مجله تحقیق در عملیات در کاربردهای آن، سال هفدهم، شماره چهارم (پیاپی ۶۷)،زمستان ۹۹، ص ص ۴۰-۲۳
شاپا ۷۲۸۶-۲۲۵۱

ارایه مدل و الگوریتم برای مساله زمان‌بندی ناوگان چندپایانه‌ای توسعه‌یافته با در نظر گرفتن محدودیت‌های توازن تعداد ناوگان

ملیحه نیک سیرت[1*]

۱- استادیار، گروه علوم کامپیوتر، دانشکده مهندسی صنایع و کامپیوتر، دانشگاه صنعتی بیرجند، بیرجند، ایران.

رسید مقاله: ۱۲ آبان ۱۳۹۷
پذیرش مقاله: ۲۹ اسفند ۱۳۹۸

چکیده

هدف مساله زمان‌بندی ناوگان چندپایانه‌ای (MDVSP) انجام سفرهای برنامه‌ریزی شده با استفاده بهینه از منابع موجود می‌باشد. این مساله در مدیریت سیستم حمل‌ونقلی بسیار با اهمیت است. یکی از راهکارهای مفید برای مدیریت بهتر چنین سیستمی در نظر گرفتن محدودیت‌های شرایط واقعی مساله است. یکی از محدودیت‌هایی که در کاربردهای واقعی مساله MDVSP دیده می‌شود، محدودیت متوازن‌سازی پایانه‌ها می‌باشد. به منظور متوازن‌سازی تعداد ناوگان عزیمت شده از هر پایانه و همچنین تعداد رانندگان تخصیص‌یافته به هر پایانه، در این مقاله محدودیت جدیدی پیشنهاد شده است. این نرمال‌سازی از تجمع بیش از حد ناوگان در یک یا چند پایانه و ترافیک ناشی از آن جلوگیری کرده و باعث توازن منابع بین پایانه‌ها می‌شود. با افزودن این محدودیت به مدل مساله، یک مدل گسترش‌یافته برای مساله MDVSP پیشنهاد شده است که در آن محدودیت متوازن‌سازی به صورت یک محدودیت نرم مدل‌سازی شده است. با توجه به این‌که در کاربردهای واقعی این مساله با نمونه‌های بزرگ-مقیاس مواجه هستیم، برای حل مساله با در نظر گرفتن محدودیت جدید، از رویکرد تجزیه به همراه ایده‌های مزایده-محور استفاده شده است. برای ارزیابی مدل و روش حل ارایه شده از نرم افزار CPLEX به منظور مقایسه نتایج استفاده شده است. نتایج محاسباتی نشان می‌دهد که رویکرد پیشنهادی می‌تواند در زمان مطلوب مساله موردنظر را با دقت مناسب حل کرده و همزمان محدودیت مورد نظر را برآورده سازد.

کلمات کلیدی: زمان‌بندی ناوگان چندپایانه‌ای،محدودیت‌های نرم، الگوریتم مزایده، سفرهای زمان‌بندی شده، سیستم حمل ونقل، مساله جریان چندکالایی.

۱ مقدمه و پیشینه تحقیق

مساله زمان‌بندی ناوگان چندپایانه‌ای[2] (MDVSP) یکی از مسایل مهم بهینه‌سازی ترکیبیاتی است که نقش مهمی در مدیریت سیستم‌های حمل ونقل دارد. این مساله همچنین کاربردهای دیگری در زمینه‌هایی مانند برنامه‌ریزی

* عهده‌دار مکاتبات
آدرس الکترونیکی: niksirat@birjandut.ac.ir

[2] Multi-depot vehicle scheduling problem

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-01]

[DOR: 20.1001.1.22517286.2020.17.4.2.4]

خطوط انتقال [۱] و کاهش تأخیرات ترافیکی [۲] دارد. مدل ریاضی این مساله قابل تبدیل به مساله جریان چندمحموله‌ای می‌باشد و بنابراین این مساله یکی از کاربردهای بسیار مهم مساله جریان چندمحموله‌ای نیز است. بررسی تحقیقات روی مساله نشان می‌دهد که در صورت وجود دو یا بیش از دو پایانه، این مساله NP–سخت بوده و هیچ الگوریتم زمان چندجمله‌ای برای آن وجود ندارد [۳]. هدف مساله تخصیص ناوگان حمل ونقل عمومی موجود در پایانه‌ها به سفرهای زمان‌بندی شده است به نحوی که یک مجموعه از سفرهای زمان بندی شده، انجام شود. به این منظور برای هر ناوگان یک برنامه زمان‌بندی ارایه خواهد شد. این برنامه زمان‌بندی به صورت دنباله‌ای از سفرهایی است که باید توسط ناوگان به صورت متوالی انجام شود به طوری‌که هزینه کلی انجام عملیات کمینه شود.

مساله زمان‌بندی ناوگان به طور وسیعی در تحقیقات مورد بررسی قرار گرفته است. به دلیل NP- سخت بودن مساله، الگوریتم‌های دقیق به تنهایی نمی‌تواند برای حل مساله در شرایط واقعی به‌کار روند. ایده‌های مختلف حل این مساله، شامل طیف وسیعی از روش‌ها مانند روش‌های تجزیه ([۴، ۵])، روش‌های بهینه‌سازی عدد صحیح([۶، ۷، ۸])، روش‌های فراابتکاری و جستجوی محلی ([۹، ۱۰، ۱۱]) و الگوریتم‌های فراابتکاری([۱۲، ۱۳، ۱۴، ۱۵]) می‌باشند. همچنین در تحقیقات قبلی مدل‌های ریاضی مختلفی برای مساله زمان‌بندی بیان شده است. انواع مدل‌های این مساله عبارتند از: مدل جریان چندمحموله‌ای [۱۶]، مدل افراز مجموعه‌ای ([۱۷])، مدل جریان تک محموله‌ای با محدودیت‌های حذف دور ([۱۸]) و مدل جریان تک محموله‌ای با متغیرهای تخصیص ([۱۹]). روش‌های تجزیه مانند روش تولید ستون و روش آزادسازی لاگرانژ جواب‌های نسبتاً دقیق در زمان محاسباتی زیاد تولید می‌کنند. از طرف دیگر الگوریتم‌های فراابتکاری مانند روش‌های جستجوی ممنوع در زمان محاسباتی کوتاهی یک جواب مناسب بدون تضمین بهینگی برای مساله تولید می‌کنند که در مسایل بزرگ- مقیاس قابل توجه می‌باشد.

تحقیقات اخیر در زمینه مسایل زمان‌بندی ناوگان چندپایانه‌ای بیشتر بر روی نسخه های مختلف مساله و ارایه راهکارهای جدید برای حل آن متمرکز شده است. برای ذکر چند نمونه، مساله زمان‌بندی ناوگان چندپایانه‌ای با در نظر گرفتن ناوگان الکتریکی، در [۲۰] بررسی شده است. در مقاله [۲۱] یک الگوریتم متاهیوریستیک برای حل مساله زمان‌بندی و برنامه‌ریزی آمیخته وسایل نقلیه و الگوریتم‌های ابتکاری بر مبنای روش‌های تولید ستون در مقالات [۲۲، ۲۳، ۲۴] پیشنهاد شده‌اند.

در این مقاله مساله زمان‌بندی ناوگان با محدودیت توازن تعداد ناوگان در بین پایانه‌ها بررسی شده است. با بررسی ادبیات موجود یک نکته حایز اهمیت است که در زمان‌بندی ارایه شده، بار ترافیکی در یک یا چند پایانه افزایش‌یافته و این باعث توزیع نامناسب منابع در بین پایانه‌ها می‌شود. به این ترتیب، درنظر گرفتن راهکاری که بتواند ناوگان حمل و نقلی را به گونه‌ای مدیریت کند که ضمن ایجاد یک برنامه زمان‌بندی مناسب، توازن قابل قبولی برای جلوگیری از ایجاد این مشکل ارایه کند ضروری است. در این مقاله، محدودیت توازن ناوگان به عنوان یک محدودیت جدید به مساله اضافه شده و مدل مناسب مساله برای در نظر گرفتن محدودیت جدید پیشنهاد شده است.

