مجله تحقیق در عملیات در کاربردهای آن، سال بیستم، شماره دوم (پیاپی ۷۷)،تابستان ۰۲، ص ص ۱۶۹-۱۴۹
شاپا ۷۲۸۶-۲۲۵۱

یک مدل ریاضی چندهدفه برای مساله مکانیابی-مسیریابی وسایل نقلیه با قیود فازی انعطاف‌پذیر

سید هادی ناصری[1*]، فاطمه غفاری فر[2]

۱-دانشیار، دانشگاه مازندران، دانشکده علوم ریاضی، گروه ریاضی، بابلسر، ایران

۲-دانشجوی دکتری تحقیق در عملیات، دانشگاه مازندران، گروه ریاضی، بابلسر، ایران

رسید مقاله: ۲۸ شهریور ۱۴۰۱

پذیرش مقاله: ۱۶ بهمن ۱۴۰۱

چکیده

یکی از مسایل بسیار مهم و پرکاربرد در بخش لجستیک هر زنجیره تامین، انتخاب مراکز توزیع جهت عرضه کالا میان مشتریان و همچنین ایجاد مسیرهای مناسب سفر وسایل نقلیه جهت سرویس‌رسانی به مشتریان است. مساله مکانیابی ـ مسیریابی با هدف مکانیابی تسهیلات و مسیریابی وسایل نقلیه، یکی از مسایل پرکاربرد در بخش لجستیک می‌باشد. در این پژوهش یک مدل چندهدفه برای مسایل مکانیابی- مسیریابی وسایل نقلیه را با رویکرد فازی انعطاف‌پذیر ارایه خواهیم داد که اهداف آن حداقل کردن هزینه‌های مربوط به استقرار مراکز عرضه کاندید، هزینه ثابت استفاده از وسایل نقلیه و هزینه حمل و نقل و همچنین حداکثر کردن رضایت مشتری از طریق حداقل کردن هزینه‌های کمبود و کاهش اثرات مخرب زیست محیطی می‌باشد. از طرفی جهت سازگاری مدل ریاضی با شرایط واقعی، قیود مربوط به ظرفیت وسایل نقلیه به‌صورت فازی انعطاف‌پذیر درنظر گرفته شده است و همچنین مساله به‌صورت چند دوره‌ای به همراه وجود محدودیت مسافت و ضریب دسترسی‌پذیری برای هر وسیله نقلیه مدل شده است. جهت حل مدل، ابتدا با استفاده از روش وزنی به یک مدل تک هدفه تبدیل‌شده و سپس با استفاده از برنامه‌ریزی عدد صحیح مختلط حل شده است. در انتها یک مثال عددی جهت نشان دادن عملکرد مدل ارایه شده است که با استفاده از نرم‌افزار گمز حل‌شده و نتایج حاصل از آن نشان داده شده است.

کلمات کلیدی: زنجیره تامین، مدلسازی چندهدفه، مساله مکان‌یابی ـ مسیریابی، برنامه‌ریزی فازی انعطاف‌پذیر.

۱مقدمه

در هر زنجیره تامین، هزینه‌های مربوط به بخش لجستیک شامل هزینه‌های انبارداری، هزینه‌های موجودی و هزینه‌های حمل و نقل کالا است که در این میان سهم هزینه‌های مربوط به حمل و نقل خدمات بسیار چشمگیرتر

* عهده‌دار مکاتبات
آدرس الکترونیکی: Nasseri@umz.ac.ir

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-03]

[DOI: 10.61186/jamlu.20.2.149]

و قابل ملاحظه‌تراست. به همین دلیل است که مدیران شرکت‌ها و کارخانه‌های بزرگ به دنبال راه‌هایی جهت کاهش این هزینه‌ها می‌باشند.

مساله مکانیابی-مسیریابی وسایل نقلیه[1] (LRP) برای بسیاری از مدیران در محیط‌های لجستیک جهت اخذ تصمیم‌هایی مانند محل استقرار تسهیلات، برنامه‌ریزی حمل و نقل، اختصاص مشتری به مکان تسهیلات و غیره دارای اهمیت فراوانی است و به آن‌ها کمک می‌کند تا با طراحی یک سیستم لجستیک مطلوب، موجبات رشد تولید و صرفه جویی‌های اقتصادی را در شرکت ها و کارخانجات فراهم آورند.

اولین بار مارانزانا [۱] بیان کرد که مکانیابی مراکز عرضه‌ای که به مشتریان خدمات ارایه می‌دهند، وابسته به مسیرهای سفر وسایل نقلیه جهت سرویس‌رسانی به مشتریان می‌باشد. از طرفی در پژوهشی دیگر، سلحی و رند [۲] اثرات نادیده‌گرفتن سفر وسایل نقلیه را هنگام مکانیابی مراکز عرضه با نمونه مسایل واقعی بررسی کردند. در واقع با توجه به تحقیقات آن‌ها نشان داده شد که اگر دو مساله مکانیابی و مسیریابی به‌صورت جدا از هم در نظر گرفته شوند هزینه‌های ناشی از آن، به نسبت حالتی که این دو مساله به‌صورت همزمان حل شوند، بسیار بیشتر خواهد بود. نگی و سلحی [۳] در پژوهش خود یک مساله مکانیابی ـ مسیریابی وسایل نقلیه پویا را با در نظرگرفتن افق زمانی بلند مدت برای مکانیابی دپوها و دوره‌های زمانی کوتاه برای مسیریابی وسایل نقلیه به عنوان یک مدل واقعی‌تر در سیستم لجستیک مورد بررسی قرار دادند. یکی از ویژگی‌های سیستم لجستیک، خاصیت پویا بودن آن می‌باشد که می‌تواند باعث تغییر در سفرهای وسایل نقلیه گردد. لذا با توجه به موارد گفته‌شده لازم است در هر دوره برنامه‌ریزی، سفر وسایل نقلیه به‌روز گردد.

بعد از آن در دهه ۸۰ مقالات زیادی در حوزه LRP انتشار یافت. لاپرته و همکاران [۴] مساله LRP را در حالت احتمالی مورد ارزیابی قرار دادند که در آن، هدف تعیین مکان مناسب دپوها ، تعداد وسایل نقلیه مورد استفاده و تشکیل مسیر جهت سفر وسایل نقلیه از دپوها جهت سرویس‌رسانی به مشتریان بود که مشتریان دارای تقاضاهای تصادفی بودند. در همان سال لاپرته و دژاکس [۵] مساله LRPرا در حالت پویا مطرح کردند که هدف مساله تعیین دپوهای مناسب جهت استقرار و تشکیل سفر وسایل نقلیه در بیش از یک دوره برنامه‌ریزی بوده است که همین امر سبب پویا شدن مدل‌شده است. وو و همکاران [۶] در پژوهش خود مساله LRP را با وسایل نقلیه مختلف مورد بررسی قرار دادند که در آن تعدادی وسیله نقلیه غیرمشابه با تعداد و ظرفیت مشخص در دسترس بوده و تعداد مکان‌های کاندید دپو، ظرفیت و هزینه استقرار آن‌ها و همچنین تعداد و تقاضای مشتریان معین می‌باشد و هدف مساله مکانیابی مناسب دپوها و مسیریابی وسایل نقلیه جهت کاهش هزینه‌ها است. این مساله جهت حل به دو زیر مساله فرعی تقسیم شد که شامل مکانیابی تسهیلات و مسیریابی وسایل نقلیه می‌باشد و سپس هر دو زیر مساله حل شده و با الگوریتم شبیه‌سازی تبرید[2] جواب‌ها بهبود یافته‌اند. آمبروزینو و همکاران [۷] مساله LRP چهارسطحی را مورد ارزیابی قرار دادند که یکی از پیچیده‌ترین مسایل مکانیابی ـ مسیریابی وسایل نقلیه می‌باشد که شامل سطح ۱ (کارخانه)، سطح ۲ (مراکز توزیع)، سطح ۳ (نقاط انتقال) و سطح ۴ (مشتریان) است که

[1] Vehicles Location-Routing Problem

[2] Simulated Annealing

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-03]

[DOI: 10.61186/jamlu.20.2.149]

برنامه‌ریزی سفر در آن از سطح ۲ به بعد وجود دارد. نویسندگان در این مقاله ناوگانی از وسایل نقلیه ناهمگن را جهت سرویس‌رسانی به مشتریان در نظر گرفته‌اند. مساله به‌صورت یک مدل برنامه‌ریزی عدد صحیح فرموله شده و با یک نرم‌افزار تجاری تا بهینگی حل گردیده است.

لین و کوک [۸] مساله LRP را با امکان استفاده مجدد از وسایل نقلیه مورد توجه قرار دادند. در این مقاله امکان طی چند مسیر به یک وسیله نقلیه داده شده است. تعدادی دپو با ظرفیت مشخص و محدود موجود می‌باشد و وسایل نقلیه همگن بوده و دارای محدودیت ظرفیت و محدودیت زمان سفر می‌باشند. هدف مساله تعیین دپوهای مناسب از میان دپوهای کاندید و مسیریابی وسایل نقلیه جهت حداقل کردن هزینه‌ها می‌باشد. در این مساله از دو الگوریتم فراابتکاری جستجوی ممنوعه[1] و شبیه‌سازی تبرید برای حل مساله استفاده شده است. توکلی مقدم و همکاران [۹] مساله LRP را با دو تابع هدف حداقل نمودن هزینه استقرار مراکز عرضه و هزینه استفاده از وسایل نقلیه و هزینه‌های حمل و نقل و دیگری حداکثر نمودن سرویس‌رسانی به مشتریان مورد توجه قرار دادند که مساله به صورت برنامه‌ریزی خطی مختلط چندهدفه فرموله‌شده و از روشی ابتکاری جهت حل آن استفاده شده است. زرندی و همکاران [۱۰] مساله LRP را با فازی در نظر گرفتن زمان سفر وسایل نقلیه مورد بررسی قرار دادند. این مقاله اولین پژوهشی است که در آن از اطلاعات فازی در مساله LRP استفاده شده است. در این مساله زمان سفر بین دو مشتری به صورت فازی در نظر گرفته شده است و مساله به صورت برنامه‌ریزی فازی محدودیت‌های شانس مدل شده و برای حل آن از الگوریتم شبیه‌سازی تبرید استفاده شده است.

