه و از ماتریس $DCDF$ در صورت وجود خطوط انتقال جریان مستقیم (DC) در شبکه استفاده می‌شود.

متغیرهای $Pf_{el,t}$ و $\alpha_{el,t}$ با توجه به خصوصیات و مشخصات خطوط و تجهیزات و شبکه دارای حدودی هستند که در معادله (۱۰) نشان داده شده است.

$$\alpha_{el}^{\min} \le \alpha_{el} \le \alpha_{el}^{\max} \qquad Pf_{el,t}^{\min} \le Pf_{el,t} \le Pf_{el,t}^{\max} \qquad \forall el,t \quad (۱۰)$$

که طبعا در صورتی که تجهیزات شیفت‌دهنده فاز در شبکه وجود نداشته باشد و یا به دلایل ساده‌سازی از مسأله حذف شوند، حدود مربوطه در معادله (۱۰) نیز حذف خواهد شد.

محدودیت‌های مربوط به "تامین" تضمین می‌کنند که تمام تقاضای مشتریان در گره‌های مربوطه در شبکه برق یا تأمین شده و یا جریمه کمبود برای بخشی از تقاضا که تأمین نمی‌شود، محاسبه می‌شود. این محدودیت در معادله (۱۱) نشان داده شده است:

$$P_{Ne,t} = -eload_{Ne,t} + pls_{Ne,t} \qquad \forall Ne \in Nel \quad (۱۱)$$

که در آن پارامتر $eload_{Ne,t}$ مقدار تقاضا در گره Ne و در زمان t را نمایندگی کرده و $pls_{Ne,t}$ همان‌طور که قبلا در توضیح هزینه‌های سیستم گفته شد، متغیر میزان کمبود برق در هر گره Ne و در زمان t را نشان می‌دهد.

۳ مدل‌سازی سیستم گاز طبیعی

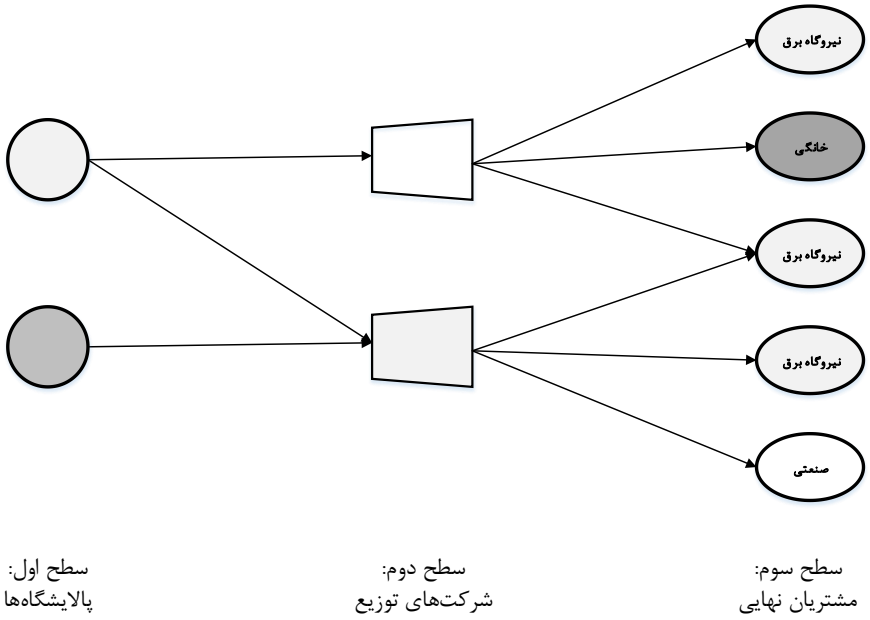
یک سیستم گاز طبیعی، از یک شبکه اجزا تشکیل می‌شود که برای تأمین، انتقال و تحویل گاز طبیعی به‌کار می‌روند. این اجزا شامل پالایشگاه‌های تولیدکننده گاز طبیعی، خطوط لوله انتقال گاز از پالایشگاه‌ها به مراکز بار، و مراکز توزیع گاز طبیعی می‌شود. این مراکز توزیع گاز دریافتی را از خطوط اصلی لوله بین مشتریان خود شامل مشتریان خانگی، صنعتی و نیروگاه‌های برقی گازسوز توزیع می‌کنند.

با نگاه از منظر زنجیره تأمین به این سیستم می‌توان آن را، مشابه زنجیره تامین برق که پیش‌تر اشاره شد، زنجیره‌ای سه سطحی شامل پالایشگاه‌های گاز، شرکت‌های توزیع و مشتریان نهایی در نظر گرفت. تقسیم‌بندی‌های متفاوت و متعددی در این زمینه در ادبیات موضوع وجود دارد ([۱۳، ۱۴، ۱۵] که حامدی و زنجیرانی در [۱۵] مرور مطلوبی بر آن‌ها داشته‌اند. این تقسیم‌بندی در شکل ۲ نشان داده شده است. هزینه‌های مستقیم مترتب بر این زنجیره در رابطه ذیل نشان داده شده‌است:

مجموع هزینه سیستم گاز = هزینه تولید/خرید گاز + هزینه انتقال گاز (کمپرسور) + هزینه کمبود گاز

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-01]

[DOR: 20.1001.1.22517286.2019.16.4.4.9]



شکل۲. زنجیره تامین سیستم گاز طبیعی

که در آن هزینه تولید/خرید گاز، هزینه صرف‌شده در پالایشگاه به ازای تولید هر واحد گاز طبیعی و یا خرید آن از منبعی خارجی است. هزینه انتقال، هزینه عملیاتی کمپرسورهای شبکه گاز است (که یا از سوخت برق و یا گاز طبیعی استفاده می‌کنند، در این مقاله فرض بر این است که سوخت کمپرسورها گاز طبیعی بوده و آن را از گاز عبوری تأمین می‌کنند). نهایتا هزینه کمبود گاز نیز هزینه ناتوانی سیستم گاز در تأمین کل یا بخشی از نیاز مشتریان است. معادل ریاضی رابطه فوق در معادله (۱۲) منعکس شده است:

$$GTC = \sum_{t}[\sum_{cm}(c_{cm} + b_{cm}.CH_{cm,t} + a_{cm}.CH_{cm,t}^{۲}) + \sum_{Ng \in Ngl} C_{Ng}^{GLS}.gls_{Ng,t}] \qquad (۱۲)$$

