Journal of Operational Research in its Applications
Vol.22, NO.2, Summer 2025
ISSN: 2251-7286
DOI: 10.71773/jamlu-2025-2-2251

Designing an Economic Production Model with Production Capacity Constraint and Affected by Overall Discount and Price Dependent on Order Quantity Using Meta-heuristic Algorithms

A. Yaghoubi[1*], A. Rajabi[2]
[1] *Assistant Professor, Department of Industrial Engineering, Raja University, Qazvin, Iran*
[2] *Master's degree, Department of Industrial Management, Ghazali Higher Education Institute, Qazvin, Iran*.

Research Paper

Received: 2 December 2024
Accepted: 23 April 2025

Abstract: Among the important and effective responsibilities in industrial units is planning and inventory control. In this case, determining the optimal balance between inventory levels, ordering, holding, and purchasing costs plays a significant role in preventing capital waste and dealing with inventory shortages. In this regard, this paper designs an economic production quantity (EPQ) model in single and multi-product cases with considering production capacity constraints, general discount on purchase orders for items and price dependence on the order quantity. This model is applicable when the production rate of products is lower than their demand rate and the production system faces production capacity constraints. Also, it is assumed that the cost function of purchasing each unit of goods follows an exponential distribution and depends on the quantity of purchase orders. The presented model cannot be solved in polynomial time, and as the number of products increases, the problem solving time increases with an exponential distribution. So, in order to solve the model in the single-product case, the GAMS software was used, and for multi-product cases, the Genetic Algorithm (GA) and Imperialist competitive Algorithm (ICA) were used. In order to improve the performance of the solution algorithms, response surface methodology (RSM) has been used to determine the optimal values of their parameters. Finally, in order to evaluate the performance of the proposed model, random problems were designed and the results were evaluated by the indicators of solution quality and run time, which indicate the superiority of the GA.

Introduction: Among the important and effective responsibilities in industrial units is planning and inventory control. In this case, determining the optimal balance between inventory levels, ordering, holding, and purchasing costs plays a significant role in preventing capital waste and dealing with inventory shortages.

Materials and Methods: In this regard, this paper designs an economic production quantity (EPQ) model in single and multi-product cases with considering production capacity constraints, general discount on purchase orders for items and price dependence on the order quantity. This model is applicable when the production rate of products is lower than their demand rate and the production system faces production capacity constraints. Also, it is

* *Corresponding Author: A.Yaghoubi@Raja.ac.ir*

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-04]

[DOI: 10.71773/jamlu-2025-2-2251]

Journal of Operational Research in its Applications
Vol.22, NO.2, Summer 2025
ISSN: 2251-7286
DOI: 10.71773/jamlu-2025-2-2251

assumed that the cost function of purchasing each unit of goods follows an exponential distribution and depends on the quantity of purchase orders. The presented model cannot be solved in polynomial time, and as the number of products increases, the problem solving time increases with an exponential distribution. So, in order to solve the model in the single-product case, the GAMS software was used, and for multi-product cases, the Genetic Algorithm (GA) and Imperialist competitive Algorithm (ICA) were used. In order to improve the performance of the solution algorithms, response surface methodology (RSM) has been used to determine the optimal values of their parameters.

Results and Discussion: Finally, in order to evaluate the performance of the proposed model, random problems were designed.

Conclusions: The results were evaluated by the indicators of solution quality and run time, which indicate the superiority of the GA.

Keywords: Inventory Control, Production Capacity, Overall Discount, Genetic Algorithm, Imperialist competitive Algorithm.

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-04]

[DOI: 10.71773/jamlu-2025-2-2251]

مجله تحقیق در عملیات در کاربردهای آن، سال بیست و دوم، شماره دوم (پیاپی ۸۵)،تابستان ۰۴، ص ص ۱۵۰-۱۲۷
شاپا ۷۲۸۶-۲۲۵۱
DOI: 10.71773/jamlu-2025-2-2251

طراحی مدل تولید اقتصادی با محدودیت در ظرفیت تولید و متاثر از تخفیف کلی و قیمت وابسته به مقدار سفارش با استفاده از الگوریتم‌های فراابتکاری

علی یعقوبی[1*]، امیرحسین رجبی[2]
۱- استادیار، گروه مهندسی صنایع، دانشگاه رجاء، قزوین، ایران
۲- کارشناسی ارشد، گروه مدیریت صنعتی، موسسه آموزش عالی غزالی، قزوین، ایران

رسید مقاله: ۱۲ آذر ۱۴۰۳
پذیرش مقاله: ۳ اردیبهشت ۱۴۰۴

چکیده
از جمله مسئولیت‌های مهم و اثر بخش در واحدهای صنعتی، برنامه‌ریزی و کنترل موجودی می‌باشد. در این زمینه، تعیین تعادل بهینه بین مقدار موجودی، هزینه‌های سفارش‌دهی، نگهداری و خرید نقش بارزی در جلوگیری از اتلاف سرمایه و مواجه شدن با کمبود موجودی دارد. در این راستا، این مقاله به طراحی مدل تولید اقتصادی (EPQ) در حالات تک محصولی و چندمحصولی با محدودیت در ظرفیت تولید و وجود تخفیف کلی در سفارشات خرید اقلام و قیمت وابسته به مقدار سفارش می‌پردازد. این مدل زمانی قابل کاربرد است که نرخ تولید محصولات کمتر از نرخ تقاضای آنها بوده و سیستم تولید با محدودیت ظرفیت تولید مواجه است. در این مدل فرض برآن است که تابع هزینه خرید هر واحد کالا از توزیع نمایی پیروی و وابسته به مقدار سفارشات خرید است. مدل ارایه‌شده در زمان چندجمله‌ای قابل حل نبوده و با افزایش تعداد محصولات، زمان حل مساله با توزیع نمایی افزایش می‌یابد. بنابراین به‌منظور حل مدل با توجه به پیچیدگی آن، در حالت تک محصولی از نرم‌افزار حل دقیق GAMS و برای چندمحصولی از الگوریتم‌های فراابتکاری ژنتیک (GA) و رقابت استعماری (ICA) استفاده شده است. همچنین در راستای بهبود عملکرد الگوریتم‌های حل، از متدولوژی سطح پاسخ (RSM) جهت تعیین مقادیر پارامترهای آنها استفاده گردیده است. در نهایت به‌منظور ارزیابی عملکرد مدل پیشنهادی، مسایل تصادفی طراحی و نتایج توسط شاخص‌های کیفیت جواب و زمان اجرا مورد ارزیابی قرار گرفته که نشان‌دهنده برتری الگوریتم ژنتیک می‌باشد.

کلمات کلیدی: کنترل موجودی، ظرفیت تولید، تخفیف کلی، الگوریتم ژنتیک، الگوریتم رقابت استعماری.

* عهده‌دار مکاتبات
آدرس الکترونیکی: *A.Yaghoubi@Raja.ac.ir*

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-04]

[DOI: 10.71773/jamlu-2025-2-2251]

۱ مقدمه

از جمله مسئولیت‌های مهم و اثر بخش در واحدهای صنعتی، برنامه‌ریزی و کنترل موجودی می‌باشد. فعالیت‌های لازم جهت استقرار سیستم برنامه‌ریزی و کنترل موجودی همواره مورد نظر مدیریت بخش کنترل مواد و سفارشات است. مسئولیت اصلی مدیران بخش برنامه‌ریزی و کنترل تولید و موجودی، آن است که با در نظر گرفتن اهداف و استراتژی‌های کلان سازمان، روش‌ها و سیاست‌هایی را طراحی و به‌کار گیرند که در اقتصاد کلی سازمان اثر مثبت داشته باشد.

مدل‌های کنترل موجودی کلاسیک به بررسی سیستم‌هایی از موجودی بدون در نظر گرفتن پارامترهای کاربردی در مسایل دنیای واقعی همچون کمبود، تخفیف و یا وجود کالاهای معیوب در سیستم موجودی می‌پردازند. این در حالی است که چنین مفروضاتی به نظر غیرواقعی می‌رسد، و علی‌رغم هزینه‌های مرتبط با نگهداری موجودی‌ها، داشتن موجودی در انبار امری ضروری می‌باشد. در واقع، وقوع کمبود کالا مشکلات بسیاری مانند از دست رفتن فرصت فروش کالا و کاهش اعتبار سازمان را به دنبال خواهد داشت، که هر کدام از این موارد هزینه‌های نهان و پنهانی را به سازمان تحمیل خواهد نمود. همچنین، در بسیاری از مواقع علاوه بر هزینه‌های مربوط به ذخیره و کمبود موجودی مسایلی وجود دارند که باید در نظر گرفته شوند و هزینه‌های مربوط به آنها هم مدیریت شود. مثلاً در حالتی که فرآیند خرید اقلام همراه با تخفیف متناسب با مقدار خرید باشد و سیستم با محدودیت در ظرفیت تولید محصولات مواجه باشد، کنترل موجودی اقلام مربوطه اهمیت بیشتری پیدا می‌کند. امروزه به علت وجود فضای رقابتی بین شرکت‌ها، بسیاری از آنها مفروضات کاربردی را در مدل سازی سیستم موجودی خود در نظر می‌گیرند تا هم رضایت بیشتر مشتریان را جلب کنند و هم این‌که بتوانند سود و هزینه سیستم موجودی خود را معقولانه‌تر هدف‌گذاری کنند. بنابراین در راستای پرداختن به این مساله، این تحقیق به طراحی مدل تولید اقتصادی در حالات تک محصولی و چند محصولی و متاثر از تخفیف کلی و قیمت‌های خرید وابسته به مقدار سفارش می‌پردازد. در این مدل فرض برآن است که نرخ تولید محصولات کمتر از نرخ تقاضای آنها بوده و سیستم تولید با محدودیت ظرفیت تولید مواجه و تابع هزینه خرید هر واحد کالا از توزیع نمایی پیروی و وابسته به مقدار سفارشات خرید است.

ساختار باقی‌مانده این مقاله به شرح زیر است. بخش ۲ به بررسی ادبیات از مطالعات پیشین در ارتباط با سیستم کنترل موجودی با وجود محدودیت در ظرفیت‌های تولید در حالات تک محصولی و چندمحصولی و نیز وجود تخفیف کلی در سفارش محصولات می‌پردازد. در بخش ۳، مدل تولید اقتصادی پیشنهادی تحقیق در حالات تک محصولی و چندمحصولی محصولات طراحی می‌شوند. در بخش ۴، طراحی الگوریتم‌های فراابتکاری ژنتیک و رقابت استعماری جهت حل مدل‌های پیشنهادی انجام شده است. حل مسایل عددی در ابعاد تک محصولی و چندمحصولی و تحلیل نتایج محاسباتی در بخش ۵ ارایه شده است. در پایان، نتیجه‌گیری و پیشنهادها در بخش ۶ ارایه می‌گردد.

