مجله تحقیق در عملیات در کاربردهای آن، سال بیست و دوم، شماره اول (پیاپی ۸۴)،بهار ۰۴، ص ص ۳۶-۲۵
شاپا ۷۲۸۶-۲۲۵۱

# مدل‌بندی و حل مساله تخصیص منصفانه کانال در شبکه‌های سلولی

**مهدی کدیور*[1]،**
۱- استادیار، دانشگاه شهرکرد، دانشکده علوم ریاضی، گروه علوم کامپیوتر، ایران

رسید مقاله: ۱۹ خرداد ۱۴۰۳
پذیرش مقاله: ۱۵ آذر ۱۴۰۳

## چکیده
در شبکه‌های بی‌سیم تضمین کیفیت خدمات ارایه‌شده یک مساله اساسی است. روش تخصیص کانال به کاربران تاثیر مستقیم در کیفیت ارایه خدمات به کاربران دارد. تعیین روش تخصیص کانال و زمان‌بندی آن با توجه به هدف‌هایی مانند افزایش گذردهی، کاهش تاخیر ارسال داده، افزایش کیفیت خدمات، مشخص می‌گردد. تامین هم‌زمان این اهداف به دلیل نا هم سو بودن آن‌ها امکان‌پذیر نیست. برای تضمین کیفیت، باید کمینه پهنای باند و یا نرخ انتقال کاربران تضمین شود که ممکن است باعث کاهش گذردهی شبکه گردد. در این مقاله، برای تضمین کیفیت خدمات، بدون کاهش گذردهی شبکه، مساله زمان‌بندی تخصیص کانال به کاربران با هدف تخصیص منصفانه بیشینه-کمینه فرمول‌بندی خواهد شد. در ادامه یک الگوریتم کارا برای حل مساله به نام RAMMF ارایه خواهد شد. نتایج تحلیلی و عددی نشان می‌دهد که این الگوریتم نسبت به الگوریتم‌های موجود کارایی بهتری دارد.

**کلمات کلیدی:** زمان‌بندی، شبکه‌های بی‌سیم، تخصیص کانال، کیفیت خدمات.

## ۱ مقدمه
یک مساله اساسی و چالش برانگیز در شبکه‌های سلولی، مساله تخصیص کانال به کاربران است که در آن تعیین می‌گردد که چه کاربری در کدام اسلات زمانی می‌تواند خدمات ارایه شده یک ایستگاه مخابراتی را به‌کار بگیرد. معمولا هر ایستگاه مخابراتی فقط به یک کاربر در یک زمان می‌تواند خدمات ارایه کند. در شبکه‌های بی‌سیم شرایط کانال ارتباطی ( فاصله کاربر تا ایستگاه و همچنین اثر محو شدگی امواج)، نرخ تبادل داده بین کاربر و ایستگاه مخابراتی را تعیین می‌کند. برای افزایش گذردهی شبکه، کاربران نزدیک به ایستگاه در اولویت تخصیص کانال هستند. زیرا با بیشترین مقدار نرخ انتقال می‌توانند داده بیشتری جابه‌جا کنند. این نوع تخصیص

* عهده‌دار مکاتبات
آدرس الکترونیکی: kadivar-m@sku.ac.ir:



[ Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-02 ]
[ DOI: 10.71773/jamlu-2025-1-2269 ]