که در آن $gp_{Ng,t}$ متغیر تولید گاز در گره Ng و زمان t بوده، $CH_{cm,t}$ متغیر توان کمپرسور cm در زمان t، و $gls_{Ng,t}$ نیز متغیر کمبود برق در گره Ng و زمان t است. همچنین ضرایب C_{Ng}^{GP} و C_{Ng}^{GLS} به ترتیب ضرایب هزینه تولید و جریمه کمبود گاز بوده و a_{cm}, b_{cm}, c_{cm} نیز ضرایب مربوط به معادله هزینه عملیاتی کمپرسورها هستند. توان کمپرسور نیز که تابع نسبت فشار خروجی به ورودی و جریان گاز عبوری است، با استناد به [۷] از رابطه غیرخطی آمده در معادله (۱۳) محاسبه می‌شود.

$$CH_{cm,t} = gf_{cm,t}.[k۲_{cm,t}.(\frac{pr_{Out,t}}{pr_{In,t}})^{k۳_{cm}} - k۱_{cm}] \qquad (۱۳)$$

که در آن $pr_{Out,t}$ و $pr_{In,t}$ به ترتیب فشار گاز خروجی از و ورودی به کمپرسور، و $gf_{cm,t}$ جریان گاز طبیعی عبوری از آن است، الباقی نیز ثابت‌های عملیاتی کمپرسور هستند.

با احتساب معادله (۱۳) و جایگذاری آن در معادله (۱۲) واضح است که، تابع هزینه‌های سیستم گاز، از درجه بالایی غیرخطی است که این ویژگی انجام کارهای محاسباتی بر روی این مساله را دشوار می‌کند. برای

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-01]
[DOR: 20.1001.1.22517286.2019.16.4.4.9]

رفع این مشکل و با هدف خطی‌سازی تابع هزینه‌های سیستم گاز، با توجه به اینکه – با استناد به [۱۶]- کمپرسورها چیزی حدود ۳ تا ۵ درصد از کل گاز در جریان را مصرف می‌کنند، به نظر می‌رسد با حذف قسمت دوم معادله (۱۲)، که تنها قسمت غیرخطی این معادله نیز است، این تابع خطی و مدل ساده‌تر شده و در مقابل جواب نهایی مدل چندان متأثر نخواهد شد. این نکته در بخش حل عددی مدل نیز نشان داده خواهد شد. با احتساب این تغییرات تابع هزینه‌های سیستم گاز به معادله (۱۴) تغییر پیدا خواهد کرد:

$$GTC = \sum_{t=1}^{24} [\sum_{Ng \in Ngp} C_{Ng}^{GP}.gp_{Ng,t} + \sum_{Ng \in Ngl} C_{Ng}^{GLS}.gls_{Ng,t}] \qquad (۱۴)$$

حال باید به محدودیت‌های سیستم گاز پرداخته شود، محدودیت‌های این سیستم را نیز به طور مشابه سیستم برق، می‌توان در دو دسته محدودیت‌های تولید و محدودیت‌های شبکه انتقال در نظر گرفت.

محدودیت‌های حاکم بر تولید گاز عمدتا ناشی از مشخصات فنی پالایشگاه‌ها هستند و محدودیت‌های مربوط به ظرفیت تولید هریک را اعمال می‌کنند. (معادله (۱۵))

$$GP_{Ng}^{\min} \le gp_{Ng,t} \le GP_{Ng}^{\max} \qquad \forall Ng \in Ngp \qquad (۱۵)$$

که در آن $GP_{Ng}^{\max}$ و $GP_{Ng}^{\min}$ به ترتیب حدود حداکثر و حداقل تولید هر پالایشگاه است.

یکی از محدودیت‌های اساسی این حوزه، محدودیت بالانس جریان گاز در هر گره شبکه است، در تعریف ما، تقاطع خطوط لوله در شبکه گاز و یا نقاط ورود و خروج گاز به شبکه (پالایشگاه و مشتری) گره محسوب می‌شوند، با این حساب معادله (۱۶) بالانس گاز در گره‌های شبکه گاز را نشان می‌دهد:

$$gp_{Ng,t} - gel_{Ng,t} - gnl_{Ng,t} + gf_{Ng' \to Ng,t} - gf_{Ng \to Ng',t} = 0 \qquad \forall Ng, t \qquad (۱۶)$$

که در آن $gel_{Ng,t}$ تقاضای نیروگاه‌های برق از شبکه گاز در گره Ng و زمان t است، $gnl_{Ng,t}$ تقاضاهایی غیر از نیروگاه‌های برق از شبکه گاز (مصارف خانگی، صنعتی و ...) در گره Ng و زمان t است، $gf_{Ng' \to Ng,t}$ جریان گاز ورودی از گره Ng' به گره Ng است و $gf_{Ng \to Ng',t}$ جریان گاز خروجی از گره Ng و به سمت گره Ng' است.

از آنجایی که به دلایل مختلف امنیتی، اقتصادی، سیاسی و ... تأمین تقاضای خانگی گاز و پس از آن تقاضای واحدهای صنعتی از اولویت بالاتری نسبت به تأمین تقاضای نیروگاه‌های برق، برای شرکت‌های تأمین‌کننده و دولت‌ها برخوردار است و این موضوع در قراردادهای معمول تأمین سوخت بین نیروگاه‌های برق و شرکت‌های گاز منعکس شده است (قراردادهای وقفه‌پذیر [۱۷])، عموما برای کمبود رخ داده در تأمین تقاضای نیروگاه‌های برق از سمت سیستم گاز طبیعی، جریمه‌ای پرداخت نمی‌گردد. به همین جهت ما در این مسأله کمبود را تنها برای تقاضاهای خانگی و صنعتی (غیر از نیروگاه‌های برق) در نظر می‌گیریم. این موضوع در معادله (۱۷) نشان داده شده است:

$$gnl_{Ng,t} = gload_{Ng,t} - gls_{Ng,t} \qquad \forall Ng \in Ngnl \qquad (۱۷)$$

که در آن $gls_{Ng,t}$ کمبود تأمین گاز در گره Ng و زمان t است و $Ngnl$ مجموعه گره‌هایی از شبکه گاز است که در آن‌ها تقاضاهایی غیر از تقاضای سیستم برق وجود دارد.