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-04]

[DOI: 10.71773/jamlu-2025-2-2251]

۲ پیشینه تحقیق

مدل کلاسیک مقدار سفارش اقتصادی (EOQ[1]) در ابتدا توسط هریس [۱] ابداع شد. در این مدل، سفارش به صورت آنی دریافت می‌شود و کمبود موجودی وجود ندارد و همه پارامترها نیز قطعی در نظر گرفته شده‌اند. این مدل سپس توسط محققان دیگری در محیط‌های قطعی، فازی و احتمالی بسط و پیشرفت داده شده تا به دنیای واقعی نزدیک‌تر گردد. هادلی و ویتن[۲] مدل قطعی EOQ را گسترش دادند و در آن فرض مجاز بودن کمبود موجودی را مورد بررسی قرار داده و بدین ترتیب مدل اولیه هریس را بهبود بخشیدند. دارویچ [۳] مدل مقدار تولید اقتصادی (EPQ[2]) کلاسیک را با لحاظ مجاز بودن کمبود موجودی و هزینه‌های آماده‌سازی متغیر ارایه کرد. لی و همکاران [۴] مدل EPQ بر پایه استراتژی تاخیر در زمان تحویل را گسترش دادند که در آن کمبود موجودی از نوع پس‌افت در نظر گرفته شده بود. روی و همکاران [۵] مدل تولید اقتصادی با رویکرد تولید مجدد برای کالاهای معیوب در محیط فازی را ارایه نمودند و برای حل مدل از الگوریتم ژنتیک استفاده کردند. در این مدل متغیرهای تصمیم مدل عبارت بودند از تعداد سیکل‌ها در افق زمانی، مدت زمان جمع آوری کالاهای معیوب و طول سیکل و همچنین از زمان تحویل در مدل چشم پوشی شده بود. لئوپولدو و همکارانش [۶] در تحقیقی به ارایه مدل تولید اقتصادی در سیستمی‌که محصولات با کیفیت پایین تولید می‌شوند پرداختند. در این مدل فرض گردید که نرخ تولید بیشتر از نرخ تقاضا بوده و همه محصولات معیوب باید در همان سیکل، مجدداً بازسازی شوند. طالعی زاده و همکارانش [۷] در تحقیقی با عنوان ارایه مدل تولید چند محصولی با اقلام معیوب و وجود محدودیت‌های تصادفی در سطح خدمات و تعمیرات پرداختند. در این تحقیق فرض شده است تنها یک دستگاه برای تولید محصولات موجود است که این امر سبب محدودیت در ظرفیت تولید و نیز کمبود منجر می‌شود. هدف این تحقیق تعیین طول سیکل بهینه، مقادیر تولید بهینه از محصولات و مقدار سفارش معوق بهینه از هر محصول می‌باشد به‌طوری‌که هزینه کل مورد انتظار سیستم موجودی حداقل شود. گلاک [۸] در تحقیق خود به ارایه مدل جدید کنترل موجودی با حضور خرده فروش و فروشنده در یک زنجیره تامین پرداختند، طوری‌که که اگر خرده فروش مقدار کالای بیشتری را از فروشنده خریداری نماید، فروشنده تخفیف کلی بر روی مقدار خرید به وی ارایه دهد که در نتیجه آن هزینه‌های نگهداری به‌دست آمده از افزایش خرید تامین می‌گردد.

سرخسی و همکاران [۹] به تحقیقی با عنوان مروری بر ادبیات مدل‌های مدیریت موجودی در شرایط عدم قطعیت پرداختند. این مقاله پارامترهای احتمالی مدل‌های موجود کنترل موجودی را تحلیل نمود. شادکام و بیجاری [۱۰] به تحقیقی با عنوان مدل‌های مدیریت موجودی و اثرات آنها بر تقاضای نامطمئن پرداختند. اهداف این مقاله ارزیابی اثرات عدم قطعیت تقاضا بر مدیریت موجودی و ارزیابی تفاوت در تقاضای غیرقطعی با توجه به کنترل‌های تقاضای تعیین شده و مدل‌های مورد استفاده است. در این تحقیق سه مدل مدیریت موجودی مورد مطالعه قرار گرفته است: مقدار سفارش اقتصادی (EOQ)، هزینه‌یابی مبتنی بر فعالیت (ABC) و تولید به‌موقع (JIT). پرسشنامه نظرسنجی برای جمع آوری داده‌های اولیه از پنج شرکت FMCG در رسته سازمان‌های تولیدی

[1] Economic Order Quantity
[2] Econimic Production Quantity

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-04]

[DOI: 10.71773/jamlu-2025-2-2251]

گردآوری نمودند. داده‌های نظرسنجی ۲۵۵ پاسخ‌دهنده از شرکت‌های تولیدکننده FMCG در تجزیه و تحلیل استفاده شد. سینگ و همکاران [۱۱] به تحقیقی با عنوان مروری بر مدل‌های کنترل موجودی و طبقه‌بندی بر اساس روش‌های دستیابی به پارامترهای کنترل بهینه پرداختند. آنها از روش‌های عددی پیشرفته مختلفی برای حل مسایل کنترل موجودی استفاده نمودند، که آن را به یک مساله چند رشته‌ای تبدیل کرد و محققین از رشته‌های مختلف دانشگاهی را جذب نمود. با توجه به این واقعیت، این مقاله بر روی جدول زمانی مدل‌های کنترل موجودی با توجه به روش‌شناسی در استخراج پارامترهای کنترل بهینه تمرکز نمود. این روش‌ها شامل رویکردهای تحلیلی، تئوری کنترل بهینه، برنامه‌ریزی پویا، بهینه سازی مبتنی بر شبیه سازی و بهینه سازی مبتنی بر تعامل است. مولامحمدی و میرزاده [۱۲] به تحقیقی با عنوان طراحی یک مدل ریاضی جدید بر اساس تجزیه و تحلیل ABC برای سیستم کنترل موجودی روی یک مطالعه موردی واقعی پرداختند. تابع هدف این مدل در راستای حداکثر رساندن سود خالص اقلام موجود در انبار می‌باشد. در این مدل محدودیت‌هایی مانند بودجه و کمبود موجودی نیز در نظر گرفته شده است. مدل ریاضی پیشنهادی با تکنیک الگوریتم لاگرانژ حل و سپس نتایج مورد تحلیل و مقایسه قرار گرفته‌اند. همچنین در این تحقیق از تکنیک TOPSIS و آزمون‌های آماری برای مقایسه تکنیک‌های حل پیشنهادی با یکدیگر و انتخاب بهترین راه حل استفاده شده است. درنهایت، تحلیل حساسیت روی نتایج مدل صورت که به مدیران کنترل موجودی کمک می‌کند تا تاثیر هزینه‌های مدیریت موجودی را بر تصمیم‌گیری بهینه و گروه‌بندی اقلام تعیین کنند.

صادقیان و حسنی [۱۳] یک مدل کنترل موجودی سه‌هدفه (بیشینه‌سازی سود، کمینه کردن ریسک مواجهه با کمبود از نوع فروش از دست رفته و نارضایتی ناشی از جانشینی) طراحی نمودند که در آن تقاضا به‌صورت احتمالی و برنامه‌ریزی چنددوره‌ای و چند محصولی لحاظ گردیده است. گابور و همکاران [۱۴]یک مدل کنترل موجودی بحرانی دو مرحله ای را با درنظرگرفتن تخفیف و فروش از دست رفته طراحی کردند. سپس آنها یک روش تقریبی برای محاسبه میانگین هزینه‌های موجودی برای یک فروشگاه و یک انبار و یک روش بهینه‌سازی برای تعداد فروشگاه‌های بیشتر پیشنهاد ارایه نمودند. طحانیان قمی‌و همکاران [۱۵] یک مدل کنترل موجودی – انتخاب توزیع‌کننده تک محصولی و دو هدفه با تقاضا و زمان تحویل احتمالی نرمال ارایه نمودند که خرده فروش برای تامین تقاضای خود به توزیع کنندگانی در سطوح مختلف سفارش می‌دهد. سان و همکاران [۱۶]یک مساله موجودی چنددوره‌ای با تخفیف‌های محدود و وابسته به زمان را مطالعه و یک مدل با محدودیت‌های احتمالی ارایه نمودند. آنها برای حل مدل پیشنهادی، یک رویکرد دو مرحله ای ارایه که می‌تواند تعادل خوبی بین سود و سطح خدمات ایجاد نماید. ساویتا و همکاران [۱۷] در تحقیق خود مدل کنترل موجودی سه هدفه با تقاضای فازی ذوزنقه‌ای برای به حداقل رساندن هزینه‌های نگهداری بر اساس عوامل وابسته به زمان در بخش تولید و قیمت وابسته به مقدار تولید طراحی کردند. هدف این مدل کاهش هزینه‌های کمبود در دوره‌های زمانی تولید می‌باشد. چن و یو [۱۸] در تحقیق خود با ترکیب قیمت و کیفیت مرجع با قیمت‌گذاری پویا همراه با تخفیف، از نظریه معادلات دیفرانسیل برای طراحی یک مدل کنترل موجودی برای محصولات فاسد شدنی در زمانی که کیفیت محصولات به‌طور تصاعدی کاهش می‌یابد، استفاده نمودند.

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-04]

[DOI: 10.71773/jamlu-2025-2-2251]

با توجه به بررسی جامع صورت گرفته روی پیشینه تحقیق، درنظر گرفتن هم‌زمان پارامترهای کاربردی در مسایل دنیای واقعی مربوط به مدل تولید اقتصادی یعنی لحاظ محدودیت در ظرفیت تولید محصولات، تعریف قیمت‌های خرید اقلام به‌صورت متغیرهای تصادفی و نیز لحاظ تخفیف کلی در سفارشات خرید اقلام که می‌توانند درنهایت سبب کاهش هزینه‌های سیستم تولید باتوجه به وجود فضای رقابتی بین شرکت‌ها شوند، به عنوان خلاء تحقیقاتی این تحقیق شناسایی شده که در طراحی مدل پیشنهادی این مقاله به صورت توأمان به آن‌ها پرداخته شده است.

۳ تعریف مساله

این تحقیق به طراحی مدل سفارش تولید اقتصادی در حالت‌های تک محصولی و چند محصولی با لحاظ تخفیف کلی به سفارشات در شرایطی که هزینه خرید هر واحد کالا وابسته به مقدار سفارش است می‌پردازد. این مدل زمانی قابل کاربرد است که نرخ تولید کمتر از نرخ تقاضا باشد و یا به عبارت دیگر زمانی که سیستم با محدودیت ظرفیت تولید مواجه باشد. فرض کنید که تعداد مشخصی از محصولات تنها با یک دستگاه تولید می‌شود و این دستگاه همه محصولات را می‌تواند تولید کند ولی هنگامی‌که نرخ تقاضا یا تعداد محصولات به دلیل وجود تخفیف به سفارشات افزایش یابد، ممکن است این دستگاه قادر به تولید همه محصولات نباشد. در چنین شرایطی، جهت پوشش تمامی‌تقاضاها می‌بایست مقداری از محصولات را خریداری کرده و آنها نگهداری شوند که از این طریق زمان بیشتری برای دستگاه فراهم خواهد بود تا مابقی محصولات را تولید کند. با توجه به بررسی‌های به‌عمل آمده در اکثر تحقیقات پیشین، در این شرایط از فرض مجاز بودن کمبود و سفارشات عقب افتاده و عدم لحاظ مقوله تخفیف استفاده شده است حال آنکه ممکن است در عمل این مفروضات امکان پذیر نباشند.