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-01]

[DOR: 20.1001.1.22517286.2020.17.4.2.4]

روش‌های ابتکاری و فراابتکاری از ابتدای امر برای حل مساله زمان‌بندی ناوگان مورد توجه محققین قرار گرفته است. این الگوریتم‌ها برای تولید یک زمان‌بندی در زمان اجرای کم موفق عمل می‌کنند. گروهی از محققین با توجه به قابلیت این روش‌ها در حل سریع مساله و امکان بهبود جواب‌های به‌دست آمده، بر استفاده از روش‌های ابتکاری تاکید می‌کنند [۱۵]. همچنین این افراد بر انعطاف‌پذیری روش‌های ابتکاری برای درنظر گرفتن محدودیت‌ها و هدف‌هایی که لازم است برای مدیریت سیستم به مدل اضافه شود تاکید می‌ورزند. در مقایسه با سایر الگوریتم‌ها، الگوریتم‌های ابتکاری قابلیت ترکیب با سایر روش‌ها را دارند و امکان بهبود نتایج الگوریتم به وسیله تحلیل‌هایی که از ترکیب آن با سایر الگوریتم‌ها به‌دست می‌آید فراهم است. به‌علاوه در اکثر الگوریتم‌های ابتکاری و فراابتکاری می‌توان از پردازش‌های موازی در تسریع الگوریتم استفاده کرد. اما از آنجایی که الگوریتم‌های ابتکاری بر اساس ویژگی‌های خاص مساله و شبکه مورد بررسی ساخته می‌شوند، پایداری الگوریتم برای حل مسایل مشابه پایین است و نیاز به تغییرات مناسب برای بومی‌سازی روش دارد. به طور کلی، با مقایسه روش‌های مختلف حل مساله در ادبیات موجود، مشخص می‌شود که روش‌های ابتکاری و فراابتکاری و الگوریتم‌های تجزیه بهترین کارایی را از دیدگاه زمان اجرا و کیفیت جواب برای حل این مساله داشته‌اند. بر این اساس، در این مقاله، از یک ایده ترکیبی بر اساس ترکیب الگوریتم ابتکاری مزایده و روش تجزیه برای حل مساله زمان‌بندی ناوگان تحت محدودیت توازن استفاده شده است.

الگوریتم مزایده یکی از الگوریتم‌های مشهور است که در ابتدا برای محاسبات موازی ارایه شد [۲۵]. همچنین این الگوریتم در محاسبات متوالی بسیار سریع عمل می‌کند. الگوریتم مزایده سه شکل اصلی پیشرو[1]، معکوس[2] و ترکیبی دارد. در این مقاله از رویکرد الگوریتم مزایده برای حل مساله MDVSP در حضور محدودیت توازن ناوگان استفاده شده است. با توجه به مزیت‌هایی که الگوریتم مزایده دارد و با توجه به نتایج محاسباتی به‌دست آمده به نظر می‌رسد که رویکرد پیشنهادی، قابلیت حل مساله با شرایط واقعی در نظر گرفته شده را دارد. از جمله مزیت‌های این الگوریتم می‌توان به موارد زیر اشاره کرد:

الگوریتم مزایده توسعه‌یافته، مساله را به دو فاز تجزیه می‌کند. با توجه به این‌که الگوریتم‌های تجزیه با شکست مساله اصلی و ادغام زیرمسایل آنها قابلیت حل مسایل بزرگ- مقیاس را دارند لذا این الگوریتم همان‌طور که نتایج عددی مقاله نشان خواهد داد در زمان کوتاهی قادر به تولید یک جواب تقریبی برای مساله گسترش‌یافته می‌باشد.

الگوریتم مزایده به‌ویژه در محاسبات موازی به خوبی عمل می‌کند و اگر در هر گام چند سفر تخصیص نیافته انتخاب شوند، می‌توانیم الگوریتم را به صورت موازی اجرا کنیم که این خود باعث کاهش زمان اجرای الگوریتم می‌شود. این الگوریتم به راحتی برای مساله زمان‌بندی ناوگان با محدودیت توازن بومی‌سازی می‌شود و می‌تواند به راحتی برای حل این مساله به‌کار رود. در ادامه این مقاله در بخش دوم تعریف مساله زمان‌بندی ناوگان چندپایانه‌ای با محدودیت متوازن‌سازی تعداد ناوگان، در بخش سوم رویکرد الگوریتم مزایده و ایده تجزیه برای

[1] Forward
[2] Reverse

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-01]

[DOR: 20.1001.1.22517286.2020.17.4.2.4]

حل مساله، در بخش چهارم نتایج محاسباتی مقاله و در بخش پنجم جمع‌بندی مقاله به همراه راهکارهای آتی ارایه شده‌اند.

۲ بیان مساله

در ابتدای این بخش تعریف مساله MDVSP آمده است. سپس مدل گسترش‌یافته مساله جهت مدل‌سازی محدودیت‌های متوازن‌سازی پیشنهاد شده است. موارد ذیل در مدل این مساله در نظر گرفته شده‌اند:

- ✓ T مجموعه سفر زمان‌بندی شده است که باید توسط ناوگان حمل ونقلی موجود در K پایانه انجام شود. سفرهای متعلق به T بر اساس زمان شروع سفر مرتب شده‌اند.
- ✓ تعداد ناوگان موجود در پایانه $(k = ۱,...,K)$، v_k می‌باشد.
- ✓ هر سفر $i \in T$ با چهار ویژگی مکان شروع s_i ، مکان پایان e_i، زمان شروع a_i و مدت زمان انتقال از مکان s_i به e_i، δ_i مشخص می‌شود.
- ✓ در یک برنامه زمان‌بندی برای یک ناوگان هر سفر بایستی دقیقاً یک‌بار توسط یک وسیله نقلیه انجام شود.
- ✓ هر زمان‌بندی برای یک وسیله نقلیه بایستی از یک پایانه شروع شود و در نهایت به همان پایانه ختم شود. این زمان‌بندی شامل یک دنباله از سفرها است که برای هر دو سفر متوالی iو j رابطه $a_i + \delta_i + t_{i,j} \le a_j$ برقرار می‌باشد. جفت سفرهای (i, j) که در شرط فوق الذکر صدق می‌کنند سفرهای سازگار[1] نامیده می‌شود. $t_{i,j}$ زمان لازم برای انتقال از انتهای سفر i به ابتدای سفر j است. هر وسیله نقلیه باید دنباله‌ای از سفرها را انجام دهد به نحوی که هر دو سفر متوالی سازگار باشند.
- ✓ هر وسیله نقلیه سفر خود را از یک پایانه شروع می‌کند و در انتهای سفر به همان پایانه برمی‌گردد.
- ✓ تعداد ناوگان عزیمت شده از هر پایانه نباید بیشتر از ظرفیت آن پایانه باشد.
- ✓ هزینه زمان‌بندی برای یک وسیله نقلیه مجموع هزینه انتقال بین سفرهای متوالی و هزینه انتظار برای انجام سفرهای زمان‌بندی شده است. همچنین این هزینه شامل یک هزینه ثابت می‌باشد که همان هزینه راه‌اندازی یک وسیله نقلیه از پایانه می‌باشد. هدف مساله کمینه‌سازی مجموع هزینه زمان‌بندی و هزینه ناوگان است (استفاده از هر وسیله نقلیه یک هزینه ثابت به تابع هدف اضافه می‌کند).
- ✓ شبکه اتصال جهت دار بدون دور $G = (V, A)$ به صورت زیر تعریف می‌شود. $V = \{(o(k), d(k)) \mid k = ۱,...,K\} \cup T$ که در آن $o(k)$ و $d(k)$ به ترتیب نشان‌دهنده شروع سفر و انتهای سفر وسیله نقلیه مربوط به پایانه k است. برای هر سفر یک گره در نظر گرفته شده است. مجموعه A شامل کمان‌های انتقال از پایانه به سفرها، کمان‌های انتقال از سفرها به پایانه و کمان‌های اتصال سفرهای سازگار می‌باشد. به عبارت دقیق‌تر

$$A = \{(o(k), i) \mid i \in T, k = ۱,...,K\} \cup \{(i, d(k)) \mid i \in T, k = ۱,...,K\}$$

[1] compatible trips

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-01]

[DOR: 20.1001.1.22517286.2020.17.4.2.4]

$\cup\{(i,j) \mid i,j \in T,\ j,i$ سفرهای سازگار هستند$\}$

- ✓ هزینه کمان $(i,j) \in A$ با $c_{i,j}$ نشان داده می‌شود و هزینه کمان‌های $(o(k),i)$ شامل هزینه ثابت وسیله نقلیه می‌باشد.

