مجله تحقیق در عملیات در کاربردهای آن، سال بیست و یکم، شماره چهارم (پیاپی ۸۳)،زمستان ۰۳، ص ص ۱۳۳-۱۱۷
شاپا ۷۲۸۶-۲۲۵۱

طراحی و اجرای یک مدل چندهدفه با استفاده از الگوریتم ژنتیک برای بهینه‌سازی مساله تخصیص افزونگی در سیستم‌های قابلیت اطمینان

محمدرضا شهریاری[1*]، فائزه نجاری[2]
۱-دانشیار، گروه مدیریت صنعتی، واحد تهران جنوب، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران
۲- کارشناسی ارشد، گروه مهندسی صنایع، واحد قزوین، دانشگاه آزاد اسلامی، قزوین، ایران

رسید مقاله: ۲ دی ۱۴۰۲
پذیرش مقاله: ۳۰ اردیبهشت ۱۴۰۳

چکیده
در بهبود قابلیت اطمینان سیستم‌ها، مساله تخصیص افزونگی به عنوان یک روش مستقیم در فرایند طراحی اولیه محصول مطرح می‌شود. در این مسایل، اجزاء مختلف با پارامترهای متفاوت از نظر هزینه، وزن، و حجم وجود دارند و هدف آن تخصیص تعدادی از انواع مختلف اجزاء به هر زیرسیستم به نحوی است که تابع هدف بهینه شود. با توجه به پیچیدگی این مسایل، استفاده از روش‌های بهینه‌سازی سنتی برای حل آنها ممکن نیست. برای حل این مشکل، استفاده از روش‌های فراابتکاری مانند الگوریتم ژنتیک لازم است، که باعث می‌شود مجموعه‌ی جواب‌های بهینه‌ی پارتو حاصل شود. برای کاهش حجم مجموعه‌ی جواب‌ها، دو روش استفاده می‌شود. اولین روش شامل هرس کردن مجموعه‌ی جواب‌ها با استفاده از رتبه‌بندی غیرعددی ترجیحات است که به تصمیم‌گیرنده کمک می‌کند جواب‌هایش را بر اساس اولویت‌بندی انتخاب کند. روش دوم، استفاده از تکنیک خوشه‌بندی داده-کاوی است که به منظور گروه‌بندی داده‌ها به خوشه‌هایی با اعضای مشابه استفاده می‌شود. برای ارایه این تکنیک، از الگوریتم k-means استفاده می‌شود که جواب عمومی را برای ارایه به تصمیم‌گیرنده معرفی می‌کند.

کلمات کلیدی: قابلیت اطمینان سیستم، تخصیص افزونگی، الگوریتم ژنتیک چندهدفه، مجموعه جواب‌های بهینه پارتو، تحلیل خوشه‌بندی.

۱ مقدمه
با توجه به اهمیت روزافزون کیفیت، یافتن راهکارهایی برای ارتقاء پایداری محصولات به مراتب مهم‌تر از گذشته مورد توجه قرار گرفته است. به همین دلیل، علم مهندسی قابلیت اطمینان در صنایع مختلف به کار گرفته شده است. هدف اصلی این حوزه از مهندسی، یافتن بهترین راهکارها برای افزایش قابلیت اطمینان سیستم‌هاست. این

* عهده‌دار مکاتبات
آدرس الکترونیکی: shahriari.mr@gmail.com

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-10-30]
[DOI: 10.71773/jamlu-2024-1-2263]

مقاله به بررسی یکی از روش‌های افزایش قابلیت اطمینان سیستم به نام تخصیص اجزاء اضافی، یا به عبارت دیگر، مساله تخصیص افزونگی، می‌پردازد. مسایل بهینه‌سازی قابلیت اطمینان بر اساس سه معیار، شامل ساختار سیستم، نوع مساله و روش‌های استفاده شده برای بهینه‌سازی، دسته‌بندی می‌شوند [۱]. ساختار سیستم اساساً بر اساس رویکردهای مورد استفاده در حل مسایل بهینه‌سازی قابلیت اطمینان تاثیرگذار است. یکی از این سیستم‌ها، سیستم k-out-of-n:G است. در این ساختار، یک سیستم با n اجزاء، در صورتی که حداقل k اجزاء از n اجزاء عملیاتی باشند، سالم در نظر گرفته می‌شود. نوع مساله مورد مطالعه در این مقاله، مساله تخصیص افزونگی است که شامل تعدادی از انواع مختلف اجزاء با قابلیت اطمینان و منابع مصرفی متفاوت است. هدف از این مساله، تعیین سطح افزونگی هر زیرسیستم به گونه‌ای است که تابع هدف (به عنوان مثال، بیشینه کردن قابلیت اطمینان سیستم یا کمینه کردن هزینه مصرفی) تحت محدودیت‌های مشخص بهینه شود. با توجه به این‌که در این مسایل امکان تخصیص اجزاء ناهمسان به هر زیرسیستم وجود دارد، فضای جستجو به طور طبیعی بسیار بزرگ‌تر می‌شود و قابلیت اطمینان بالاتری نسبت به سیستم‌های با اجزاء همسان در هر زیرسیستم حاصل می‌شود. از آنجایی که این دسته از مسایل جزء دسته مسایل سخت هستند [۲،۳] استفاده از رویکردهای نوآورانه و فراابتکاری ضروری است. رویکردهای فراابتکاری به عنوان روش‌های غیردقیق دسته‌بندی می‌شوند، زیرا تضمینی برای رسیدن به جواب بهینه نمی‌دهند، اما با طراحی مناسب و تجربی، می‌توانند به تقریب جواب‌های بهینه برسند. یکی از رویکردهای فراابتکاری که در حل مسایل تخصیص افزونگی مورد استفاده قرار می‌گیرد، الگوریتم ژنتیک چندهدفه است. با حل این الگوریتم، می‌توان به یک مجموعه جواب بهینه دست یافت، و این الگوریتم تلاش می‌کند تا به تعدادی بیشتر از مجموعه جواب‌های آن دست یابد. بنابراین، لازم است از روش‌هایی برای کاهش حجم این مجموعه استفاده شود تا تصمیم‌گیرنده بتواند به راحتی جواب مورد نظر خود را استخراج و تحلیل نماید.[۴-۶]

۲ مرور ادبیات

مسایل بهینه‌سازی تخصیص افزونگی، جزو دسته مسایل برنامه‌ریزی غیرخطی عدد صحیح قرار دارند. روش‌های بهینه‌گسسته زیادی برای حل این دسته از مسایل پیشنهاد شده است، از جمله برنامه‌ریزی پویا، انشعاب و حد تعیین، و روش‌های شمارشی. فیف و همکاران [۷] اولین‌بار مدل ریاضی مساله عمومی تخصیص افزونگی را ارایه دادند، با هدف حداکثر کردن پایایی سیستم تحت محدودیت‌های وزن و هزینه. آن‌ها این مساله را با استفاده از برنامه‌ریزی پویا حل کردند. کایوهای [۸] مساله تخصیص افزونگی را برای زیرسیستم‌های با ساختار هم‌سان به صورت یک مدل غیرمحدب برنامه‌ریزی غیرخطی عدد صحیح فرموله‌نمودند. در چهار دهه اخیر، روش‌های ابتکاری زیادی برای حل مسایل تخصیص افزونگی ارایه شده است که بیشتر آن‌ها از یک جواب ممکن شروع کرده و سپس با رویکرد بازگشتی آن را بهبود می‌بخشند. روش‌های ابتکاری حل مسایل عمومی تخصیص افزونگی که توسط شارام و وکتاسوب [۹]، آگراوال و همکاران [۱۰]، گوپال و همکاران [۱۱]، ناکاشیما [۱۲] ارایه شده‌اند، شباهت‌های زیادی با یکدیگر دارند. این روش‌ها را می‌توان به صورت زیر خلاصه کرد:

a) شروع الگوریتم از یک حل قابل قبول.