کانل به کاربران به "مساله تخصیص منصفانه متناسب" معروف است [۱،۲]. این الگوریتم زمان‌بندی که با نام "الگوریتم زمان‌بندی منصفانه متناسب (PF)" شناخته می‌شود، به اشتراک‌گذاری منصفانه و کارآمد پهنای باند بین کاربران را فراهم می‌کند، به این معنا که مجموع لگاریتمی توان عملیاتی به‌دست آمده را در یک جمعیت ثابت از کاربران بیشینه می‌کند[۳]. مقاله‌های زیادی در زمینه تخصیص منصفانه متناسب ارایه شده است [۸-۳]. این نوع تخصیص نمی‌تواند QoS را تضمین کند [۹]. بنابراین در این مقاله نسخه دیگری از مساله تخصیص منصفانه کانال که معروف به "تخصیص منصفانه بیشینه-کمینه" است مورد بررسی قرار می‌گیرد. در این نسخه، مقدار کمینه پهنای باند تقسیم‌شده بین کاربران بیشینه می شود. درواقع حداقل سهم هر کاربر از پهنای باند، بیشینه می‌شود تا الزامات تضمین کیفیت خدمات برآورده شود. تحقیقات زیادی در زمینه تخصیص منصفانه بیشینه-کمینه پهنای باند در شبکه‌های بی‌سیم، به کاربران انجام شده است [۱۲-۱۰]. ولی در زمینه تخصیص منصفانه بیشینه-کمینه کانال، مطالعات کمی وجود دارد. دو مقاله تخصیص منصفانه بیشینه-کمینه کانال ارایه شده در مرجع‌های [۱۳] و [۱۴] مساله تخصیص کانال با هدف کاهش توان مصرفی کاربران ارایه شده است. اما مساله تضمین کیفیت خدمات در این دو مقاله مورد توجه قرار نگرفته است.

در شبکه‌های نسل پنجم، برای برآورده شدن کیفیت خدمات، داشتن حداقل نرخ انتقال داده الزامی است [۱۴]. به‌ویژه در شبکه‌های خودرویی و کارخانه‌های مجهز به شبکه‌های هوشمند، تخصیص نرخ انتقال منصفانه بین کاربران اهمیت ویژه‌ایی در داشتن خدمات با کیفیت دارد. به دلیل ارتباط این موضوع با روش زمان‌بندی تخصیص کانال به کاربران، می‌توان گفت در شبکه‌های بی‌سیم سلولی، مساله زمان‌بندی تخصیص کانال به کاربران نقش اساسی در بهبود عملکرد شبکه دارد. زمان‌بندی مناسب برای به‌کار گیری و تخصیص کانال‌ها نقش بسیار مهمی در میزان بهره‌برداری کاربران از شبکه و همچنین میزان گذردهی کل شبکه دارد. مقدار گذردهی شبکه به میزان نرخ تبادل داده بین کاربران و ایستگاه رادیویی بستگی دارد. در بسیاری از مقاله‌های ارایه شده برای حل این مساله، هدف اصلی افزایش گذردهی شبکه مورد توجه قرار گرفته است. این نکته باعث می‌شود که کاربرانی که باعث افزایش گذردهی شبکه می‌شوند در اولویت تخصیص کانال قرار گیرند. بنابراین کاربرانی که به دلیل شرایط شبکه (مانند فاصله تا ایستگاه و یا میزان نویز موجود در محیط)، امکان افزایش گذردهی را نداشته باشند، از ارایه خدمات محروم می‌شوند. باتوجه به مدل SINR که برای مدل‌سازی دریافت توان توسط کاربران ارایه شده است، کاربرانی که در فاصله کمتری از ایستگاه قرار دارند، امواج با توان بالاتری از سوی ایستگاه دریافت می‌کنند. بنابر این رابطه مقدار داده مبادله‌شده به توان دریافتی (که به فاصله بستگی دارد) و میزان نویز موجود در محیط کاربر بستگی دارد. در این مقاله می‌خواهیم مساله زمان‌بندی به‌کارگیری کانال‌های شبکه را به روشی انجام دهیم که ضمن افزایش گذردهی شبکه، تخصیص کانال به‌صورت منصفانه در اختیار همه کاربران قرار گیرد. حل مساله تخصیص منصفانه کانال به کاربران به روشی که کم‌ترین مقدار نرخ انتقال تخصیص داده شده به کاربران بیشینه شود، به مساله تخصیص منصفانه بیشینه-کمینه معروف است [۳، ۲].