در این تحقیق، مقوله ارایه تخفیف کلی به سفارشات هم در مدل درنظر گرفته شده است. در این مدل فرض برآن است که تابع هزینه خرید هر واحد کالا از توزیع نمایی پیروی و وابسته به مقدار سفارش خرید است و تاکنون در تحقیقات گذشته مرتبط با موضوع تحقیق مطرح نشده است. بنابراین هزینه خرید کالا در مدل پیشنهادی به‌صورت یک متغیر تصادفی و مستقل است. لذا در این تحقیق مساله به گونه ای مدل‌سازی خواهد شد که تابع هدف آن در راستای حداقل‌سازی هزینه‌های موجودی کالاها شامل هزینه‌های نگهداری، سفارش‌دهی، هزینه‌های خرید و هزینه‌های تولید همه اقلام می‌باشد. مدل ارایه شده در زمان چندجمله ای قابل حل نبوده و با افزایش تعداد محصولات، زمان حل آن با توزیع نمایی افزایش می‌یابد و توجیه حل مساله با روش‌های دقیق از بین خواهد رفت [۸]. با توجه به این نکته، مدل پیشنهادی به کمک الگوریتم‌های فراابتکاری ژنتیک (GA[1]) و رقابت استعماری (ICA[2]) به دلیل ارایه نتایج قابل قبول در مسایل بهینه‌سازی ترکیبی [۸]، حل و نتایج با یکدیگر مقایسه

[1] Genetic Algorithm
[2] Imperialist Competitive Algorithm

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-04]

[DOI: 10.71773/jamlu-2025-2-2251]

خواهند شد. همچنین به منظور بهبود عملکرد پارامترهای الگوریتم‌های حل، از روش رویه سطح پاسخ (RSM[1]) برای تعیین مقادیر مناسب آنها استفاده می‌شود.

۳-۱ مفروضات مدل پیشنهادی

- نرخ تقاضا و نرخ تولید مشخص و قطعی است.
- کمبود مجاز نمی‌باشد.
- همه محصولات به وسیله یک دستگاه واحد تولید می‌شوند.
- دستگاه فقط می‌تواند یک محصول در واحد زمان را تولید نماید.
- همه محصولات در سیتسم موجودی، مصرف پیوسته دارند.
- تابع هزینه خرید هر واحد کالا از توزیع نمایی پیروی و وابسته به مقدار سفارش خرید است.

۳-۲ پارامترهای مدل پیشنهادی

P	نرخ تولید
h	هزینه نگهداری به ازای هر واحد کالا
A_1	هزینه ثابت سفارش‌دهی هر واحد کالا
A_2	هزینه آماده‌سازی جهت تولید هر واحد کالا
D	نرخ تقاضا
NS(t)	موجودی خالص در لحظه t
$C_1(Q_1)$	تابع هزینه خرید هر واحد کالا که از توزیع نمایی پیروی و وابسته به مقدار سفارش است
C_2	هزینه تولید هر واحد کالا
T	طول دوره
T_P	طول بازه زمانی تولید در هر دوره

۳-۳ متغیرهای تصمیم مدل پیشنهادی

R	مقدار موجودی خالص در ابتدای دوره تولید
Q_1	مقدار سفارش‌دهی جهت خرید کالا
Q_2	مقدار تولید کالا
TMC	کل هزینه خرید که با لحاظ تخفیف وابسته به مقدار خرید است
THC	هزینه‌های نگهداری کالا
TOC	هزینه‌های سفارش دهی کالا
TIC	کل هزینه‌های موجودی

[1] Response Surface Methodology

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-04]

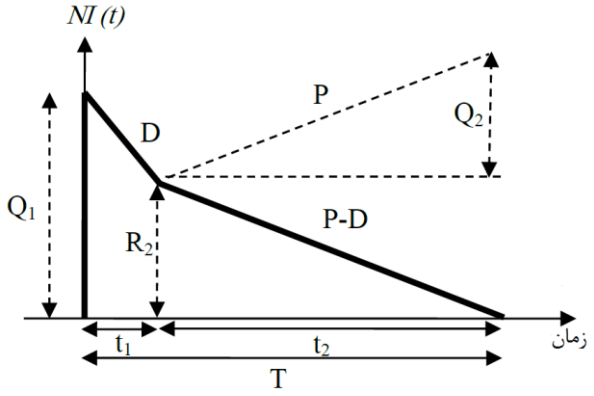
[DOI: 10.71773/jamlu-2025-2-2251]

۳-٤ طراحی مدل پیشنهادی

همان‌طور که در بخش‌های قبل گفته شد، در این تحقیق مدل تولید اقتصادی با قیمت خرید وابسته به مقدار سفارش در حالتی که نرخ تولید کمتر از نرخ تقاضا باشد، در حالات تک محصولی و چندمحصولی طراحی می‌شوند.

۳-٤-۱ طراحی مدل تولید اقتصادی حالت تک محصولی

در این مدل فرض شده است با وجود یک ماشین فقط یک محصول تولید می‌شود و نرخ تولید آن کمتر از نرخ تقاضاست. همچنین محدودیت در ظرفیت تولید از محصول موردنظر، منجر به خرید مقدار مشخصی از میزان تقاضای مشتری می‌شود. هدف تعیین مقادیر بهینه متغیرهای "مقدار سفارش" و "مقدار تولید" از محصول موردنظر در هر سیکل در راستای مینیمم کردن هزینه‌های کل شامل هزینه‌های نگهداری، سفارش دهی و هزینه خرید و هزینه‌های تولید با وجود محدودیت ظرفیت تولید و اعمال تخفیف کلی وابسته به مقدار سفارش در سیستم موجودی کالای موردنظر می‌باشد.



شکل ۱. سطح موجودی خالص در حالت کمتر بودن نرخ تولید نسبت به نرخ تقاضا برای یک محصول

شکل ۱ تغییرات خالص موجودی کالا برای یک محصول را طی یک دوره نشان می‌دهد. در آغاز این دوره مقدار خریداری شده از کالا (Q_1) دریافت می‌گردد. این دسته برای طول مدت زمان t_1 واحد با نرخ تقاضای D مصرف می‌شود تا زمانی که خالص موجودی کالا به سطح R_2 کاهش یابد و در این زمان دستگاه آغاز به تولید برای طول مدت زمان t_2 می‌کند تا هنگامی‌که موجودی خالص کالا به صفر کاهش یابد. در این فاصله زمانی تولید و مصرف از کالا بصورت همزمان رخ می‌دهند. از آنجا که نرخ تولید کمتر از نرخ تقاضا می‌باشد، موجودی خالص کالا در طول مدت زمان t_2 با نرخ (D-P) کاهش می‌یابد. تولید نیز در انتهای دوره متوقف شده و سایر دوره‌ها نیز به همین صورت ادامه خواهند یافت. با توجه به شکل ۱ مدلسازی این حالت در ادامه آمده است. همان‌طور که در بخش قبل گفته شد $C_1(Q_1)$ بیانگر تابع هزینه خرید هر واحد کالا که از توزیع نمایی پیروی و وابسته به مقدار سفارش خرید است. بنابراین هزینه خرید کالا از حاصلضرب اندازه مقدار سفارش اقتصادی خرید کالا (Q_1) در هرینه هر واحد خرید $C_1(Q_1)$ حاصل می‌شود که مطابق با رابطه (۱) است.

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-04]

[DOI: 10.71773/jamlu-2025-2-2251]

$$C_1(Q_1) = e^{-rQ_1} \quad (1)$$

r: ضریب عادی کردن هزینه خرید

بنابراین کل هزینه خرید با درنظر گرفتن تخفیف کلی وابسته به مقدار سفارش به‌صورت زیر حاصل می‌شود:

$$Q_1 * C_1(Q_1) = Q_1 e^{-rQ_1} \quad (2)$$

مدلسازی این حالت با توجه به شکل ۱ به‌صورت زیر می‌باشد:

$$\frac{Q_1 - R_2}{t_1} = D \rightarrow t_1 = \frac{Q_1 - R_2}{D} \quad , \quad \frac{R_2}{t_2} = D - P \rightarrow t_2 = \frac{R_2}{D-P}$$

$$\frac{Q_2}{t_2} = P \rightarrow t_2 = \frac{Q_2}{P} \quad \rightarrow \quad \frac{Q_2}{P} = \frac{R_2}{D-P} \quad \rightarrow \quad Q_2 = \frac{P}{D-P} * R_2 \quad (3)$$

بنابراین طول یک دوره در سیستم موجودی موردنظر بصورت زیر محاسبه خواهد شد:

$$T = t_1 + t_2 = \frac{Q_1 - R_2}{D} + \frac{Q_2}{P} = \frac{(Q_1 - R_2)P + (Q_2 * D)}{PD}$$

$$\frac{(Q_1 - R_2)P + \frac{P}{D-P} * R_2 * D}{PD} = \frac{(Q_1 - R_2) + \frac{DP}{D-P} * R_2}{D} =$$

$$\frac{Q_1 * (D-P) - (R_2 * D) + (R_2 * P) + (R_2 * D)}{D(D-P)}$$

$$\frac{Q_1 + R_2 * \frac{P}{D-P}}{D} = \frac{Q_1 + Q_2}{D} \quad \rightarrow \quad \frac{1}{T} = \frac{D}{Q_1 + Q_2} \quad (4)$$

همچنین هزینه‌های خرید، نگهداری و سفارش‌دهی کالا به‌صورت زیر محاسبه خواهد شد:

$$TMC = ((Q_1 * C_1(Q_1)) + (C_2 * Q_2)) * \frac{1}{T} = \left(Q_1 e^{-rQ_1} + (C_2 * Q_2)\right) * \frac{1}{T}$$

$$TOC = (A_1 + A_2) * \frac{1}{T}$$

$$THC = h * \frac{1}{T} * \left[\frac{(Q_1 + R_2)t_1 + (R_2 * t_2)}{2}\right] \quad (5)$$

در نهایت کل هزینه‌های موجودی به‌صورت رابطه (۶) خواهد بود:

$$TIC = TMC + TOC + THC$$

$$TIC = \frac{1}{T}\left[\left(Q_1 e^{-rQ_1} + (C_2 * Q_2)\right) + (A_1 + A_2) + \frac{h}{2}\left[\frac{(Q_1 + R_2) * \frac{(Q_1 - R_2)}{D} + R_2\left(\frac{(R_2)}{D-P}\right)}{2}\right]\right] \quad (6)$$

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-04]

[DOI: 10.71773/jamlu-2025-2-2251]

با توجه به روابط تعریف شده (۵) و (۶)، مدل پیشنهادی تولید اقتصادی در حالت تک محصولی با درنظر گرفتن نرخ تولید کمتر از نرخ تقاضا و اعمال تخفیف کلی وابسته به سفارش و نیز درنظر گرفتن محدودیت ظرفیت تولید به‌صورت مدل (۷) خواهد بود:

$$Min:\ TIC=\frac{D}{Q_1+Q_2}\left[\left(Q_1e^{-rQ_1}+\left(C_2*Q_2\right)\right)+\left(A_1+A_2\right)+\frac{h}{2}\left[\frac{Q_1^2\left(D-P\right)+\left(R_2^2*P\right)}{D\left(D-P\right)}\right]\right]$$

$$s.t.$$

$$\begin{gathered}Q_2=\frac{P}{D-P}*R_2\\R_2<Q_1\\Q_1\ ,Q_2\ ,R_2\geq 0\end{gathered}\qquad (۷)$$

تابع هدف این مدل در راستای مینیمم کردن هزینه کل سیستم موجودی (هزینه‌های خرید، نگهداری و سفارش‌دهی) می‌باشد. محدودیت اول مدل بیانگر میزان تولید از کالا و محدودیت دوم تعیین‌کننده سقف موجودی کالا به هنگام اقدام به تولید کالا می‌باشد. به دلیل به‌کاررفتن تابع هزینه خرید هر واحد کالا در تابع هدف مدل پیشنهادی (۷) که از توزیع نمایی پیروی و وابسته به مقدار سفارش خرید است، این مدل غیرخطی می‌باشد.