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-01]

[DOR: 20.1001.1.22517286.2019.16.4.4.9]

دسته دیگر محدودیت‌های این حوزه محدودیت‌های مربوط به جریان گاز در خطوط لوله است، که مشخص می‌کنند تحت چه شرایطی جریان مشخصی از گاز در یک خط لوله با مشخصات فنی معلوم جریان می‌یابد. خطوط لوله گاز را به طور کلی می‌توان به دو نوع منفعل و فعال تقسیم کرد، که خطوط فعال خطوط لوله‌ای هستند که جایی در میان مسیر لوله، برای جبران افت فشار کمپرسور نصب شده و خطوط منفعل نیز آن دسته از خطوط لوله هستند که در بین مسیر آن‌ها کمپرسوری نصب نشده است.

برای مدل‌سازی جریان گاز در خطوط لوله منفعل در ادبیات موضوع عمدتا -با فرض حالت ثابت بودن گاز- از معادله وایموس استفاده شده است که رابطه جریان گاز را در لوله با توجه به افت فشار گاز در طول لوله می‌سنجد. معادله (۱۸) این رابطه را نشان می‌دهد:

$$sign(gf_{Ng\to Ng',t}).gf^{2}_{Ng\to Ng',t} = C^{2}_{Ng,Ng'}.(pr^{2}_{Ng,t} - pr^{2}_{Ng',t}) \qquad (۱۸)$$

که در آن $pr_{Ng,t}$ فشار گره Ng در زمان t است، $C_{Ng,Ng'}$ ثابت خط لوله حد واصل دو گره Ng و Ng'، و $sign(.)$ تابع علامت که با توجه به فشار دو سر لوله، علامت جریان را مشخص می‌کند.

رابطه فوق غیرخطی است و نسبت به تابع هزینه‌های سیستم گاز غیر محدب نیز است ([۷])، از این رو وجود آن در مدل انجام کارهای محاسباتی را دشوار خواهد نمود. پس سعی خواهیم کرد تا این معادله را برای به‌کارگیری در مدل خود خطی کنیم. بدین منظور چون متغیر فشار در مدل تنها با توان ۲ و فقط در معادله (۱۸) ظاهر می‌شود، یک تبدیل ساده $pr^{2}_{Ng,t} = \pi_{Ng,t}$ می‌تواند سمت راست این معادله را خطی کند. سمت چپ معادله را نیز می‌توان، مشابه [۱۸]، با یک تابع قطعه قطعه خطی تخمین زد که در نتیجه آن معادلات (۱۹) تا (۲۲) حاصل می‌شود:

$$\sum_{k}(m_{pl,k}.gfl_{pl,t,k} + b_{pl,k}.o_{pl,k}) = C^{2}_{pl}.(\pi_{Ng,t} - \pi_{Ng',t}) \quad \forall pl,(Ng,Ng')\in pl \qquad (۱۹)$$

$$o_{pl,k}.\underline{gfl}_{pl,t,k} \le gfl_{pl,t,k} \le o_{pl,k}.\overline{gfl}_{pl,t,k} \qquad \forall k,pl \qquad (۲۰)$$

$$gf_{Ng\to Ng',t} = \sum_{k} gfl_{pl,t,k} \quad \forall pl,(Ng,Ng')\in pl \qquad (۲۱)$$

$$\sum_{k} o_{pl,k} \le 1 \qquad \forall pl \qquad (۲۲)$$

که در آن‌ها pl نماد خط لوله‌ای است که از گره Ng آغاز شده و تا گره Ng' امتداد می‌یابد، $m_{pl,k}$ ضریب شیب خط قطعه k برای خط لوله pl، $b_{pl,k}$ عرض از مبدأ خط قطعه k برای خط لوله pl، $o_{pl,k}$ متغیر صفر و یک خط قطعه k برای خط لوله pl، و $gfl_{pl,t,k}$ متغیر جریان گاز در خط لوله pl و در خط قطعه k است. متغیر صفر و یک $o_{pl,k}$ نشان می‌دهد که در هر لحظه کدام قطعه خط فعال است و به کمک آن معادله (۲۰) تضمین می‌کند که متغیر جریان هر قطعه تنها در قطعه‌ی فعال مقدار گرفته (بین حدود مشخص) و در باقی قطعات مقدار صفر دارد و همچنین معادله (۲۲) تضمین می‌کند که حداکثر یکی از قطعات فعال است و معادله (۲۱) نشان می‌دهد که مقدار متغیر جریان گاز در خط لوله pl برابر است با مقدار متغیر جریان در قطعه فعال مربوط به آن خط لوله.

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-01]

[DOR: 20.1001.1.22517286.2019.16.4.4.9]

برای خطوط لوله فعال نیز، مطابق آنچه [۱۹] پیشنهاد داده و با قدری ساده‌سازی نسبت به [۷]، چون جریان گاز توسط کمپرسور تقویت می‌شود دیگر دقیقا رابطه وایموس (معادله (۱۸)) صادق نیست و برای مدل‌سازی جریان گاز می‌توان با تبدیل رابطه تساوی وایموس به یک نامساوی با تقریب خوبی رفتار گاز در این نوع خطوط لوله را مدل نمود. (معادله (۲۳))

$$sign(gf_{Ng\to Ng',t}).gf^{2}_{Ng\to Ng',t} \geq C^{2}_{Ng,Ng'}.(pr^{2}_{Ng,t} - pr^{2}_{Ng',t}) \qquad (۲۳)$$

که می‌توان مشابه رابطه خطوط منفعل، این معادله را نیز خطی نمود. هرچند که کوریا و همکاران در [۱۸] معتقدند که می‌توان رابطه‌ای برای جریان گاز در خطوط لوله فعال در نظر نگرفت. نتایج مثال عددی ما در این مقاله نیز، که بعدتر به آن پرداخته خواهد شد، نشان می‌دهند که به‌کارگیری هر دو رویکرد نتیجه یکسان داشته با این تفاوت که با رویکرد دوم مدل نهایی ساده‌تر خواهد بود. تفاوت فشار ابتدا و انتهای خطوط لوله فعال با توجه به خصوصیات فنی کمپرسور محدود می‌شوند، که در معادله (۲۴) آورده شده است:

$$(\Gamma^{\min}_{cm})^{2}.\pi_{Ng,t} \leq \pi_{Ng',t} \leq (\Gamma^{\max}_{cm})^{2}.\pi_{Ng,t} \qquad \forall(Ng,Ng'),t \qquad (۲۴)$$

که در آن $\Gamma^{\max}_{cm}$ و $\Gamma^{\min}_{cm}$ به ترتیب حدود بالا و پایین نسبت فشار خروجی به ورودی خط لوله فعال دارای کمپرسور cm هستند.