در ادامه، در بخش دوم، پیشینه کارهای انجام شده در زمینه تخصیص منصفانه بیشینه-کمینه مورد بررسی قرار می‌گیرد. همان‌طور که بیان شد در بیشتر کارهای گذشته، هدف افزایش گذردهی شبکه و یا کاهش مصرف



[ Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-02 ]

[ DOI: 10.71773/jamlu-2025-1-2269 ]

انرژی بوده است در بخش سوم، بر خلاف کارهای گذشته که فقط به افزایش گذردهی و کاهش انرژی مصرفی پرداخته‌اند، مساله با هدف تضمین کمترین نرخ انتقال و با هدف تضمین کیفیت خدمات، فرمول‌بندی خواهد شد. در بخش چهارم، الگوریتم کارای پیشنهادی خود با نام RAMMF[1] برای حل مساله ارایه خواهد شد. این الگوریتم، مساله را با روش تکراری حل خواهد کرد و جز محدود الگوریتم های تضمین کننده کیفیت خدمات است. در بخش پنجم نشان خواهیم داد که الگوریتم RAMMF نسبت به الگوریتم‌های موجود کارایی بالاتری دارد. در پایان در بخش ششم، نتیجه گیری کار خود را ارایه خواهیم داد.

## ۲ پیشینه تحقیق

در بیشتر تحقیقات کنونی، ضمن توزیع عادلانه کانال‌ها، دو هدف عمده در مورد کاهش مصرفی انرژی کاربران و همچنین افزایش گذردهی شبکه مورد توجه است. این دو، ضد یکدیگر هستند، یعنی؛ کاهش مصرف انرژی منجر به کاهش گذردهی شبکه است و برعکس، افزایش گذردهی باعث افزایش مصرف انرژی خواهد شد. بنابراین در تحقیقات، برقراری یک تعادل بین این دو مورد بررسی قرار گرفته است [۲،۶].

دو تعریف درباره انصاف در تخصیص کانال بیشتر به‌کار می‌رود؛ انصاف بیشینه-کمینه و انصاف متناسب. در انصاف بیشینه-کمینه پهنای باند کانال به‌صورت منصفانه بین کاربران به روشی توزیع می‌شود که پهنای باند تخصیص داده شده به یک کاربر را نتوان بدون کاهش پهنای باند دیگر کاربران، افزایش داد [۱]. در توزیع منصفانه متناسب، نسبت سهم هر کاربر از پهنای باند بر اساس یک و یا چند پارامتر شبکه (مانند میزان ترافیک شبکه و نرخ داده) تعیین می‌شود [۲،۳]. در این مدل بیشینه مقدار ممکن به مجموع لگاریتم پهنای باند تخصیص داده شده به کاربران، به‌دست می‌آید [۱۵]. تابع هدف در نسخه توزیع منصفانه متناسب، غیرخطی و نامحدب است و از این رو نسبت به روش توزیع منصفانه بیشینه-کمینه، حل آن با چالش‌های روبه‌رو هستیم. در مرجع‌های مانند [۱۸-۱۶] تابع هدف، بیشینه کردن مجموع نرخ انتقال کاربران است. این به معنی افزایش گذردهی شبکه است.

مهمت و همکاران [۱۹] برای شبکه‌های SD-RAN[2] که اولین بار در شبکه‌های نسل پنجم معرفی شدند، مقدار کمینه نرخ انتقال کاربران و همچنین گذردهی شبکه در ایستگاه‌های مخابراتی را تا ۴ برابر افزایش دادند. خانم صالحی و همکاران [۲۰] در شبکه‌های براساس مدل NOMA۳ با به‌کارگیری مشارکت کاربران با توان بالاتر، برای کمک به کاربران با سیگنال ضعیف‌تر، سعی کردند تخصیص منصفانه‌ایی در جهت افزایش کمینه نرخ انتقال کاربران انجام دهند. داکال و همکاران [۲۱] برای شبکه‌های بی‌سیم مبتنی بر NOMA مساله را برای مساله تخصیص منصفانه بیشینه-کمینه وزن‌دار فرمول بندی کردند و با توجه به محدب بودن فضای شدنی، آن مساله را بصورت تحلیلی حل کردند. کو و همکاران[۲۲] به‌جای تعریف یک تابع هدف یکسان برای همه کاربران، شمای کلی برای مساله تعریف کردند که در آن برای هر کانال معیار مخصوص به آن کانال، برای منصفانه بودن تعریف کردند. روش حل مساله در مقاله آن‌ها براساس نظریه بازی‌ها استوار است. جنومی و