زارع مهرجردی و نادی‌زاده [۱۱] به مساله LRP با درنظرگرفتن تقاضای مشتریان به صورت فازی توجه نمودند. محققان در این مقاله، مساله را به‌صورت برنامه‌ریزی فازی محدودیت های شانس مدل کرده و از یک الگوریتم ابتکاری جهت حل مدل بهره برده‌اند. مارینا‌کیز [۱۲] نسخه جدیدی از الگوریتم فراابتکاری بهینه‌سازی ازدحام ذرات[2] (PSO) را برای حل مسایل مکانیابی و مسیریابی وسایل نقلیه و مسایل LRP با تقاضاهای تصادفی ارایه داد.

فضایلی و همکاران [۱۳] مساله مکانیابی – مسیریابی در شبکه حمل و نقل را با تقاضا و پنجره زمانی فازی مورد ارزیابی قراردادند. در این مقاله علاوه بر این‌که تقاضاهای مشتریان به‌صورت فازی در نظر گرفته شد، محدودیت پنجره زمانی نیز جهت حداکثر کردن رضایت مشتریان اعمال شد. پکل و کارا [۱۴] مساله LRP فازی را با استفاده از الگوریتم جستجوی همسایگی متغیر و جستجوی تکاملی مورد بررسی قرار دادند. در این مقاله تقاضاهای مشتریان به صورت فازی در نظر گرفته شده و زمان سفر بین دپو و مشتری به صورت قطعی می‌باشد. ناوگان حمل و نقل هم به صورت ناهمگن بوده و هدف مساله حداقل کردن هزینه‌های حمل و نقل، هزینه انتظار، هزینه اضافی و هزینه وسیله نقلیه و هزینه تاخیر می‌باشد. الموحنا و همکاران [۱۵] مسایل مکانیابی ـ مسیریابی وسایل نقلیه برقی را مورد بررسی قرار دادند. به‌دلیل این‌که عمر باتری وسایل برقی محدود می‌باشد، از این‌رو، در مساله وسایل نقلیه دارای محدودیت مسافت طی سفر را درنظر گرفتند. برای حل، آن‌ها ابتدا یک روش ابتکاری

[1] Tabu Search
[2] Particle Swarm Optimization

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-03]
[DOI: 10.61186/jamlu.20.2.149]

چند مرحله‌ای جهت حل مساله پیشنهاد کرده و در مرحله بعد این روش را با روش جستجوی همسایگی متغیر جهت حل مدل ترکیب نمودند. نوکامندی و همکاران [۱۶] مساله مکانیابی – مسیریابی باز را در حالت چند دپویی و با یک ناوگان ثابت ناهمگن مورد ارزیابی قرار داده و به دنبال کاهش هزینه‌های ثابت استفاده از وسایل نقلیه و هزینه‌های متغیر مرتبط با مسافت طی‌شده، می‌باشند. مساله به‌صورت برنامه‌ریزی عدد صحیح مختلط فرموله شده و از یک روش فراابتکاری جهت حل مدل استفاده شده است. الاماتساز و همکاران [۱۷] یک مدل چندهدفه برای مساله مکانیابی–مسیریابی ظرفیت‌دار سبز با پنجره زمانی و وجود تقاضای مشتریان در حالت عدم قطعیت ارایه دادند و از روش محدودیت اپسیلون جهت حل مدل چند هدفه استفاده نموده و سپس مساله را با استفاده از الگوریتم ژنتیک در ابعاد بزرگ حل نمودند. مساله مکانیابی – مسیریابی چند سفره در حالت فازی توسط عرفان بابایی و همکاران [۱۸] جهت مدیریت زباله‌های پزشکی در طول شیوع بیماری کووید ۱۹ مورد بررسی قرار گرفت. پژوهشگران در این مقاله، یک مدل برنامه‌ریزی عدد صحیح مختلط ارایه کرده که هدف آن حداقل کردن همزمان سفر وسایل نقلیه و تخطی از پنجره زمانی بوده و مساله با استفاده از محدودیت‌های شانس مدل شده است. ذبیحیان بیشه و همکاران [۱۹] مساله مکانیابی–مسیریابی ظرفیت‌دار سبز را در حالت عدم قطعیت درنظر گرفته‌اند. در این پژوهش، تقاضای مشتریان و سفر وسایل نقلیه به صورت غیر قطعی بوده و از یک روش فراابتکاری جهت حل مدل استفاده شده است.

این پژوهش از این جهت حایز اهمیت است که در آن علاوه بر تمام شرایط موجود در مساله LRP، آن را در حالت پویا مدل کرده است و جهت سازگاری مدل با شرایط واقعی، قیود به‌صورت فازی انعطاف‌پذیر درنظر گرفته شده است. همچنین مدل ریاضی مساله به‌صورت چند هدفه می‌باشد که در آن علاوه بر در نظر گرفتن هدف اقتصادی، اهداف اجتماعی نظیر رضایت‌مندی مشتری و مسایل زیست محیطی نیز مدنظر قرار می‌گیرند.

بخش‌های مختلف این پژوهش به صورت زیر سازمان‌دهی شده است: تعاریف و پیش‌نیازها در بخش ۲ بیان شده است. در بخش ۳ شرایط کلی مساله مورد پژوهش مطرح شده است. در بخش ۴ به توسعه رویکرد فازی انعطاف‌پذیر برای مدل‌سازی مساله مورد پژوهش پرداخته و بعد از آن در بخش ۵ مدل مورد نظر ارایه شده است. سپس روش حل مدل در بخش ۶ شرح داده شده است. برای نشان دادن عملکرد مدل ارایه شده، در بخش ۷ یک مثال عددی گنجانده شده و در نهایت برخی نتایج حاصل از این پژوهش در بخش ۸ بیان شده است.

۲ تعاریف و پیش‌نیازها

دراین بخش برخی از تعاریف و مفاهیم مورد نیاز جهت تشریح مساله ارایه می‌گردد.

۲-۱ مساله مکانیابی ـ مسیریابی ظرفیت‌دار

مساله مکانیابی ـ مسیریابی وسیله نقلیه ظرفیت‌دار[1] $(CLRP)$ را می‌توان به این صورت بیان نمود که تعدادی دپوی کاندید جهت استقرار با ظرفیت مشخص و هزینه استقرار تعیین شده موجود می‌باشند. تعدادی مشتری نیز با

[1] Capacitated Location-Routing Problem

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-03]

[DOI: 10.61186/jamlu.20.2.149]

تقاضاهای قطعی در محل‌های مشخص‌شده در دسترس بوده که بایستی تقاضاهای آن‌ها توسط وسایل نقلیه تامین گردد و همچنین ناوگانی از وسایل نقلیه مشابه با ظرفیت محدود و هزینه ثابت استفاده، آماده سرویس رسانی به مشتریان می‌باشند. هر وسیله نقلیه تنها اجازه انجام یک سفر را به اندازه ظرفیت خود دارد و موظف است سفر خود را از هر دپویی که شروع کرده، پایان دهد. از طرفی مجموع تقاضاهای مشتریانی که به هر دپو متصل می‌باشند، نباید از ظرفیت دپو تجاوز نماید. هدف مساله نیز حداقل نمودن هزینه استقرار دپوها، هزینه حمل و نقل و هزینه استفاده از وسایل نقلیه می‌باشد [۲۰].

۲-۲ مساله برنامه‌ریزی خطی با منابع فازی انعطاف‌پذیر

مساله برنامه‌ریزی خطی فازی زیر را در نظر می‌گیریم:

$$\begin{aligned} &Min\, z = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j \\ &s.t. \\ &g_i(x) = \sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \lesssim b_i \qquad i = 1,2,\cdots,m \\ &x_j \geq 0 \qquad\qquad\qquad j = 1,2,\cdots,n \end{aligned} \tag{1}$$

که در مدل (۱)، فرض می‌شود که تلورانس p_i برای هر قید داده شده است. این بدان معنا است که تصمیم‌گیرنده می‌تواند تخلف از هر محدودیت را تا درجه p_i قبول کند. در این صورت محدودیت $g_i(x) \lesssim b_i$ با محدودیت زیر معادل است.

$$g_i(x) \leq b_i + \theta p_i \quad (i = 1,2,\cdots,m)$$

که در آن $\theta \in [0,1]$ می‌باشد.

به سادگی می‌توان نشان داد که مساله (۱) با مساله زیر معادل است [۲۱]:

$$\begin{aligned} &Min\, z = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j \\ &s.t. \\ &\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \leq \tilde{b}_i \qquad i = 1,2,\cdots,m \\ &x_j \geq 0 \qquad\qquad j = 1,2,\cdots,n \end{aligned} \tag{2}$$

که در آن، $\tilde{b}_i$ یک عدد فازی با تابع عضویت زیر است:

$$\mu_{\tilde{b}_i}(x) = \begin{cases} 1, & x \leq b_i \\ 1 - \dfrac{x - b_i}{p_i}, & b_i \leq x \leq b_i + p_i \\ 0, & x \geq b_i + p_i \end{cases} \tag{3}$$

از آن‌جایی که مدل برنامه‌ریزی خطی فازی انعطاف‌پذیر ارایه‌شده اساسا خوش‌تعریف نمی‌باشد، لذا جهت حل مدل می‌بایست با استفاده از تابع عضویت تعریف‌شده در (۳)، مدل را از حالت فازی انعطاف‌پذیر به حالت پارامتری دقیق تبدیل کنیم که نمایش فرم پارامتری آن به‌صورت زیر خواهد بود:

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-03]

[DOI: 10.61186/jamlu.20.2.149]

$$
\begin{aligned}
&Min\, z = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j \\
&s.t. \\
&\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \le b_i + (1-\alpha_i) p_i \qquad i = 1,2,\cdots,m \\
&x_j \ge 0 \qquad\qquad j = 1,2,\cdots,n \\
&0 \le \alpha_i \le 1 \qquad\qquad i = 1,2,\cdots,m
\end{aligned}
\tag{۴}
$$

تعریف ۲-۲-۱ مساله زیر را در نظر بگیرید:

$$
\begin{aligned}
&Min\, z = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j \\
&s.t. \\
&X \in X_\alpha \\
&0 \le \alpha_i \le 1 \qquad i = 1,2,\cdots,m
\end{aligned}
\tag{۵}
$$

که در آن X_α فضای جواب‌های شدنی مساله اصلی است و به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$
X_\alpha = \left\{ x_j \in \mathbb{R}^n \;\middle|\; \begin{array}{ll} \sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \le b_i + (1-\alpha_i) p_i & i = 1,2,\cdots,m \\ x_j \ge 0 & j = 1,2,\cdots,n \end{array} \right.
\tag{۶}
$$

که در آن فرض کنید $\alpha = (\alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_m) \in [0,1]^m$ و به طوری که برای هر $x_j \in R^n$، $X = x_j \in X_\alpha$ یک جواب α- شدنی برای مساله (۵) تعریف می‌کند [۲۲].