علاوه بر تمام این موارد میزان فشار در هر گره شبکه گاز بین حدودی مشخص متغیر است، که در معادله (۲۵) نشان داده می‌شود:

$$(pr^{\min}_{Ng})^{2} \leq \pi_{Ng,t} \leq (pr^{\max}_{Ng})^{2} \qquad \forall Ng,t \qquad (۲۵)$$

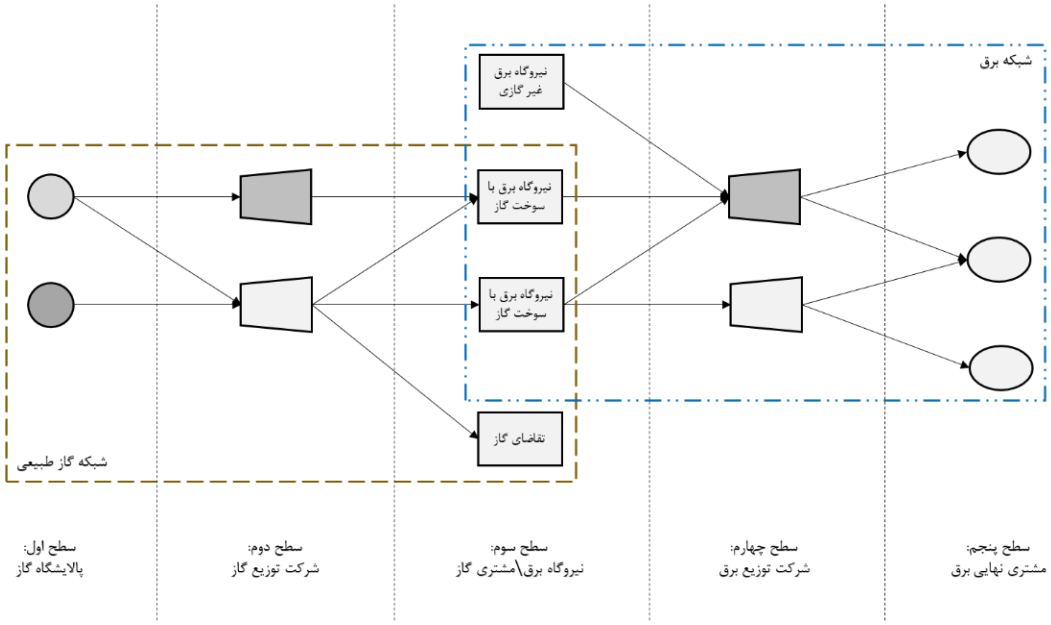
که در آن $pr^{\max}_{Ng}$ و $pr^{\min}_{Ng}$ به ترتیب حدود بالا و پایین فشار برای گره Ng هستند.

٤ مدل برنامه‌ریزی همزمان دو سیستم برق و گاز طبیعی

درصد بالایی از نیروگاه‌های تولید برق در ایران و اقصی نقاط جهان از گاز طبیعی به عنوان سوخت استفاده می‌کنند و سهم این ماده در سبد سوخت تولید برق، به دلایل گوناگون که در مقدمه به آن‌ها اشاره شد، در آینده‌ی نزدیک بیش از این نیز افزایش خواهد یافت. با این توضیح و توجه به این موضوع که فرآیند تولید، انتقال و توزیع گاز طبیعی نیز خود از پیچیدگی قابل‌توجهی برخوردار است، لازم است مسأله‌ی برنامه‌ریزی همزمان دو سیستم برق و گاز از منظر یک زنجیره تأمین دیده شده و هزینه‌ها و محدودیت‌های مترتب بر هر دوی این سیستم‌ها مد نظر قرار گیرند. تحت این شرایط جواب حاصل از مسأله همزمان برای هر دو سیستم، که عموما مالکان متفاوت دارند، بهینه، مطلوب و قابل اجرا خواهد بود. با این توضیح و مدل‌های معرفی شده برای برق و گاز در بخش‌های قبل، یک زنجیره تأمین ۵ سطحی شامل پالایشگاه گاز، شرکت توزیع گاز، مشتری نهایی گاز/نیروگاه برق، شرکت توزیع برق و مشتری نهایی برق پیشنهاد می‌شود که نمای شماتیک آن در شکل ۳ نشان داده شده است.

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-01]

[DOR: 20.1001.1.22517286.2019.16.4.4.9]



شکل۳. زنجیره تأمین ۵ سطحی سیستم برق با در نظر گرفتن سیستم گاز طبیعی

برای مدل کردن این زنجیره تأمین و فرمول‌بندی مساله برنامه‌ریزی همزمان سیستم‌های برق و گاز طبیعی ابتدا باید تابع هدف و نحوه بهینه‌سازی بر اساس آن را مشخص کنیم. پیشنهاد ما، مشابه عمده کارهای موجود در ادبیات، این است که تابع هدف هزینه‌های مستقیم مترتب را بر کل این زنجیره مد نظر قرار دهد و سعی کند آن را حداقل سازد. مطلوبیت این رویکرد به این دلیل است که به نظر می‌رسد محاسبه هزینه‌های مستقیم وارد بر این سیستم کار نسبتا راحتی باشد و برای آن نیازی به ورود در مباحث پیچیده قراردادهای مختلف وجود ندارد که ممکن است بین اجزاء مختلف این سیستم برقرار باشد. با این حساب و با توجه به هزینه‌هایی که به شکل مجزا برای هریک از این سیستم‌ها در بخش‌های قبل به دست آمد تابع هدف این مسأله حداقل ساختن رابطه ذیل است:

مجموع هزینه = هزینه روشن کردن نیروگاه + هزینه خاموش کردن نیروگاه + هزینه خرید سوخت نیروگاه + هزینه کمبود تولید برق+ هزینه انتقال گاز (کمپرسور) + هزینه کمبود گاز

معادل ریاضی رابطه فوق در معادله (۲۶) نشان داده شده است:

$$TC = \sum_{t=1}^{24}\{\sum_{Ne\in Neg}[C_{Ne}^{SU}.su_{Ne,t}+C_{Ne}^{SD}.sd_{Ne,t}+C_{Ne}^{FC}.F_{Ne,t}(p_{Ne,t})] + \sum_{Ne\in Nel}C_{Ne}^{PLS}.pls_{Ne,t}+\sum_{Ng\in Ngl}C_{Ng}^{GLS}.gls_{Ng,t}\} \quad (۲۶)$$

و اما محدودیت اساسی‌ای که این دو سیستم را در این مساله به هم متصل می‌کند، محدودیت مربوط به سوخت نیروگاه‌های برقی است که با سوخت گاز کار می‌کنند. این محدودیت تقاضای سیستم برق از سیستم گاز

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-01]
[DOR: 20.1001.1.22517286.2019.16.4.4.9]

را، که تابعی از میزان تولید برق توسط نیروگاه‌های گازی است، تعیین می‌کند. معادل ریاضی این محدودیت در معادله (۲۷) نشان داده شده است:

$$gel_{Ng,t} = F_{Ne,t}(p_{Ne,t}) \qquad \forall Ng \in Ngel, Ne \in Nep \qquad (۲۷)$$

که در آن تابع $F_{Ne,t}(.)$ از طریق معادله ذیل محاسبه می‌گردد:

$$F_{Ne,t}(p_{Ne,t}) = bf \,.p_{Ne,t} + cf \qquad (۲۸)$$

که در آن ضرایب bf ,cf پارامترهای فنی هر نیروگاه بوده و ثابت هستند. معادله فوق تخمینی از رابطه غیرخطی واقعی حاکم بر میزان سوخت مصرفی نیروگاه‌ها است.

با اطلاعات به دست آمده، حال می‌توان مدل نهایی مسأله برنامه‌ریزی همزمان دو سیستم برق و گاز طبیعی برای کمینه‌سازی مجموع هزینه‌های زنجیره تأمین برق و گاز طبیعی را نوشت:

$$Min\ TC$$
$$s.t.$$

معادلات (۲) – (۱۱) (سیستم برق)

معادلات (۱۵)-(۱۷) و (۱۹)-(۲۲) و (۲۴)-(۲۵) (سیستم گاز طبیعی)

معادلات (۲۷) و (۲۸) (محدودیت‌های هماهنگ ساز دو سیستم)

مدل فوق از رده مسایل برنامه‌ریزی مختلط عدد صحیح (MILP) است و در قیاس با مدل‌های دیگر این مساله در ادبیات که عمدتا از رده مسایل برنامه‌ریزی غیرخطی (NLP) به حساب می‌آیند، از پیچیدگی محاسباتی بسیار پایین‌تری برخوردار است.

۵ حل عددی

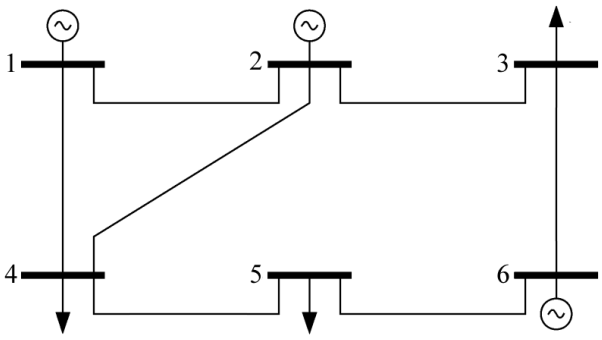
در این بخش برای راستی‌آزمایی مدل به‌دست‌آمده و مشخص شدن تأثیرات ساده‌سازی‌های متعددی که در مقاله به آن‌ها اشاره شد، مسأله را برای دو شبکه فرضی با سایز کوچک و متوسط حل نموده و نتایج حاصله را با مرجعی مقایسه می‌کنیم. بدین منظور شبکه‌های آمده در [۷] مورد استناد قرار می‌گیرند. در مرحله اول یک شبکه با سایز کوچک شامل یک سیستم انتقال برق با ۶ گره و ۷ کمان و یک سیستم انتقال گاز با ۷ گره و ۶ کمان مورد نظر است که سیستم برق دارای سه نیروگاه گازی است که هر سه تقاضای خود را از سیستم گاز تأمین می‌کنند. در ادامه به معرفی دقیق‌تر اجزای این شبکه خواهیم پرداخت.

سیستم برقی که در شکل ۴ نشان داده شده است، دارای سه نیروگاه گازی در گره‌های ۱، ۲ و ۶، و سه مشتری برق در گره‌های ۳ ۴ و ۵ است، در این سیستم هزینه روشن/خاموش شدن نیروگاه‌ها صفر در نظر گرفته شده است. سیستم گاز طبیعی که در شکل ۵ نشان داده شده دارای دو پالایشگاه در گره‌های ۶ و ۷، و پنج مشتری گاز است. به نحوی که یک نیروگاه برق در گره ۲، یک نیروگاه برق و یک مشتری خانگی در گره ۱، و یک

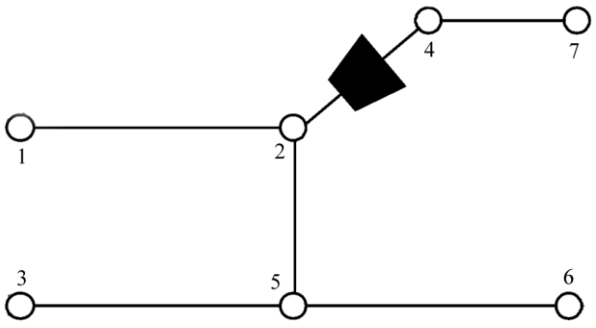
[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-01]

[DOR: 20.1001.1.22517286.2019.16.4.4.9]

نیروگاه برق و یک مشتری خانگی در گره ۳ قرار دارند. لازم به ذکر است که به دلیل حضور نیروگاه‌های برق با سوخت گاز، گره ۱ سیستم برق و گره ۱ سیستم گاز، گره ۲ سیستم برق و گره ۲ سیستم گاز، و گره ۳ سیستم برق و گره ۳ شبکه گاز به ترتیب به یکدیگر متصل هستند. باقی اطلاعات مربوط به این سیستم و مشخصات اجزای آن، شامل تقاضای برق و گاز طبیعی در پیوست مقاله [۷] آمده است.