۳-٤-۲ طراحی مدل تولید اقتصادی حالت چند محصولی

در این بخش مدل (۷) را به حالت چندمحصولی بسط می‌دهیم. بدین منظور هر محصول را با اندیس i نمایش می‌دهیم. بنابراین خواهیم داشت:

$$TIC=\sum_i\frac{D_i\left(Q_{1i}e^{-rQ_{1i}}+\left(C_{2i}*Q_{2i}\right)\right)+D_i\left(A_i+A_{2i}\right)+\frac{h_i}{2}\left(Q_{1i}^2+Q_{2i}^2\left(1-\frac{D_i}{P_i}\right)+2R_{1i}Q_{2i}\right)}{Q_{1i}+Q_{2i}}$$
$$+\sum_j\frac{D_j}{Q_{1j}+Q_{2j}}\left[\left(Q_{1j}e^{-rQ_{1i}}+\left(C_{2j}*Q_{2j}\right)\right)+\left(A_j+A_{2j}\right)+\frac{h_j}{2}\left(\frac{Q_{1j}^2\left(D_j-P_j\right)+R_{2j}^2P_j}{D_j\left(D_j-P_j\right)}\right)\right]\qquad (۸)$$

همچنین فرض کنید که طول مدت دوره برای همه محصولات یکسان باشد؛ به عبارت دیگر:

$$T_1=T_2=\ldots=T_n=T\qquad (۹)$$

بنابراین دستگاه می‌تواند تنها با برقراری دو محدودیت زیر به تولید همه محصولات بپردازد:

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-04]

[DOI: 10.71773/jamlu-2025-2-2251]

$$\sum_{k=1}^{n} t_{PK} + \sum_{k=1}^{n} S_K \le T \qquad (10)$$

$$\frac{Q_{1i} + Q_{2i}}{D_i} = T \qquad (11)$$

طوری‌که S_k زمان آماده‌سازی دستگاه برای تولید محصول نوع k ام و t_{PK} طول مدت تولید از یک دوره زمانی برای محصول نوع k می‌باشد که برابر با Q_{2k}/P_K می‌باشد. محدودیت (۱۰) سبب می‌شود مجموع زمان‌های تولید و آماده‌سازی در هر دوره از طول مدت دوره تجاوز نکند. همچنین محدودیت (۱۱) تعیین کننده طول مدت دوره خواهد بود.

در نهایت مدل پیشنهادی تولید اقتصادی حالت چند محصولی با وجود تخفیف کلی بصورت زیر خواهد بود:

$$Min \ : TIC = \sum_i \frac{D_i\left(Q_{1i}e^{-rQ_{1i}} + \left(C_{2i} * Q_{2i}\right)\right) + D_i\left(A_{1i} + A_{2i}\right) + \frac{h_i}{2}\left(Q_{1i}^2 + Q_{2i}^2\left(1 - \frac{D_i}{P_i}\right) + 2R_{1i}Q_{2i}\right)}{Q_{1i} + Q_{2i}}$$

$$+ \sum_j \frac{D_j}{Q_{1j} + Q_{2j}}\left[\left(Q_{1j}e^{-rQ_{1i}} + \left(C_{2j} * Q_{2j}\right)\right) + \left(A_{1j} + A_{2j}\right) + \frac{h_j}{2}\left(\frac{Q_{1j}^2\left(D_j - P_j\right) + R_{2j}^2 P_j}{D_j\left(D_j - P_j\right)}\right)\right]$$

$$st:$$

$$\sum_{k=1}^{n} \frac{Q_{2K}}{P_K} + \sum_{k=1}^{n} S_K \le T$$

$$R_{1i} \le Q_{1i} \ ; \ \forall i$$

$$Q_{2j} = \frac{P_j}{D_j - P_j} * R_{2j} \ ; \ \forall j$$

$$R_{2j} \le Q_{2j} \ ; \ \forall j \qquad (12)$$

$$Q_{1k}, Q_{2k}, R_{1k}, R_{2k} \ge 0; \quad k = 1,\ldots,n$$

$$T \ge 0$$

همان‌طور که پیش‌تر اشاره شد، به دلیل به‌کاررفتن تابع هزینه خرید هر واحد کالا در تابع هدف مدل پیشنهادی (۱۲) که از توزیع نمایی پیروی و وابسته به مقدار سفارش خرید است، این مدل غیرخطی است. از آنجایی که با افزایش تعداد محصولات در مدل پیشنهادی، مشکلاتی از قبیل افزایش زمان حل مساله برحسب توزیع نمایی، افتادن در تله نقاط بهینه محلی و عدم توانایی خروج از آن حاصل می‌شود، مدل کنترل موجودی چندمحصولی

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-04]

[DOI: 10.71773/jamlu-2025-2-2251]

تشریح‌شده در این تحقیق در زمره مسایل Np-hard قرار دارد و با استفاده از الگوریتم‌های بهینه‌سازی دقیق در زمان چندجمله‌ای قابل حل نمی‌باشد بنابراین برای حل آن نمی‌توان از روش‌های دقیق استفاده کرد[۸]. معمولاً محققان برای حل این‌گونه مسایل، از آن دسته از الگوریتم‌های فراابتکاری که بر پایه بهینه‌سازی مسایل ترکیبی استوارند (به دلیل ارایه نتایج قابل قبول آنها در ابعاد کیفیت جواب‌ها و زمان حل) استفاده می‌کنند [۸]. فلذا در این تحقیق نیز برای حل مدل پیشنهادی از الگوریتم‌های ژنتیک و رقابت استعماری استفاده شده است که در بخش بعدی به تبیین ساختار آن‌ها می‌پردازیم.

٤ روش حل

٤-١ الگوریتم ژنتیک

الگوریتم‌های فراابتکاری الگوریتم‌های مناسب حل مدل‌های پیچیده می‌باشند. الگوریتم ژنتیک اولین بار توسط هلند [۱۹] مطرح و توسط گلدبرگ [۲۰] توسعه یافت. این الگوریتم احتمال رسیدن به جواب بهینه را در مسایل سخت و پیچیده افزایش می‌دهد. با توجه نتایج موجه و قابل قبول این الگوریتم در حل مسایل بهینه‌سازی کنترل موجودی [۸]، در این مقاله نیز برای حل مدل پیشنهادی استفاده شده است. گام‌های اصلی الگوریتم ژنتیک برای حل مدل‌های پیشنهادی (۷) و (۱۲) به صورت زیر است:

٤-١-١ تعریف کروموزوم[1]

برای نمایش کروموزوم‌ها در این تحقیق از کدگذاری باینری استفاده شده است. در این روش، بخشی از ژن‌های کروموزوم، بیانگر مقدار متغیر R_1 و بخشی دیگر بیانگر متغیر Q_1 هستند. طول هر کروموزوم یا تعداد ژن‌های آن با توجه به مساله متفاوت است و در هر مساله حداکثر مقدار برای هر یک از متغیرها تا A برابر حداکثر تقاضا لحاظ شده است. بنابراین طول هر کروموزوم برابر دو برابر تعداد ژن‌های لازم برای نمایش A برابر تقاضاست.

$$Gen \quad numbers = ۲^{bits} - ۱ \geq A * \mu_{\max} \qquad (۱۳)$$

به عبارت دیگر مقدار پارامتر A تعیین کننده حداکثر مقدار برای متغیرهای R_1 و Q_1 است. با افزایش مقدار A فضای جستجو برای این متغیر و زمان لازم برای حل مساله افزایش می‌یابد. در صورتی که مقادیر R_1 و Q_1 به ترتیب ۲۵ و ۱۲۷ باشد، کروموزوم مربوطه مطابق شکل ۲ خواهد بود.

R_1									Q_1								
۰	۰	۰	۰	۱	۱	۰	۰	۱	۰	۰	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱

شکل ۲. ساختار کروموزوم برای الگوریتم ژنتیک پیشنهادی

همچنین به‌طور مشابه برای متغیرهای R_2 و Q_2 کروموزوم مربوط به آنها مانند شکل ۲ خواهد بود.

[1] Chromosome

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-04]

[DOI: 10.71773/jamlu-2025-2-2251]

٤-١-٢ تولید جمعیت اولیه

مجموعه جواب اولیه از کروموزوم‌ها با تولید ژن‌های تصادفی در بازه ۰ تا ۱ به تعداد از پیش‌تعیین‌شده "اندازه جمعیت[1]" صورت می‌گیرد.

٤-١-٣ فرآیند ارزیابی تابع برازندگی[2]

ارزیابی هر کروموزوم با استفاده از تابع هدف مدل پیشنهادی صورت می‌گیرد.

٤-١-٤ فرآیند انتخاب[3]

در این تحقیق از عملگر انتخاب "چرخ رولت" که توسط جان هلند [۱۹] برای اولین بار پیشنهاد شد، استفادهشده است. این عملگر از متداول‌ترین عملگرهای انتخاب های تصادفی بوده که براساس "احتمال انتخاب" می‌باشد.

٤-١-٥ فرآیند تقاطع[4]

برای انجام فرآیند تقاطع، ابتدا می‌بایست نرخ تقاطع (p_c) مشخص شود. سپس یک عدد حقیقی تصادفی (r) بین صفر و یک تولید و اگر r<pc گردد، کروموزوم iام به عنوان یک کروموزوم والد انتخاب می‌گردد (i=1,.., pop_size). این روند تا زمانیکه کروموزوم‌های والد برای فرآیند تقاطع انتخاب شوند، تکرار می‌شود. بمنظور انجام عملیات تقاطع بین کروموزوم‌های والد در این تحقیق، از عملگر تقاطع تک نقطه ای استفاه شده است. بدین صورت که ابتدا یک نقطه برای عمل تقاطع به‌طور تصادفی در طول کروموزوم‌های والد انتخاب و مقادیر Q_1 و Q_2 بین آنها جابه جا و درنتیجه کروموزوم‌های فرزند تولید می‌شوند. کروموزوم‌های تولیدی هنگامی‌موجه هستند که در محدودیت‌های مدل پیشنهادی صدق نمایند. در شکل ۳ نحوه عملگر تک نقطه ای نمایش داده شده است.