تعریف ۲-۲-۲ فرض کنید رابطه $\lesssim$ یک نمایش فازی از رابطه نابرابری $\le$در مساله (۱) باشد. در این صورت بردار $x_j \in R$ یک جواب α-کارا با تابع هدف کمینه‌سازی است، اگر هیچ $x'_j \in X_\alpha$ وجود نداشته باشد به طوری‌که $z(x_j) > z'(x_j)$.

قابل ذکر است که هر جواب α-کارا برای مساله (۴) یک جواب α- شدنی برای آن نیز می‌باشد [۲۱].

گزاره ۲-۲-۱ فرض کنید $\alpha' = (\alpha'_1, \alpha'_2, \cdots, \alpha'_m)$ و $\alpha'' = (\alpha''_1, \alpha''_2, \cdots, \alpha''_m)$ که در آن $\alpha'_i \le \alpha''_i$ برای هر $i = 1,2,\cdots,m$. در این صورت، هر جواب شدنی α''، یک جواب α' شدنی خواهد بود.

قضیه۲-۲-۱: فرض‌کنید $\alpha = (\alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_m) \in [0,1]^m$ و $x_j^* \in X_\alpha, j = 1,2,\cdots,n$ و همچنین $x_j^* \ge 0,\ j = 1,\cdots,n$ یک جواب α-شدنی مساله (۴) باشد. آنگاه بردار $x_j^* \in \mathbb{R}^n$ یک جواب α-کارای مساله (۴) با تابع هدف کمینه‌سازی است، اگر و تنها اگر x_j^* یک جواب بهینه مساله (۴) باشد.

۳ شرایط مساله مکانیابی-مسیریابی ظرفیت‌دار با قیود فازی انعطاف‌پذیر

شرایط کلی مساله مکانیابی-مسیریابی ظرفیت‌دار با قیود فازی انعطاف‌پذیر به این صورت است که یک افق زمانی همراه با چندین دوره برنامه‌ریزی در نظر گرفته شده است. همچنین تعدادی مکان کاندید با ظرفیت مشخص جهت استقرار در دسترس هستند و تعدادی مشتری نیز با تقاضاهای قطعی جهت دریافت سرویس از دپوها در مکان‌های مشخص‌شده، مستقر می‌باشند. ناوگانی از وسایل نقلیه غیرمشابه نیز جهت سرویس‌رسانی به مشتریان

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-03]

[DOI: 10.61186/jamlu.20.2.149]

وجود دارد که کار خود را از دپوها شروع کرده و بعد از خدمت‌رسانی به مشتریان دوباره به همان دپو برمی‌گردند و دارای محدودیت مسافت سفر بوده و تنها اجازه انجام یک سفر را دارند. در هر دوره زمانی تقاضای مشتریان تنها توسط یک وسیله نقلیه تامین می‌شود و مجموع تقاضای مشتریانی که توسط هر وسیله نقلیه سرویس دریافت می‌کنند نباید از ظرفیت وسیله نقلیه تجاوز نماید. از طرفی این امکان برای دپوها وجود دارد که شامل چندین سفر وسایل نقلیه باشند و مجموع تقاضای مشتریانی که به هر دپو اختصاص داده می‌شوند نباید از ظرفیت دپو بیشتر باشد. قابل ذکر است به هر وسیله نقلیه در هر دوره یک ضریب دسترسی‌پذیری در بازه [۰,۱]، اختصاص داده می‌شود. وجود این ضریب بدین معنی است که به علت برخی از مشکلات پیش‌بینی نشده اعم از در اختیار نبودن خودرو مثلا به علت مرخصی راننده، یا خرابی خودرو و غیره، هر وسیله نقلیه می‌تواند به طور تمام وقت آماده سرویس‌رسانی نباشد. به همین علت وجود این ضریب برای هر وسیله نقلیه بیان می‌کند که هر چه مقدار ضریب بیشتر باشد (به عدد ۱ نزدیک‌تر باشد) وسیله نقلیه مدت زمان بیشتری جهت سرویس‌رسانی در دسترس خواهد بود. به همین ترتیب هر چه مقدار این ضریب کمتر باشد (به عدد صفر نزدیکتر باشد) وسیله نقلیه مدت زمان کمتری در دسترس خواهد بود. در این حالت این امکان وجود دارد که برخی از مشتریان از دپو سرویسی دریافت نکنند و سیستم دچار هزینه کمبود گردد. در صورت وقوع چنین اتفاقی، رضایت مشتریان از دریافت سرویس کاهش خواهد یافت و در واقع در دراز مدت منجر به از دست دادن مشتریان خواهد شد.

با توجه به این که مسایل مکان یابی- مسیریابی از ابتدا تا به امروز به طور گسترده‌ای مورد توجه قرار گرفته و مدل‌های مختلفی از آن توسعه‌یافته است. توجه به وجود برخی پارامترها به صورت غیرقطعی به مدل ریاضی جهت سازگاری با دنیای واقعی کمک خواهد کرد. بر همین اساس در این پژوهش با در نظر گرفتن ظرفیت وسایل نقلیه در حالت عدم قطعیت سعی شده است تا مساله‌ای نزدیک به شرایط دنیای واقعی ارایه و حل نماید. بدین منظور رویکرد فازی انعطاف‌پذیر مورد استفاده قرار گرفته است که در ادامه به تشریح کامل آن می‌پردازیم. در واقع اهداف مساله، برآورده کردن تقاضای مشتریان با حداقل هزینه‌ها که شامل هزینه‌های ثابت استفاده از وسایل نقلیه، هزینه‌های ثابت استقرار دپوها، هزینه‌های حمل و نقل و همچنین بیشینه کردن رضایت مشتریان از طریق حداقل کردن هزینه‌های کمبود و در عین حال حداقل کردن تاثیرات مخرب محیطی می‌باشد.

٤ توسعه رویکرد فازی انعطاف‌پذیر در مدل‌سازی مساله $CLRP$ با قیود فازی انعطاف‌پذیر

همان‌طور که در بخش دوم عنوان‌شد، استفاده از رویکرد فازی انعطاف‌پذیر در مدل‌سازی برخی پژوهش‌ها مورد استفاده قرار می‌گیرد. این رویکرد امکان تطبیق مطلوب‌تر بین شرایط واقعی و مدل ریاضی مرتبط را فراهم می‌آورد. در این پژوهش نیز از این مفهوم استفاده می‌شود و در ادامه به تشریح آن می‌پردازیم [۲۳].

به منظور مدل‌سازی مساله $CLRP$ با قیود فازی انعطاف‌پذیر با استفاده از رویکرد یاد شده در بالا، فرض کنید قیود مربوط به ظرفیت وسایل نقلیه به‌صورت فازی انعطاف‌پذیر باشد، که به‌صورت زیر بیان می‌گردد:

$$\sum_{i\in V}\sum_{j\in J} d_j^t x_{ijk}^t \lesssim Q_k \qquad \forall k\in K, t\in T \tag{۷}$$

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-03]

[DOI: 10.61186/jamlu.20.2.149]

که در آن تابع عضویت مجموعه جواب فازی به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\mu_k(u)=\begin{cases}1, & u\le Q_k\\ 1-\dfrac{u-Q_k}{r_k}, & Q_k\le u\le Q_k+r_k\\ 0, & u\ge Q_k+r_k\end{cases} \qquad (8)$$

قابل ذکر است که در تابع عضویت بیان‌شده مقدار $u=\sum_{i\in V}\sum_{j\in J}d_j^t x_{ijk}^t$ می‌باشد.

با توجه به این‌که برای محدودیت (۷) فضای جواب‌های شدنی مساله خوش تعریف نیست، جهت حل این مدل از رویکرد پارامتری استفاده می‌گردد [۲۲].

لم٤-۱: قید انعطاف‌پذیر $\sum_{i\in V}\sum_{j\in J}d_j^t x_{ijk}^t \lesssim Q_k$ با قید پارامتری $\sum_{i\in V}\sum_{j\in J}d_j^t x_{ijk}^t \lesssim Q_k+\theta r_k$ که درآن $\theta\in[0,1]$ معادل است.

اثبات: هر جواب x که در قید انعطاف‌پذیر $\sum_{i\in V}\sum_{j\in J}d_j^t x_{ijk}^t \lesssim Q_k$ صدق کند، در واقع یک مجموعه فازی با تابع عضویتی به‌صورت زیر است:

$$\mu_k(u)=\begin{cases}1, & u\le Q_k\\ 1-\dfrac{u-Q_k}{r_k}, & Q_k\le u\le Q_k+r_k\\ 0, & u\ge Q_k+r_k\end{cases}$$

که در آن $u=\sum_{i\in V}\sum_{j\in J}d_j^t x_{ijk}^t$ می‌باشد.

بر این اساس، سه حالت زیر درنظر گرفته می‌شود:

اگر $\sum_{i\in V}\sum_{j\in J}d_j^t x_{ijk}^t - Q_k \le 0$، یعنی kامین محدودیت برقرار باشد،آنگاه تابع عضویت آن دارای مقدار یک بوده و میزان مطلوبیت به حداکثر مقدار خود خواهد رسید.

اگر $0 \le \sum_{i\in V}\sum_{j\in J}d_j^t x_{ijk}^t - Q_k \le r_k$، آنگاه تابع عضویت به‌صورت یکنوا و غیرصعودی بوده که به دلیل کمبود امکانات، در خدمت‌رسانی اختلال ایجاد کرده و میزان مطلوبیت کاهش می‌یابد.