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-10-30]

[DOI: 10.71773/jamlu-2024-1-2263]

b) تولید حل جدید با استفاده از همسایگی حل قبلی.
c) محاسبه عامل حساسیت برای تمامی زیرسیستم‌های غیراشباع.
d) افزایش یک واحدی افزونگی زیرسیستم با بالاترین حساسیت، در چارچوب محدودیت‌ها.
e) در صورت وجود زیرسیستم غیراشباع، رفتن به مرحله سه.
f) توقف الگوریتم.

روش‌های فراابتکاری به دلیل انعطاف‌پذیری بالا و قابلیت استفاده در گستره وسیعی از مسایل بهینه‌سازی، در چند دهه اخیر بسیار مورد توجه قرار گرفته‌اند. این روش‌ها بر خلاف روش‌های ابتکاری، به جواب اولیه وابسته نیستند و با جستجوی تصادفی در فضای جواب، در کمترین زمان به بهترین جواب نزدیک به بهینه دست می‌یابند [۱۵-۱۳]. از انواع روش‌های فراابتکاری می‌توان به الگوریتم‌های جستجوی ممنوع، ژنتیک، شبکه‌های عصبی مصنوعی، روش بهینه‌سازی کلونی مورچگان، ممتیک و غیره اشاره نمود. اولین‌بار آدا یوکاتا [۱۶] به همراه همکارانشان یک الگوریتم ژنتیک ساده برای حل مسایل تخصیص افزونگی بدون امکان تخصیص اجزا ناهمسان به هر زیرسیستم در سیستم‌های سری-موازی با چندین حالت خرابی ارایه دادند. کویت و اسمیت [۱۷] مدل ریاضی مساله تخصیص افزونگی جهت حداکثر کردن پایایی سیستم تحت فرض عدم قطعیت پایایی اجزا، ارایه کردند و در ادامه [۱۸] نسبت به حل آن با استفاده از الگوریتم ژنتیک ترکیبی اقدام کردند و k-out-of-n:G ارایه دادند. الگوریتم آن‌ها ترکیبی از الگوریتم‌های مورچگان و یک الگوریتم جستجوی محلی بنام سقف تنزل است.[۲۰-۲۲] . مهم‌ترین دستاوردهای آنها:

a) **استفاده از الگوریتم‌های فراابتکاری** :برای حل مدل چندهدفه، نویسندگان از الگوریتم‌های فراابتکاری مانند الگوریتم ژنتیک استفاده کرده‌اند. این الگوریتم‌ها قادر به جستجو و یافتن مجموعه‌ای از جواب‌های بهینه پارتو هستند که به تصمیم‌گیرندگان اجازه می‌دهد تا بر اساس اولویت‌های خود بهترین ترکیب را انتخاب کنند.
b) **بهبود قابلیت اطمینان:** یکی از دستاوردهای مهم این مقاله، ارایه راهکارهایی برای بهبود قابلیت اطمینان ماهواره‌ها است. این بهبود با تخصیص مناسب افزونگی و بهینه‌سازی اجزای مختلف سیستم ماهواره‌ای حاصل می‌شود.
c) **کاهش هزینه و وزن:** علاوه بر بهبود قابلیت اطمینان، مدل پیشنهادی به کاهش هزینه‌ها و وزن ماهواره نیز توجه دارد. این امر با انتخاب مناسب اجزا و تخصیص بهینه منابع امکان‌پذیر می‌شود.
d) **استفاده از تکنیک‌های تحلیل داده:** مقاله از تکنیک‌های پیشرفته تحلیل داده برای گروه‌بندی و خوشه‌بندی داده‌ها استفاده کرده است. این تکنیک‌ها به تصمیم‌گیرندگان کمک می‌کند تا دسته‌بندی‌های مشابه را شناسایی کرده و تصمیمات بهتری اتخاذ کنند.

در مجموع، مقاله تِیک، داش، و بیرگورن با ارایه یک مدل چندهدفه و استفاده از الگوریتم‌های فراابتکاری، گامی مهم در بهینه‌سازی طراحی و قابلیت اطمینان ماهواره‌ها برداشته و به تصمیم‌گیرندگان در این حوزه کمک

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-10-30]
[DOI: 10.71773/jamlu-2024-1-2263]

شایانی می‌کند. [۲۳]. این مقاله ارزیابی‌های مختلفی از استراتژی‌های افزونگی در سیستم‌های تولید چند نوعه ارایه داد و این استراتژی‌ها برای بهبود قابلیت اطمینان سیستم و کاهش تاثیر شکست‌ها بسیار حایز اهمیت بودند. تصمیمات تخصیص افزونگی با طراحی سیستم تولید یکپارچه به همراه اجزا و محدودیت‌های تولید آن‌ها یکپارچه شدند. نویسندگان از الگوریتم‌های بهینه‌سازی پیشرفته برای حل مساله چندهدفه استفاده کردند که این الگوریتم‌ها امکان تولید راه‌حل‌های بهینه پارتو را فراهم می‌کنند، به تصمیم‌گیرندگان اجازه می‌دهند تا بهترین ترکیب‌هایی از اهداف متضاد را انتخاب کنند. این تحقیق به بررسی ارزیابی‌های عملی در مدیریت افزونگی در سیستم‌های تولید چند نوعه می‌پردازد و به تصمیم‌گیرندگان و عملگران کمک می‌کند تا تصمیمات درستی در زمینه طراحی سیستم و تخصیص منابع بگیرند. این مقاله به دلیل ارایه یک رویکرد جامع برای بهینه‌سازی مساله تخصیص افزونگی تحت محدودیت‌های چندهدفه، به حوزه مهندسی قابلیت اطمینان کمک می‌کند. این تحقیق به درک بهتر و ارایه روش‌شناسی سیستماتیک برای مقابله با چالش‌های پیچیده قابلیت اطمینان در سیستم‌های تولید می‌افزاید[۲۴]

۳ مساله تخصیص افزونگی

مساله تخصیص افزونگی، یکی از مسایل مهم در حوزه بهینه‌سازی است که در آن باید ترکیب بهینه‌ای از عوامل طراحی را مشخص کرد تا قابلیت اطمینان سیستم را بیشینه و همزمان هزینه، وزن و حجم سیستم را به حداقل رساند. این مساله در بسیاری از حوزه‌های مهندسی و صنعتی اهمیت دارد و روش‌های مختلفی برای حل آن ارایه شده است. در این مساله، به دنبال یافتن ترکیبی از عوامل مختلف هستیم که علاوه بر افزایش قابلیت اطمینان، باعث کاهش هزینه‌ها، وزن و حجم سیستم نیز شوند [۲۵، ۲۶].

۳-۱ تعریف مساله

این مساله مربوط به یک سیستم به صورت ترکیبی از سری و موازی در زیرسیستم‌ها و قطعات می‌باشد. هر زیرسیستم دارای m_i قطعه با عملکرد متفاوت و با سطح‌های مختلفی از هزینه، وزن، حجم و قابلیت اطمینان است که می‌توان آن‌ها را انتخاب کرد و امکان تخصیص اجزا به هر سیستم را داریم. در هر زیرسیستم، حداقل باید k_i قطعه یا جزء با عملکرد صحیح وجود داشته باشد و اضافه کردن اجزاء مازاد می‌تواند به بهبود قابلیت اطمینان کمک کند. اگرچه استفاده از اجزاء مازاد می‌تواند قابلیت اطمینان سیستم را افزایش دهد، اما هم‌زمان با افزایش هزینه، وزن و حجم سیستم همراه است که این امر به طور کامل مطلوب قلمداد نمی‌شود [۳۰-۲۷].