تعدادی از محققین مساله MDVSP را به صورت یک مساله جریان چندکالایی عدد صحیح مدل‌سازی کرده‌اند ([۱۵، ۱۹]). در این مدل هر پایانه به عنوان یک محموله در نظر گرفته شده است. مدل ریاضی یک مساله MDVSP بر اساس یک شبکه اتصال[1] بیان می‌شود که سفرها و پایانه‌ها توسط گره‌های شبکه نمایش داده می‌شوند و اتصالات ممکن بین سفرها توسط کمان‌های شبکه مدل‌سازی می‌شود. در این صورت مسیر یک وسیله نقلیه توسط یک واحد جریان که از پایانه شروع می‌شود و به همان پایانه برمی‌گردد نشان داده می‌شود. بر این اساس متغیرهای تصمیم مساله به شکل زیر تعریف می‌شود:

- ✓ برای $(i,j) \in A$ فرض کنید $Y_{i,j}^k$ میزان جریان محموله k روی کمان (i,j) باشد.

در این صورت مساله MDVSP به صورت مساله زیر فرمول‌بندی می‌شود که در آن تابع هدف مجموع هزینه پیمایش تمام سفرها را کمینه می‌کند [۱۶].

$$\min \quad Z = \sum_{k=1}^{K} \sum_{(i,j)\in A} c_{i,j} Y_{i,j}^k \tag{۱}$$

s.t.

$$\sum_{\{j:(j,i)\in A\}} Y_{j,i}^k - \sum_{\{j:(i,j)\in A\}} Y_{i,j}^k = 0 \quad \forall i \in T \tag{۲}$$

$$\sum_{k\in K} \sum_{\{j:(i,j)\in A\}} Y_{i,j}^k = 1 \quad \forall i \in T \tag{۳}$$

$$\sum_{\{j:(o(k),j)\in A\}} Y_{o(k),j}^k \le v_k \quad \forall k = 1,\ldots,K \tag{۴}$$

$$Y_{i,j}^k \in \{0,1\} \qquad \forall (i,j) \in A, k = 1,\ldots,K \tag{۵}$$

در مساله بالا محدودیت (۲) قید توازن جریان در گره‌های شبکه است. محدودیت (۳) محدودیت پوشش‌دهی سفرها نامیده می‌شود و تضمین می‌کند که هر سفر دقیقاً یکبار پیمایش شود. محدودیت (۴) محدودیت ظرفیت پایانه است که در آن v_k ظرفیت ناوگان پایانه k است. همچنین قید (۵) محدودیت صفر و یک بودن متغیرهاست.

مساله زمان‌بندی ناوگان چندپایانه‌ای با محدودیت متوازن‌سازی ناوگان به صورت مساله (۶)- (۱۱) تعریف می‌شود. تفسیر تابع هدف و محدودیت‌های مساله (۶)- (۱۱) مشابه مساله (۱)- (۵) است؛ به جز این‌که محدودیت (۱۰)، قید توازن ناوگان را نشان می‌دهد که با توجه به کاربردهای عملی به صورت یک محدودیت نرم مدل‌سازی شده است. محدودیت متوازن‌سازی، ناوگان حمل‌ونقلی را به نسبت ظرفیت پایانه‌ها تقریباً به صورت

[1] Connection network

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-01]

[DOR: 20.1001.1.22517286.2020.17.4.2.4]

یکنواخت بین پایانه‌ها توزیع می‌کند. در نظر گرفتن این محدودیت، با توجه به ضرورت توازن بار ترافیکی پایانه‌ها و توازن رانندگان و امکانات تعمیر و نگهداری در بین پایانه‌ها ضروری به نظر می‌رسد.

$$\min Z = \sum_{k=1}^{K} \sum_{(i,j)\in A} c_{i,j} Y_{i,j}^{k}, \tag{۶}$$

s.t.

$$\sum_{\{j:(j,i)\in A\}} Y_{j,i}^{k} - \sum_{\{j:(i,j)\in A\}} Y_{i,j}^{k} = 0 \qquad \forall i \in T \tag{۷}$$

$$\sum_{k=1}^{K} \sum_{(i,j)\in A} Y_{i,j}^{k} = 1, \qquad \forall i \in T, \tag{۸}$$

$$\sum_{\{j:(o(k),j)\in A\}} Y_{o(k),j}^{k} \le v_k \qquad \forall k = 1,\ldots,K \tag{۹}$$

$$\left| \frac{\sum_{\{j|(o(k),j)\in A\}} Y_{o(k),j}^{k}}{v_k} - \frac{\sum_{\{j|(o(k'),j)\in A\}} Y_{o(k'),j}^{k'}}{v_{k'}} \right| \le \eta, \quad \forall k,k' \in \{1,\ldots,K\}, k \ne k' \tag{۱۰}$$

$$Y_{i,j}^{k} \in \{0,1\}, \qquad \forall (i,j) \in A, \forall k \in \{1,\ldots,K\} \tag{۱۱}$$

پارامتر η میزان انحراف از حالت توازن را برای هر جفت از پایانه‌های k و k' مشخص می‌کند. تعداد متغیرها در مدل گسترش‌یافته به اندازه تعداد متغیرها در مدل پایه است، در حالی‌که تعداد محدودیت‌ها به اندازه K^2 واحد افزایش می‌یابد. در ادامه از راهکارهای مزایده- محور برای حل مساله گسترش یافته استفاده کرده‌ایم. با توجه به مزیت‌هایی که الگوریتم مزایده دارد به نظر می‌رسد که این الگوریتم می‌تواند راهکار مناسبی برای حل مساله گسترش‌یافته باشد.

۳ روش حل

در این بخش ابتدا الگوریتم مزایده برای حالتی که تنها یک پایانه وجود دارد (SDVSP[1]) بیان شده است. سپس این الگوریتم برای حالت چندپایانه‌ای توسعه داده شده است. شبکه اتصال $G=(V,A)$ که شامل یک پایانه است را در نظر بگیرید. یک مسیر از o به d در این شبکه نشان‌دهنده یک زمان‌بندی شدنی برای یک ناوگان است. از آنجایی که در مساله SDVSP تنها یک پایانه داریم، اندیس k از نمادهایی که مربوط به پایانه است مانند $o(k)$ و $d(k)$ حذف شده است. یک زمان‌بندی شدنی برای این شبکه، مجموعه مسیرهای شدنی از o به d است به‌طوری‌که همه سفرها را یک بار و تنها یک‌بار پوشش دهد. در الگوریتم مزایده فرض می‌شود همه هزینه‌ها عدد صحیح است. همچنین با تبدیل $a_{i,j} = -c_{i,j}$، مساله SDVSP به یک مساله بیشینه‌سازی تبدیل می‌شود.

الگوریتم، از راهکار مزایده برای تخصیص سفرها استفاده می‌کند. برای بیان مفهوم تخصیص سفرها در شبکه G، فرض کنید سفر j بلافاصله بعد از سفر i انجام شده است. در این صورت گفته می‌شود که سفر i به صورت پیشرو به سفر j و سفر j به صورت معکوس به سفر i تخصیص داده شده است. یک تخصیص در

[1] Single depot vehicle scheduling problem

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-01]

[DOR: 20.1001.1.22517286.2020.17.4.2.4]

شبکه شدنی است اگر هر سفر به صورت پیشرو به سفر دیگر یا d و به صورت معکوس به سفر دیگر یا o اختصاص یابد. فرض کنید π_i سود تخصیص پیشرو سفر i و p_j هزینه تخصیص معکوس سفر j باشد. همچنین فرض کنید S_o مجموعه سفرهایی است که به صورت معکوس به o و S_d مجموعه سفرهایی است که به صورت پیشرو به d تخصیص‌یافته، باشند. S_T مجموعه تخصیص‌های سفر به سفر است. مفهوم شرایط ε - مکمل زاید به صورت زیر تعریف شده است [۲۵]:

تعریف: تخصیص شدنی $S=(S_o,S_d,S_T)$ و زوج سود- هزینه[1] (π,p) در شرایط ε - مکمل زاید با $\varepsilon>0$ صدق می‌کند اگر شرایط زیر برقرار باشد:

$$\begin{cases} \pi_i + p_j \geq a_{i,j} - \varepsilon & \forall (i,j) \in A \\ \pi_i + p_j = a_{i,j} & \forall (i,j) \in S_T \\ \pi_i \geq a_{i,d} & \forall i \in T \\ \pi_i = a_{i,d} & \forall i \in S_d \\ p_j \geq a_{o,j} & \forall j \in T \\ p_j = a_{o,j} & \forall j \in S_o \end{cases} \qquad (۱۲)$$

می‌توان ثابت کرد که اگر تخصیص S همراه با زوج سود- هزینه (π,p) در شرایط ε - مکمل زاید صدق کند، زمان‌بندی ایجاد شده $\varepsilon|T|$- بهینه است [۲۵]. بنابراین برای تضمین بهینگی کافیست $\varepsilon < \frac{1}{|T|}$ انتخاب شود. مقدار پیشنهاد سفر i برای سفر j که یکی از تخصیص‌های پیشروی ممکن است به صورت $f_{i,j}=a_{i,j}-p_j$ تعریف می‌شود. همچنین مقدار این پیشنهاد برای گره d برابر $f_{i,d}=a_{i,d}+\varepsilon$ است. در هر تکرار الگوریتم مزایده به صورت پیشرو، مقادیر $f_{i,j}$ محاسبه شده و بر اساس آن تخصیصی که بیشترین سود را داشته باشد به تخصیص‌های انتخاب شده قبلی اضافه می‌شود. در شکل ۱ فلوچارت الگوریتم مزایده به صورت پیشرو نشان داده شده است.