اگر $\sum_{i\in V}\sum_{j\in J}d_j^t x_{ijk}^t - Q_k \ge r_k$، یعنی میزان تخطی بیش از حد مجاز مشخص‌شده توسط تصمیم‌گیرنده است. پس قید kام به طور کامل نقض‌شده و دارای تابع عضویت صفر خواهد بود. به این معنی که شرایط و نوع سرویس رسانی مورد پذیرش نبوده است.

لذا، با توجه به پیوستگی تابع عضویت ذکرشده، مقادیر سمت راست محدودیت‌های انعطاف‌پذیر از مقدار Q_k تا Q_k+r_k بر اساس مقادیر پیوسته $\theta\in[0,1]$ایجاد می‌گردد.

در نتیجه می‌توان رابطه فازی انعطاف‌پذیر را برای $\theta\in[0,1]$به‌صورت پارامتری $Q_k(\theta)=Q_k+\theta r_k$ نشان داد. توجه به این نکته ضروری است که برای محدودیت انعطاف‌پذیر ظرفیت وسیله نقلیه، میزان تخطی محدودیت k ام یعنی مقدار r_k که یک عدد نامنفی است، از قبل تعیین‌شده می‌باشد.

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-03]

[DOI: 10.61186/jamlu.20.2.149]

از این رو با توجه به انعطاف‌پذیری، محدودیت $\sum_{i\in V}\sum_{j\in J} d_j^t x_{ijk}^t \lesssim Q_k, \forall k\in K, t\in T$ با محدودیت پارامتری زیر معادل خواهد بود.

$$\sum_{i\in V}\sum_{j\in J} d_j^t x_{ijk}^t \le Q_k + \theta r_k \qquad \forall k\in K, t\in T$$

که در آن $\theta\in[۰,۱]$ است.

لم ٤-۲: با توجه به تعریف تابع عضویت (۸) که تابعی یکنوا و پیوسته می‌باشد، مساله‌ای با محدودیت‌هایی به‌صورت $\sum_{i\in V}\sum_{j\in J} d_j^t x_{ijk}^t \lesssim Q_k$ با مساله‌ای با محدودیت‌هایی به‌صورت زیر، با تابع عضویت تعریف شده در(۳) معادل خواهد بود.

$$\sum_{i\in V}\sum_{j\in J} d_j^t x_{ijk}^t \le \tilde{Q}_k \qquad \forall k\in K, t\in T$$

حال با استفاده از تابع عضویت تعریف‌شده در (۴)، جهت سهولت در حل مدل با محدودیت فازی انعطاف‌پذیر، آن را به حالت پارامتری دقیق تبدیل می‌کنیم. از آنجایی که داده‌ها در حالت عدم قطعیت ارایه می‌شوند، اطلاعات را به‌صورت فازی انعطاف‌پذیر با پارامترهایی در بازه $[Q_k, Q_k + r_k]$ تفسیر می‌کنیم. از آنجایی که حل مدل با محدودیت فازی انعطاف‌پذیر غیرممکن است، از شکل پارامتری دقیق آن استفاده خواهیم کرد که به‌صورت زیر ارایه می‌شود:

$$\sum_{i\in V}\sum_{j\in J} d_j^t x_{ijk}^t \le Q_k + (۱-\alpha_k) r_k \qquad \forall k\in K, t\in T \qquad (۹)$$

که در آن $\alpha_k\in[۰,۱]$ و مقادیر α_kها توسط تصمیم‌گیرنده مشخص می‌شود.

قابل ذکر است در رابطه (۹) هر چه مقدار α_kها به یک نزدیک‌تر باشد، مقدار مطلوبیت افزایش‌یافته و به طریق مشابه هر چه مقدار آن‌ها به صفر نزدیک‌تر گردد، مطلوبیت کاهش خواهد یافت. به‌کارگیری رویکرد فازی انعطاف‌پذیر در محدودیت مربوط به ظرفیت وسایل نقلیه به این دلیل است که استفاده از وسایل نقلیه هزینه‌هایی را به سیستم تحمیل می‌کند و از آنجایی که هزینه‌های مربوط به حمل و نقل نسبت به سایر هزینه‌ها قابل ملاحظه‌تر است استفاده از روش‌هایی جهت کاهش این هزینه‌ها مورد توجه تصمیم‌گیرندگان است. از طرفی به دنبال رویکردی خواهیم بود تا میزان تاثیرات مخرب محیطی ناشی از استفاده از وسیله نقلیه مانند ایجاد استهلاک، آلودگی صوتی، آلودگی حاصل از مصرف سوخت و غیره را کاهش دهیم.

هر وسیله نقلیه دارای یک ظرفیت مشخصی است که با توجه به آن، سفر خود را پس از بارگیری، از دپوها شروع کرده و با درنظر گرفتن تقاضای مشتریان، کار سرویس‌رسانی به آن‌ها را انجام می‌دهد. اما با توجه به وجود عدم قطعیت در داده‌ها در جهان واقعی، گاهی می‌توان با درنظر گرفتن شرایط موجود، ظرفیت وسایل نقلیه را به مقدار مشخصی افزایش داد. به این معنا که وسیله نقلیه مقداری بیشتر از ظرفیت تعریف‌شده برای آن، بارگیری انجام دهد. در واقع می‌توان برای ظرفیت وسیله نقلیه یک حداکثر آستانه درنظر گرفت . این کار با توجه به تقاضای مشتریان، ممکن است سبب کاهش تعداد وسایل نقلیه مورد استفاده شود. از طرفی با افزایش ظرفیت وسایل نقلیه، مقدار مطلوبیت کاهش خواهد یافت؛ زیرا تحمیل بار اضافی به وسیله نقلیه در بلند مدت، باعث

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-03]

[DOI: 10.61186/jamlu.20.2.149]

کاهش عمر و یا خرابی وسیله نقلیه خواهد شد که این کار سبب کاهش عملکرد آن و در ادامه باعث کاهش دسترسی به وسیله نقلیه خواهد شد. علاوه بر این، کاهش عمر وسیله نقلیه تاثیرات مخرب محیطی از جمله افزایش استهلاک خودرو را در پی خواهد داشت که منجر به ایجاد آلودگی‌هایی ناشی از افزایش مصرف سوخت خواهد شد و یا گاهی خرابی وسیله نقلیه مستلزم تعویض قطعات مربوطه جهت تعمیر می‌شود که به دنبال آن آلودگی‌های محیطی حاصل از تولیدات کارخانه‌ای جهت ساخت قطعات افزایش می‌یابد. همچنین خرابی وسیله نقلیه ممکن است باعث کاهش دسترسی‌پذیری به آن در دوره‌های مختلف‌شده و تقاضای همه مشتریان برآورده نشده و هزینه کمبود ایجاد گردد. لذا درنظر گرفتن حالتی که در آن ضمن کاهش تعداد وسایل نقلیه مورد استفاده، موجب بهبود مطلوبیت گردد، مورد توجه است. بنابراین تعیین پارامترهای α_k توسط تصمیم‌گیرنده از حساسیت بالایی برخوردار است. زیرا مقادیر α_kهای نزدیک به یک، از یک طرف مطلوبیت (عملکرد وسیله نقلیه) را افزایش داده و از طرف دیگر ممکن است تعداد وسایل نقلیه مورد استفاده را افزایش یابد که سبب افزایش هزینه‌های استفاده از وسایل نقلیه خواهد شد اما در عین حال تاثیرات مخرب محیطی را کاهش خواهد داد. هرچه مقدار α_kها به صفر نزدیک‌تر شود، تعداد وسایل نقلیه مورد استفاده کاهش یافته و سبب بهبود تابع هدف مربوط به هزینه‌های استفاده از وسایل نقلیه خواهد شد اما ممکن است مطلوبیت ناشی از عملکرد وسایل نقلیه کاهش یابد. از این‌رو، باید مقادیر این پارامترها در مدل به درستی تعیین شود.

۵ مدل‌سازی ریاضی مساله

به منظور معرفی مدل ریاضی، ابتدا به تعریف علائم ، پارامترها و متغیرهای مساله پرداخته و سپس توابع هدف و محدودیت‌های آن به همراه توضیحات مورد نیاز آورده می‌شود.

تعریف نمادها:

J: مجموعه همه مشتریان که در آن $J=\{۱,۲,...,N\}$ و N تعداد مشتریان بوده و با اندیس $j \in J$ نشان داده می‌شود.

I: مجموعه همه دپوهای کاندید که در آن $I=\{۱,۲,...,M\}$ و M تعداد دپوهای کاندید بوده و با اندیس $i \in I$ نشان داده می‌شود.

V: مجموعه همه مشتریان و دپوهای کاندید به‌صورت $V=I \cup J$ که در آن $V=\{۱,۲,...,M,M+۱,...,M+N\}$ نشان می‌دهیم.

K: مجموعه همه وسایل نقلیه که در آن $K=\{۱,۲,...,\mathrm{K}'\}$ و K' تعداد وسایل نقلیه بوده و با اندیس $k \in K$ نشان داده می‌شود.

T: مجموعه همه افق برنامه‌ریزی که در آن $T=\{۱,۲,...,\mathrm{T}'\}$ و T' تعداد دوره‌ها بوده و با اندیس $t \in T$ نشان داده می‌شود.

O : مجموعه همه کمان‌های (i,j) بوده که در آن $i,j \in V$ می‌باشد.

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-03]

[DOI: 10.61186/jamlu.20.2.149]

با توجه به تعاریفی که از اندیس‌ها ارایه گردید، ملاحظه می‌شود می‌توان داده‌های مساله را روی یک گراف وزن‌دار و فاقد جهت مانند $G=(V,O,C)$ درنظر گرفت که در آن، V مجموعه همه گره‌ها شامل زیر مجموعه I از M دپوی کاندید و زیرمجموعه J از N مشتری می‌باشد. همچنین O مجموعه همه کمان‌های بین گره‌های موجود بوده و C نیز هزینه پیمایش بین گره‌ها را نشان داده و متقارن می‌باشد.

پارامترهای مساله به‌صورت زیر تعریف می‌شوند:

d_j^t: میزان تقاضای مشتری j در دوره ام.

p_i: میزان ظرفیت دپوی کاندید iام.

Q_k: میزان ظرفیت وسیله نقلیه kام.