	R_1									Q_1								
والد ۱	۰	۰	۰	۰	۱	۱	۰	۰	۱	۰	۰	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱
	R_2									Q_2								
والد ۲	۰	۰	۱	۰	۰	۱	۰	۱	۱	۰	۱	۱	۰	۰	۱	۱	۱	۰
	R_1									Q_2								
فرزند ۱	۰	۰	۰	۰	۱	۱	۰	۰	۱	۰	۱	۱	۰	۰	۱	۱	۱	۰
	R_2									Q_1								
فرزند ۲	۰	۰	۱	۰	۰	۱	۰	۱	۱	۰	۰	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱

شکل ۳. نمایش عملگر تقاطع تک نقطه‌ای

٤-١-٦ فرآیند جهش[5]

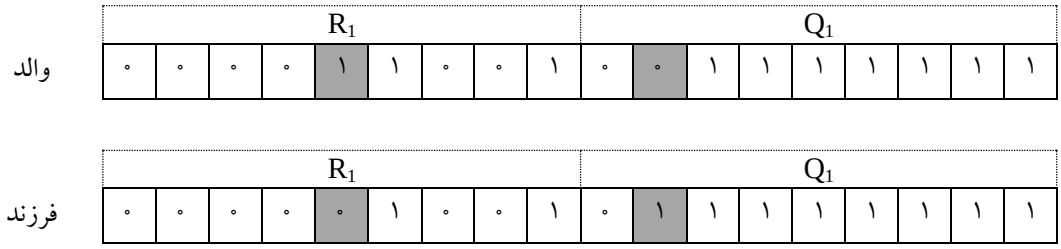
برای انجام فرآیند تقاطع، نخست می‌بایست نرخ تقاطع (p_m) مشخص شود. سپس یک عدد حقیقی تصادفی (r) بین ۰ و ۰/۰۵ برای کروموزوم iام تولید شده و اگر $r< p_m$ شود، آنگاه کروموزوم iام به عنوان کروموزوم والد

[1] Pop-size
[2] Fitness Function Evaluation
[3] Selection
[4] Crossover
[5] Mutation

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-04]

[DOI: 10.71773/jamlu-2025-2-2251]

انتخاب می‌شود (*i=1,.., pop_size*). بمنظور انجام عملیات جهش در این تحقیق، از عملگر جهش تعویض استفاده شده است. بدین صورت که دو ژن از کروموزوم والد منتخب به طور تصادفی انتخاب و مقادیر آنها جابه جا می‌شوند. این روند به تعداد *pop_size* تکرار شده تا زمانیکه والدین منتخب مورد فرآیند جهش قرار گیرند و کروموزوم‌های فرزند تولید شوند. در شکل ۴ نحوه عملگر جهش تعویض نمایش داده شده است.



شکل ٤. نمایش عملگر جهش تعویض

٤-١-٧ به‌روزرسانی جمعیت

کروموزوم‌هایی که در جمعیت نسل قبلی بهترین مقدار تابع برازندگی (تابع هدف) را داشته اند همراه با کروموزوم‌های فرزند تولیدشده از فرآیندهای تقاطع و جهش، جمعیت نسل بعدی از الگوریتم را تشکیل می‌دهند.

٤-١-٨ معیار توقف

الگوریتم پس از عبور از تعداد تکرارهای از پیش معین شده متوقف می‌گردد.

٤-٢ الگوریتم رقابت استعماری

الگوریتم رقابت استعماری (ICA) اولین بار توسط آتشپز گرگری و لوکاس [۲۱] مطرح شد. ICA الگوریتم نوینی در حل مسایل تکاملی است که به عنوان الگوریتم کارا برای حل مسایل سخت و پیچیده به‌کار گرفته می‌شود. با توجه نتایج موجه و قابل قبول این الگوریتم در بهینه سازی مسایل بهینه سازی کنترل موجودی [۸]، در این تحقیق نیز برای حل مدل پیشنهادی استفاده شده است. گام‌های اصلی الگوریتم رقابت استعماری برای حل مدل‌های پیشنهادی (۷) و (۱۲) به صورت زیر است:

هر جواب در الگوریتم رقابت استعماری به‌صورت آرایه است که کشور نامگذاری می‌شود. در این مقاله نمایش کشورها، فرآیند تولید جمعیت اولیه و ارزیابی کشورها در الگوریتم ICA همانند الگوریتم GA است که در بخش قبل به آن پرداخته شد. در الگوریتم ICA در گام نخست به تعداد N_{imp} از کشورهایی که دارای بهترین مقدار تابع هدف در میان جمعیت هستند، در قالب کشورهای استعمارگر انتخاب و سایر کشورها (به تعداد N_{col}) در قالب کشورهای مستعمره مشخص که در نهایت امپراطوری‌ها را تشکیل می‌دهند. سپس براساس رابطه (۱۴) مقدار تابع هدف هر یک از کشورهای استعمارگر نرمالایز می‌شود.

$$C_n = \frac{W_n^t - W_{best}^t}{W_{\max}^t - W_{\min}^t} \qquad (۱۴)$$

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-04]

[DOI: 10.71773/jamlu-2025-2-2251]

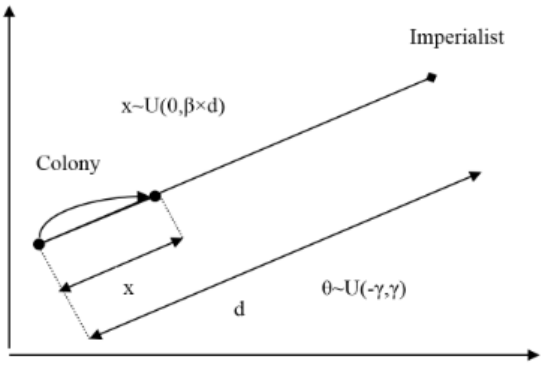
که در آن C_n مقدار نرمالایز شده تابع هدف کشور استعمارگر n ام می‌باشد. همچنین W_{best}^t، W_{max}^t و W_{min}^t به ترتیب بیانگر بهترین، ماکزیمم و مینیمم مقادیر تابع هدف از الگوریتم در هر تکرار می‌باشند. قدرت نرمالایز شده هر استعمارگر از رابطه (۱۵) حاصل می‌شود.

$$P_n = \left| C_n / \sum_{i=1}^{N_{imp}} C_i \right| \qquad (۱۵)$$

تعداد اولیه از کشورهای مستعمره جهت اختصاص به هریک از امپراطوری‌ها از رابطه (۱۶) به‌دست می‌آید.

$$NC_n = round\left\{P_n . N_{col}\right\} \qquad (۱۶)$$

طوریکه NC_n بیانگر تعداد اولیه از کشورهای مستعمره تخصیص یافته به استعمارگر n ام است. در ادامه، کشورهای استعمارگر آغاز به جذب کشورهای مستعمره به طرف خود جهت افزایش برازندگی آنها می‌کنند. این حرکت در شکل ۵ نمایش شده است که در آن d بیانگر فاصله بین کشور استعمارگر با کشور مستعمره خود است.



شکل ۵. حرکت کشور مستعمره به سمت کشور استعمارگر در امپراطوری

طوری‌که x و θ اعداد تصادفی با توزیع یکنواخت و β عدد حقیقی بین ۱ تا ۲ می‌باشند.

$$X \sim U(0, \beta \times d) \qquad (۱۷)$$

در هر امپراطوری در طول حرکت کشورهای مستعمره به سمت کشور استعمارگر، برخی از آنها به مقدار تابع هدف بهتری نسبت به کشور استعمارگر دست پیدا می‌کنند. در این صورت، مکان کشور استعمارگر و مستعمره با یکدیگر تعویض می‌گردد. آنگاه قدرت امپراطوری با استفاده از رابطه (۱۸) بروزرسانی می‌گردد.

$$TC_n = cost(imperialist_n) + \zeta \times mean(colonies \quad of \quad empire_n) \qquad (۱۸)$$

که در آن TC_n مقدار برازندگی امپراطوری n ام و ζ عدد حقیقی تصادفی بین صفر و یک می‌باشد. هر امپراطوری که نتواند قدرت خود را ارتقا دهد کم کم حذف می‌شود. احتمال مالکیت هر امپراطوری به‌صورت رابطه (۱۹) محاسبه می‌شود:

$$P_{pn} = \left| max\left\{TC_i\right\} - TC_n / \sum_{i=1}^{N_{imp}} (max\left\{TC_i\right\} - TC_n) \right| \qquad (۱۹)$$

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-04]

[DOI: 10.71773/jamlu-2025-2-2251]

امپراطوری‌های ضعیف به تدریج تجزیه و سقوط خواهند کرد و کشورهای مستعمره آنها در رقابت بین سایر امپراطوری‌ها تقسیم می‌شود. درنهایت، هنگامی‌که فقط یک امپراطوری بین همه کشورها وجود داشته باشد، الگوریتم متوقف خواهد شد.

۵ نتایج محاسباتی

۵-۱ تنظیم پارامترها

نتایج الگوریتم‌های فراابتکاری بسیار تحت تاثیر مقادیر پارامترهای آن الگوریتم‌ها می‌باشد. در این پژوهش، از روش رویه سطح پاسخ (RSM[1]) برای تنظیم پارامترهای الگوریتم‌های ژنتیک و رقابت استعماری استفاده شده است. این روش در گام نخست درصدد تعیین فضای بهینه با استفاده از مدل‌های رگرسیون است و در گام دوم تعیین پاسخ بهینه‌سازی صورت می‌گیرد. برای تعیین مقادیر بهینه پارامترهای موثر در الگوریتم‌های فراابتکاری در RSM، سه سطح برای هر پارامتر شامل سطح پایین (L) ، سطح متوسط (M) و سطح بالا (H) لحاظ می‌شود. هنگامی‌که پارامتر در سطح پایین است مقدار ۱- و زمانیکه در سطح متوسط است مقدار صفر و هنگامی‌که پارامتر در سطح بالا قرار دارد، مقدار ۱+ به خود می‌گیرد. پارامترهای کدگذاری شده به صورت زیر تعریف می‌شوند [۲۲]:

$$o_i = \frac{p_i - (\frac{h+l}{۲})}{(\frac{h-l}{۲})} \qquad (۲۰)$$

به‌طوری‌که P_i و O_i به ترتیب بیانگر پارامترهای واقعی و کدگذاری‌شده می‌باشند. سطوح اولیه پارامترهای الگوریتم‌های ژنتیک و رقابت استعماری بهمراه تعداد آزمایش‌ها در جدول ۱ نمایش شده است. برای به‌دست آوردن این سطوح از روش طراحی آزمایشات با طرح $۲^۴$ فاکتوریل CCF[2] با ۴ نقطه مرکزی و ۸ نقطه برداری استفاده شده است [۲۲].

جدول ۱. سطوح اولیه پارامترهای الگوریتم‌های ژنتیک در بکارگیری از روش RSM

سطوح مختلف اولیه پارامترهای الگوریتم GA					
Level	P_C	P_m	*Pop-size*	*Iteration*	تعداد آزمایش
۱-	۰/۴	۰/۰۱	۴	۸	۳۰
۰	۰/۶	۰/۰۴	۱۵	۲۰	
۱+	۰/۹	۰/۱	۲۵	۴۰	
سطوح مختلف اولیه پارامترهای الگوریتم ICA					
Level	β	ζ	θ	N_{imp}	تعداد آزمایش
۱-	۰/۲	۰/۲	۱۰	۱۰	
۰	۰/۵	۰/۵	۲۰	۲۰	۳۰
۱+	۰/۹	۰/۹	۳۰	۳۰	

[1] Response Surface Methodology
[2] Central Composite Face

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-04]
[DOI: 10.71773/jamlu-2025-2-2251]

درنهایت مقادیر تنظیم شده پارامترهای الگوریتم‌های حل مدل پیشنهادی حاصل از اجرای روش RSM براساس معادله رگرسیون درجه دو ازنوع CCD[1] [۲۲] با کمک نرم افزار Design-Expert در جدول ۲ ارایه شده است.