[1] Resource Assignment-Max-Min-Fairness
[2] Software-Defined Radio Access Network
[3] Nonorthogonal Multiple Access



[ Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-02 ]

[ DOI: 10.71773/jamlu-2025-1-2269 ]

همکارانش [۲۳] با ارایه یک مدل تصادفی برای شبکه‌های با تعداد کابران زیاد، مساله تخصیص توان و طیف فرکانسی را بررسی کرده‌اند. در این مقاله تاثیر تداخل امواج در تخصیص عادلانه و کاهش کمینه نرخ انتقال کاربران بررسی شده است. بررسی تضمین کیفیت خدمات در این مقاله ها مورد توجه قرار نگرفته است.

در برخی از تحقیقات انجام‌شده از هوش مصنوعی برای زمان‌بندی و تخصیص کانال استفاده شده است [۲۴-۲۹]. مرجع [۲۴] از جمله مقاله‌هایی است که نویسندگان در آن، مساله تخصیص کانال منصفانه را که به صورت یک مساله بهینه‌سازی مدل شده است و سپس با کمک شبکه‌های عصبی مساله تخصیص منصفانه بیشینه-کمینه به‌صورت تقریبی حل شده است. در واقع این شبکه عصبی به کاهش تعداد متغیرهای مساله کمک می‌کند تا مساله زمان‌بندی در زمان کوتاه‌تری حل شود. در مقاله [۲۸]، تخصیص کانال برای افزایش کیفیت خدمات در شبکه‌های "همکاری داوطلبانه" محاسبات، مورد بررسی قرار گرفته است. این مقاله تخصیص منصفانه متناسب کانال‌ها بین کاربران دواطلب را تضمین می‌کند. ژانگ و همکارش با به‌کارگیری روشی مبتنی بر نظریه بازی‌ها، سعی کردند ضمن تخصیص منصفانه متناسب کانال به کاربران عادی، در شرایط فوریت‌ها، مانند فوریت‌های پزشکی یا امدادی، کیفیت خدمات لازم را به این کاربران ارایه کنند [۲۹].

به‌تازگی به کارگیری خدمات برخط مانند تلفن و تلویزیون اینترنتی و تماس‌های تصویری در سراسر جهان مورد توجه قرار گرفته است. ارایه خدمات با کیفیت در این پلت فرم‌ها وابسته به تضمین دست پایین خدماتی مانند پهنای باند و کمینه تاخیر زمانی است. برای تضمین این نوع خدمات، تنها افزایش گذردهی شبکه کافی نیست و توجه‌ها از انصاف متناسب به انصافه بیشینه-کمینه تغییر کرده است. تحقیقات در این زمینه هنوز در ابتدای راه است و کارهای محدودی در این زمینه انجام شده است. ولی در زمینه تخصیص منصفانه بیشینه-کمینه کانال مطالعات کمی وجود دارد. سه مقاله تخصیص منصفانه بیشینه-کمینه کانال ارایه شده در مرجع [۹] و مقاله جدید [۱۳] مساله تخصیص کانال با هدف کاهش توان مصرفی کاربران ارایه شده است. اما مساله تضمین کیفیت خدمات در این سه مقاله مورد توجه قرار نگرفته است.