E_i: هزینه ثابت استقرار دپو در مکان کاندید iام.

H_k: هزینه ثابت استفاده از وسیله نقلیه kام.

B_j^t: هزینه کمبود ناشی از عدم سرویس رسانی به مشتری j ام در دوره tام.

C_{ij}: هزینه حمل و نقل بین دو گره i و j.(به واحد مسافت تبدیل خواهد شد)

A_k^t : ضریب دسترسی‌پذیری وسیله نقلیه kام در دوره tام که در آن $A_k^t \in [0,1]$.

DT^t : حداکثر مسافت سفر مجاز وسایل نقلیه در دوره tام.

S_J : مدت زمان سرویس رسانی به مشتری j ام.(به واحد مسافت تبدیل خواهد شد)

r_k: میزان تخطی از ظرفیت وسیله نقلیه kام.

α_k: حداکثر درجه عضویت محدودیت‌های فازی انعطاف‌پذیر به طوری‌که $\alpha_k \in [0,1]$.

تعریف متغیرهای تصمیم: متغیرهای تصمیم مدل، به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$x_{ijk}^t = \begin{cases} 1, & \text{اگر وسیله نقلیه } k \text{ام در دوره } t \text{ام از گره } i \text{ به گره } j \text{ حرکت کند} \\ 0, & \text{در غیر این‌صورت} \end{cases}$$

$$y_{ij}^t = \begin{cases} 1, & \text{اگر مشتری } j \text{ام در دوره } t \text{ام از دپوی } i \text{ سرویس دریافت کند} \\ 0, & \text{در غیر این‌صورت} \end{cases}$$

$$z_i = \begin{cases} 1, & \text{اگر دپویی در مکان کاندید } i \text{ام استقرار یابد} \\ 0, & \text{در غیر این‌صورت} \end{cases}$$

rs_{jk}^t : متغیر کمکی جهت حذف زیرتورهای سفر وسیله نقلیه.

و در نهایت مدل پیشنهادی با توجه به شرایط و داده‌های ارایه شده به صورت زیر خواهد بود:

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-03]

[DOI: 10.61186/jamlu.20.2.149]

$$Min\ Z_1 = \sum_{i\in I} E_i Z_i + \sum_{i\in I}\sum_{j\in J}\sum_{k\in K}\sum_{t\in T} H_k x_{ijk}^t + \sum_{i\in V}\sum_{j\in V}\sum_{k\in K}\sum_{t\in T} C_{ij} x_{ijk}^t \quad (10)$$

$$Min\ Z_2 = \sum_{j\in J}\sum_{t\in T}(1 - \sum_{i\in V}\sum_{k\in K} x_{ijk}^t) B_j^t \quad (11)$$

$$\sum_{i\in V}\sum_{j\in J} d_j^t x_{ijk}^t \le Q_k + (1-\alpha_k) r_k \qquad \forall k\in K, t\in T \quad (12)$$

$$\sum_{j\in J} d_j^t y_{ij}^t \le P_i z_i \qquad \forall i\in I, t\in T \quad (13)$$

$$\sum_{i\in V}\sum_{k\in K} x_{ijk}^t \le 1 \qquad \forall j\in J, t\in T \quad (14)$$

$$rs_{lk}^t - rs_{jk}^t - N x_{ljk}^t \le N-1 \qquad \forall j,l\in J, k\in K, t\in T \quad (15)$$

$$\sum_{j\in V} x_{ijk}^t - \sum_{j\in V} x_{jik}^t = 0 \qquad \forall i\in V, k\in K, t\in T \quad (16)$$

$$\sum_{i\in I}\sum_{j\in J} x_{ijk}^t \le 1 \qquad \forall k\in K, t\in T \quad (17)$$

$$\sum_{u\in V} x_{iuk}^t + \sum_{u\in V} x_{ujk}^t \le 1 + y_{ij}^t \qquad \forall i\in I, j\in J, k\in K, t\in T \quad (18)$$

$$\sum_{i\in V}\sum_{j\in V} (C_{ij} + S_j) x_{ijk}^t \le A_k^t DT^t \qquad \forall k\in K, t\in T \quad (19)$$

$$x_{ijk}^t \in \{0,1\} \qquad \forall i\in I, j\in J, k\in K, t\in T \quad (20)$$

$$y_{ij}^t \in \{0,1\} \qquad \forall i\in I, j\in J, t\in T \quad (21)$$

$$z_i \in \{0,1\} \qquad \forall i\in I \quad (22)$$

$$rs_{jk}^t \ge 0, Integer \qquad \forall j\in J, k\in K, t\in T \quad (23)$$

$$0 \le \alpha_k \le 1 \qquad \forall k\in K \quad (24)$$

در مدل ارایه‌شده، رابطه (۱۰) تابع هدف اول مساله را نشان داده که شامل مجموع هزینه‌های ثابت استقرار مکان‌های کاندید، مجموع هزینه‌های ثابت استفاده از وسایل نقلیه و هزینه حمل و نقل می‌باشد و بایستی حداقل گردد. رابطه (۱۱) که مربوط به تابع هدف دوم مساله بوده، بیان می‌کند در صورتی که به تقاضای برخی از مشتریان پاسخ داده نشود، هزینه کمبود ایجاد می‌گردد. لازم به ذکر است هزینه کمبود ناشی از عدم سرویس‌دهی به برخی مشتریان بوده که به دلایلی مانند کمبود ظرفیت وسایل نقلیه، کمبود ظرفیت دپوها، در دسترس نبودن همه وسایل نقلیه، وجود محدودیت مسافت و غیره به وجود می‌آید. در واقع این رابطه بیان می‌کند که هرچه مقدار این هزینه‌ها بیشتر باشد، به معنی کاهش رضایت مشتری بوده و موجب از دست دادن مشتریان می‌گردد. لذا ضروری است که با حداقل کردن این هزینه‌ها به دنبال حداکثر کردن رضایت‌مندی مشتریان باشیم. محدودیت (۱۲)، بیان می‌کند مجموع تقاضای مشتریانی که به هر وسیله نقلیه اختصاص داده می‌شوند، نباید از ظرفیت وسیله نقلیه که به صورت فازی انعطاف‌پذیر برآورده شده است، تجاوز کنند. همچنین به طریق مشابه، محدودیت (۱۳)

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-03]

[DOI: 10.61186/jamlu.20.2.149]

نیز بیانگر عدم تجاوز مجموع تقاضای مشتریان تخصیص داده شده به هر دپو، از ظرفیت آن دپو می‌باشد. محدودیت (۱۴)، تضمین می‌کند در صورتی که یک مشتری سرویس دریافت کند، آن سرویس‌رسانی تنها توسط یک وسیله نقلیه انجام خواهد شد در واقع این بدین معنی است که هر مشتری تنها می‌تواند در داخل یک مسیر قرار بگیرد. محدودیت (۱۵)، که به محدودیت زیرتورها معروف است، موجب حذف تور یا حلقه‌های احتمالی می‌شود که فاقد مبدا هستند. محدودیت (۱۶)، بیان می‌کند که هر وسیله نقلیه می‌بایست سفر خود را از هر دپویی که آغاز نمود، به همان دپو خاتمه دهد (در واقع به پیوستگی سفر وسلیه نقلیه اشاره دارد). محدودیت (۱۷)، به این نکته اشاره دارد که وسیله نقلیه در دسترس می‌تواند در یک دوره مورد استفاده قرار نگیرد. همچنین محدودیت (۱۸) عنوان می‌کند هر مشتری به دپویی اختصاص می‌یابد که مسیری به آن دپو وجود داشته باشد. محدودیت (۱۹)، مربوط به محدودیت مسافت سفر وسایل نقلیه با توجه به ضریب دسترسی‌پذیری آنها می‌باشد. محدودیت‌های (۲۰) الی (۲۲)، متغیرهای باینری (صفر و یک) را نشان می‌دهند. محدودیت (۲۳) مربوط به متغیرهای عدد صحیح و نامنفی بوده، و در نهایت محدودیت (۲۴) یک محدودیت نامنفی منحصر به بازه بسته صفر تا یک می‌باشد.

٦ فرآیند حل

همان‌طور که در پیش از این بیان شد، مساله مکانیابی-مسیریابی وسیله نقلیه در دسته مسایل سخت یا مسایل *NP-Hard* قرار دارد [۳]. بدیهی است مساله *CLRP* با قیود فازی انعطاف‌پذیر علاوه بر دارا بودن ویژگی‌های مساله مکانیابی- مسیریابی، با شرایط دشوارتری مانند پویا بودن، محدودیت مسافت سفر وسایل نقلیه و فازی انعطاف‌پذیر بودن ظرفیت وسایل نقلیه و غیره همراه است و از این‌رو، از دسته مسایل سخت محسوب می‌گردد. محققین جهت حل مسایل موجود در حوزه مکانیابی- مسیریابی، از روش‌های حل دقیق، ابتکاری و همچنین فراابتکاری استفاده می‌کنند. بدیهی است حل این‌گونه مسایل با استفاده از روش دقیق، رسیدن به جواب بهینه را تضمین می‌کند؛ اما در حالتی که تعداد داده‌های مساله افزایش می‌یابد، زمان حل مساله نیز افزایش خواهد یافت.

در این بخش، ابتدا یک روش دقیق جهت حل مساله *CLRP* با قیود فازی انعطاف‌پذیر ارایه می‌دهیم که یک مساله چند هدفه می‌باشد، و سپس با استفاده از مثال‌های عددی، فرایند حل را بیان خواهیم کرد. روش‌های مختلفی جهت حل مسایل برنامه‌ریزی خطی چندهدفه با قیود فازی انعطاف‌پذیر وجود دارد که در این بخش به ارایه یکی از الگوریتم‌ها جهت حل مدل پیشنهادی پرداخته می‌شود [۲۵].