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-10-30]

[DOI: 10.71773/jamlu-2024-1-2263]

۳-۲ مدل‌سازی مساله

۳-۲-۱ مفروضات مدل

فرض‌های در نظر گرفته شده برای این مدل عبارتند از:

- سیستم متشکل از تعدادی زیرسیستم به صورت سری و موازی می‌باشد که اجزاء در داخل این زیرسیستم‌ها به صورت تلفیقی از حالات سری و موازی می‌باشند.[۳۱، ۳۲]
- اجزاء مختلف می‌توانند به هر زیر سیستم اختصاص داده شود.
- اجزاء زیرسیستم‌ها و سیستم تنها دو وضعیت سالم یا خراب را می‌توانند داشته باشند.
- معلوم بودن هزینه، وزن و حجم اجزاء
- معلوم و قطعی بودن قابلیت اطمینان اجزاء
- هیچ کدام از اجزاء مورد تعمیر و نگهداری اصلاحی یا پیشگیرانه قرار نمی‌گیرند.
- خرابی اجزاء مستقل از یکدیگر می‌باشد.
- اجزاء خراب به سیستم آسیب نمی‌رسانند.

۳-۲-۲ پارامترهای مساله

s: تعداد زیرسیستم‌ها

c_{ij} : هزینه جزء jاختصاص‌یافته به زیرسیستم i

w_{ij} : وزن جزء jاختصاص‌یافته به زیرسیستم i

v_{ij} : حجم جزء jاختصاص‌یافته به زیرسیستم

r_{ij} : قابلیت اطمینان جزء jاختصاص‌یافته به زیرسیستم i

C، W، V: به ترتیب برابرهزینه، وزن و حجم کل سیستم

R_{total} : قابلیت اطمینان کل سیستم

x_{ij} : تعداد jامین جزء در زیرسیستم iام

m_i :تعداد انواع مختلف از اجزاء در دسترس برای زیرسیستم iام

$n_{max,i}$: حداکثر اجزاء که می‌توانند در زیرسیستم iام قرار گیرند.

$R_i(X_i)$: قابلیت اطمینان زیرسیستم iام

K_i : حداقل اجزاء که می‌توانند در زیرسیستم iام قرار گیرند.

۳-۳ مدل ریاضی مساله

Problem MORAP$x_{ij} \in \{۰,۱,۲,...\}$

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-10-30]

[DOI: 10.71773/jamlu-2024-1-2263]

$$\begin{Bmatrix} \max[R_{total}=\prod_{i=1}^{s} R_i(X_i)\ ],\ \min\left[C=\sum_{i=1}^{s}\ \sum_{j=1}^{m_i} c_{ij}x_{ij}\right], \\ \min\left[\ W=\sum_{i=1}^{s}\ \sum_{j=1}^{m_i} w_{ij}x_{ij}\right],\ \min\left[V=\sum_{i=1}^{s}\ \sum_{j=1}^{m_i} v_{ij}x_{ij}\right] \end{Bmatrix}$$

s.t.

$$k_i \le \sum_{j=1}^{m_i} x_{ij} \le n_{max,i} \qquad \forall i=1,2,.....,s$$

$$x_{ij} \epsilon \{0,1,2,...\}$$

در حل مسایل k-out-of-n:G در صورتی که چیدمان مساله به صورت موازی باشد محاسبه قابلیت اطمینان کل سیستم از رابطه $R_i(X_i) = 1 - \prod_{j=1}^{m_i}(1 - r_{ij})^{x_{ij}}$ می‌باشد و در صورتی که اجزاء به صورت سری قرار گرفته باشند رابطه $R_i(X_i) = \prod_{j=1}^{m_i}(r_{ij})^{x_{ij}}$ مورد استفاده قرار می‌گیرد.

۳-٤ ارایه راه حل برای مسایل تخصیص افزونگی

در بهینه‌سازی با چند تابع هدف، توابع هدف مختلف و گاه متضاد بایستی به طور هم‌زمان بهینه شوند. یکی از راه حل‌های مسایل بهینه‌سازی با چند تابع هدف، ترکیب مقادیر آنها و به‌دست آوردن یک مقدار برازندگی است. روش دیگر که مد نظر در این مقاله می‌باشد، به‌دست آوردن مجموعه‌ای از جواب‌ها است که بتواند حداکثر تعداد ممکن از توابع هدف را بهینه سازد. این مجموعه جواب‌ها را بهینه پارتو می‌نامند و با استفاده از رابطه برتری میان جواب‌های مختلف این مجموعه حاصل می‌شود. اگر در تمامی فضای جستجو مجموعه جواب‌های مسلط نشدنی را بیابیم، آنگاه مجموعه جواب‌های بهینه پارتو تشکیل شده است. در این‌گونه مسایل نمی‌توان میان دو جواب مختلف از مجموعه بهینه پارتو، یکی را بر دیگری برتری داد. معیار بهینگی در مسایل چندهدفه به این صورت می‌باشد که برای دو بردار تصمیم x_1 و x_2، بردار x_1 بردار x_2 را مغلوب می‌کند، اگر و فقط اگر دو شرط برقرار باشد: اول این‌که x_1 در همه اهداف بدتر از x_2 نباشد و دوم این‌که x_1 در حداقل یک هدف، مطلقاً بهتر از x_2 باشد. غالباً به‌دست آوردن چنین مجموعه جوابی با مشکلات عدیده‌ای مواجه است که برای چیره آمدن بر مشکل می‌توان از الگوریتم‌های فراابتکاری مانند ژنتیک چندهدفه استفاده کرد. الگوریتم ژنتیک چندهدفه سعی در رسیدن به تعداد بیشتری از جواب‌های بهینه پارتو خواهد داشت. الگوریتم ژنتیک چند هدفه یک روش جستجوی کامپیوتری بر اساس ساختار ژن‌ها و کروموزوم‌ها در فضاهای بسیار وسیع و بزرگ است که در نهایت منجر به جهت‌گیری به سمت پیدا کردن یک مجموعه از جواب‌های بهینه می‌گردد. در این مساله سعی بر این است که از یک حالت خاص از الگوریتم ژنتیک که الگوریتم (NSGA − II) نامیده می‌شود استفاده گردد [۳۵-۳۳]. این الگوریتم توانایی تولید مجموعه بهینه پارتو و جبهه جلویی را دارد.

۳-٤-۱ ارایه الگوریتم NSGA − II

با توجه به تحقیقات انجام‌شده در زمینه الگوریتم‌های ژنتیک چندهدفه، مشخص شده است که الگوریتم NSGA-II که توسط DEB در سال ۲۰۰۲ معرفی شده است، یکی از سریع‌ترین و قدرتمندترین الگوریتم‌های بهینه‌سازی است. این الگوریتم نسبت به روش‌های دیگر از پیچیدگی عملیاتی کمتری برخوردار است و با بهره‌گیری از اصل

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-10-30]

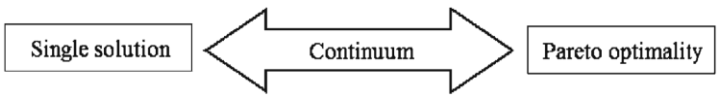
[DOI: 10.71773/jamlu-2024-1-2263]

عدم تسلط و محاسبه فاصله ازدحام نقاط بهینه‌پارتو، می‌تواند نقاطی را به‌دست آورد که از گستردگی مطلوبی در حوزه تغییرات توابع اهداف برخوردارند. این ویژگی‌ها به طراح امکان انتخاب آزاد طرح مورد نظر خود از میان طراحی‌های بهینه شده را می‌دهد. در NSGA – II، به‌طور همزمان حفظ نخبه‌گرایی و پراکندگی مدنظر قرار گرفته است. در این روش ابتدا یک جمعیت از فرزندان با استفاده از جمعیت والدین ایجاد می‌شود که اندازه هر دو جمعیت N است. این دو جمعیت با هم ادغام می‌شوند و یک جمعیت با دوبرابر عضو را به‌وجود می‌آورند که این جمعیت با استفاده از مرتب سازی غلبه نشده دسته‌بندی شده و در نهایت جمعیت جدید شامل بهترین اعضاء تا N عضو به‌دست می‌آید. به هر جمعیت دسته‌بندی شده یک جبهه می‌گویند. مفهوم غلبه نقطه‌ای بر نقطه دیگر مطابق رابطه زیر قابل بیان است. هرگاه چنین رابطه ای برقرار باشد، بدین معنی است که نقطه a بر نقطهb غلبه دارد. f_i و f_j توابع هدف i ام و j ام هستند:

$$\forall i\epsilon\{۱,۲,\dots,n\} : f_i(a) \geq f_i(b) , \exists i \in \{۱,۲,..,n\}: f_i(a) > f_i(b)$$