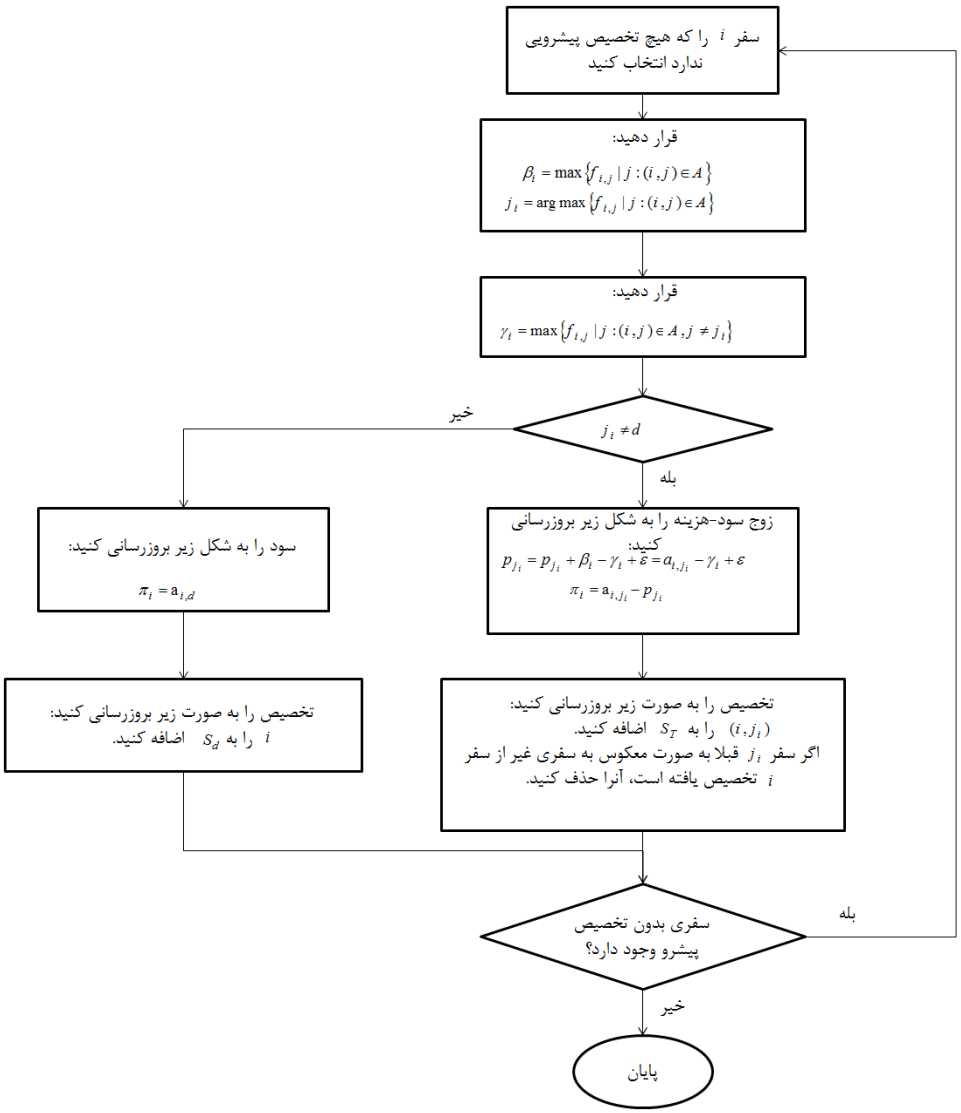
الگوریتم مزایده به صورت معکوس مشابه روش پیشرو است با این تفاوت که به جای تخصیص‌های پیشرو تخصیص‌های معکوس در نظر گرفته می‌شود. همچنین در روش ترکیبی، تخصیص‌های پیشرو در تکرارهای پیشرو و تخصیص‌های معکوس در تکرارهای معکوس صورت می‌گیرد. الگوریتم در ابتدا با یک تخصیص تهی و مقادیر دلخواه سود- هزینه شروع شده و به صورت تکراری روند پیشرو و معکوس را تکرار می‌کند تا زمانی‌که تخصیص همه سفرها به صورت پیشرو و معکوس انجام شود. در هر تکرار الگوریتم مزایده پیشرو یا معکوس یک سفر که هنوز تخصیص نیافته است برای سفرهای دیگر یا پایانه مقداری را پیشنهاد می‌کند و این پیشنهاد به مزایده گذاشته می‌شود. در مساله SDVSP الگوریتم ترکیبی بهترین انتخاب است زیرا لازم است مقادیر پیشنهادی برای تخصیص‌های پیشرو از سفرها به d و به صورت معکوس از سفرها به o محاسبه شود. برتسکاس [۲۵]نشان داد، در صورتی که پارامترهای مساله عدد صحیح باشند پیچیدگی بدترین حالت الگوریتم مزایده برابر $O(|V||A|\log(|V|C))$ است؛ که در آن $C=\max\{c_{i,j}\,|\,(i,j)\in A\}$.

[1] Profit-price pair

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-01]

[DOR: 20.1001.1.22517286.2020.17.4.2.4]

تاکنون از الگوریتم مزایده برای حل مساله زمان‌بندی ناوگان در حالتی که تنها یک پایانه وجود دارد، استفاده شده است. در این مقاله الگوریتم فوق برای مساله زمان‌بندی ناوگان چندپایانه‌ای توسعه داده شده است.



شکل ۱. فلوچارت الگوریتم پیشروی مزایده

الگوریتم ابتکاری مزایده توسعه‌یافته

برای حل مساله (۶)- (۱۱) از الگوریتم ابتکاری مزایده توسعه‌یافته استفاده شده است. برای این منظور مساله (۶)- (۱۱) به دو زیرمساله تجزیه شده است. در زیرمساله اول، هدف زمان‌بندی سفرها با کمینه‌سازی هزینه انتقال بین سفرها بدون در نظر گرفتن محدودیت تخصیص سفر هر ناوگان به یک پایانه است که به صورت مساله (۱۳)- (۱۶) مدل‌سازی می‌شود. مقدار $Y_{i,j}$ در صورتی‌که سفر j بلافاصله بعد از سفر i انجام شود یک و در غیر این صورت صفر است. در این مساله ، کمان‌ها از مجموعه $\{(o(k),i),(i,d(k)) \in A \mid i \in T, k = 1,...,K\}$ و $c_{o(k),i} = c_{i,d(k)} = M$ که M یک عدد صحیح بزرگ است.

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-01]

[DOR: 20.1001.1.22517286.2020.17.4.2.4]

$$\min \quad \sum_{(i,j)\in A} c_{i,j} Y_{i,j} \tag{۱۳}$$

s.t.

$$\sum_{\{j:(i,j)\in A\}} Y_{i,j} = ۱ \qquad \forall i \in T \tag{۱۴}$$

$$\sum_{\{j:(i,j)\in A\}} Y_{i,j} = ۱ \qquad \forall j \in T \tag{۱۵}$$

$$X_{i,j} \in \{۰,۱\} \qquad \forall (i,j) \in A \tag{۱۶}$$

ازمحدودیت‌های این مساله این است که سفرها را در مسیرهای مجزا افراز می‌کنند. اگر تمامی پایانه‌ها در مساله (۱۳)-(۱۶) را با یک پایانه جایگزین کنیم، مساله (۱۲)- (۱۵) یک مساله SDVSP است. الگوریتم مزایده در زمان چندجمله‌ای جواب بهینه مساله (۱۳)- (۱۶) را تولید می‌کند. با این وجود ممکن است دنباله‌ای از سفرها به دو پایانه تخصیص یابد. فرض کنید Ω مجموعه همه مسیرهایی است که توسط الگوریتم مزایده با حل مساله (۱۳)- (۱۶) به‌دست آمده است. از تمامی مسیرهای متعلق به مجموعه Ω گره ابتدایی $o(k)$ و گره انتهایی $d(k')$ را حذف کنید. در زیرمساله دوم (مساله (۱۷)- (۲۳))، هدف تخصیص مسیرهای متعلق به مجموعه Ω به پایانه‌ها با کمترین هزینه ممکن است.