٦-١الگوریتم حل

مساله برنامه‌ریزی خطی چندهدفه با قیود فازی انعطاف‌پذیر [1] (*MOLPFFC*) به‌صورت زیر را در نظر بگیرید:

[1] Multi-Objective Linear Programming with Fuzzy Flexible Constraint

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-03]

[DOI: 10.61186/jamlu.20.2.149]

$$Min\, Z_1 = \sum_{i\in I} E_i Z_i + \sum_{i\in I}\sum_{j\in J}\sum_{k\in K}\sum_{t\in T} H_k x_{ijk}^t + \sum_{i\in V}\sum_{j\in V}\sum_{k\in K}\sum_{t\in T} C_{ij} x_{ijk}^t$$

$$Min\, Z_2 = \sum_{j\in J}\sum_{t\in T}(1 - \sum_{i\in V}\sum_{k\in K} x_{ijk}^t) B_j^t$$

$s.t.$

$$\sum_{i\in V}\sum_{j\in J} d_j^t x_{ijk}^t \lesssim Q_k \qquad \forall k \in K, t \in T$$

قیود (۱۳) تا (۲۳)

گام اول: مساله برنامه ریزی خطی چندهدفه چند پارامتری[1] ($MPMLOP$) معادل با مساله برنامه‌ریزی خطی چند هدفه با قیود فازی انعطاف‌پذیر را به دست آورید:

$$Min\, Z_1 = \sum_{i\in I} E_i Z_i + \sum_{i\in I}\sum_{j\in J}\sum_{k\in K}\sum_{t\in T} H_k x_{ijk}^t + \sum_{i\in V}\sum_{j\in V}\sum_{k\in K}\sum_{t\in T} C_{ij} x_{ijk}^t$$

$$Min\, Z_2 = \sum_{j\in J}\sum_{t\in T}(1 - \sum_{i\in V}\sum_{k\in K} x_{ijk}^t) B_j^t$$

$s.t.$

$$\sum_{i\in V}\sum_{j\in J} d_j^t x_{ijk}^t \le Q_k + (1-\alpha_k) r_k \qquad \forall k \in K, t \in T$$

قیود (۱۳) تا (۲۴)

گام دوم: با رویکرد وزنی و انتخاب وزن‌های مناسب (با نظر خبره) مساله برنامه‌ریزی خطی تک هدفه چند پارامتری[2] ($MPSOLP$) چند هدفه را به یک مساله تک هدفه تبدیل خواهیم کرد.

$$Min\, Z_3 = \lambda_1 (\sum_{i\in I} E_i Z_i + \sum_{i\in I}\sum_{j\in J}\sum_{k\in K}\sum_{t\in T} H_k x_{ijk}^t + \sum_{i\in V}\sum_{j\in V}\sum_{k\in K}\sum_{t\in T} C_{ij} x_{ijk}^t)$$

$$+\lambda_2 (\sum_{j\in J}\sum_{t\in T}(1 - \sum_{i\in V}\sum_{k\in K} x_{ijk}^t) B_j^t)$$

$s.t.$

$$\sum_{i\in V}\sum_{j\in J} d_j^t x_{ijk}^t \le Q_k + (1-\alpha_k) r_k \qquad \forall k \in K, t \in T$$

قیود (۱۳) تا (۲۴)

که در آن λ_1 و λ_2 به ترتیب وزن هزینه‌های مربوط به استقرار دپوها و هزینه‌های حمل و نقل و استفاده از وسایل نقلیه و وزن هزینه کمبود می‌باشد به طوری که: $\lambda_1 + \lambda_2 = 1$.

گام سوم: مساله $MPSOLP$ ارایه‌شده در گام دوم را بر اساس α_kهای مختلف حل کرده تا مقادیر بهینه متغیرها و مقدار بهینه تابع هدف z_3^* به‌دست آید:

[1] Multi-Parametric Multi- Objective Linear Programming

[2] Multi-Parametric Single- Objective Linear Programming

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-03]

[DOI: 10.61186/jamlu.20.2.149]

$$\alpha_k^{*}, \qquad \forall k \in K$$
$$x_{ijk}^{t\,*}, \qquad \forall i \in I, j \in J, k \in K, t \in T$$
$$y_{ij}^{t\,*}, \qquad \forall i \in I, j \in J, t \in T$$
$$z_i^{*}, \qquad \forall i \in I$$

گام چهارم: با استفاده از مقادیر بهینه α_k^* و $z_۳^*$ به دست آمده از گام سوم، مساله[1] $AMPLP$ را با هدف حداکثر کردن میزان مطلوبیت حل کنید.

$$Max \sum_{k \in K} \alpha_k$$
$$s.t.$$
$$Z_۳ \le Z_۳^{*} + \left(۱ - \alpha_۰\right) r_۰$$
$$\sum_{i \in V} \sum_{j \in J} d_j^t x_{ijk}^t \le Q_k + \left(۱ - \alpha_k\right) r_k \qquad \forall k \in K, t \in T$$
$$\alpha_k^{*} \le \alpha_k \le ۱ \qquad \forall k \in K$$
$$\alpha_۰ \epsilon \left[۰, ۱\right]$$

قیود (۱۳) تا (۲۴)

که درآن مقادیر بهینه عبارتند از:

$$\alpha_k^{**}, \qquad \forall k \in K$$
$$x_{ijk}^{t\,**}, \qquad \forall i \in I, j \in J, k \in K, t \in T$$
$$y_{ij}^{t\,**}, \qquad \forall i \in I, j \in J, t \in T$$
$$z_i^{**}, \qquad \forall i \in I$$

توجه: همان‌طورکه پیش‌تر بیان گردید، به دلیل خوش تعریف نبودن مدل در حالت وجود قیود انعطاف‌پذیر، فضای جواب شدنی مساله به‌صورت مشخص قابل تعریف نخواهد بود. لذا می‌بایست جهت حل مدل، ابتدا مساله را ابتدا از حالت فازی انعطاف‌پذیر به حالت پارامتری دقیق تبدیل کرده و سپس جهت رسیدن به جواب بهینه از بیشینه نمودن سطوح مطلوبیت استفاده کنیم. مساله برنامه‌ریزی خطی چندهدفه با قیود فازی انعطاف‌پذیر را به مساله برنامه‌ریزی خطی چند هدفه پارامتری تبدیل می‌کنیم.

جهت سهولت در انجام کار، مساله چندهدفه را به یک مساله تک هدفه تبدیل خواهیم کرد. روش‌های زیادی جهت حل مسایل چندهدفه وجود دارد که یکی از آن‌ها روش مجموع موزون می‌باشد. در این روش به هر تابع بر حسب شاخص‌ها و اولویت‌های مورد نظر تصمیم‌گیرنده، ضریبی بین صفر و یک نسبت خواهند داد که بایستی مجموع ضرایب نسبت داده شده به توابع هدف برابر با یک باشد.

[1] Auxiliary Multi-Parametric Linear Programming

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-03]

[DOI: 10.61186/jamlu.20.2.149]

با توجه به این‌که با حل مساله ارایه‌شده در گام سوم، جواب بهینه α_k^* و مقدار بهینه تابع هدف z_3^* به‌دست آمد. لذا با استفاده از آن و با تغییر تابع هدف مساله به‌صورت حداکثر کردن میزان مطلوبیت، مساله زیر را حل نموده تا جواب بهینه زیر با مقدار تابع هدف z_3^{**} به‌دست آید.

قضیه ٦-١: هرگاه مساله برنامه‌ریزی خطی چندهدفه با قیود فازی انعطاف‌پذیر ($MOLPFFC$) دارای جواب بهینه باشد، آنگاه مساله $AMPLP$ شدنی است.

اثبات: با توجه به اینکه $\alpha_k \in [0,1]$، هر جواب بهینه مساله برنامه‌ریزی خطی چندهدفه با قیود فازی انعطاف‌پذیر ($MOLPFFC$)یک جواب شدنی برای مساله $AMPLP$ است. به ویژه برای $\alpha_k = 1$، جواب بهینه $MOLPFFC$، یک جواب شدنی بدیهی برای مساله است.

قضیه ٦-٢: مساله $AMPLP$ در صورت شدنی بودن هیچگاه بیکران نمی‌شود.

اثبات: با توجه به قضیه ۶-۱، چون مساله $AMPLP$ شدنی است، و تابع هدف مساله با توجه به اینکه $\alpha_k \in [0,1]$ همواره کراندار است، بنابراین حالت بیکرانی واقع نمی‌شود.

۷ مثال عددی

در این بخش جهت تشریح عملکرد مدل و روش حل آن، به ارایه یک مثال عددی در مقیاس کوچک می‌پردازیم. در این مثال تعداد ۳ دپوی کاندید با ظرفیت‌های متفاوت جهت استقرار و هزینه استقرار وجود دارد که در جدول ۲ به آن اشاره شده است. تعداد ۷ مشتری در مکان‌های از پیش تعیین‌شده مستقر می‌باشند که آماده دریافت سرویس هستند و همچنین جهت مشهود بودن نتایج در این آزمایش یک دوره برنامه‌ریزی درنظر گرفته شده است. تقاضای مشتریان و هزینه کمبود ناشی از عدم سرویس‌رسانی به هر مشتری نیز در جدول ۳ بیان‌شده است. از طرفی تعداد ۴ وسیله نقلیه غیر مشابه با ضرایب دسترسی‌پذیری متفاوت وجود دارند کار سرویس‌رسانی به مشتریان را انجام می‌دهند. حداکثر مسافتی که هر وسیله نقلیه قادر به پیمایش آن می‌باشد، ۱۰۰ کیلومتر است. هر وسیله نقلیه دارای هزینه ثابت استفاده از آن بوده که در جدول ۱ بیان شده و هزینه حمل و نقل که اطلاعات آن در جدول ۴ آورده شده است. همچنین مدت زمان انجام سرویس توسط هر وسیله نقلیه به هر مشتری، در جدول ۳ ارایه شده است. از آنجایی که ظرفیت وسایل نقلیه با توجه به غیرمشابه بودن آن‌ها، متفاوت است و از طرفی به‌دلیل فازی انعطاف‌پذیری قیود مربوط به آن، برای هر وسیله نقلیه یک حداکثر آستانه تخطی از ظرفیت نیز بیان شده است. قابل ذکر است که میزان تخطی هر وسیله نقلیه از ظرفیت تعریف‌شده برای آن توسط تصمیم‌گیرنده، با توجه به شاخص‌های مورد نظر ایشان جهت افزایش ظرفیت هر وسیله نقلیه تعیین می‌گردد. از آنجایی که می‌خواهیم مساله را با استفاده از روش وزن‌دهی از حالت چند هدفه به حالت تک هدفه تبدیل کنیم، وزن مربوط به تابع هدف اول را ۰/۶ و وزن مربوط به تابع هدف دوم را ۰/۴ درنظرمی‌گیریم. قابل ذکر است که وزن‌دهی به توابع هدف با توجه به نظر تصمیم‌گیرنده و بر اساس شاخص‌های مورد نظر ایشان می‌باشد. در سرتاسر این بخش در فرآیند حل از نرم‌افزار $GAMS$ با حل کننده $CPLEX$ استفاده شده است.