٤ روش‌های کم کردن اندازه مجموعه جواب‌های بهینه پارتو

پس از استفاده از الگوریتم NSGA-II برای حل مساله، معمولاً ما با یک مجموعه از جواب‌ها به عنوان مجموعه بهینه پارتو مواجه می‌شویم. این مجموعه شامل جواب‌هایی است که به طور کلی بهینه هستند و هیچ کدام از آن‌ها بهتر از دیگری نیستند. اما مساله‌ای که پیش می‌آید این است که اندازه این مجموعه جواب‌ها معمولاً بسیار بزرگ است و ممکن است باعث ایجاد یک شناوری در ذهن تصمیم‌گیرنده شود. به عبارت دیگر، تصمیم‌گیرنده با تعداد زیادی گزینه برای انتخاب از بین جواب‌های بهینه روبرو می‌شود که این موضوع می‌تواند تصمیم‌گیری را دشوار کند.در نتیجه، نیاز به یک رویکرد یا روشی وجود دارد که بتواند این مجموعه جواب‌ها را به گونه‌ای مدیریت کند که اندازه آن قابل مدیریت باشد و در عین حال، اطلاعات کافی برای تصمیم‌گیری را فراهم کند. به عبارت دیگر، باید یک تعادل مناسب بین معرفی یک جواب نهایی و ارایه مجموعه‌ای از جواب‌ها برقرار شود.

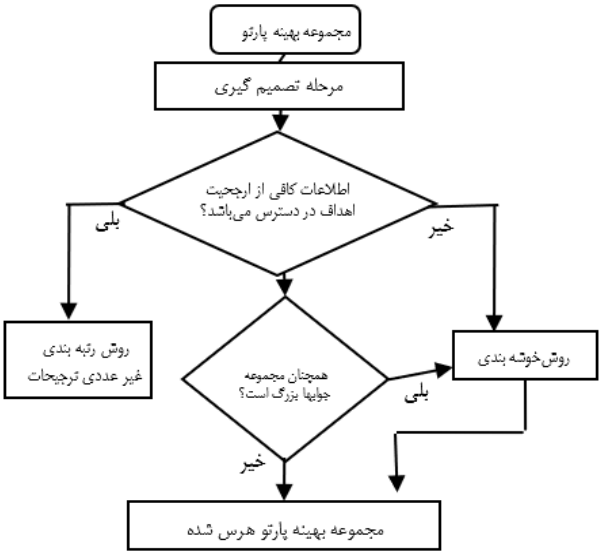


شکل۱. دستیابی به تعادلی بین ارایه یک جواب و ارایه مجموعه جواب‌های موثر

حال برای کم کردن حجم مجموعه جواب‌های موثر از دو روش هرس به‌وسیله رتبه‌بندی غیرعددی ترجیحات و خوشه‌بندی می‌توان استفاده کرد که در شکل۲ مراحل انجام کار مورد ملاحظه قرار می‌گیرد.

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-10-30]

[DOI: 10.71773/jamlu-2024-1-2263]



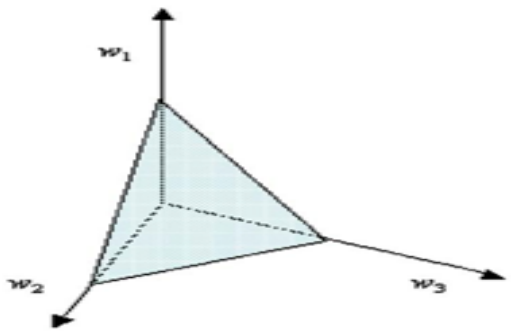
شکل ۲. راهنمای هرس نمودن مجموعه جواب‌های بهینه پارتو

٤-١ هرس کردن به‌وسیله رتبه‌بندی غیرعددی ترجیحات

در این روش بایستی اهداف با توجه به اهمیت‌شان رتبه‌بندی شوند. این روش هرس، به تصمیم‌گیرنده کمک می‌کند جواب‌هایی را انتخاب نماید که از اولویت‌بندی او تاثیر می‌پذیرند. برای رسیدن به این هدف لازم است بردارهای وزن تولید شود. برای روشن شدن روش، فرض کنید مساله‌ای شامل سه هدف، دارای رتبه‌بندی اهداف به این صورت است که $f_1(x)$ با اهمیت تر از $f_2(x)$ و $f_2(x)$ با اهمیت‌تر از $f_3(x)$ باشد. (علامت< به معنای اهمیت بیشتر و نه بزرگ‌تر بودن می باشد.)

$$\text{رتبه بندی اهداف} = \{f_1(x), f_2(x), f_3(x), : f_1(x) > f_2(x) > f_3(x)\}$$

براساس رتبه‌بندی اهداف یک تابع وزن $f_w(w)$ ایجاد می شود. این تابع در ناحیه‌ای تعریف می‌شود که مجموع آنها یک باشد. برای نمایش بهتر این موضوع باید به صورت ترتیبی سه وزن در نظرگرفته شود.

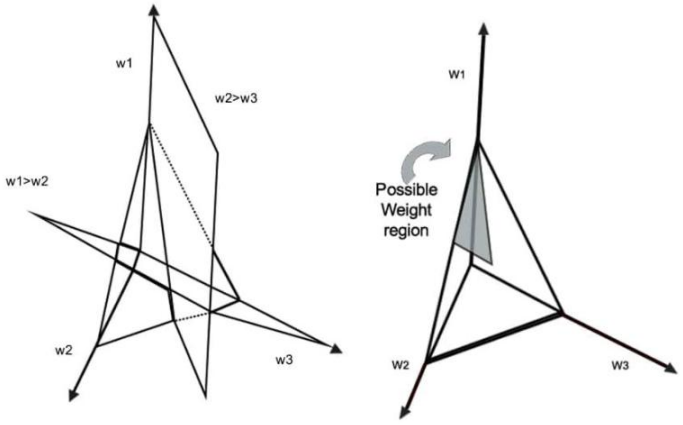


شکل۳. مجموعه قابل قبول وزن‌ها

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-10-30]

[DOI: 10.71773/jamlu-2024-1-2263]

با توجه به اولویت‌بندی مذکور، وزن‌های دقیقی برای اهداف مشخص نمی شود. فقط می‌دانیم که رابطه بین وزن‌ها به صورت $(w_3 < w_2 < w_1)$ می‌باشد. ناحیه نهایی، جایی که باید وزن‌ها از آنجا تولید شوند و سپس از آنها برای ادغام اهداف استفاده شود، در شکل ۴ نشان داده شده‌است.