## ۳ مدل‌بندی مساله تخصیص کانال با تابع هدف منصفانه

در این بخش مساله تخصیص کانال به کاربران در یک شبکه با یک ایستگاه مخابراتی فرمول‌بندی می‌شود. در مدل در نظر گرفته‌شده، یک ایستگاه مخابراتی (BS) به کاربران حاضر در برد مخابراتی خود خدمات ارایه می‌دهد. تعداد $N$ کاربر به‌صورت یکنواخت در برد مخابراتی این ایستگاه پراکنده هستند. بر اساس مدل SINR این ایستگاه می‌تواند با کاربر $i$ که در فاصله $d_i$ از ایستگاه قرار دارد با نر $r_i = b \times \log_2^{(1+SINR_i)}$ تبادل داده داشته باشد که در آن $b$ پهنای باند ایستگاه است و $SINR_i$ نرخ سیگنال به نویز و تداخل است که در مقاله های [۳۰] معرفی شده است. برای زمان‌بندی، فرض بر این است که یک دوره زمانی $[0,T]$ به اسلات‌های زمانی کوچک (حدود ۲ میلی ثانیه) تقسیم می‌شوند که در هر اسلات یک کاربر می‌تواند داده‌های خود را ارسال و یا دریافت کند. در هر اسلات ایستگاه مخابراتی می‌تواند به یک کاربر خدمات ارایه دهد و بقیه کاربران باید تا شروع اسلات بعد غیرفعال بمانند. متغیر دودویی $\alpha_{i,j}$ را برای تخصیص کانال در اسلات $j$ به کاربر $i$ تعریف می‌کنیم.



[ Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-02 ]

[ DOI: 10.71773/jamlu-2025-1-2269 ]

$\alpha_{i,j}=۱$ یعنی کاربر $i$ در اسلات $j$ فعال است. مقدار $\alpha_{i,j}$ برابر با صفر اگر در اسلات $j$ کانال در اختیار کاربر $i$ نباشد. متغیر $r_{ij}$ مقدار نرخ انتقالی که ایستگاه می‌تواند در اسلات $j$ در اختیار کاربر $i$ قرار دهد را نشان می‌دهد. این مقادیر در ماتریس $R=\left[ r_{ij} \right]_{n\times n}$ ذخیره می‌شود.

در این مقاله، هدف ما توزیع منصفانه کانال‌های مخابراتی بین کاربران است به روشی که مقدار کمینه نرخ انتقال در اسلات‌ها، بیشینه شود. فرض بر این است که تعداد کاربران و تعداد اسلات‌ها برابر است و هر کاربر در هر دوره زمانی تنها یک‌بار می‌تواند فعال شود. بنابراین می توان این مساله را به‌صورت زیر فرمول‌بندی کرد:

$$\max_j \min_i \alpha_{ij} r_{ij} \qquad (۱)$$

به‌طوری که:

$$\sum_{j=۱}^{T} \alpha_{ij} = ۱, \quad i = ۱,۲,\cdots,K, \qquad (۲)$$

$$\alpha_{ij} \in \{۰,۱\}. \qquad (۳)$$

تابع هدف این مساله کم‌ترین مقدار نرخ انتقال تخصیص داده شده به کاربران را بیشینه می‌کند. محدودیت اول نشان می‌دهد که هر کاربر فقط یک‌بار می‌تواند در دوره زمانی فعال باشد. در محدودیت دوم مساله، متغییر دودویی $\alpha_{i,j}$ نیز نشان می‌دهد که هر کاربر در هر اسلات یا فعال است و یا خاموش است. اگر تعداد اسلات‌ها بیشتر از کاربران باشد، یعنی؛ $T_0 > K$ آنگاه برای $K$ اسلات اول مساله حل می‌شود و برای باقی‌مانده اسلات‌ها دوباره برنامه ریزی خواهد شد.

**تعریف ۱:** فرض کنید ماتریس $A=\left[ \alpha_{ij} \right]_{n\times n}$ را بتوان با جابه‌جا کردن سطرهای آن به ماتریس همانی تبدیل کرد. در این صورت این ماتریس در محدودیت‌های مساله یعنی محدودیت (۲) و (۳) صدق می‌کند. بردار تخصیص شدنی متناظر با ماتریس $A$ را با نماد $\left(r_۱, r_۲, \cdots, r_n\right)$ نمایش می‌دهیم که در آن $r_j = r_{ij}$ اگر $\alpha_{i,j}=۱$. در واقع هر $r_j$ در این بردار نشان می‌دهد که در اسلات $j$ کاربر $i$ با مقدار نرخ انتقال $r_{ij}$ فعال است. این بردار تخصیص را جواب شدنی مساله می‌نامیم.