زیرمساله دوم به شکل زیر تعریف می‌شود:

$$\min \quad \sum_{k=۱}^{K} \sum_{p\in\Omega} c_p^k x_p^k \tag{۱۷}$$

s.t.

$$\sum_{p\in\Omega} x_p^k \le g_{\max} v_k \qquad \forall k = ۱,\ldots,K \tag{۱۸}$$

$$\sum_{p\in\Omega} x_p^k \ge g_{\min} v_k \qquad \forall k = ۱,\ldots,K \tag{۱۹}$$

$$g_{\max} - g_{\min} \le \eta, \tag{۲۰}$$

$$\sum_{k=۱}^{K} x_p^k = ۱ \qquad \forall p \in \Omega \tag{۲۱}$$

$$x_p^k \in \{۰,۱\} \qquad \forall p \in \Omega, k = ۱,\ldots,K \tag{۲۲}$$

$$۰ \le g_{\max}, g_{\min} \le ۱ \tag{۲۳}$$

در این مساله، $x_p^k = ۱$ اگر و تنها اگر مسیر p به پایانه k تخصیص یابد. c_p^k هزینه تخصیص مسیر p به پایانه k است که برابر مجموع هزینه ثابت وسیله نقلیه پایانه k، هزینه انتقال از پایانه k به ایستگاه ابتدایی مسیر p

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-01]

[DOR: 20.1001.1.22517286.2020.17.4.2.4]

و هزینه انتقال از ایستگاه انتهایی مسیر p به پایانه k است. توجه شود که محدودیت‌های (۱۸)، (۱۹) و (۲۰) از این مساله معادل محدویت توازن ناوگان در مساله (۶)- (۱۱) است. $g_{\max}$ و $g_{\min}$ به ترتیب بیشترین و کمترین میزان انحراف از حالت توازن ناوگان است. برای حل مساله (۱۷)- (۲۳) به صورت زیر عمل می کنیم:

گام ۱: مقدار پارامتر ρ را از ورودی گرفته و $g_{\max}$ را با یک مقداردهی اولیه کنید.

گام ۲: بر اساس مقدار در نظر گرفته شده برای $g_{\max}$ مساله زیر را حل کرده و مقدار $g_{\min}$ را حساب کنید.

$$\min \quad \sum_{k=1}^{K} \sum_{p \in \Omega} c_p^k x_p^k \tag{۲۴}$$

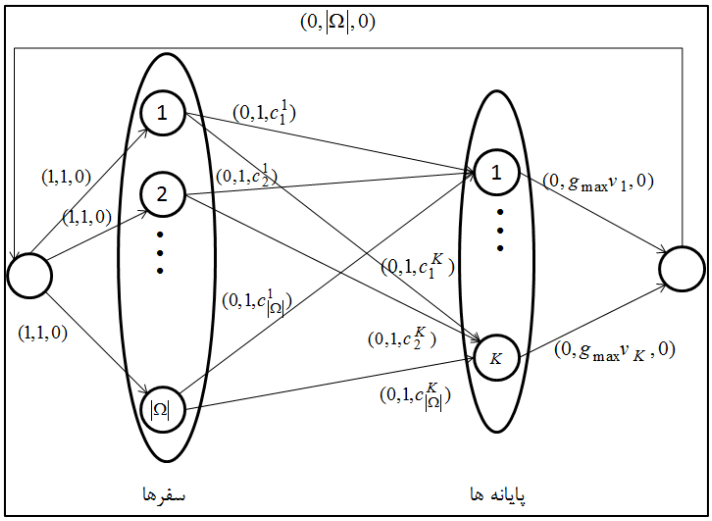
s.t.

$$\sum_{p \in \Omega} x_p^k \le g_{\max} v_k \qquad \forall k = ۱,...,K \tag{۲۵}$$

$$\sum_{k=۱}^{K} x_p^k = ۱ \qquad \forall p \in \Omega \tag{۲۶}$$

$$x_p^k \in \{۰,۱\} \qquad \forall p \in \Omega, k = ۱,...,K \tag{۲۷}$$

حل مساله جریان با کمترین هزینه در [۲۵] آمده است. همچنین روش تبدیل در شکل ۲ نشان داده شده است. درشکل ۲، سه تایی مرتب $(.,.,.)$ روی هر یال نشان‌دهنده (کران پایین جریان، کران بالای جریان، هزینه انتقال) می‌باشد. همچنین برای هر گره i، $b(i) = ۰$.



شکل ۲. روش تبدیل مساله (۲۴)- (۲۷) به یک مساله جریان با کم‌ترین هزینه

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-01]

[DOR: 20.1001.1.22517286.2020.17.4.2.4]

قضیه ۱: الگوریتم ابتکاری توسعه‌یافته مزایده مساله زمان‌بندی ناوگان گسترش‌یافته تحت محدودیت توازن ناوگان را در زمان متناهی حل می‌کند.

اثبات: الگوریتم پیشنهادی توسعه‌یافته، مساله (۶)- (۱۱) را به دو زیرمساله زمان‌بندی و تخصیص تجزیه می‌کند. با فرض $C_1 = \max\{c_{i,j} \mid (i,j) \in A\}$ مساله فاز اول با توجه به پیچیدگی زمانی الگوریتم مزایده در زمان شبه‌چندجمله‌ای $O\left(|T+2||A|\log\left(|T+2|C_1\right)\right)$ قابل حل است [۲۵]. همچنین الگوریتم ابتکاری توسعه‌یافته جواب مساله فاز دوم را پس از حداکثر $\log(\frac{g_{\max}-g_{\min}}{\rho})$ تکرار تولید می‌کند. ■

به عنوان حالت خاص، اگر در مساله (۶)- (۱۱) قرار دهیم $\eta = 0$، الگوریتم ساده‌تر زیر را بر پایه الگوریتم مزایده پیشنهاد می‌دهیم. در این حالت نیز مساله (۶)- (۱۱) را به دو زیر مساله تجزیه می‌کنیم که زیرمساله اول و حل آن مشابه زیر مساله اول در حالت کلی است. زیرمساله دوم به شکل زیر بیان می‌شود.

$$\min \quad \sum_{k=1}^{K}\sum_{p\in\Omega} c_p^k x_p^k \tag{۲۸}$$

s.t.

$$\sum_{p\in\Omega} x_p^k \le v_k \qquad \forall k = 1,\dots,K \tag{۲۹}$$

$$\frac{\sum_{p\in\Omega} x_p^k}{v_k} - \frac{\sum_{p\in\Omega} x_p^{k'}}{v_{k'}} = 0 \qquad \forall k,k' = 1,\dots,K \tag{۳۰}$$

$$\sum_{k=1}^{K} x_p^k = 1 \qquad \forall p \in \Omega \tag{۳۱}$$

$$x_p^k \in \{0,1\} \qquad \forall p \in \Omega, k = 1,\dots,K \tag{۳۲}$$

برای حل زیرمساله (۲۸)- (۳۲) ابتدا قضیه زیر را اثبات می‌کنیم.

قضیه ۲: مساله تخصیص (۲۶)- (۳۰) معادل مساله حمل‌ونقل زیر است.

$$\min \quad \sum_{k=1}^{K}\sum_{p\in\Omega} c_p^k x_p^k \tag{۳۳}$$

s.t.

$$\sum_{p\in\Omega} x_p^k = \beta^k \qquad \forall k = 1,\dots,K \tag{۳۴}$$

$$\sum_{k=1}^{K} x_p^k = 1 \qquad \forall p \in \Omega \tag{۳۵}$$

$$x_p^k \in \{0,1\} \qquad \forall p \in \Omega, k = 1,\dots,K \tag{۳۶}$$

که در آن $\beta^k = v_k \,|\Omega| \Big/ \sum_{k'=1}^{K} v_{k'}$.