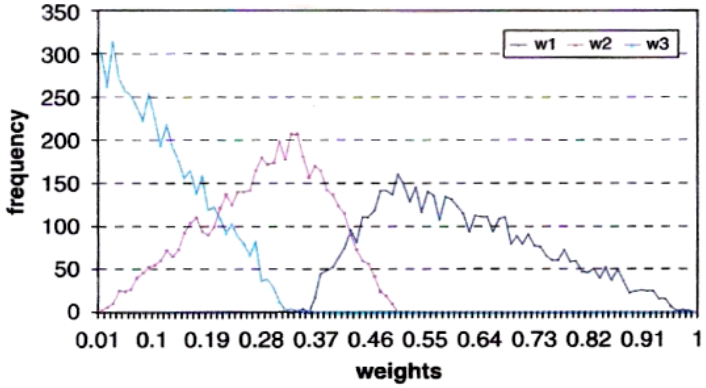


شکل٤. ناحیه وزن های قابل قبول براساس ترجیحات به صوت ($f1 < f2 < f3$)

وزن‌ها به‌صورت یکنواخت از ناحیه مذکور تولید می‌شوند. یعنی تابع چگالی توام وزن ها به‌صورت زیر می‌باشد.

$$f_w(w) = \begin{cases} c & w_3 < w_2 < w_1 \\ . & \text{else where} \end{cases}$$

جایی که c یک ثابت است و بر پایه توابع چگالی کناری $f_{w_1}(w_1)$ و $f_{w_{2|w_1}}(w_2)$ و با استفاده از روش معکوس توابع مولد وزن‌ها w_1 و w_2 ساخته می‌شوند و در نهایت با معلوم بودن ارزش w_1 و w_2 می‌توان ارزش w_3 را از رابطه به‌دست آورد. پس از ساختن مولدها، به تولید وزن ها پرداخته می‌شود و در هر بار تولید، بردار وزنی ساخته می‌شود که هر کدام از عناصر آن مربوط به یکی از اهداف می‌باشند و این اوزان به رتبه‌بندی خواسته شده وفادار هستند. در شکل ۵ توزیع ۵۰۰۰ بردار وزن تولید شده نشان داده شده است. (محور y ها بیان‌کننده فراوانی وزن ها و محور x ها مشخص کننده وزن‌ها است) همان‌طور که دیده می‌شود ارزش‌های ممکن برای وزن‌ها با توجه به رتبه بندی $f1 < f2 < f3$ به‌صورت زیر است.



شکل ۵. توزیع وزن های تصادفی مورد استفاده برای یک مساله سه هدفه

برای ترکیب اهداف با وزن‌ها به منظور ادغام آنها هر نوع تابع مطلوبیتی که مطابق با نظر تصمیم گیرنده باشد، می‌تواند مورد استفاده قرار گیرد. در اینجا برای سادگی از فرم تابع مطلوبیت جمعی استفاده شده است و

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-10-30]

[DOI: 10.71773/jamlu-2024-1-2263]

همچنین مقادیر اهداف قبل از ادغام با استفاده از توابع مطلوبیت کناری $u_j(.)$ به بازه $[0,1]$ نگاشت شده‌اند. (برای این امر، در اینجا از نرمالیز خطی استفاده شده است. به‌عبارتی ارزش هدف jام و مطلوبیت هدف jام بازای جواب موثر iام می باشند.

$$u_{ij} = u_j(f_{ij})$$

به ازای یک بردار وزن معلوم، مطلوبیت نهایی هر جواب موثر u_j به صورت ترکیب خطی محدب مقادیر حاصل از توابع مطلوبیت کناری به‌دست می‌آید.

$$u_i = \sum_{j=1}^{n} w_j u_{ij}$$

و در نهایت گزینه‌ای به عنوان گزینه برتر شمرده می‌شود که مطلوبیت نهایی بیشتری دارد. در این روش، هرس کردن بدین صورت انجام می‌گیرد که در ابتدا با استفاده از مولدهای تولید وزن، بردار وزنی تولید می‌شود، سپس با استفاده از این بردار وزن مقادیر مطلوبیت نهایی هر یک از جواب‌های موثر محاسبه‌شده و جوابی با مطلوبیت بیشتر به عنوان گزینه نهایی ثبت می‌شود. سپس این عمل با تولید بردار وزن دیگری تکرارشده و جواب نهایی این مرحله نیز ثبت می‌شود. این فرآیند با تعداد زیادی تکرار (هزاران مرتبه) انجام می‌شود و مجموعه جواب‌های نهایی ثبت شده ناشی از این تکرارها، مجموعه جواب‌های موثر هرس شده خواهند بود. به بیان دیگر می‌توان گفت اعضای حذف شده، در تمامی تکرارها توسط حداقل یک جواب دیگر مغلوب شده‌اند. این روش قادر است به حد قابل توجهی مجموعه جواب‌های موثر را کاهش دهد.

٤-٢ هرس کردن به‌وسیله خوشه‌بندی

از روش‌هایی که می‌توان برای کاهش اندازه مجموعه جواب‌های بهینه پارتو استفاده کرد، استفاده از خوشه‌بندی است. در این روش، داده‌ها به گونه‌ای دسته‌بندی می‌شوند که داده‌های هر خوشه شباهت زیادی با یکدیگر داشته باشند و به طور هم‌زمان داده‌های موجود در خوشه‌های مختلف از هم متمایز باشند. در ادبیات موضوع، انواع مختلفی از الگوریتم‌های خوشه‌بندی وجود دارد، اما یکی از معروف‌ترین آنها الگوریتم k-means است که به دلیل کارایی و اثربخشی‌اش در خوشه‌بندی داده‌ها شناخته شده است.

در این الگوریتم، داده‌ها به k گروه (یا خوشه) تقسیم می‌شوند. این تقسیم بر اساس محاسبه مراکز هر یک از خوشه‌ها صورت می‌گیرد و هر داده در خوشه‌ای قرار می‌گیرد که به مرکز آن نزدیک‌تر است. مراکز خوشه‌ها از طریق کمینه‌سازی مجموع مربعات فواصل اقلیدسی همه اعضای خوشه تا یک نقطه مجهول (مرکز خوشه) محاسبه می‌شوند.

الگوریتم عمومی خوشه‌بندی (k-means) شامل مراحل زیر است:

۱. در ابتدا، kنقطه از فضا (از داده‌هایی که باید خوشه‌بندی شوند) را به عنوان مراکز اولیه خوشه‌ها انتخاب می‌کنیم (به صورت تصادفی).
۲. هر داده را در خوشه‌ای که دارای نزدیک‌ترین مرکز خوشه است قرار می‌دهیم.

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-10-30]

[DOI: 10.71773/jamlu-2024-1-2263]

۳. وقتی تمامی داده‌ها به خوشه‌ها تخصیص داده شدند، مراکز خوشه‌ها را دوباره محاسبه می‌کنیم.

۴. مراحل ۲ و ۳ را تا زمانی ادامه می‌دهیم که دیگر خوشه‌ها تغییر نکنند.

این روش، با توجه به محاسبات و مراحل ساده‌ای که دارد، برای خوشه‌بندی داده‌ها بسیار کارآمد و مؤثر است.

تابع هدفی که الگوریتم (k-means) در این تحقیق بهینه می‌نماید عبارت است از:

$$KM(N,C) = \sum_i \min \left\| f(x_i) - c_j \right\|^2 \quad j = 1,2,\dots,k$$

به‌صورتی که:

x_i بردار داده i ام است.

$f(x_i)$ بردار اهداف مربوط به جواب i ام است

c_j مرکز خوشه jام است و C مجموعه مراکز خوشه‌ها است.

N مجموعه جواب‌های بهینه پارتو می باشد.

در واقع این تابع هدف قصد دارد که واریانس داخلی خوشه‌ها را کمینه کند.(مجموع مربعات فاصله‌های اقلیدسی مرکز خوشه با هر یک از اعضای خوشه). عملکرد الگوریتم (k-means) با تخمین تعداد مناسب خوشه‌ها بهبود می‌یابد. شاخص‌های زیادی برای تعیین تعداد خوشه‌ها وجود دارد. این شاخص ها قصد دارند تا کیفیت خوشه‌بندی را نشان دهند. یکی از این شاخص‌ها SILHOUETTE PLOT است.

ارزش SILHOUETTE برای داده i ام با $s(i)$ نشان داده می‌شود و آن مقداری است که شباهت داده iام را با داده‌های هم خوشه خود در مقابل شباهت آن به داده‌های دیگر خوشه‌ها مورد ارزیابی قرار می‌دهد.

$$s(i) = \frac{b(i) - a(i)}{\max\{a(i), b(i)\}}$$

جایی که $a(i)$ عبارت از میانگین فاصله داده i ام با همه داده‌های هم خوشه آن و $b(i)$ معرف میانگین فاصله داده i ام با همه داده‌های نزدیک‌ترین خوشه همسایه آن، می‌باشد.