بردار تخصیص $\left(r_۱, r_۲, \cdots, r_n\right)$ را منصفانه بیشینه-کمینه گوییم هر گاه افزایش مقدار $r_i$ منجر به کاهش مقدار یکی از $r_j$ها در این بردار شود. در واقع اگر در این بردار کمترین مقدار $r_i$ها بیشینه شده باشد و افزایش نرخ انتقال هر اسلات به ناچار کاهش مقدار این نرخ در اسلات دیگر را منجر شود، می گوییم این بردار، به‌صورت منصفانه بیشینه-کمینه نرخ های انتقال را در اسلات‌ها تخصیص داده است. بنابراین توضیح‌ها می توان تعریف زیر را ارایه کرد.

**تعریف۲:** بردار $\left(r_۱^*, r_۲^*, \cdots, r_n^*\right)$ تخصیص منصفانه بیشیمه-کمینه نرخ تبادل داده است اگر برای هر بردار تخصیص شدنی دیگر مانند $\left(r_۱, r_۲, \cdots, r_n\right)$، اگر برای برخی مقادیر $i = ۱,۲,\cdots,n$ رابطه $r_i^* < r_i$ بر قرار باشد آن‌گاه $j \in \{۱,۲,\cdots,n\}$ وجود داشته باشد به‌طوری که $r_j < r_j^*$ و اگر $r_{\min}^* = \min_{i=۱,۲,\ldots,n} r_i^*$ و $r_{\min} = \min_{i=۱,۲,\ldots,n} r_i$ آنگاه مقدار $r_{\min}^* < r_{\min}$. اگر برداری برای مساله تخصیص، منصفانه بیشینه-کمینه باشد، آن را کارا می‌نامیم.



[ Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-02 ]

[ DOI: 10.71773/jamlu-2025-1-2269 ]

## ٤ الگوریتم پیشنهادی زمان‌بندی منصفانه

در این بخش، الگوریتم زمان‌بندی فعالیت کاربران در شبکه ارایه خواهد شد. این زمان‌بندی، فعال شدن کاربران را به‌صورت منصفانه ارایه می‌دهد. قبل از ارایه رسمی الگوریتم، نمادهای به‌کار رفته در این الگوریتم را معرفی می‌کنیم. فرض کنید ماتریس وارون پذیر $R=\left[ r_{ij} \right]_{n\times n}$ داده شده باشد. همچنین فرض کنید $M_k$، $k$امین درایه بزرگ ماتریس $R$ باشد. یعنی، $M_1 > M_2 > \cdots > M_{n^2}$. حال ماتریس $R_k=\left[ \dot{r}_{ij} \right]_{n\times n}$ را تعریف می کنیم که در آن اگر $r_{ij} \ge M_k$، $\dot{r}_{ij}=r_{ij}$ و در غیر این صورت $\dot{r}_{ij}=0$. حال فرض کنید $k_0$ کوچک‌ترین مقداری باشد که به ازای آن $R_{k_0}$ وارون‌پذیر باشد. برای حل مساله، الگوریتم RAMMF ارایه شده است. در این الگوریتم ابتدا درایه‌های ناصفر هر سطر و هر ستون ماتریس $R_{k_0}$ شمارش می‌شود. سپس سطر $i_0$ (و یا ستون $j_0$ ) به عنوان سطری (ستونی) با کم‌ترین تعداد درایه ناصفر انتخاب می‌شود. در سطر $i_0$ بیشترین مقدار نرخ انتقال را می‌یابیم. فرض کنید $j_1 = arc\max \dot{r}_{i_0 j}$ که در آن $1 \le j \le n$. در این صورت در اسلات $j_1$ کاربر $i_0$ با مقدار نرخ انتقال $r_{i_0 j_1}$ فعال خواهد بود، یعنی؛ $\alpha_{i_0,j_1}=1$ و به ازای $j=1,2,\cdots,n$ داریم $\alpha_{i_0,j}=0$. همچنین در ادامه ماتریس $R_{k_0}$ به‌روز می شود یعنی قرار می‌دهیم $\dot{r}_{i_0 j}=0$ و $\dot{r}_{ij_1}=0$ برای $i,j=1,2,\cdots,n$. به همین ترتیب اگر ستون $j_0$ کمترین تعداد درایه ناصفر $R_{k_0}$ را داشته باشد و $i_1 = arc\max \dot{r}_{ij_0}$ که $1 \le i \le n$ آنگاه $\alpha_{i_1,j_0}=1$ و به ازای $i=1,2,\cdots,n$ بقیه $\alpha_{i_1,j}=0$. همچنین در ادامه ماتریس $R_{k_0}$ به‌روز می‌شود یعنی؛ $\dot{r}_{i_1 j}=0$ و $\dot{r}_{ij_0}=0$ برای $i,j=1,2,\cdots,n$.