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-01]

[DOR: 20.1001.1.22517286.2020.17.4.2.4]

اثبات: محدودیت توازن ناوگان (۳۰) معادل سیستم معادلات خطی زیر است:

$$\sum_{k=1}^{K}\sum_{p\in\Omega} x_p^k = |\Omega| \qquad (۳۷)$$

$$\frac{\sum_{p\in\Omega} x_p^1}{v_1} = \frac{\sum_{p\in\Omega} x_p^2}{v_2} = ... = \frac{\sum_{p\in\Omega} x_p^K}{v_K} \qquad (۳۸)$$

با فرض اینکه $\frac{\sum_{p\in\Omega} x_p^1}{v_1} = \frac{\sum_{p\in\Omega} x_p^2}{v_2} = ... = \frac{\sum_{p\in\Omega} x_p^K}{v_K} = t$؛ در این صورت

$$\sum_{k=1}^{K}\sum_{p\in\Omega} x_p^k = \sum_{k=1}^{K} t v_k \quad \Rightarrow \quad t = \frac{|\Omega|}{\sum_{k=1}^{K} v_k} \quad \Rightarrow \quad \sum_{p\in\Omega} y_p^k = v_k |\Omega| \Big/ \sum_{k'=1}^{K} v_{k'}$$

از طرف دیگر از آنجایی که $|\Omega| \le \sum_{k=1}^{K} v_k$ داریم $\beta^k = v_k |\Omega| \Big/ \sum_{k'=1}^{K} v_{k'} \le v_k$. بنابراین محدودیت (۲۹) با توجه به محدودیت (۳۴) یک محدودیت زاید است. اگر مقدار β^k صحیح نباشد، می‌توانیم به صورت تقریبی کران پایین β^k را در نظر بگیریم. ■

مساله (۳۳)- (۳۶) می‌تواند به صورت کارا توسط الگوریتم مزایده حل شود. برای حل مسایل حمل ونقل توسط الگوریتم مزایده به [۲۵] رجوع شود.

قضیه ۳: فرض کنید $C_1 = \max\{c_{i,j} \mid (i,j) \in A\}$ و $C_2 = \max\{c_p^k \mid k = 1,...,K, p \in \Omega\}$. پیچیدگی زمانی الگوریتم توسعه یافته در حالت خاص $\rho = 0$ برابر $O\left(|T+2||A|\log\left(|T+2|C_1\right) + \left(|\Omega|+K\right)|\Omega\times\{1,...,K\}|\log\left(\left(|\Omega|+K\right)C_2\right)\right)$ است. بنابراین این الگوریتم دارای پیچیدگی زمانی شبه چندجمله‌ای است.

اثبات: الگوریتم پیشنهادی، مساله (۶)- (۱۱) را به دو زیرمساله زمان‌بندی و تخصیص تجزیه می‌کند. همچنین هر دو زیرمساله توسط الگوریتم مزایده حل شده است. با توجه به پیچیدگی زمانی الگوریتم مزایده، پیچیدگی زیرمساله اول برابر $O\left(|T+2||A|\log\left(|T+2|C_1\right)\right)$ و پیچیدگی زمانی زیرمساله دوم برابر $O\left(\left(|\Omega|+K\right)|\Omega\times\{1,...,K\}|\log\left(\left(|\Omega|+K\right)C_2\right)\right)$ است[۲۵]. بنابراین قضیه ثابت می‌شود.

٤ نتایج محاسباتی

در این بخش از دو دسته از مسایل استاندارد برای ارزیابی مدل و الگوریتم پیشنهادی و مقایسه نتایج با الگوریتم‌های دقیق و سایر الگوریتم‌های موجود در ادبیات مساله استفاده شده است. دسته اول مسایل استاندارد شامل ۱۲۰ مثال است که ازسایت http://www.di.unipi.it/di/groups/optimize/Data/MMCF.html قابل دانلود است. جدول ۲ مشخصات مثال‌های این دسته را نمایش می‌دهد. دسته دوم دربرگیرنده مجموعه‌ای از مسایل استاندارد که شامل شبکه‌های اتصال با $K \in \{4,8\}$ و $|T| = \{500,1000,1500\}$ هستند، می‌باشد. این شبکه‌ها برای مقایسه الگوریتم‌های متفاوت ارایه شده برای مساله MDVSP استفاده شده‌اند ([۵، ۹]) و داده‌های مربوطه در سایت http://www.few.eur.nl/few/people/huisman/instances.htm. موجود است.

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-01]

[DOR: 20.1001.1.22517286.2020.17.4.2.4]

برای مقایسه روش پیشنهادی با الگوریتم‌های دقیق، دسته اول مسایل استاندارد در نظر گرفته شده و برای محاسبه جواب دقیق از بهینه‌یاب CPLEX استفاده شده است. در جدول ۱، تعداد سفرها، تعداد پایانه‌ها، تعداد خطوط و مقدار جواب تقریبی از الگوریتم پیشنهادی مزایده به‌دست آمده است و همچنین مقدار جواب بهینه در مثال‌هایی که الگوریتم‌های دقیق قادر به حل مساله بوده‌اند، گزارش شده است. در جدول ۲ نتایج مشابه برای مسایل استاندارد از نوع B آمده است.

همان‌طور که در جدول ۱ و جدول ۲ مشخص است، بهینه‌یاب CPLEX در مسایلی که اندازه مساله بزرگ شده، یعنی زمانی که مساله شامل بیش از ۲۰۰ سفر بوده به دلیل زمان اجرای زیاد قادر به حل مساله نبوده است. در حالی‌که روش پیشنهادی مقاله در زمان بسیار کمتر در مقایسه با بهینه‌یاب CPLEX جواب تقریبی را تولید می‌کند. با توجه به این‌که مساله مدنظر مقاله به ویژه در کاربردهای واقعی بزرگ- مقیاس می‌باشد، از الگوریتم‌های دقیق نمی‌توان برای حل آن استفاده کرد و باید از روش‌های ابتکاری که قادر به تولید جواب تقریبی مساله در زمان مناسب است استفاده کرد. همچنین برای مثال‌هایی که این بهینه‌یاب قادر به تولید جواب بوده، نتایج گزارش‌شده نشان می‌دهد که شکاف بهینگی قابل توجه نیست. بنابراین الگوریتم مزایده توسعه‌یافته قادر به تولید یک جواب تقریبی مناسب در زمان اجرای کم برای مساله زمان بندی ناوگان چندپایانه‌ای در حضور محدودیت‌های توازن می‌باشد.

جدول ۱. مقایسه جواب تقریبی الگوریتم مزایده توسعه‌یافته با جواب دقیق برای مسایل استاندارد نوع A

شماره مساله	مشخصات مساله			الگوریتم پیشنهادشده		جواب دقیق		شکاف بهینگی
	تعداد سفرها	تعداد پایانه ها	تعداد خطوط	هزینه جواب	زمان اجرا	هزینه جواب	زمان اجرا	
۱	۸۰	۲	۴	۴۹۸/۲	۱/۵۱	۴۹۸/۲	۷۸	۰/۰۰
۲	۸۰	۴	۴	۶۲۳/۳۴	۲/۹	۶۱۹	۱۸۴	۰/۷۰
۳	۱۰۰	۲	۵	۴۱۰/۹۵	۲/۰۲	۴۰۹/۸	۵۵۶	۰/۲۸
۴	۱۰۰	۴	۵	۳۹۵	۲/۵	۳۹۳/۹	۱۲۵۴	۰/۲۸
۵	۱۶۰	۲	۴	۷۵۰	۴/۵۳	۷۳۰/۳	۳۵۶۴۲	۲/۷۰
۶	۱۶۰	۴	۴	۷۲۵/۵۶	۷/۶۶	–	–	–
۷	۲۰۰	۲	۵	۶۳۴/۴۵	۵/۳۷	۶۲۲/۳	۳۴۲۱۲۳	۱/۹۵
۸	۲۰۰	۴	۵	۱۳۵۶	۶/۳۶	–	–	–
۹	۳۲۰	۲	۴	۱۳۵۳/۴	۱۵/۸۲	–	–	–
۱۰	۳۲۰	۴	۴	۱۲۸۶	۲۷/۸۶	–	–	–
۱۱	۴۰۰	۲	۵	۱۱۴۱۵/۲	۲۳/۷	–	–	–
۱۲	۴۰۰	۴	۵	۱۱۶۵۴/۵	۳۴/۹۸	–	–	–

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-01]