مقدار $s(i)$ در فاصله $[-1,+1]$قرار می گیرد. به‌صورتی که مقادیر نزدیک به $(+1)$ نشان می‌دهد که داده مذکور از خوشه همسایه بسیار دور است و مقادیر نزدیک به صفر برای این شاخص نشان می‌دهد که به‌صورت خیلی مشخص نمی‌توان عضویت این داده را به خوشه خودش یا نزدیک‌ترین خوشه همسایه تعیین نمود و بالاخره مقادیر نزدیک به (۱-) برای این شاخص نشان می‌دهد که احتمالاً این داده به‌صورت اشتباه خوشه‌بندی شده است.

۵ مثال موردی

در این مقاله سیستم اویونیک یک هواپیمای مسافربری عادی مورد مطالعه قرار گرفته‌است. در نگاهی کلی به این سیستم، این سیستم را می‌توان به سه زیرسیستم، سنسورهای اخذ اطلاعات، ناوبری و تجهیزات ارتباط مستقیم با خلبان تقسیم‌بندی کرد. برای هر زیرسیستم ، m_i قطعه با عملکرد متفاوت و با سطح مختلفی از هزینه، وزن، حجم و قابلیت اطمینان وجود دارد که می‌توانند انتخاب شوند. برای زیرسیستم اول ۵ نوع قطعه، برای زیر سیستم دوم ۴ نوع قطعه و همچنین برای زیرسیستم سوم نیز ۵ نوع قطعه در دسترس وجود دارد. همچنین تعداد قطعات استفاده

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-10-30]

[DOI: 10.71773/jamlu-2024-1-2263]

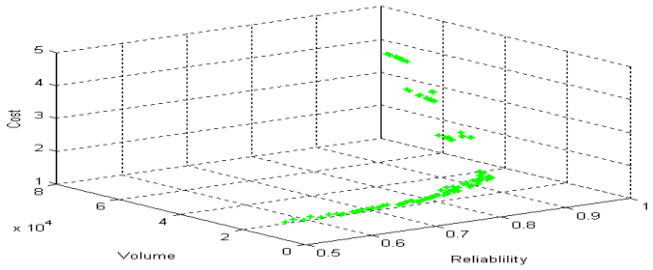
شده در زیرسیستم اول برای اجزاء ISS و ASI هر کدام حداقل باید ۱ قطعه (۱-out-of-۲) و در زیرسیستم دوم ۲ قطعه (۲-out-of-۴) باشد. در جدول ۱ مشخصات سیستم که شامل اجزای آنها و مقادیر وزن، حجم، هزینه و قابلیت اطمینان است نمایش داده شده است.

جدول ۱. مشخصات سیستم

جزء	قابلیت اطمینان	وزن	هزینه	حجم	اجزاء	زیرسیستم
۱	۰/۹۵	۰/۱۵	۲۰۰	۰/۰۰۰۸	Altimeter	سنسورهای اخذ اطلاعات
۲	۰/۹۵	۱/۹	۳۰۰۰	۰/۰۲۴۵	ADI	
۳	۰/۹۷	۱/۵	۵۰۰	۰/۰۰۵	HIS	
۴	۰/۸۵	۲	۲۰۰۰	۰/۰۲۷	ISS	
۵	۰/۸۵	۰/۱	۱۰۰۰	۰/۰۰۶۷	ASI	
۶	۰/۸۵	۲	۲۰۰۰	۰/۰۲۷	INS	ناوبری
۷	۰/۷	۱	۵۰۰	۰/۰۲۷	GPS	
۸	۰/۸	۰/۵	۷۰۰	۰/۰۰۳۶	Radio controller	
۹	۰/۹۵	۲۰	۱۰۰۰۰	۰/۷۵	radar	
۱۰	۰/۹۷	۱/۲	۲۰۰	۰/۰۲۸	نمایشگرها	تجهیزات ارتباط مستقیم با خلبان
۱۱	۰/۹	۰/۲	۱۲۰	۰/۰۰۱۵	مخابرات	
۱۲	۰/۹۵	۴۰	۱۰۰۰۰	۱	کنترل پرواز	
۱۳	۰/۹۶	۰/۲	۲۲۰	۰/۰۰۳	ورودی اطلاعات	
۱۴	۰/۹۹	۰/۵	۴۰۰	۰/۰۲۷	سایر کنترلرها	

۵-۱ حل مساله با استفاده از الگوریتم NSGA – II

برای به دست آوردن جواب‌های بهینه پارتو، از الگوریتم NSGA-II استفاده می‌شود. در این الگوریتم، ابتدا اندازه جمعیت اولیه را برابر با ۱۰۰۰۰ در نظر می‌گیریم و سپس مساله را پیاده‌سازی کرده و با حذف جواب‌های غیرمغلوب به ۱۲۷ جواب بهینه پارتو دست یافته‌ایم. لازم به ذکر است که با به دست آوردن جواب‌های غیر مغلوب، در واقع به یک جبهه جلویی دست پیدا می‌کنیم که این جواب‌ها در شکل ۶ نشان داده شده است. به دلیل عدم امکان نمایش نمودار در فضای چهار بعدی، برای درک بهتر، نمودارها در فضای سه بعدی با حذف یک عامل در هر نمودار نمایش داده شده‌اند.



شکل٦. جواب های بهینه پارتو مساله RAP مورد نظر

در قدم بعد برای کم کردن فضای مجموعه جواب‌های بهینه پارتو از ۲ روش کاربردی استفاده می‌شود تا تصمیم‌گیرنده راحت‌تر بتواند جواب مورد نظر را با توجه به ترجیحاتش انتخاب کند.

۵-۲ هرس به‌وسیله رتبه‌بندی غیرعددی ترجیحات

در ابتدا بایستی مقادیر مختلف توابع هدف قابل مقایسه شوند و برای این امر از بی‌مقیاس کردن خطی استفاده می‌شود. ابتدا فرض بر این است که ترجیحات تصمیم‌گیرنده به صورت (R>C>W>V) باشد، از نظر تصمیم‌گیرنده تابع هدف قابلیت اطمینان در اهمیت بیشتر و اهمیت تابع هدف هزینه، وزن و حجم در رده‌های

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-10-30]

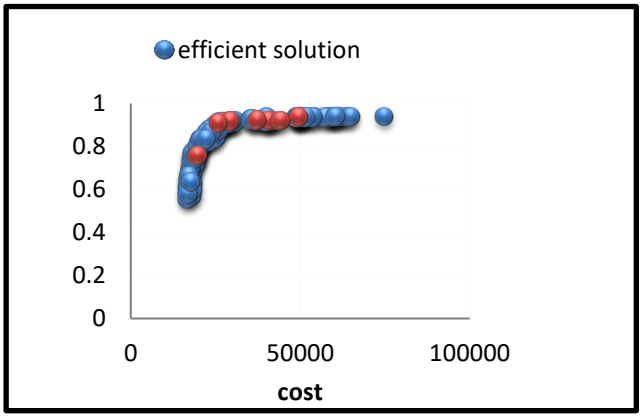
[DOI: 10.71773/jamlu-2024-1-2263]

بعدی قرار گرفته‌اند. این ترتیب توابع هدف نشان می‌دهد که بایستی وزنهای آنها به صورت ($W۱ > W۲ > W۳ > W۴$) باشد (یعنی وزن تابع هدف R بزرگتر از وزن تابع هدف هزینه و وزن تابع هدف هزینه بزرگتر از وزن تابع هدف وزن و به همین ترتیب وزن تابع هدف وزن از وزن تابع هدف حجم بیشتر می‌باشد.) در ضمن بایستی خاصیت ($W_i \geq ۰ \quad \sum_{i=۱}^{۴} W_i = ۱$) نیز برقرار باشد.