جدول ۲. مقادیر تنظیم شده پارامترهای الگوریتم‌های GA و ICA حاصل از روش RSM

پارامترهای تنظیم شده الگوریتم GA			
P_C	P_m	*Pop-size*	*Iteration*
۰/۷۰	۰/۰۵	۱۵	۲۵
پارامترهای تنظیم شده الگوریتم ICA			
β	ζ	θ	N_{imp}
۰/۵۰	۰/۶۵	۴۶	۲۰

۵-۲ بررسی نتایج برای مسایل تک محصولی

در این بخش برای بررسی اعتبار مدل پیشنهادی تک محصولی (۷) و اثربخشی الگوریتم‌های فراابتکاری هیبریدی پیشنهادی، مسایل تصادفی تک محصولی طراحی و نتایج آنها بررسی و تحلیل خواهند شد. جدول ۳ به ترتیب مشخصات ۱۰ مساله تک محصولی را که بصورت تصادفی با توزیع یکنواخت تولید شده اند را نمایش می‌دهد.

جدول ۳. مشخصات ده مساله تصادفی تک محصوله

شماره مساله	D	P	C_1	C_2	A_1	A_2	h	S	r
۱	۳۲۶۰	۳۲۱۰	۲۴	۱۵	۱۰۱۵۶۴	۸۹۵۴۷	۱۵۷	۰/۰۰۲	۰/۰۰۱
۲	۹۳۳۷	۹۲۵۶	۲۵	۱۷	۱۰۳۴۵۸	۹۵۴۷۸	۱۶۴	۰/۰۰۳	۰/۰۰۲
۳	۱۱۰۶۰	۱۰۵۷۰	۲۶	۱۹	۱۱۰۶۹۸	۸۴۷۵۹	۱۳۶	۰/۰۰۱	۰/۰۰۳
۴	۱۱۰۶۵	۱۰۷۸۰	۲۴	۱۴	۱۲۴۷۵۵	۷۵۶۳۲	۱۴۹	۰/۰۰۴	۰/۰۰۴
۵	۱۲۳۹۶	۱۲۱۵۹	۲۸	۱۸	۱۲۹۷۸۴	۸۷۶۳۲	۱۸۷	۰/۰۰۵	۰/۰۰۵
۶	۱۳۰۴۶	۱۲۹۸۵	۲۶	۱۶	۱۳۸۷۸۴	۹۶۱۲۴	۱۶۵	۰/۰۰۶	۰/۰۰۶
۷	۱۴۰۳۲	۱۳۹۸۷	۲۷	۱۷	۱۳۹۷۴۵	۹۷۴۵۲	۱۴۳	۰/۰۰۳	۰/۰۰۷
۸	۱۶۷۴۰	۱۶۵۸۹	۲۱	۱۲	۱۳۹۹۹۹	۱۰۱۴۷۸	۱۶۶	۰/۰۰۴	۰/۰۰۸
۹	۱۸۰۱۸	۱۷۸۵۵	۲۰	۱۳	۱۴۰۷۸۴	۱۱۱۵۴۷	۱۷۸	۰/۰۰۵	۰/۰۰۹
۱۰	۱۸۷۴۰	۱۸۵۴۲	۲۲	۱۵	۱۴۲۵۶۸	۱۱۹۴۵۷	۱۳۷	۰/۰۰۷	۰/۰۱

متوسط نتایج حاصل از حل ۱۰ مساله تصادفی تولید شده تک محصولی مطرح شده در جدول ۳ توسط مدل پیشنهادی (۷) با استفاده از نرم افزار حل دقیق GAMS و الگوریتم‌های ژنتیک و رقابت استعماری در جدول ۴ ارایه شده است. کلیه کدنویسی‌ها و تحلیل نتایج در محیط نرم افزار متلب ۱۴ دریک کامپیوتر ۱۰ هسته ای با پردازنده ۵ گیگا هرتزی و حافظه ۱۰ گیگا بایتی صورت گرفته است.

[1] Central Composite Design

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-04]

[DOI: 10.71773/jamlu-2025-2-2251]

جدول ٤. متوسط نتایج حاصل از حل مدل پیشنهادی تک محصولی

متدولوژی حل	TIC	Q_{11}	Q_{21}	$C_1(Q_1)$
GAMS	۳۲۵۶۴۷	۹۷۶	۹۱۵	۲۴۵
GA	۳۲۵۶۵۰	۹۷۸	۹۱۳	۲۴۴
ICA	۳۲۵۶۷۵	۹۸۲	۹۱۰	۲۴۲

همان‌طور که از جدول ۴ نمایان است مثلاً نتایج حاصل از GAMS حاکی از آن است که از محصول موردنظر می‌بایست ۹۷۶ واحد از خارج از شرکت خریداری و همچنین به مقدار ۹۱۵ واحد در داخل شرکت می‌بایست از آن تولید گردد. در اینصورت با اعمال ۲۴۵ دلار تخفیف به سفارش خرید، کل هزینه‌های موجودی این سیستم ۳۲۵۶۴۷ دلار خواهد بود. با مقایسه نتایج حاصل از نرم افزار حل دقیق GAMS و الگوریتم‌های GA و ICA ، این نتیجه حاصل می‌شود که اختلاف نتایج ناچیز هستند و نیز نتایج الگوریتم GA در قیاس با نتایج ICA به نتایج GAMS نزدیک تر بوده و دقت بیشتری داشته است.

۵-۳ بررسی نتایج برای مسایل چندمحصولی

در ادامه به‌منظور اعتبارسنجی مدل پیشنهادی چندمحصولی (۱۲)، جدول ۵ تا ۸ به ترتیب مشخصات ۱۰ مساله چهار محصولی را که به‌صورت تصادفی با توزیع یکنواخت تولید شده اند را نمایش می‌دهند.

جدول ۵. مشخصات ده مساله تصادفی تولید شده برای محصول اول

شماره مساله	D	P	C_{1i}	C_{2i}	A_{1i}	A_{2i}	h_i	S_i	r
۱	۲۳۲۶۰	۲۱۲۱۰	۲۹	۲۰	۱۰۱۵۶۴	۸۹۵۴۷	۱۵۷	۰/۰۰۲	۰/۰۱
۲	۲۴۳۳۷	۲۲۲۵۶	۳۰	۲۱	۱۰۳۴۵۸	۹۵۴۷۸	۱۶۴	۰/۰۰۳	۰/۰۲
۳	۲۸۰۶۰	۲۷۵۷۰	۳۱	۲۲	۱۱۰۶۹۸	۸۴۷۵۹	۱۳۶	۰/۰۰۱	۰/۰۳
۴	۲۹۰۶۵	۲۸۷۸۰	۳۵	۲۴	۱۲۴۷۵۵	۷۵۶۳۲	۱۴۹	۰/۰۰۴	۰/۰۴
۵	۳۰۳۹۶	۲۹۱۵۹	۳۹	۲۷	۱۲۹۷۸۴	۸۷۶۳۲	۱۸۷	۰/۰۰۵	۰/۰۵
۶	۳۳۰۴۶	۳۲۹۸۵	۴۲	۳۰	۱۳۸۷۸۴	۹۶۱۲۴	۱۶۵	۰/۰۰۶	۰/۰۶
۷	۳۴۰۳۲	۳۳۹۸۷	۴۵	۳۲	۱۳۹۷۴۵	۹۷۴۵۲	۱۴۳	۰/۰۰۳	۰/۰۷
۸	۳۶۷۴۰	۳۶۵۸۹	۴۹	۳۵	۱۳۹۹۹۹	۱۰۱۴۷۸	۱۶۶	۰/۰۰۴	۰/۰۸
۹	۳۸۰۱۸	۳۷۸۵۵	۵۱	۴۱	۱۴۰۷۸۴	۱۱۱۵۴۷	۱۷۸	۰/۰۰۵	۰/۰۹
۱۰	۳۸۷۴۰	۳۸۵۴۲	۵۵	۴۴	۱۴۲۵۶۸	۱۱۹۴۵۷	۱۳۷	۰/۰۰۷	۰/۱

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-04]

[DOI: 10.71773/jamlu-2025-2-2251]

جدول ٦. مشخصات ده مساله تصادفی تولید شده برای محصول دوم

شماره مساله	D	P	C_{1i}	C_{2i}	A_{1i}	A_{2i}	h_i	S_i	r
۱	۲۵۵۸۶	۲۳۳۳۱	۳۲	۲۲	۱۱۱۷۲۰	۹۸۵۰۲	۱۷۳	۰/۰۰۳	۰/۰۱
۲	۲۶۷۷۱	۲۴۴۸۲	۳۳	۲۳	۱۱۳۸۰۴	۱۰۵۰۲۶	۱۸۰	۰/۰۰۵	۰/۰۲
۳	۳۰۸۶۶	۳۰۳۲۷	۳۴	۲۴	۱۲۱۷۶۸	۹۳۲۳۵	۱۵۰	۰/۰۰۲	۰/۰۳
۴	۳۱۹۷۲	۳۱۶۵۸	۳۹	۲۶	۱۳۷۲۳۱	۸۳۱۹۵	۱۶۴	۰/۰۰۴	۰/۰۴
۵	۳۳۴۳۶	۳۲۰۷۵	۴۳	۳۰	۱۴۲۷۶۲	۹۶۳۹۵	۲۰۶	۰/۰۰۶	۰/۰۵
۶	۳۶۳۵۱	۳۶۲۸۴	۴۶	۳۳	۱۵۲۶۶۲	۱۰۵۷۳۶	۱۸۲	۰/۰۰۷	۰/۰۶
۷	۳۷۴۳۵	۳۷۳۸۶	۵۰	۳۵	۱۵۳۷۲۰	۱۰۷۱۹۷	۱۵۷	۰/۰۰۳	۰/۰۷
۸	۴۰۴۱۴	۴۰۲۴۸	۵۴	۳۹	۱۵۳۹۹۹	۱۱۱۶۲۶	۱۸۳	۰/۰۰۹	۰/۰۸
۹	۴۱۸۲۰	۴۱۶۴۱	۵۶	۴۵	۱۵۴۸۶۲	۱۲۲۷۰۲	۱۹۶	۰/۰۰۴	۰/۰۹
۱۰	۴۲۶۱۴	۴۲۳۹۶	۶۱	۴۸	۱۵۶۸۲۵	۱۳۱۴۰۳	۱۵۱	۰/۰۰۶	۰/۱