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-03]

[DOI: 10.61186/jamlu.20.2.149]

جدول ۱. شرایط وسایل نقلیه موجود

وسیله نقلیه	ظرفیت در هر دوره	هزینه ثابت استفاده (واحد پول)	ضریب دسترسی‌پذیری	حداکثر آستانه قایل پذیرش
۱	۳۰۰	۲	۱	۷۰
۲	۴۰۰	۴	۰/۸	۸۰
۳	۳۰۰	۲	۰/۷	۷۰
۴	۴۹۰	۶	۱	۱۱۰

جدول ۲. شرایط دپوهای کاندید موجود

دپو	ظرفیت در هر دوره	هزینه ثابت استقرار(وحد پول)
۱	۳۰۰	۵
۲	۴۰۰	۸
۳	۷۰۰	۱۰

جدول ۳. شرایط مشتریان

مشتری	تقاضا در هر دوره	مدت زمان دریافت سرویس	مقدار هزینه کمبود
۱	۱۰۰	۵	۲۰
۲	۳۰۰	۵	۶۰
۳	۱۰۰	۸	۴۰
۴	۲۰۰	۴	۴۰
۵	۱۵۰	۱	۳۰
۶	۱۵۰	۴	۳۰
۷	۳۰۰	۴	۶۰

جدول ٤. هزینه حمل و نقل

گره	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
۱	۰	۸	۱۰	۱۲	۱۰	۱۲	۹	۵	۱۱	۱۰
۲	۸	۰	۱۰	۱۴	۲	۱۳	۹	۴	۷	۱۴
۳	۱۰	۱۰	۰	۴	۷	۶	۸	۱۰	۱۰	۱۰
۴	۱۲	۱۴	۴	۰	۱۰	۵	۷	۱۰	۱۲	۱۵
۵	۱۰	۱۴	۷	۱۰	۰	۱۳	۱۸	۵	۴	۵
۶	۱۲	۱۳	۶	۵	۱۳	۰	۱۰	۶	۸	۹
۷	۹	۹	۸	۷	۱۸	۱۰	۰	۹	۵	۴
۸	۵	۴	۱۰	۱۰	۵	۶	۹	۰	۱۰	۱۱
۹	۱۱	۷	۱۰	۱۲	۴	۸	۵	۱۰	۰	۵
۱۰	۱۰	۱۴	۱۰	۱۵	۵	۹	۴	۱۱	۵	۰

با توجه به داده‌های مساله و با استفاده از الگوریتم حل ارایه‌شده در بخش قبل، مقدار تابع هدف به ازای درجات مطلوبیت مختلف به‌دست و در جدول ۵ گزارش شده است.

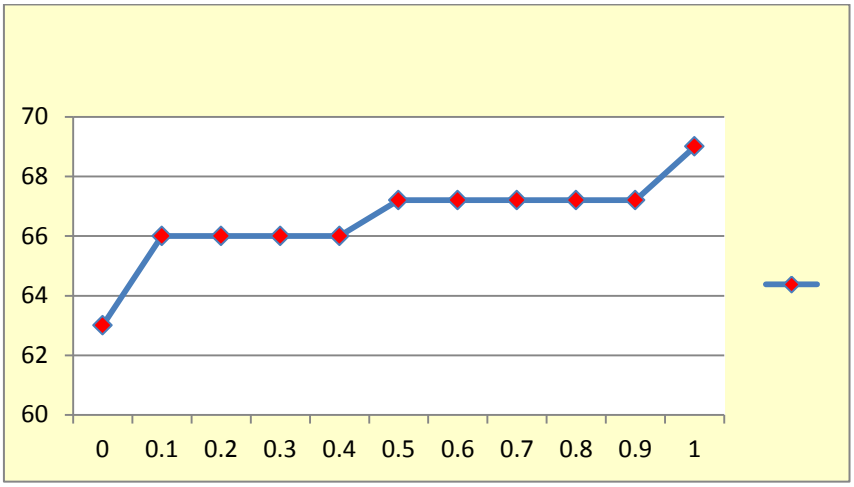
[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-03]

[DOI: 10.61186/jamlu.20.2.149]

جدول ۵. مقادیر تابع هدف به ازای مقادیر α_k های مختلف

α_k	۰	۰/۱	۰/۲	۰/۳	۰/۴	۰/۵	۰/۶	۰/۷	۰/۸	۰/۹	۱
z_3	۶۳	۶۶	۶۶	۶۶	۶۶	۶۷/۲	۶۷/۲	۶۷/۲	۶۷/۲	۶۷/۲	۶۹

شکل ۱ مقادیر مختلف تابع هدف را به ازای مقادیر مختلف α_k نشان می‌دهد.



شکل ۱. مقادیر مختلف تابع هدف به ازای مقادیر مختلف α_k

با توجه به نتایج به‌دست آمده از جدول ۵ در حالتی که $\alpha^* = (۰/۵, ۰/۵, ۰/۵, ۰/۵)$ باشد، مقدار بهینه تابع هدف $z_3^* = ۶۷/۲$ خواهد بود. نمودار بالا نشان‌دهنده این است که با افزایش میزان مطلوبیت، مقادیر تابع هدف نیز افزایش خواهد یافت. اما از آنجایی که تخصیص مقادیر یکسان برای α_kها منطقی به‌نظر نمی‌رسد. از این‌رو، در ادامه مقادیر تابع هدف را به ازای α_k های متفاوت محاسبه خواهیم کرد.

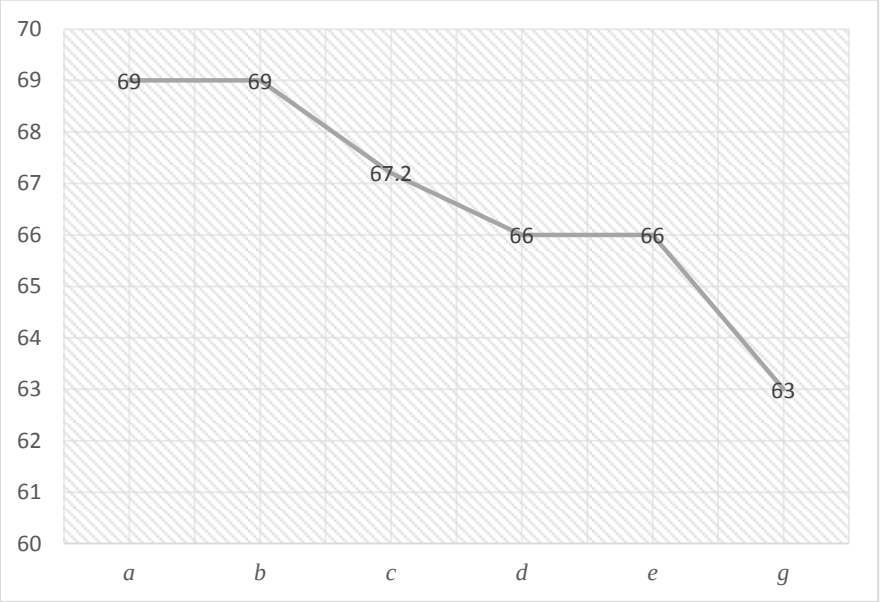
جدول ۶. مقادیر تابع هدف به ازای مقادیر مختلف α_k

	a	**b**	**c**	**d**	**e**	**g**
$\bar{\alpha}$	(۰,۰/۳ , ۰/۵, ۱)	(۱,۰/۳ , ۰/۷, ۱)	(۰/۵,۰/۵ , ۰/۵, ۰/۵)	(۰/۷,۰/۳ , ۰/۷, ۰/۳)	(۰/۳,۰/۵ , ۰/۷, ۰/۳)	(۰/۷,۰/۵ , ۰/۳, ۰)
z_3	۶۹	۶۹	۶۷/۲	۶۶	۶۶	۶۳
α_1	۰	۱	۰/۵	۰/۷	۰/۳	۰/۷
α_2	۰/۳	۰/۳	۰/۵	۰/۳	۰/۵	۰/۵
α_3	۰/۵	۰/۷	۰/۵	۰/۷	۰/۷	۰/۳
α_4	۱	۱	۰/۵	۰/۳	۰/۳	۰

مقادیر مختلف تابع هدف بر اساس مقادیر مختلف α_k در شکل ۷-۲ آورده شده است.

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-03]

[DOI: 10.61186/jamlu.20.2.149]



شکل۲. مقادیر تابع هدف به ازای مقادیر مختلف α_k

با توجه به مقادیر بهینه α^* و مقدار بهینه تابع هدف $z_۴^*$ به‌دست آمده از مرحله قبل و با درنظر گرفتن حداکثر آستانه قابل پذیرش برای قید مربوط به تابع هدف به مقدار ۷، مساله را با تابع هدف بیشینه کردن مطلوبیت حل کرده و جواب بهینه حاصل از آن به صورت زیر خواهد بود: $\alpha^{**} = (۰/۵,۰/۵,۰/۷,۰/۷)$ و $z_۴^{**} = ۶۷/۲$

همان‌طور که ملاحظه می‌شود مقدار تابع هدف بهینه به‌دست آمده نسبت به مرحله قبل ثابت مانده اما مقدار مطلوبیت برای وسایل نقلیه سوم و چهارم افزایش یافته است. این بدان معناست درصورتی که ظرفیت وسایل نقلیه نسبت به ظرفیت تعریف‌شده برای آن‌ها، توسط تصمیم‌گیرنده با درنظر گرفتن مولفه‌هایی چون نوع وسیله نقلیه، سالم یا معیوب بودن آن و غیره جهت اختصاص حداکثر آستانه قابل پذیرش برای هر یک، افزایش یابد، مقدار تابع هدف بهبود خواهد یافت.