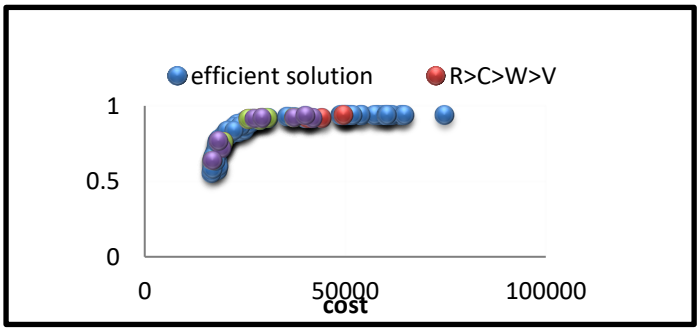
تعداد زیادی بردار وزن (در اینجا ۱۰۰۰۰بردار) به صورت یکنواخت در ناحیه مورد نظر

$$W۱ \geq W۲ \geq W۳ \geq W۴ \geq ۰ \quad \text{و} \quad \sum_{i=۱}^{۴} W_i = ۱$$

تولید می‌نماییم، سپس بازای هر یک از بردارهای وزن و با استفاده از توابع هدف نرمالیزه شده که به‌صورت خطی بی‌مقیاس شده‌اند مساله را حل کرده و در نهایت تنها تعداد محدودی از جواب‌ها (در اینجا ۹ جواب) به عنوان جواب نهایی ذخیره شده باقی می‌مانند.



شکل۷. جواب‌های بهینه هرس‌شده به صورت(R>C>W>V)



شکل۸. مجموعه هرس‌شده برای ترجیحات و اولویت‌بندی‌های مختلف

۵-۳ هرس کردن به‌وسیله خوشه‌بندی

در این قسمت الگوریتم خوشه بندی k-means برای خوشه‌بندی جواب‌های بهینه پارتو، استفاده شده است. از آنجا که تابع هدف خوشه بندی به شدت به مقیاس معیارهای خوشه‌بندی وابسته است، قبل از خوشه‌بندی مقادیر توابع هدف با استفاده از فرمول زیر در بازه [۱،۰] نگاشت شده‌اند.

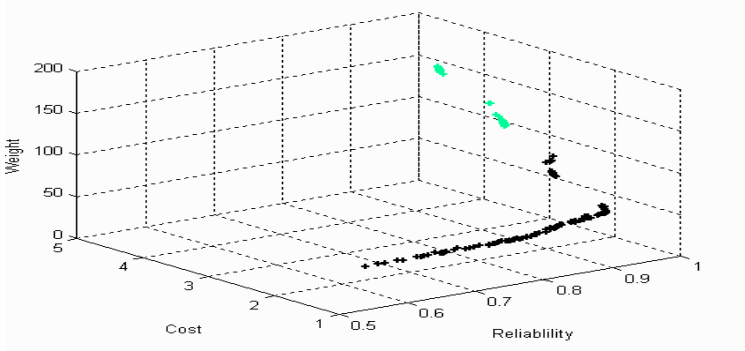
$$\frac{f_i(x) - f_i^{min}(x)}{f_i^{max}(x) - f_i^{min}(x)} \qquad \forall i = ۱,۲,\dots,n$$

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-10-30]

[DOI: 10.71773/jamlu-2024-1-2263]

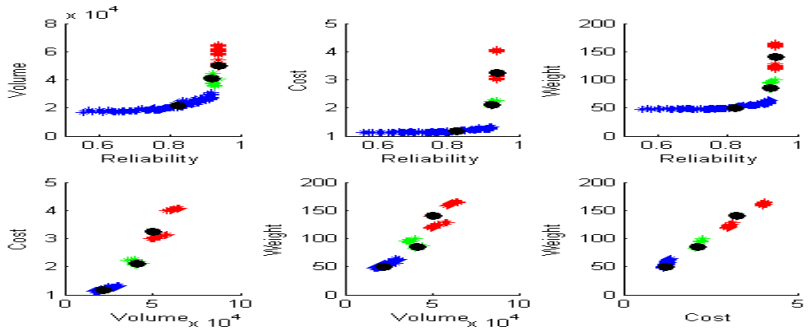
جایی که $f_i^{min}(x)$ کمترین مقدار و $f_i^{max}(x)$ بیشترین مقدار در بین جواب‌های بهینه پارتو باشد.

برای یافتن تعداد مناسب خوشه ها از معیار silhouette plot که در بخش دوم توضیح داده شده، استفاده‌شده است. تعداد مناسب برای از نظر این معیار سه خوشه می‌باشد. این خوشه‌ها در شکل های ۷ و۸ نشان داده شده است. ۲۸ جواب در خوشه اول، ۸۰ جواب در خوشه دوم و ۱۹ جواب در خوشه سوم قرار گرفته‌اند.



شکل۹. خوشه‌بندی جواب‌های بهینه پارتو در حالت Reliability-cost-weight

داده‌های درون خوشه‌ها همگن هستند. بدین معنی که اعضای در درون هر خوشه شبیه به یکدیگر هستند. برای درک بهتر، هر خوشه با رنگ متفاوتی در فضای ۲ بعدی نمایش داده شده است و برای نشان دادن ویژگی‌های خوشه ها نماینده‌ای برای هر خوشه معرفی شده است. برای انتخاب نماینده خوشه، از جوابی که بیشترین نزدیکی را با مرکز خوشه‌ها دارد، استفاده شده است.



شکل۱۰. خوشه‌بندی جواب‌های بهینه پارتو در فضای دو بعدی

جدول زیر اطلاعات مربوط به سه خوشه مختلف را نشان می‌دهد. هر خوشه با عددی منحصر به فرد (۱، ۲ و ۳) مشخص شده است. همچنین تعداد راه حل‌های موجود در هر خوشه با عددی نمایان شده است. به عنوان مثال، در خوشه ۱، تعداد ۱۹ راه حل وجود دارد. هر خوشه نیز یک نماینده دارد که برای ارایه ویژگی‌های خوشه استفاده می‌شود. مقدار قابلیت اطمینان(Reliability) ، هزینه(Cost) ، وزن (Weight) و حجم (Volume) این نماینده‌ها نیز در جدول آمده است. به عنوان مثال، نماینده خوشه ۱ یک قابلیت اطمینان بالا (به میزان ۰/۹۱۹)، هزینه متوسط (به مقدار ۳۶۴۳۷) و وزن متوسط (به اندازه ۱/۸۸) دارد. این اطلاعات می‌توانند به تحلیل و تفسیر بهتر ویژگی‌های هر خوشه کمک کنند.

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-10-30]

[DOI: 10.71773/jamlu-2024-1-2263]

جدول ۲. خلاصه نتایج حاصل از تحلیل خوشه‌بندی

	Clusters		
#of cluster	۱	۲	۳
#of solution	۲۸	۸۰	۱۹
Representative of solution	۹۸	۶۳	۲۶
Reliability	۰/۹۳۷	۰/۷۷۴	۰/۹۱۹
Cost	۵۵۷۲۳	۲۰۸۸۶	۳۶۴۳۷
Weight	۳/۴	۱/۱۷	۱/۸۸
Volume	۱۳۹/۵	۵۱/۰۹	۸۰/۹۰

٦ نتیجه‌گیری

در مسایل تخصیص افزونگی، اختصاص اجزا با ویژگی‌های متفاوت به هر زیرسیستم می‌تواند به افزایش پایایی سیستم کمک کند. این مساله به دلیل پیچیدگی‌هایی که دارد، به عنوان یک مساله سخت شناخته می‌شود و برای حل آن از الگوریتم‌های چندهدفه استفاده می‌شود، از جمله الگوریتم NSGA-II. این الگوریتم با مجموعه‌ای از جواب‌های بهینه پارتو مواجه می‌شود و تنها یک جواب منحصر به فرد را برای تحلیل در نظر نمی‌گیرد.

مجموعه جواب‌های بهینه پارتو اغلب حجم بالایی دارند، بنابراین برای کاهش حجم این مجموعه‌ها، دو روش کارامد وجود دارد. روش اول استفاده از شبیه‌سازی مونت کارلو است که تصمیم‌گیرنده را در انتخاب جواب‌هایی که از اولویت‌بندی او تاثیر می‌پذیرند، راهنمایی می‌کند.