[DOR: 20.1001.1.22517286.2020.17.4.2.4]

جدول ۲. مقایسه جواب تقریبی الگوریتم مزایده توسعه‌یافته با جواب دقیق برای مسایل استاندارد نوع B

شماره مساله	الگوریتم پیشنهاد شده		جواب دقیق		شکاف بهینگی
	هزینه جواب	زمان اجرا	هزینه جواب	زمان اجرا	
۱	۵۴۵/۷	۱/۷۷	۵۴۵/۷	۶۷	۰/۰۰
۲	۵۹۲/۴	۳/۱۱	۵۸۹/۸	۱۹۳	۰/۴۴
۳	۴۹۳	۱/۸	۴۹۵/۵	۴۶۰	۰/۵۰
۴	۴۷۱	۳/۵	۴۷۲	۱۱۲۱	۰/۲۱
۵	۷۴۵/۶	۵/۴۸	۷۵۱/۴	۳۴۲۱۳۲	۰/۷۷
۶	۶۰۲/۴	۸/۰۴	–	–	–
۷	۷۸۴	۶/۰۲	۸۲۵/۹	۳۷۶۵۸۱	۵/۸۲
۸	۱۲۲۴/۴	۷/۵	–	–	–
۹	۱۴۳۲/۵	۱۸/۲۸	–	–	–
۱۰	۱۰۶۹	۳۰/۴۵	–	–	–
۱۱	۱۱۳۷۵/۹	۱۹/۶۸	–	–	–
۱۲	۱۱۵۴۷/۱	۳۲/۸۸	–	–	–

به منظور بررسی کارایی الگوریتم‌های ابتکاری توسعه‌یافته و حالت خاص آن برای $\rho = ۰$ دو الگوریتم مزایده توسعه‌یافته و حالت خاص آن برای $\rho = ۰$ برای حل این مسایل استاندارد به‌کار رفته است. در جدول ۱ برای هر الگوریتم میزان هزینه، میزان انحراف از حالت توازن ناوگان و زمان لازم برای حل هر مساله استاندارد گزارش شده است. توجه کنید که هر دسته از مسایل استاندارد با تعداد K پایانه و مجموعه T سفر شامل ۵ مساله استاندارد است که در جدول ۱ مقدار میانگین هر ویژگی نشان داده شده است. همچنین در جدول ۱، میزان انحراف از حالت توازن ناوگان را به صورت زیر تعریف کرده‌ایم:

$$\text{var} = \sum_{k=۱}^{K} \left(\frac{g_k - \bar{g}}{\bar{g}} \right)^۲$$

که در آن g_k، نسبت بلوک‌های وسایل نقلیه تخصیص یافته به پایانه k به‌کل وسایل نقلیه موجود در پایانه k و $\bar{g}$ میانگین g_k روی k است. همچنین در این آزمایش مقدار $\eta = ۰/۳$ در نظر گرفته شده است.

در جدول ۱، بهترین جواب با توجه به نتایج گزارش شده در [۱۰] استخراج شده است و برابر بهترین جواب به‌دست آمده برای هر دسته از مسایل بدون درنظر گرفتن محدودیت توازن ناوگان است. همچنین زمان اجرایی که در ستون آخر جدول ۱، گزارش شده است، زمان اجرای الگوریتم LNS[1] برای حل مسایل استاندارد بدون در نظر گرفتن محدودیت توازن ناوگان است که برای مقایسه زمان اجرای الگوریتم‌های پیشنهادی با روش‌های موجود به‌کار رفته است. جدول ۱ نشان می‌دهد که در حالت $\rho = ۰$ میزان هزینه جواب افزایش می‌یابد. این نتیجه با توجه به این‌که در الگوریتم مزایده توسعه‌یافته، اولویت بر هزینه گذاشته شده است و محدودیت توازن ناوگان به صورت یک قید نرم مدل‌سازی شده است، واضح است. همچنین نتایج جدول ۱ نشان می‌دهد که الگوریتم

[1] Large neighborhood search

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-01]

[DOR: 20.1001.1.22517286.2020.17.4.2.4]

پیشنهادی در زمان مناسبی قادر به حل مساله زمان‌بندی ناوگان چندپایانه‌ای تحت شرایط توازن ناوگان می‌باشند.

جدول ۳. نتایج محاسباتی الگوریتم ابتکاری مزایده

مسئله	الگوریتم مزایده توسعه یافته			الگوریتم مزایده توسعه یافته در حالت خاص $\rho = 0$			بهترین جواب	
	هزینه	var	زمان اجرا(s)	هزینه	var	زمان اجرا(s)	هزینه	زمان اجرا(s)
m4n500	۱۲۹۳۶۴۳,۰۲	۰,۰۷۹۱	۲۵	۱۲۹۶۲۱۱,۹	۰,۰۰۰۰	۴۵	۱۲۷۸۰۵۰,۸	۸۵
m4n1000	۲۵۱۹۱۱۵,۳۱	۰,۰۵۱۹	۱۹۱	۲۵۲۱۷۹۲,۱	۰,۰۰۰۰	۲۹۵	۲۴۷۸۵۱۷,۲	۷۰۰
m4n1500	۳۶۵۷۵۱۸,۳۰	۰,۱۴۹۷	۵۷۰	۳۶۷۱۶۰۵,۱	۰,۰۰۰۰	۷۷۸	۳۶۰۲۷۵۶,۴	۲۳۰۰
m8n500	۱۳۰۹۵۱۱,۵۳	۰,۲۷۶۳	۷۴	۱۳۱۴۳۴۵	۰,۰۰۰۱	۸۴	۱۲۸۵۴۸۵,۸	۱۲۵
m8n1000	۲۵۶۷۴۸۲,۲۱	۰,۲۳۶۰	۱۴۸	۲۵۷۷۵۹۰,۶	۰,۰۰۰۰	۲۵۱	۲۴۹۵۸۹۹,۸	۹۰۰
m8n1500	۳۷۱۶۱۵۷,۵۵	۰,۳۲۱۵	۴۶۹	۳۷۳۰۸۴۱,۸	۰,۰۰۰۰	۵۷۳	۳۶۲۵۷۳۱,۸	۳۲۰۰

در الگوریتم مزایده نحوه انتخاب پارامتر ε نقش بسیار مهمی در زمان اجرای الگوریتم دارد. معمولا در ابتدا الگوریتم مشابه آنچه در الگوریتم‌های فراابتکاری اتفاق می‌افتد به منظور گسترش فضای جستجو مقدار پارامتر ε بزرگ انتخاب شده و در طول اجرای الگوریتم با یک تابع کاهشی، مقدار این پارامتر کاهش داده می‌شود تا الگوریتم بتواند در نزدیکی جواب بهینه جستجوی عمیق‌تری انجام دهد. در الگوریتم‌های مزایده پیشنهادی، تابع زیر برای کاهش پارامتر ε تعریف شده است.

$$\varepsilon(t) = \begin{cases} ۱, & \text{اگر تعداد تخصیص ها در تکرار } t \text{ یک واحد افزایش یابد} \\ \tau^{t-t_0}, & \text{اگر تعداد تخصیص ها از تکرار } t_0 \text{ افزایش نیابد} \end{cases}$$

که در آن $\varepsilon(t)$، مقدار پارامتر ε در تکرار t است و $\tau > ۱$ یک پارامتر است.

در شکل ۳ تحلیل حساسیت روی پارامتر τ انجام شده است. مقدار پارامتر مورد نظر در بازه $[۱,۱/۵]$ با طول گام ۰/۱ تغییر داده شده است و برای هر مقدار τ درصد خطا و زمان اجرا گزارش شده است. اگر چه تحلیل انجام شده برای مساله استاندارد با $K = ۴$ و $|T| = ۵۰۰$ انجام شده است، بررسی‌ها نشان داد که برای سایر مسایل استاندارد نیز نتایج مشابهی به‌دست می‌آید. همان‌طور که شکل ۳ نشان می‌دهد با افزایش پارامتر τ، زمان اجرای الگوریتم مزایده کاهش می‌یابد در حالی‌که به طور هم‌زمان این افزایش باعث افزایش هزینه جواب خواهد شد. بنابراین انتخاب مقادیر بزرگ برای پارامتر τ بهینگی الگوریتم را تحت تاثیر قرار می‌دهد. در حالی‌که در موقعیت‌هایی که تصمیم‌گیرنده نیاز به یک جواب فوری زیربهین دارد می‌توان از مقادیر بزرگ برای پارامتر τ استفاده کرد. با این همه، برای تعیین مقدار مناسب برای پارامتر τ می‌توان از معیارهایی که به صورت ترکیبی زمان اجرا و میزان خطا را با یکدیگر مدنظر قرار می‌دهند، استفاده کرد. به عنوان مثال می‌توان از حاصلضرب دو معیار استفاده کرد. همچنین در این تحلیل حساسیت یک معیار ترکیبی به صورت حاصلضرب زمان اجرا در

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-01]

[DOR: 20.1001.1.22517286.2020.17.4.2.4]

درصد خطا در نظر گرفته شده است که برای این معیار ترکیبی، مقدار $\tau = 1/1$ مناسب‌ترین مقدار است.