شکل ٤. سیستم برق با ۶ گره و ۷ کمان [۷]



شکل ٥. سیستم گاز طبیعی با ۷ گره و ۶ کمان [۷]

پس از آن در مرحله دوم یک شبکه با سایز متوسط شامل یک سیستم انتقال برق با ۱۱۸ گره و ۱۸۶ کمان (شکل ۶) و یک سیستم انتقال گاز با ۱۴ گره و ۱۴ کمان (شکل ۷) مورد نظر است که سیستم برق دارای ۹۱ گره مشتری، ۱۲ نیروگاه گازی، ۵۴ نیروگاه با سوخت فسیلی (غیر از گاز طبیعی) و ۷ نیروگاه آبی است که نیروگاه‌های گاز تقاضای خود را از سیستم گاز موجود در شبکه تأمین می‌کنند. باقی اطلاعات مربوط به این سیستم و مشخصات اجزای آن، شامل تقاضای برق و گاز طبیعی در پیوست مقاله [۷] آمده است.

به جهت آزمون عملکرد مدل ارایه شده در این مقاله، نتایج حاصل از حل مدل برای دو حالت ذیل را در نظر می‌گیریم و با نتایج موجود در [۷] به عنوان مرجعی معتبر، مقایسه می‌کنیم.

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-01]

[DOR: 20.1001.1.22517286.2019.16.4.4.9]

حالت اول: برنامه‌ریزی همزمان سیستم‌های برق و گاز طبیعی در شرایط ثابت ماندن میزان تقاضای خانگی گاز طی دوره زمانی

حالت دوم: برنامه‌ریزی همزمان سیستم‌های برق و گاز طبیعی در شرایط پر نوسان بودن میزان تقاضای خانگی گاز طی دوره زمانی

با توجه به ادبیات موضوع و به دلیل تمرکز بیش‌تر کارهای این حوزه بر مسأله برنامه‌ریزی برق، نحوه نمایش جواب حاصل از مدل‌هایی چون مدل مورد بحث این مقاله به این‌گونه است که تنها نحوه «به مدار آمدن واحدهای نیروگاهی » در افق زمانی برنامه‌ریزی به همراه مقدار تابع هدف مدل ثبت و در مقالات نمایش داده می‌شوند و از نمایش مقادیر باقی متغیرها چشم پوشی می‌شود. ما نیز در این بخش مقاله از همین رویکرد استفاده می‌کنیم و اطلاعات را برای مقایسه راحت با نتایج آمده در [۷] در همان فرمت ارایه می‌کنیم.

نتایج حاصل از اجرای مدل برای شبکه سایز کوچک در حالت اول در جدول ۱ آمده است. در این جدول هر سطر نشانگر یک نیروگاه و ستون‌ها نشانگر زمان در یک بازه زمانی ۲۴ ساعته هستند. عدد ۱ به معنای روشن بودن نیروگاه مربوطه در زمان مربوطه و عدد ۰ به معنای خاموش بودن آن نیروگاه در زمان متناظر آن است.

جدول۱. نتایج حاصل از حل مدل برای شبکه کوچک تحت حالت اول

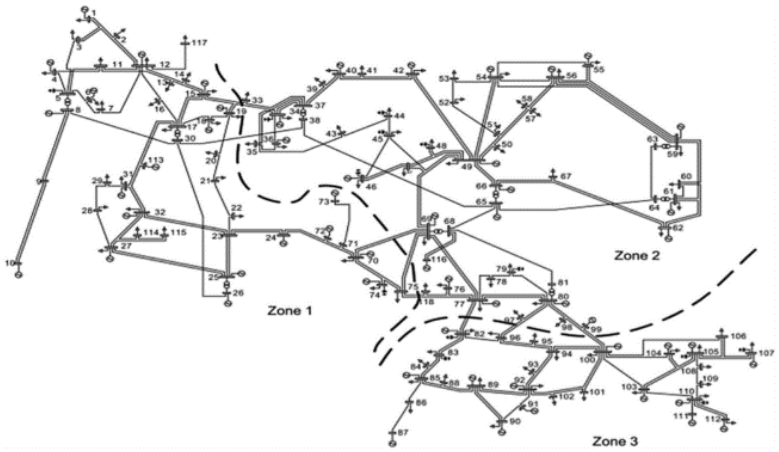
مجموع هزینه‌های عملیاتی: ۵۴۲۹۷۰ دلار																								
نیروگاه	ساعات (۰ تا ۲۴)																							
۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱
۲	۰	۰	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۱
۳	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰

جدول۲. نتایج حاصل از حل مدل برای شبکه کوچک تحت حالت دوم

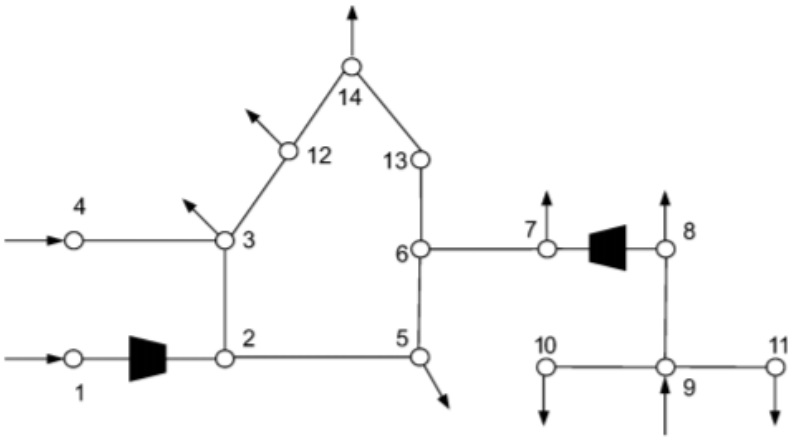
مجموع هزینه‌های عملیاتی: ۵۷۵۲۴۰ دلار																								
نیروگاه	ساعات (۰ تا ۲۴)																							
۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱
۲	۰	۰	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۱
۳	۰	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-01]