جدول ۷. مشخصات ده مساله تصادفی تولید شده برای محصول سوم

شماره مساله	D	P	C_{1i}	C_{2i}	A_{1i}	A_{2i}	h_i	S_i	r
۱	۲۷۹۱۲	۲۵۴۵۲	۳۵	۲۴	۱۲۱۸۷۷	۱۰۷۴۵۶	۱۸۸	۰/۰۰۴	۰/۰۱
۲	۲۹۲۰۴	۲۶۷۰۷	۳۶	۲۵	۱۲۴۱۵۰	۱۱۴۵۷۴	۱۹۷	۰/۰۰۶	۰/۰۲
۳	۳۳۶۷۲	۳۳۰۸۴	۳۷	۲۶	۱۳۲۸۳۸	۱۰۱۷۱۱	۱۶۳	۰/۰۰۱	۰/۰۳
۴	۳۴۸۷۸	۳۴۵۳۶	۴۲	۲۹	۱۴۹۷۰۶	۹۰۷۵۸	۱۷۹	۰/۰۰۳	۰/۰۴
۵	۳۶۴۷۵	۳۴۹۹۱	۴۷	۳۲	۱۵۵۷۴۱	۱۰۵۱۵۸	۲۲۴	۰/۰۰۴	۰/۰۵
۶	۳۹۶۵۵	۳۹۵۸۲	۵۰	۳۶	۱۶۶۵۴۱	۱۱۵۳۴۹	۱۹۸	۰/۰۰۵	۰/۰۶
۷	۴۰۸۳۸	۴۰۷۸۴	۵۴	۳۸	۱۶۷۶۹۴	۱۱۶۹۴۲	۱۷۲	۰/۰۰۶	۰/۰۷
۸	۴۴۰۸۸	۴۳۹۰۷	۵۹	۴۲	۱۶۷۹۹۹	۱۲۱۷۷۴	۱۹۹	۰/۰۰۷	۰/۰۸
۹	۴۵۶۲۲	۴۵۴۲۶	۶۱	۴۹	۱۶۸۹۴۱	۱۳۳۸۵۶	۲۱۴	۰/۰۰۵	۰/۰۹
۱۰	۴۶۴۸۸	۴۶۲۵۰	۶۶	۵۳	۱۷۱۰۸۲	۱۴۳۳۴۸	۱۶۴	۰/۰۰۹	۰/۱

جدول ۸. مشخصات ده مساله تصادفی تولید شده برای محصول چهارم

شماره مساله	D	P	C_{1i}	C_{2i}	A_{1i}	A_{2i}	h_i	S_i	r
۱	۳۰۲۳۸	۲۷۵۷۳	۳۸	۲۶	۱۳۲۰۳۳	۱۱۶۴۱۱	۲۰۴	۰/۰۰۱	۰/۰۱
۲	۳۱۶۳۸	۲۸۹۳۳	۳۹	۲۷	۱۳۴۴۹۵	۱۲۴۱۲۱	۲۱۳	۰/۰۰۹	۰/۰۲
۳	۳۶۴۷۸	۳۵۸۴۱	۴۰	۲۹	۱۴۳۹۰۷	۱۱۰۱۸۷	۱۷۷	۰/۰۰۵	۰/۰۳
۴	۳۷۷۸۵	۳۷۴۱۴	۴۶	۳۱	۱۶۲۱۸۲	۹۸۳۲۲	۱۹۴	۰/۰۰۴	۰/۰۴
۵	۳۹۵۱۵	۳۷۹۰۷	۵۱	۳۵	۱۶۸۷۱۹	۱۱۳۹۲۲	۲۴۳	۰/۰۰۶	۰/۰۵
۶	۴۲۹۶۰	۴۲۸۸۱	۵۵	۳۹	۱۸۰۴۱۹	۱۲۴۹۶۱	۲۱۵	۰/۰۰۷	۰/۰۶
۷	۴۴۲۴۲	۴۴۱۸۳	۵۹	۴۲	۱۸۱۶۶۹	۱۲۶۶۸۸	۱۸۶	۰/۰۰۸	۰/۰۷
۸	۴۷۷۶۲	۴۷۵۶۶	۶۴	۴۶	۱۸۱۹۹۹	۱۳۱۹۲۱	۲۱۶	۰/۰۰۴	۰/۰۸
۹	۴۹۴۲۳	۴۹۲۱۲	۶۶	۵۳	۱۸۳۰۱۹	۱۴۵۰۱۱	۲۳۱	۰/۰۰۹	۰/۰۹
۱۰	۵۰۳۶۲	۵۰۱۰۵	۷۲	۵۷	۱۸۵۳۳۸	۱۵۵۲۹۴	۱۷۸	۰/۰۰۱	۰/۱

همان‌طور که پیش‌تر در بخش ۳ مقاله بدان اشاره شد، با افزایش تعداد محصولات سطح پیچیدگی مدل پیشنهادی چندمحصولی (۱۲) افزایش و به جهت زمان بر بودن روش حل دقیق، جداول ۹ و ۱۰ به ترتیب بیانگر

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-04]

[DOI: 10.71773/jamlu-2025-2-2251]

نتایج محاسباتی حاصل از اجرای الگوریتم‌های ژنتیک و رقابت استعماری براساس پارامترهای تنظیم شده برای آنها در جدول ۲ می‌باشند.

جدول ۹. نتایج اجرای الگوریتم ژنتیک روی مسایل چندمحصولی

شماره مساله	TIC	Q_{11}	Q_{12}	Q_{13}	Q_{14}	Q_{21}	Q_{22}	Q_{23}	Q_{24}	$C_1(Q_1)$
۱	۳۵۸۲۱۲	۱۰۷۴	۱۲۳۶	۲۵۸۹	۳۳۷۴	۱۰۰۷	۱۱۵۰	۲۳۶۲	۳۲۸۴	۲۷۰
۲	۳۹۴۰۳۳	۱۱۸۱	۱۳۶۰	۲۸۴۸	۳۷۱۱	۱۱۰۷	۱۲۶۴	۲۵۹۸	۳۶۱۲	۲۹۶
۳	۴۳۳۴۳۶	۱۲۹۹	۱۴۹۶	۳۱۳۳	۴۰۸۲	۱۲۱۸	۱۳۹۱	۲۸۵۸	۳۹۷۳	۳۲۶
۴	۴۷۶۷۸۰	۱۴۲۹	۱۶۴۶	۳۴۴۶	۴۴۹۰	۱۳۴۰	۱۵۳۰	۳۱۴۳	۴۳۷۰	۴۱۵
۵	۵۲۴۴۵۸	۱۵۷۲	۱۸۱۰	۳۷۹۱	۴۹۳۹	۱۴۷۴	۱۶۸۳	۳۴۵۸	۴۸۰۷	۴۸۷
۶	۵۷۶۹۰۴	۱۷۲۹	۱۹۹۱	۴۱۷۰	۵۴۳۳	۱۶۲۱	۱۸۵۱	۳۸۰۴	۵۲۸۸	۵۴۷
۷	۶۳۴۵۹۴	۱۹۰۲	۲۱۹۰	۴۵۸۷	۵۹۷۷	۱۷۸۳	۲۰۳۶	۴۱۸۴	۵۸۱۷	۵۹۹
۸	۶۹۸۰۵۳	۲۰۹۲	۲۴۰۹	۵۰۴۶	۶۵۷۴	۱۹۶۱	۲۲۴۰	۴۶۰۲	۶۳۹۹	۶۴۵
۹	۷۶۷۸۵۹	۲۳۰۱	۲۶۵۰	۵۵۵۱	۷۲۳۲	۲۱۵۸	۲۴۶۴	۵۰۶۳	۷۰۳۸	۷۴۴
۱۰	۹۲۱۴۳۰	۲۷۶۲	۳۱۸۰	۶۶۶۱	۸۶۷۸	۲۵۸۹	۲۹۵۷	۶۰۷۵	۸۴۴۶	۸۰۱

همانطور که از جدول ۹ نمایان است مثلاً نتایج حاصل از حل مساله شماره (۱) حاکی از آن است که از محصولات اول، دوم، سوم و چهارم می‌بایست به ترتیب ۱۰۷۴، ۱۲۳۶ ، ۲۵۸۹ و ۳۳۷۴ واحد از خارج از شرکت خریداری و همچنین به ترتیب مقادیر ۱۰۰۷ ، ۱۱۵۰ ، ۲۳۶۲ و ۳۲۸۴ واحد در داخل شرکت می‌بایست از آنها تولید گردد. در این‌صورت با اعمال ۲۷۰ دلار تخفیف به سفارش خرید، کل هزینه‌های موجودی این سیستم ۳۵۸۲۱۲ دلار خواهد بود. به همین صورت سایر نتایج حاصل از مسایل دیگر اجرا شده در جدول ۹ قابل تفسیر می‌باشد.

جدول ۱۰. نتایج اجرای الگوریتم رقابت استعماری روی مسایل چندمحصولی

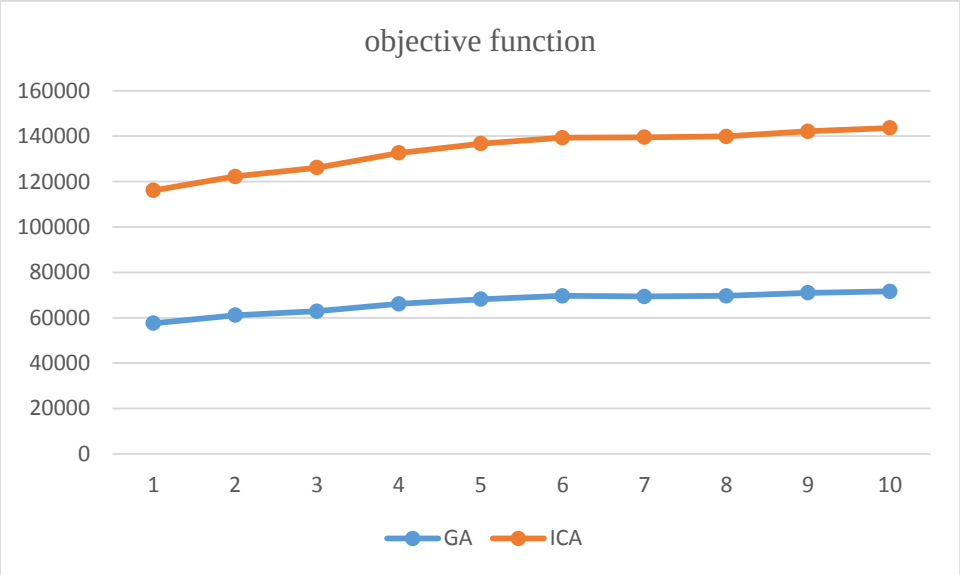
شماره مساله	TIC	Q_{11}	Q_{12}	Q_{13}	Q_{14}	Q_{21}	Q_{22}	Q_{23}	Q_{24}	$C_1(Q_1)$
۱	۳۶۱۷۹۴	۱۰۸۵	۱۲۴۸	۲۶۱۵	۳۴۰۸	۱۰۱۷	۱۱۶۲	۲۳۸۶	۳۳۱۷	۲۷۳
۲	۳۹۷۹۷۳	۱۱۹۳	۱۳۷۴	۲۸۷۶	۳۷۴۸	۱۱۱۸	۱۲۷۷	۲۶۲۴	۳۶۴۸	۲۹۹
۳	۴۳۷۷۷۰	۱۳۱۲	۱۵۱۱	۳۱۶۴	۴۱۲۳	۱۲۳۰	۱۴۰۵	۲۸۸۷	۴۰۱۳	۳۲۹
۴	۴۸۱۵۴۸	۱۴۴۳	۱۶۶۲	۳۴۸۰	۴۵۳۵	۱۳۵۳	۱۵۴۵	۳۱۷۴	۴۴۱۴	۴۱۹
۵	۵۲۹۷۰۳	۱۵۸۸	۱۸۲۸	۳۸۲۹	۴۹۸۸	۱۴۸۹	۱۷۰۰	۳۴۹۳	۴۸۵۵	۴۹۲
۶	۵۸۲۶۷۳	۱۷۴۶	۲۰۱۱	۴۲۱۲	۵۴۸۷	۱۶۳۷	۱۸۷۰	۳۸۴۲	۵۳۴۱	۵۵۲
۷	۶۴۰۹۴۰	۱۹۲۱	۲۲۱۲	۴۶۳۳	۶۰۳۷	۱۸۰۱	۲۰۵۶	۴۲۲۶	۵۸۷۵	۶۰۵
۸	۷۰۵۰۳۴	۲۱۱۳	۲۴۳۳	۵۰۹۶	۶۶۴۰	۱۹۸۱	۲۲۶۲	۴۶۴۸	۶۴۶۳	۶۵۱
۹	۷۷۵۵۳۸	۲۳۲۴	۲۶۷۷	۵۶۰۷	۷۳۰۴	۲۱۸۰	۲۴۸۹	۵۱۱۴	۷۱۰۸	۷۵۱
۱۰	۹۳۰۶۴۴	۲۷۹۰	۳۲۱۲	۶۷۲۸	۸۷۶۵	۲۶۱۵	۲۹۸۷	۶۱۳۶	۸۵۳۰	۸۰۹