شکل ۳. تحلیل حساسیت پارامتر τ در الگوریتم ابتکاری مزایده توسعه‌یافته

۵ نتیجه‌گیری و پیشنهادها

در این مقاله مساله زمان‌بندی ناوگان تحت محدودیت توازن ناوگان مورد بررسی قرار گرفته است. مدل گسترش یافته برای مساله زمان‌بندی ناوگان با محدودیت توازن ناوگان بر اساس مدل جریان چندکالایی پیشنهاد شد. همچنین از راهکارهای ابتکاری مزایده- محور به همراه ایده‌های تجزیه مساله، برای حل این مدل در زمان چندجمله‌ای استفاده شد. مطالعه مساله جدید نشان می‌دهد که در نظر گرفتن محدودیت توازن ناوگان به صورت سخت در شرایط واقعی غیرضروری است، لذا این محدودیت به صورت یک قید نرم مدل‌سازی شده است. البته همان‌طور که در مقاله آمده، محدودیت سخت را می‌توان به عنوان حالت خاصی از محدودیت نرم در نظر گرفت و راهکار ساده شده‌ای برای این حالت نیز پیشنهاد شده است. از آنجا که مساله جدید قابلیت تجزیه به زیرمسایل کوچک‌تر و ادغام آنها در قالب یک طرح کلی برای مساله اصلی را دارد و با توجه به بزرگ- مقیاس بودن مساله، به نظر می‌رسد راهکار پیشنهادی می‌تواند روش مناسبی برای حل مساله باشد. نتایج محاسباتی نشان می‌دهد که الگوریتم ارایه شده در زمان مناسبی قادر به حل مساله با در نظر گرفتن شرایط واقعی می‌باشد. بنابراین می‌توان از الگوریتم پیشنهاد شده برای حل مساله در شرایط واقعی استفاده کرد. ارایه راهکارهای موازی‌سازی جهت سرعت بخشیدن به الگوریتم پیشنهادی و ارایه راهکارهای کاهش جهت کوچک کردن فضای جواب مساله در مسایل حمل‌ونقل بزرگ- مقیاس به عنوان جهت‌گیری‌های آتی این پژوهش پیشنهاد می‌شود.

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-01]

[DOR: 20.1001.1.22517286.2020.17.4.2.4]

منابع

[۱] تقی نژاد، ن.، ناصری، س. ه.، مرادی، س.، (۱۳۹۱). برنامه ریزی خط لوله چند فرآورده ای در شرایط عدم قطعیت تقاضای روزانه مشتری ها. مجله تحقیق در عملیات و کاربردهای آن،۱ (۳۲)، ۶۱-۳۵.

[۲] ابراهیم‌نژاد، ع.، ناصری، س. ه.، (۱۳۸۹). کاهش هزینه‌ی تاخیرات ترافیک هوایی با بکارگیری شبکه‌ی جریان پویا با ظرفیت تصادفی. مجله تحقیق در عملیات و کاربردهای آن، ۲(۲۵)، ۲۲-۱.

[3] Bertossi, A. A., Carraresi, P., Gallo, G., (1983). On some matching problems arising in vehicle scheduling models. Networks, 17, 271–281.

[4] Domínguez-Martín, B., Rodríguez-Martín, I., Salazar-González, J. J., (2017). An exact algorithm for a Vehicle-and-Driver Scheduling Problem. Computers & Operations Research, 81, 247-256.

[5] Guedes, P. C., Lopes, W. P., Rohde, L. R., Borenstein, D., (2016). Simple and efficient heuristic approach for the multiple-depot vehicle scheduling problem. Optimization Letters, 10, 1449-1461.

[6] Borenstein, D., Campoverde, J. C., Naula-Sigua, F. B., (2017). Towards integrating retiming in vehicle type scheduling problem. Revista economía y política, 25, 70-85.

[7] Tang, J., Yu, Y., Li, J., (2015). An exact algorithm for the multi-trip vehicle routing and scheduling problem of pickup and delivery of customers to the airport. Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review, 73, 114-132.

[8] Kulkarni, S., Ernst, A. T., Ranade, A., Krishnamoorthy, M., (2016). A linear programming based iterative heuristic for the recreational vehicle scheduling problem. Industrial Engineering and Engineering Management (IEEM), 2016 IEEE International Conference on, 784-788.

[9] Shen, Y., Xu, J., Li, J., (2016). A probabilistic model for vehicle scheduling based on stochastic trip times. Transportation Research Part B: Methodological, 85, 19-31.

[10] Casalinho, G. D. A. O., Braido, G. M., Borenstein, D., (2014). A tabu-search heuristic for solving the multi-depot vehicle scheduling problem. Revista Produção Online, 14, 862-889.

[11] Laurent, B., Hao, J.-K., (2009). Iterated local search for the multiple depot vehicle scheduling problem. Computers and Industrial Engineering, 57, 277-286.

[12] Zuo, X., Chen, C., Tan, W., Zhou, M., (2015). Vehicle scheduling of an urban bus line via an improved multiobjective genetic algorithm. IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems, 16, 1030-1041.

[13] Nie, J., (2015). Research on Multi-Vehicle Scheduling Problem Based on Dynamic Demand. Intelligent Transportation, Big Data and Smart City (ICITBS), 2015 International Conference on, 657-660, IEEE.

[14] Fonseca, J. F. P., Larsen, A., van der Hurk, E., Roberti, R., Røpke, S., (2016). The Simultaneous Vehicle Scheduling and Passenger Service Problem with Flexible Dwell Times. 28th European Conference on Operational Research.

[15] Pepin, A.-S., Desaulniers, G., Hertz, A., Huisman, D., (2009). A comparison of five heuristics for the multiple depot vehicle scheduling problems. Journal of Scheduling, 12, 17–30.

[16] Freling, R., Wagelmans, A. P. M., Paixao, J. M. P., (2001). Models and algorithms for single-depot vehicle scheduling. Transportation Science, 35, 165–180.

[17] Ribeiro, C., Soumis, F., (1994). A column generation approach to the multiple-depot vehicle scheduling problem. Operations Research, 42, 41-52.

[18] Hadjar, A., Marcotte, O., Soumis, F., (2006). A branch-and-cut algorithm for the multiple depot vehicle scheduling problem. Operations Research, 54, 130-149.

[29] Bunte, S., Kliewer, N., (2009). An overview on vehicle scheduling models, Public Transport, 1, 299-317.

[20] Yao, E., Liu, T., Lu, T., Yang Y., (2019). Optimization of Electric Vehicle Scheduling with Multiple Vehicle Types in Public Transport. Sustainable Cities and Society, In press, 2019.

[21] Carosi, S., Frangioni, A., Galli, L., Girardi, L., Vallese, G., (2019). A matheuristic for integrated timetabling and vehicle scheduling. Transportation Research Part B: Methodological, 127, 99-124.

[22] Guedes, P. C., Borenstein, D., Visentini, M. S., Araújo S., Neto, A., (2019). Vehicle scheduling problem with loss in bus ridership. Computers & Operations Research, 111, 230-242.

[23] Kulkarni, S., Krishnamoorthy, M., Ranade A., Ernst, A. T., Patil, R.,(2018). A new formulation and a column generation-based heuristic for the multiple depot vehicle scheduling problem. Transportation R esearch Part B: Methodological, 118, 457-487.

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-01]

[DOR: 20.1001.1.22517286.2020.17.4.2.4]

[24] Faiz, T. I., Vogiatzis, C., Noor-E-Alam, Md., (2019). A column generation algorithm for vehicle scheduling and routing problems. Computers & Industrial Engineering, 130, 222-236.
[25] Bertsekas, D. P., (1991). Linear network optimization: algorithms and codes. MIT Press, Cambridge, MA.

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-01]

[DOR: 20.1001.1.22517286.2020.17.4.2.4]