**لم ۳:** فرض کنید $r=(r_1,r_2,\cdots,r_n)$ بردار تخصیص ارایه‌شده توسط الگوریتم RAMMF است و $r_l=r_{i_1 l}$ و $r_k=r_{i_1 k}$. در این صورت اگر در الگوریتم RAMMF مقدار $r_l$ قبل از مقدار $r_k$ محاسبه شده باشد و $r_{i_1 k} \le r_{i_1 k}$ و زمان‌بندی اسلات‌های $l$ و $k$ جابه‌جا شود، یعنی: $\alpha_l=r_{i_1 k}$ و $\alpha_k=r_{i_1 l}$ آنگاه نرخ انتقال در اسلات $k$ افزایش یافته است ولی این نرخ در اسلات $l$ کاهش پیدا کرده است.

برهان: طبق فرض، مقدار متغیرهای $\alpha_{i_1 l}$ و $\alpha_{i_1 k}$ برابر با یک است و مقدار $\alpha_{i_1 k}$ و $\alpha_{i_1 l}$ برابر با صفر هستند که در گام‌های الگوریتم تنظیم شده‌اند. برای کاربر $i_1$ در اسلات‌های $l$ و $k$ مقدار نرخ انتقال داده به‌ترتیب $r_{i_1 l}$ و $r_{i_1 k}$ است. این مقدار ها برای کاربر $i_2$ برابر است با $r_{i_2 l}$ و $r_{i_2 k}$. اگر بخواهیم مقدار نرخ انتقال داده را در اسلات‌های $l$ و $k$ جابه‌جا کنیم باید مقدار متغیرهای $\alpha_{i_1 l}$و $\alpha_{i_1 k}$را به صفر و مقدار $\alpha_{i_1 k}$ و $\alpha_{i_2 l}$ را به یک تغییر دهیم. در این صورت مقدار نرخ انتقال داده در اسلات $l$ از مقدار $r_{i_1 l}$ به $r_{i_2 l}$ تغییر می کند و مقدار نرخ انتقال داده در اسلات $k$ از مقدار $r_{i_2 k}$ به $r_{i_1 k}$تغییر می کند. از فرض داریم که مقدار $r_l$ قبل از مقدار $r_k$ محاسبه شده است. از آن‌جایی که مقدار بیشینه ستون $l$ برای $\alpha_l$ انتخاب می شود پس $r_{i_2 l} \le r_{i_1 l}$. بنابراین $r_{i_1 l} \le r_{i_1 k}$ و $r_{i_1 k} \le r_{i_2 k}$ که نشان می‌دهد نرخ انتقال در اسلات $k$ افزایش یافته است ولی این نرخ در اسلات $l$ کاهش پیدا کرده است.