[DOR: 20.1001.1.22517286.2019.16.4.4.9]



شکل ٦. سیستم برق با ۱۱۸ گره و ۱۸۶ کمان [۷]



شکل ۷. سیستم گاز طبیعی با ۱۴ گره و ۱۴ کمان [۷]

زمان صفر نیز بیانگر حالت اولیه نیروگاه‌ها پیش از شروع برنامه‌ریزی هستند. مقایسه نتایج مشخص می‌کند که جواب به مدار آمدن واحدهای نیروگاهی برای مدل این مقاله کاملا همان جواب به دست آمده در [۷] است و میزان هزینه کل نیز در مدل این مقاله ۷۴۲۹ دلار؛ یعنی حدود ۱/۳ ٪ کاهش یافته است. تحت این حالت، مشابه آنچه در [۷] اتفاق افتاده، کمبود برای برق و گاز به وجود نیامده است و تمامی هزینه مربوط به هزینه‌های عملیاتی است.

نتایج حاصل از اجرای مدل برای شبکه سایز کوچک در حالت دوم در جدول ۲ آمده است. مقایسه نتایج مشخص می‌کند که جواب به مدار آمدن واحدهای نیروگاهی برای مدل این مقاله کاملا همان جواب به دست آمده در [۷] است و هزینه‌های کمبود برق در مدل فعلی نسبت به [۷] پایین‌تر است به نحوی که هزینه کل این مدل حدود ۶/۷٪ نسبت به مدل مرجع پایین‌تر است. مشابهت کامل جواب هر دو پژوهش در بخش به مدار آمدن واحدهای نیروگاهی و نزدیکی بالای هزینه نهایی نشانگر درستی عملکرد مدل ارایه شده در این مقاله است.

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-01]

[DOR: 20.1001.1.22517286.2019.16.4.4.9]

نتایج حاصل از اجرای مدل برای شبکه سایز متوسط در حالت اول در جدول ۳ آمده است. مقایسه نتایج مشخص می‌کند که جواب به مدار آمدن واحدهای نیروگاهی برای مدل این مقاله کاملا همان جواب به دست آمده در [۷] است و میزان هزینه کل نیز در این مدل حدود ۱/۸٪ کاهش یافته است. تحت این حالت، مشابه آنچه در [۷] اتفاق افتاده، کمبود برای برق و گاز به وجود نیامده است و تمامی هزینه مربوط به هزینه‌های عملیاتی است.

نتایج حاصل از اجرای مدل برای شبکه سایز متوسط در حالت دوم در جدول ۴ آمده است. مقایسه نتایج مشخص می‌کند که جواب به مدار آمدن واحدهای نیروگاهی برای مدل این مقاله کاملا همان جواب به دست آمده در [۷] است و هزینه کل این مدل حدود ۱/۲ ٪ نسبت به مدل مرجع پایین‌تر است. نیروگاه‌های ۳ و ۵ در تمامی ساعات و نیروگاه ۱۰ در برخی ساعات به دلیل کمبود گاز طبیعی خاموش هستند؛ اما بر خلاف شبکه سایز کوچک که تمامی نیروگاه‌ها گازسوز بودند، در این شبکه به دلیل وجود دیگر نیروگاه‌های غیرگازسوز در سیستم برق، تولید برق در این ساعات به آن‌ها محول شده و شاهد جریمه کمبود در این حالت نیستیم.

مشابهت کامل جواب هر دو مورد در بخش به مدار آمدن واحدهای نیروگاهی و نزدیکی بالای هزینه نهایی نشانگر درستی عملکرد مدل ارایه شده در این مقاله است. همچنین از مقایسه جواب دو حالت ۱ و ۲ می‌توان رفتار مدل در برابر تقاضای ثابت و پرنوسان را تعبیر کرد. در شبکه سایز کوچک و حالت ۱ که تقاضای (غیر از نیروگاه‌های برق) سیستم گاز در تمامی ساعات ثابت بود، هر دو سیستم برق و گاز طبیعی توانستند تمام تقاضاهای خود را پوشش دهند و با کمبودی روبرو نشدند. اما در حالت ۲ که تقاضای (غیر از نیروگاه‌های برق) سیستم گاز در تمامی ساعات ثابت نبوده و تقاضای ساعات مختلف با یکدیگر فرق می‌کردند، سیستم گاز در زمان‌های پیک بار، توان تأمین تمام تقاضای موجود را نداشته و هرچند جریمه‌ای بابت کمبود پرداخت نکرده؛ اما عملا، به دلیل اولویت بالاتر تقاضای خانگی و صنعتی، بخشی از تقاضای نیروگاه‌های برق را، که برای سیستم گاز اولویت پایین‌تری دارند، تأمین نکرده است و در نتیجه سیستم برق در تأمین تقاضای خود، با توجه به اینکه تمامی نیروگاه‌ها گازی هستند، با کمبود مواجه شده و جریمه‌ای بابت آن پرداخته است.

شرایط برای شبکه سایز متوسط نیز مشابه است و در حالت ۲ سیستم گاز توانایی تامین تمامی گاز مورد نیاز نیروگاه‌های گازسوز سیستم برق را نداشته و در نتیجه‌ی آن تعدادی از آن‌ها خاموش شده‌اند؛ اما به دلیل وجود نیروگاه‌های دیگر در سیستم برق که از سوخت گاز استفاده نمی‌کنند، با به مدار آمدن آن‌ها سیستم در تولید برق مورد نیاز خود دچار کمبود نشده است. با توجه به این نکته، لازم به ذکر است که اختلاف هزینه بین حالت‌های ۱ و ۲ برای شبکه متوسط ناشی از به‌کارگیری واحدهای نیروگاهی غیرگازسوز گران‌تر است که نسبت به نمونه‌های گازسوز خود در مدل، هزینه‌های عملیاتی بالاتری دارند.