همچنین، همان‌طور که از جدول ۱۰ نمایان است مثلاً نتایج حاصل از حل مساله اول حاکی از آن است که از محصولات اول، دوم، سوم و چهارم می‌بایست به ترتیب ۱۰۸۵، ۱۲۴۸، ۲۶۱۵ و ۳۴۰۸ واحد از خارج از شرکت

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-04]

[DOI: 10.71773/jamlu-2025-2-2251]

خریداری و همچنین به ترتیب مقادیر ۱۰۱۷ ، ۱۱۶۲ ، ۲۳۸۶ و ۳۳۱۷ واحد در داخل شرکت می‌بایست از آنها تولید گردد. در این‌صورت با اعمال ۲۷۳ دلار تخفیف به سفارش خرید، کل هزینه‌های موجودی این سیستم ۳۶۱۷۹۴ دلار خواهد بود. به همین صورت سایر نتایج حاصل از مسایل دیگر اجرا شده در جدول ۱۰ قابل تفسیر می‌باشد.



شکل ٦. مقایسه میانگن مقدار تابع هدف حاصل از GA و ICA در مسایل تصادفی چندمحصولی

شکل ۶ مقایسه ای بین نتایج حاصله از توابع هدف حاصل از دو الگوریتم GA و ICA در مسایل تصادفی چهارمحصولی طراحی‌شده را نمایش می‌دهد. همان‌طور که از این جدول قابل نمایش است میانگین مقادیر تابع هدف مدل پیشنهادی توسط الگوریتم ICA بیشتر از GA بوده است که بیان‌کننده برتری کیفیت جواب‌های حاصله از GA نسب به ICA است.

٦ نتایج و پیشنهادها

این تحقیق به طراحی مدل سفارش تولید در حالت‌های تک محصولی و چند محصولی با لحاظ تخفیف کلی به سفارشات در شرایطی که هزینه خرید هر واحد کالا تابعی از مقدار سفارش است می‌پردازد. این مدل زمانی قابل کاربرد است که نرخ تولید کمتر از نرخ تقاضا باشد و یا به عبارت دیگر زمانی که سیستم با محدودیت ظرفیت تولید مواجه باشد. در این مدل فرض برآن است که تابع هزینه خرید هر واحد کالا از توزیع نمایی پیروی و وابسته به مقدار سفارش خرید است که تاکنون در تحقیقات گذشته مرتبط با موضوع تحقیق پرداخته نشده است. لذا در این تحقیق مساله به گونه‌ای مدلسازی شد که تابع هدف آن در راستای حداقل سازی هزینه‌های موجودی کالاها شامل هزینه‌های نگهداری، هزینه‌های سفارش دهی، هزینه‌های خرید و هزینه‌های تولید همه اقلام باشد.

مدل ارایه‌شده حالت چندمحصولی در این تحقیق در زمان چندجمله‌ای قابل حل نبوده و با افزایش تعداد محصولات، زمان حل مساله با توزیع نمایی افزایش می‌یابد و در زمره مسایل Np-hard قرار دارد. بنابراین با توجه

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-04]

[DOI: 10.71773/jamlu-2025-2-2251]

به سطح پیچیدگی مدل ارایه شده، الگوریتم‌های فراابتکاری ژنتیک (GA) و رقابت استعماری (ICA) به دلیل نتایج قابل قبول در مسایل بهینه‌سازی ترکیبی، برای حل آن استفاده شدند. به منظور بهبود عملکرد پارامترهای الگوریتم‌های حل، در این تحقیق از روش رویه سطح پاسخ (RSM) برای تعیین مقادیر مناسب آنها استفاده شد. همچنین به جهت اعتبارسنجی مدل ریاضی و الگوریتم‌های حل پیشنهادی، مسایل تصادفی تک محصولی و چندمحصولی طراحی و نتایج الگویتم‌های حل با یکدیگر مقایسه شدند.

با مقایسه نتایج حاصل از نرم افزار GAMS و الگوریتم‌های GA و ICA در مسایل تک محصولی می‌توان نتیجه گرفت که اختلاف نتایج ناچیز هستند و نیز نتایج الگوریتم GA در قیاس با نتایج ICA به نتایج GAMS نزدیک تر بوده و دقت بیشتری داشته است. همچنین، در مقایسه بین نتایج حاصله از مقادیر توابع هدف حاصل از دو الگوریتم ژنتیک و رقابت استعماری در مسایل تصادفی چندمحصولی طراحی شده می‌توان نتیجه گیری کرد میانگین مقادیر تابع هدف مدل پیشنهادی توسط الگوریتم GA کمتر از ICA بوده است که نشان‌دهنده برتری کیفیت جواب‌های حاصله از GA نسب به ICA می‌باشد. همچنین همچنین میانگین زمان حل[1] الگوریتم‌های GA و ICA در مسایل تصادفی طراحی‌شده چندمحصولی به ترتیب برابر ۸۱۱/۸۱ و ۸۴۰/۱۹ ثانیه شده است که نشان از برتری GA نسبت به ICA از حیث زمان‌های اجرا می‌باشد.

موارد زیر جهت تحقیقات آتی پیشنهاد می‌شود:

- توسعه مدل پیشنهادی با در نظر گرفتن توزیع نرمال برای تابع هزینه خرید هر واحد کالا
- توسعه مدل پیشنهادی در حالت وجود کمبود از انواع پس افت و فروش از دست رفته
- لحاظ محدودیت‌های سرمایه، فضا و نیروی انسانی در مدل پیشنهادی

منابع

[1] Harris, F. W. (1915). Operations and cost. Factory management series, 2, 48-52.
[2] Hadley, G., & Whitin, T. M. (1963). Analysis of inventory systems (No. 658.787 H3).
[3] Darwish, M. A. (2008). EPQ models with varying setup cost. International Journal of Production Economics, 113(1), 297-306.
[4] Li, J., Wang, S., & Cheng, T. E. (2008). Analysis of postponement strategy by EPQ-based models with planned backorders. Omega, 36(5), 777-788.
[5] Roy, A., Maity, K., & Maiti, M. (2009). A production–inventory model with remanufacturing for defective and usable items in fuzzy-environment. Computers & Industrial Engineering, 56(1), 87-96.
[6] Leopoldo Eduardo Cárdenas-Barrón, (2009). "Economic production quantity with rework process at a single-stage manufacturing system with planned backorders", Computers & Industrial Engineering., vol.57, pp. 1105–1113.
[7] Taleizadeh, A. A., Niaki, S. T. A., & Najafi, A. A. (2010). Multiproduct single-machine production system with stochastic scrapped production rate, partial backordering and service level constraint. Journal of computational and applied mathematics, 233(8), 1834-1849.
[8] Glock, C. (2012), "The joint economic lot size problem: A review", International Journal of Production Economics, 135, 671–686.
[9] Sarakhsi, M. K., Ghomi, S. F., & Karimi, B. (2016). A new hybrid algorithm of scatter search and Nelder–Mead algorithms to optimize joint economic lot sizing problem. Journal of Computational and Applied Mathematics, 292, 387-401.

[1] CPU Time

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-04]

[DOI: 10.71773/jamlu-2025-2-2251]

[10] Shadkam, E., Bijari, M., (2017). Multi-objective simulation optimization for selection and determination of order quantity in supplier selection problem under uncertainty and quality criteria. Int. J. Adv. Manuf. Technol. 93, 161–173
[11] Singh, J., Mittal, M., & Pareek, S. (2020, June). A modified EOQ model using purchase dependency and partial backordering. In 2020 8th International Conference on Reliability, Infocom Technologies and Optimization (Trends and Future Directions) (ICRITO) (pp. 807-811). IEEE.
[12] Molamohamadi, Z., & Mirzazadeh, A. (2021). Ordering Policies of a Deteriorating Item in an EOQ Model under Upstream Partial Order-Quantity-Dependent Trade Credit and Downstream Full Trade Credit. Advances in Operations Research, 2021, 1-13.
[13] Sadeghian, R., & Hassani, A. H. (2021). A Multi Objective Model for Multi-Item Multi-Period Inventory Planning with Substitutable Goods and Random Demand and Solving by NSGA II and DE. Journal of Operational Research In Its Applications (Applied Mathematics)-Lahijan Azad University, 18(4), 121-135.
[14] Gabor, A. F., van Ommeren, J. K., & Sleptchenko, A. (2022). An inventory model with discounts for omnichannel retailers of slow moving items. European Journal of Operational Research, 300(1), 58-72.
[15] Tahanian Qomi, S. M., Hamedi, M. A. R. Y. A. M., & Tavakkoli Moghaddam, R. (2023). Developing a Stochastic Bi-Objective Inventory Control Model through Packing Ordering System and a Multi-level Distribution based on Bin Packaging Problem. Journal of Operational Research In Its Applications (Applied Mathematics)-Lahijan Azad University, 20(3), 1-17.
[16] Sun, Y., Qiu, R., & Sun, M. (2024). A robust optimization approach for inventory management with limited-time discounts and service-level requirement under demand uncertainty. International Journal of Production Economics, 267, 109096.
[17] Suvetha, R., Rangarajan, K., & Rajadurai, P. (2024). A sustainable three-stage production inventory model with trapezoidal demand and time-dependent holding cost. Results in Control and Optimization, 17, 100493.
[18] Chen, X., & You, C. (2025). Dynamic pricing and inventory model for perishable products with reference price and reference quality. Journal of Computational and Applied Mathematics, 458, 116338.
[19] Holland, J. H. (1975), Adaptation in Natural and Artificial Systems, University of Michigan Press, Ann Arbor.
[20] Goldberg, D. E. (1989). Genetic algorithms in search. Optimization, and Learning.
[21] Atashpaz-Gargari, E., & Lucas, C. (2007, September). Imperialist competitive algorithm: an algorithm for optimization inspired by imperialistic competition. In 2007 IEEE congress on evolutionary computation (pp. 4661-4667).
[22] Kaymaz, I., & McMahon, C. A. (2005). A response surface method based on weighted regression for structural reliability analysis. Probabilistic Engineering Mechanics, 20(1), 11-17.

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-04]

[DOI: 10.71773/jamlu-2025-2-2251]