روش دیگر استفاده از خوشه‌بندی است که به خوبی مناسب برای دسته‌بندی داده‌ها با توجه به شباهتشان است. از این تکنیک برای گروه‌بندی جواب‌ها به منظور یافتن خوشه‌هایی با جواب‌های مشابه استفاده شده است. این روش K جواب عمومی را فراهم می‌آورد.

برای بهبود مطالعات آتی در زمینه بهینه‌سازی تخصیص افزونگی و قابلیت اطمینان سیستم‌ها با استفاده از الگوریتم‌های چندهدفه پیشنهاد می‌شود با استفاده از روش‌های پیشرفته برای کاهش حجم مجموعه جواب‌ها علاوه بر شبیه‌سازی مونته‌کارلو و خوشه‌بندی، روش‌های دیگری مانند الگوریتم‌های خاصی برای انتخاب و نمایش جواب‌های بهینه‌تر بررسی شود. به‌طور مثال، از روش‌های مبتنی بر شبکه‌های عصبی مصنوعی (مانند شبکه‌های خود رمزگذار) برای نمایش بهتر و کاهش حجم مجموعه‌های جواب استفاده نمود.

منابع

[1] Shahriari, M., (2022). Using a hybrid NSGA-II to solve the redundancy allocation model of series-parallel systems. International Journal of Industrial Mathematics, 14(4), 503-513, 2022.

[2] Kuo, W., Prasad, V.R., (2001). Tillman, F.A., and Hawang, C., Optimal reliability design fundamental and application. London: Cambridge University Press, 2001.

[3] Sharifi, M., Shahriari, M.R., & Khoshniat, S., (2019). Optimization the availability of a system with short circuit and common cause failures. International Journal of Industrial Mathematics, 11(4), 239-248.

[4] Chern, M.S., (1992). On the computational complexity of reliability redundancy allocation in a series system. Operation Research Letters, 11, 309-315.

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-10-30]

[DOI: 10.71773/jamlu-2024-1-2263]

[5] Coit, D.W., and Liu, J., (2000). System reliability optimization with k-out-of-n subsystems, international journal of reliability, Quality & Safety Engineering, 7, 129-143.
[6] Shahriari, M., (2022). Using genetic algorithm to optimize a system with repairable components and multi-vacations for repairmen. International Journal of Nonlinear Analysis and Applications, 13(2), 3139-3144.
[7] Fyffe, D.E., Hines, W.W. and Lee, N.K., (1968). System reliability allocation and a computational algorithm, IEEE Transactions on Reliability, 17, 64-69.
[8] Kuo, W., Prasad, V.R., Tillman. F.A. and Hawang, C., (2001). Optimal reliability design fundamental and application. London: Cambridge University Press.
[9] Sharma, J. and Venkateswarn, K.V., (1971). A direct method for maximizing the system reliability. IEEE Transactions on Reliability, 20, 256-259.
[10] Aggarwal, K.K., (1976). Redundancy optimization in general systems, IEEE, Transaction on Reliability. 25, 330-332.
[11] Gopal, K., Aggarwal, K.K., and Gupta. J. S., (1978). An improved algorithm for reliability optimization, IEEE Transactions on Reliability, 27, 325-328.
[12] Nakashima, K. and Nakagawa, Y. (1977). A heuristic method for determining optimal reliability allocation, IEEE Transaction on Reliability, 26, 156-161.
[13] Shahriari, M., (2023). Redundancy allocation optimization based on the fuzzy universal generating function approach in the series-parallel systems. International Journal of Industrial Mathematics, 15(1), 69-77.
[14] Shahriari, M.R., (2017). Soft computing based on a modified MCDM approach under intuitionistic fuzzy sets. Iranian Journal of Fuzzy Systems, 14(1), 23-41.
[15] Deb, K., Agarwal, S., Pratap, A., & Meyarivan, T., (2000).A fast elitist nondominated sorting genetic algorithm for multi-objective optimization: NSGA-II. KanGAL report number 200001. Kanpur, India: Indian Institute of Technology.
[16] Ida. K. Gen, M. and Yokota. T., (1994). System reliability optimization with several failure modes by genetic algorithm, Proceeding of the 16th International Conference on Computers and Industrial Engineering. Ashikaga of Japan.
[17] Coit, D.W. and Smith, A., (1996). Stochastic formulations of the redundancy allocation problem, Proceedings of the Fifth Industrial Engineering Research Conference, Minneapolis.
[18] Coit, D. W. and Smith, A., (1997). Considering risk profiles in design optimization for series parallel systems, Proceedings of the Reliability & Maintainability Symposium, Philadelphia.
[19] Gopal, K., Aggarwal, K.K., and Gupta, J.S., (1978). An improved algorithm for reliability optimization, IEEE Transactions on Reliability, 27, 325-328.
[20] Nakagawa, Y., and Nakashima, K., (1977). A heuristic method for determining optimal reliability allocation, IEEE Transactions on Reliability, 26, pp. 156-161.
[21] Shahriari, M., (2022). Set a bi-objectives model for suppliers' selection with capacity constraint and reducing lead-time with meta-heuristic algorithms. International Journal of Nonlinear Analysis and Applications, 13(2), 3291-3305.
[22] Kaufman, L., and Rousseeuw, P.J., (1990). Finding Groups in Data: An Introduction to Cluster Analysis, Wiley-Interscience.
[23] Shahriari, M., Shahrasbi, H., & Zaretalab, A., (2024). Reliability analysis of lifetime systems based on Weibull distribution. International Journal of Nonlinear Analysis and Applications, 15(1), 321-329.
[24] Shahriari, M.R., (2016). Set a bi-objective redundancy allocation model to optimize the reliability and cost of the Series-parallel systems using NSGA-II problem. International Journal of Industrial Mathematics, 8(3), 171-176.
[25] David, H.A., (1981). Order Statistics, Wiley, New York.
[26] Misra, K.B., and Sharma, U., (1973). A New Geometric Programming Formulation for a Reliability Problem, International Journal of Control, 18, 497-503.
[27] Sharifi, M., Cheragh, G., Dashti Maljaii, K., Zaretalab, (2021). A., & Shahriari, M., Reliability and cost optimization of a system with k-out-of-n configuration and choice of decreasing the components failure rates. Scientia Iranica, 28(6), 3602-3616.
[28] Sharifi, M., Saadvandi, M., & Shahriari, M.R., (2020). Presenting a series-parallel redundancy allocation problem with multi-state components using recursive algorithm and meta-heuristic. Scientia Iranica, 27(2), 970-982.

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-10-30]

[DOI: 10.71773/jamlu-2024-1-2263]

[29] Sharifi, M., Shahriyari, M., Khajehpoor, A., & Mirtaheri, S.A., (2022). Reliability optimization of a k-out-of-n series-parallel system with warm standby components. Scientia Iranica, 29(6), 3523-3541.
[30] Tetik, T., Daş, G.S., & Birgoren, B., (2024). A multi-objective perspective to satellite design and reliability optimization. Expert Systems with Applications, 246, 123178.
[31] Lin, W., Fu, M., Luo, Y., & Chen, H., (2020). Multi-objective optimization of reliability-redundancy allocation problem for multi-type production systems considering redundancy strategies. Reliability Engineering & System Safety, 193, 106681.
[32] Shahriari, M., Peyman, H., & Zaretalab, A., (2024). Optimizing redundancy allocation problem with repairable components based on the Monte Carlo simulation. International Journal of Nonlinear Analysis and Applications, 15(2), 115-124.
[33] Shahriari, M.R., (2016). A cultural algorithm for data clustering. International Journal of Industrial Mathematics, 8(2).
[34] Sharifi, M., Pourkarim Guilani, P., & Shahriari, M., (2016). Using NSGA-II algorithm for a three objectives redundancy allocation problem with k-out-of-n sub-systems. Journal of Optimization in Industrial Engineering, 9(19), 87-96.
[35] Sharifi, M., Moghaddam, T.A., & Shahriari, M., (2019). Multi-objective redundancy allocation problem with weighted-k-out-of-n subsystems. Heliyon, 5(12).

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-10-30]

[DOI: 10.71773/jamlu-2024-1-2263]