٦ نتیجه‌گیری

این مقاله مدلی برای برنامه‌ریزی همزمان سیستم‌های برق و گاز طبیعی ارایه می‌دهد. در این مدل سعی شده تا با ایجاد تبدیلاتی در محدودیت‌ها و عبارات غیرخطی در قبال کاهش ناچیز کیفیت جواب، به شکل قابل توجهی از

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-01]

[DOR: 20.1001.1.22517286.2019.16.4.4.9]

پیچیدگی آن کاهش داده شود، به شکلی که مدل نهایی در دسته مسایل برنامه‌ریزی مختلط عدد صحیح (MILP) قرار می‌گیرد. نتایج اجرای مدل بر روی یک شبکه با سایز کوچک شامل ۶ گره در سیستم گاز و ۷ گره در سیستم برق و یک شبکه با سایز متوسط شامل ۱۴ گره در شبکه گاز و ۱۱۸ گره در سیستم برق ارایه شده‌است. این نتایج صحت عملکرد مدل از یک سو و از طرف دیگر کارایی آن را تایید می‌کند. به بیان دیگر نوآوری این مقاله ارایه مدلی برای مساله برنامه‌ریزی همزمان سیستم‌های برق و گاز طبیعی است که اولا نسبت به دیگر مدل‌های موجود در ادبیات، پیچیدگی محاسباتی بسیار کم‌تری دارد و در عین حال جواب‌هایی به قوت جواب‌های دیگر مدل‌های مورد اشاره تولید می‌کند. به بیانی دیگر این مقاله نشان می‌دهد که در بررسی‌های کلان سیستم‌های برق و گاز طبیعی در شرایطی که شبکه‌های بزرگی از هر دو سیستم مورد بحث قرار دارند (مساله برنامه‌ریزی همزمان این دو سیستم نیز در همین دسته جای می‌گیرد) می‌توان به جای معادلات پیچیده و عموما غیرخطی که بیش‌تر مناسب بررسی‌های جزیی این سیستم‌ها هستند، از معادل‌های خطی‌سازی‌شده و به لحاظ محاسباتی ساده‌تر آن‌ها برای مدل‌سازی بهره برد. برای تحقیقات آتی می‌توان به بررسی مساله تحت شرایطی که تقاضای سیستم‌های برق و گاز طبیعی غیر قطعی هستند، پرداخت؛ زیرا آن‌چنان که مثال عددی این مقاله نشان داد نوسان در تقاضا می‌تواند هزینه‌های بسیاری را به سیستم اعمال کند.

منابع

[۵] یوسف پور روح اله، طاهری تاری سیده معصومه. طراحی شبکه‌ی گاز، مکان‌یابی ایستگاه‌های گسترده‌ی شهری، مسیریابی و قطریابی خطوط لوله‌ی گاز. تحقیق در عملیات در کاربردهای آن. ۱۳۹۵، ۱۳ (۱)، ۷۳-۸۴

[1] Guy, J. (1971). Security constrained unit commitment. IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems 3.PAS-90, 1385-1390.

[2] Nan, Yang, et al. (2018). Research on modelling and solution of stochastic SCUC under AC power flow constraints. IET Generation, Transmission & Distribution, 12(15), 3618-3625.

[3] Wang, Bohong, et al. (2018). An MILP model for optimal design of multi-period natural gas transmission network. Chemical Engineering Research and Design, 129, 122-131.

[4] Li, Xiang, et al. (2011). Stochastic pooling problem for natural gas production network design and operation under uncertainty. AIChE Journal, 57(8), 2120-2135.

[6] Wu, Lei, Mohammad Shahidehpour, Tao Li. (2007). Stochastic security-constrained unit commitment. IEEE Transactions on Power Systems, 22(2), 800-811.

[7] Liu, Cong, et al. (2009). Security-constrained unit commitment with natural gas transmission constraints. IEEE Transactions on Power Systems, 24(3), 1523-1536.

[8] He, Chuan, et al. (2018). Coordination of Interdependent Electricity Grid and Natural Gas Network—a Review. Current Sustainable/Renewable Energy Reports, 5(1), 23-36.

[9] Nagurney, Anna, Dmytro Matsypura. (2007). A supply chain network perspective for electric power generation, supply, transmission, and consumption. Optimisation, Econometric and Financial Analysis. Springer Berlin Heidelberg, 3-27.

[10] Bertsimas, Dimitris, et al. (2013). Adaptive robust optimization for the security constrained unit commitment problem. IEEE Transactions on Power Systems, 28(1), 52-63.

[11] K. Purchala, L. Meeus, D. Van Dommelen, R. Belmans. (2005). Usefulness of DC Power Flow for Active Power Flow Analysis, IEEE Power Engineering Society General Meeting, 1, 454-459.

[12] Van den Bergh, Kenneth, Erik Delarue, and William D'haeseleer (2014). DC power flow in unit commitment models. TME Working Paper-Energy and Environment.

[13] Lee, Young Hae, Sook Han Kim. (2002). Production–distribution planning in supply chain considering capacity constraints. Computers & industrial engineering, 43(1), 169-190.

[14] Kabirian, Alireza, and Mohammad Reza Hemmati. (2007). A strategic planning model for natural gas transmission networks. Energy policy, 35(11), 5656-5670.

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-01]

[DOR: 20.1001.1.22517286.2019.16.4.4.9]

[15] Hamedi, Maryam, et al. (2009). A distribution planning model for natural gas supply chain: A case study. Energy Policy, 37(3), 799-812.
[16] Szoplik, Jolanta. (2016). Improving the natural gas transporting based on the steady state simulation results. Energy 109, 105-116.
[17] Liu, Cong, Mohammad Shahidehpour, and Jianhui Wang. (2011). Coordinated scheduling of electricity and natural gas infrastructures with a transient model for natural gas flow. Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science, 21(2), 025102.
[18] Correa-Posada, Carlos M., Pedro Sanchez-Martin, and Sara Lumbreras. (2017). Security-constrained model for integrated power and natural-gas system. Journal of Modern Power Systems and Clean Energy 5(3), 326-336.
[19] Urbina, Michael, and Zuyi Li. (2007). A combined model for analyzing the interdependency of electrical and gas systems. Power Symposium.

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-01]

[DOR: 20.1001.1.22517286.2019.16.4.4.9]