در این پژوهش در کنار اهداف اقتصادی و اجتماعی به دنبال حداقل کردن اثرات نامطلوب محیطی نیز می‌باشیم که این امر با افزایش مطلوبیت محقق خواهد شد. افزایش مقدار مطلوبیت از آن جهت حایز اهمیت است که هر چه مقدار آن بیشتر باشدبه این معنی که مقدار بار اضافی تحمیل‌شده به هر وسیله نقلیه کمتر باشد، آنگاه خرابی وسایل نقلیه، استهلاک آن و غیره نیز کاهش خواهد یافت و در نتیجه مقدار آلایندگی‌ها و اثرات مخرب زیست محیطی ناشی از آن نیز کمتر خواهد شد. به همین جهت، پس از حل مساله در مرحله اول و به‌دست آوردن جواب بهینه اولیه، به آن اکتفا نکرده و مساله با استفاده از مقادیر بهینه قبلی جهت بیشینه کردن مطلوبیت حل کرده و به جواب بهینه نهایی رسیدیم.جواب بهینه نهایی نشان می‌دهد که می‌توان مقدار بار اضافی تحمیل‌شده به وسیله نقلیه سوم و چهارم را کاهش داد در حالی که مقدار تابع هدف بهینه بدتر نشود. در واقع این مثال نشان می‌دهد در حالتی که قیود مربوط به ظرفیت وسایل نقلیه به‌صورت فازی انعطاف‌پذیر باشد، ضمن افزایش مطلوبیت، اثرات نامطلوب محیطی کاهش پیدا کرده در صورتی که مقدار تابع هدف مساله که همان کمینه کردن هزینه و افزایش

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-03]

[DOI: 10.61186/jamlu.20.2.149]

رضایت‌مندی مشتریان است، نیز بهبود یابد. مثال اخیر تناسب بین سطح رضایت مندی و مقادیر بهینه تاربع هدف را نشان می‌دهد.

۸ نتیجه‌گیری

در این پژوهش، یک مدل ریاضی چندهدفه مساله مکانیابی- مسیریابی وسایل نقلیه ارایه‌شده که مفروضات آن عبارت است از: وجود محدودیت ظرفیت برای دپوها و وسایل نقلیه، چند دوره‌ای بودن مساله، محدودیت مسافت سفر و وجود ضرایب دسترسی‌پذیری برای وسایل نقلیه در هر دوره زمانی و همچنین فازی انعطاف‌پذیر بودن قیود مربوط به ظرفیت وسایل نقلیه. جهت کمینه‌سازی هزینه‌ها که به تابع هدف اول مرتبط می‌باشد، هزینه‌های مربوط به استقرار دپوها، هزینه ثابت استفاده از وسایل نقلیه و هزینه‌های حمل و نقل مورد بررسی قرار گرفته است و جهت افزایش رضایت‌مندی مشتریان که به تابع هدف دوم مرتبط می‌باشد، هزینه‌های کمبود ناشی از عدم سرویس‌رسانی به برخی مشتریان بایستی حداقل گردد. جهت حل مساله، ابتدا مدل با استفاده از روش وزنی به یک مدل تک هدفه تبدیل‌شده و سپس با استفاده از روش دقیق بیان شد، مدل در حالت وجود محدودیت‌های فازی انعطاف‌پذیر حل شده است. در بخش آخر یک مثال عددی جهت نشان دادن عملکرد مدل پیشنهادی بیان شده است. با توجه به نتایج حاصل از حل که در قالب جدول‌ها و نمودارها نشان داده شده، رابطه خطی بین تغییرات مقادیر تابع هدف و سطح رضایت‌مندی، از صدق‌پذیری قیود فازی انعطاف‌پذیر را نشان می دهد. اگرچه در فرایند حل پیشنهادی، در مرحله دوم روند ارایه‌شده، هدف دستیابی به بالاترین سطح رضایت‌مندی جواب بهینه می‌باشد.

تقدیر و تشکر

نویسندگان از داورانی که با ارایه پیشنهادات ارزشمند خود موجب ارتقای کیفیت نسخه‌های اولیه مقاله شده‌اند قدردانی می‌نمایند.

منابع

[1] Maranzana, F.E. (1964). On the location of supply points to minimize transport costs. Operational Research Quarterly. 15: 261–270.
[2] Salhi, S., Rand, G.K. (1989). The effect of ignoring routes when locating depots. European Journal of Operational Research. 39: 150–156.
[3] Nagy, G., Salhi, S. (2007). Location-routing: Issues, models and methods. European Journal of Operational Research. 177: 649-672.
[4] Laporte, G., Louveaux, F., Mercure, H. (1989). Models and exact solutions for a class of stochastic location-routing problems. European Journal of Operational Research. 39: 71-78.
[5] Laporte, G., Dejax, P.J. (1989). Dynamic location-routing problems. Journal of the Operational Research Society. 40: 471-482.
[6] Wu, T.H., Low, C., Bai, J.W. (2002). Heuristic solutions to multi-depot location routing problems. Computers and Operations Research. 29: 1393-1415.
[7] Ambrosino, D., Scutella, M.G., (2005). Distribution network design: New problems and related models. European Journal of Operational Research. 165: 610-.624.
[8] Lin, C.K.Y., Kwok, R.C.W. (2006). Multi-objective metaheuristics for a location-routing problem with multiple use of vehicles on real data and simulated data. European Journal of Operational Research. 175: 1833-1849.

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-03]
[DOI: 10.61186/jamlu.20.2.149]

[9] Tavakkoli-Moghaddam, R., Makui, A., Mazloomi, Z. (2010). A new integrated mathematical model for a bi-objective multi-depot location-routing problem solved by a multi-objective scatter search algorithm. Journal of Manufacturing Systems. 29: 111-119.
[10] Zarandi, M., Hemmati, A., Davari, S., Turksen, I. (2013). Capacitated location routing problem with time windows under uncertainty. Knowledge-Based Systems. 37: 480–489.
[11] Zare Mehrjerdi, Y., Nadizadeh, A. (2013). Using greedy clustering method to solve capacitated location-routing problem with fuzzy demands. European Journal of Operational Research. 229(1): 75-84.
[12] Marinakis, Y., (2015). An improved particle swarm optimization algorithm for the capacitated location routing problem and for the location routing problem with stochastic demands. Applied Soft Computing.37: 680-701.
[13] Fazayeli, S., Eydi, A., Kamalabadi, I.N. (2018). Location-routing problem in multimodal transportation network with time windows and fuzzy demands: Presenting a Two-Part Genetic Algorithm. Computers and Industrial Engineering. 119: 233-246.
[14] Pekel, P., Kara, S. (2019). Solving fuzzy capacitated location routing problem using hybrid variable neighborhood search and evolutionary local search. Applied Soft Computing Journal. 83: 105665.
[15] Almouhanna, A., Quintero-Araujo, C.L., Panadero, J., Juan, A.A., Khosravi, B., Ouelhadj, D. (2019). The location routing problem using electric vehicles with constrained distance. Computers and Operations Research. 115: 104851.
[16] Nucamendi-Guillén, S., Gómez Padilla, A., Olivares-Benitez, E. and Moreno-Vega, J. (2021). The multi-depot open location routing problem with a heterogeneous fixed fleet. Expert Systems with Applications. 165: 113846.
[17] Alamatsaz, K., Ahmadi, A., Mirzapour Al-e-hashem, S. (2022). A multi-objective model for the green capacitated location-routing problem considering drivers' satisfaction and time window with uncertain demand. Environmental Science and Pollution Research. 29(4) 5052-5071.
[18] Tirkolaee, E., Abbasian. P., Weber, G. (2021). Sustainable fuzzy multi-trip location-routing problem for medical waste management during the COVID-19 outbreak. Science of the Total Environment .756: 143607.
[19] Zabihian-Bisheh, A., Pourrezaie-Khaligh, P., Farrokhi-Asl, H., W.T. Lim, S., Rabbani, M., Khamechian, M. (2022). Cleaner Waste Systems Journal. 2: 100011.
[20] Yu, V. F., Lin, S. W., Lee, W., Ting, C. J. (2010). A simulated annealing heuristic for the capacitated location routing problem. Computers and Industrial Engineering. 58: 288-299.
[21] Nasseri, S.H., Ramzannia-Keshteli, G.A. (2018). A goal programming approach for fuzzy flexible linear programming problems. Iranian Journal of Operations Research. 9: 1-28.
[22] Nasseri, S.H., et al. (2019). Application for the Flexible Linear Programming. Solution Techniques and Applications, Studies in Fuzziness and Soft Computing, springer. 223-232.
[23] Ramzannia-Keshteli, G.A. Nasseri, S.H. (2019). Solving flexible fuzzy multi-objective linear programming problems: Feasibility and efficiency concept of solutions. Punjab University Journal of Mathematics. 51(6) 19-31.
[24] Nasseri, S.H., Zavieh, H. (2018). A Multi-objective Method for Solving Fuzzy Linear Programming Based on Semi-infinite Model. Fuzzy Information and Engineering. 10: 91-98.
[25] Dai, Z., Gao, K., Giri, B.C. (2020). A hybrid heuristic algorithm for cyclic inventory-routing problem with perishable products in VMI supply chain. Expert Systems with Applications. 153: 113322.
[26] Kurokia, H., Ishigakia, A., Takashima, R. (2020). A location-routing problem with economic efficiency for recycling system.17th Global Conference on Sustainable Manufacturing,2019 oct9-11; Shanghai, China. 43:215–222.
[27] Biuki, M., Kazemi, A., Alinezhad, A. (2020). An integrated location-routing-inventory model for sustainable design of a perishable products supply chain network. Journal of Cleaner Production. 260: 120842
[28] Lu, J., Chen, Y., Hao, J.K., He, R. (2020). The time-dependent electric vehicle routing problem: model and solution. Expert Systems with Applications. 161: 113593.
[29] Nasseri, S.H., Ramzannia-Keshteli, G.A. (2021). Flexible fuzzy modified multi-choice optimal programming problems. Journal of Operational Research in its Applications, 64(1): 139-155.
[30] Shakori, G., Nasseri, S.H. Paydar, M.M. (2022). A fuzzy mathematical programming approach for transportation problem with flexible fuzzy constraints. Journal of Operational Research in its Applications, 74(3): 29-44.

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-03]

[DOI: 10.61186/jamlu.20.2.149]