**قضیه ٤:** الگوریتم جواب شدنی کارا برای مساله تخصیص منصفانه نرخ انتقال به‌دست می‌آورد.

برهان: نخست باید نشان دهیم که ماتریس $A$ به‌دست آمده از الگوریتم RAMMF شدنی است. ابتدا ماتریس برابر با ماتریس صفر است. در گام دوم قسمت ج الگوریتم وقتی که مقدار $\alpha_{ij}$ برابر با یک قرار می‌گیرد، همه



[ Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-02 ]

[ DOI: 10.71773/jamlu-2025-1-2269 ]

درایه‌های سطر $i$ و ستون $j$ صفر می‌شود. بنابراین در تکرارهای بعدی گام ۲ قسمت ج، این سطر و ستون نادیده گرفته می‌شود و در تکرارهای بعدی درایه‌های این دو صفر باقی می‌مانند. بنا براین ماتریس $A$ شدنی است.

اکنون باید نشان دهیم که جواب به‌دست آمده کارا است. نخست این که اگر ماتریس $R_i$ وارون‌پذیر نباشد امکان ایجاد جواب شدنی وجود ندارد. در هر مرحله اگر $R_i$ وارون‌پذیر نباشد مقدارهای کوچک‌تر از $M_i$ یعنی $M_{i-1}$ را انتخاب می‌کنیم و ماتریس $R_{i-1}$ را در نظر می‌گیریم. با توجه به گزینش بزرگ‌ترین $M_i$ برای محاسبه ماتریس $R_{k_0}$ می‌توان گفت که کوچک‌ترین مقدار نرخ انتقال ممکن برای تخصیص بیشینه شده است، زیرا انتخاب $M_i$ بزرگ‌تر باعث می شود ماتریس $R_i$ وارون‌ناپذیر شود و مساله جواب نخواهد داشت.

فرض کنیم جواب $r=(r_1,r_2,\cdots,r_n)$ متناظر با ماتریس $R_{k_*}$ است. بنابراین تمام درایه‌های جواب $r$ از $M_{k_*}$ بیشتر هستند،یعنی؛ $r_i \geq M_{k_*}$. با توجه به خط ج الگوریتم RAMMF می‌توان گفت که اگر $r_l$ اولین مقداری باشد که در جواب $r$ مقدار آن محاسبه شده باشد، آنگاه بیشترین مقدار ممکن توسط الگوریتم انتخاب می‌شود.

**الگوریتم RAMMF: زمان‌بندی فعال‌سازی کاربران ایستگاه مخابراتی**

ورودی: ماتریس نرخ $R=\left[r_{ij}\right]_{n\times n}$

خروجی: ماتریس زمان‌بندی $A=\left[\alpha_{ij}\right]_{n\times n}$

۱-ماتریس $R_{k_0}$ را محاسبه کن.

۲-تا زمانی که ماتریس دارای درایه ناصفر است گام‌های زیر را انجام بدهید:

الف-برای هر ستون $j$ ماتریس $R_{k_*}$ که مقدار $Col_j$ که برابر با تعداد درایه‌های غیرصفر این ستون است را محاسبه کن.

ب-برای هر سطر $i$ ماتریس $R_{k_*}$ که مقدار $Row_i$ که برابر با تعداد درایه‌های غیرصفر این سطر است را محاسبه کن.

ج-فرض کنید $i_* = arc\,min_{1\leq i\leq n} Row_i$ و $j_* = arc\,min_{1\leq j\leq n} Clo_j$.

اگر $Col_{j_*} < Row_{i_*}$ آنگاه برای $i_1 = arc\,max_{1\leq i\leq n}\dot{r}_{ij_*}$ قرار بدهید $\alpha_{i_1 j_*}=1$ و درایه‌های سطر $i_1$ و ستون $j_*$ ماتریس $R_{k_0}$ را صفر قرار دهید. در غیر این صورت برای $j_1 = arc\,max_{1\leq j\leq n}\dot{r}_{i_* j}$ قرار دهید $\alpha_{i_* j_1}=1$ و همه درایه‌های سطر $i_*$ و ستون $j_1$ ماتریس $R_{k_*}$ را صفر کنید.

پس امکان افزایش $r_l$ وجود ندارد. فرض کنید $r_l=\dot{r}_{i_1 l}$ اولین درایه‌ایی از $r$ نباشد که مقدار آن تعیین شده است و $C_l$ ستون مربوط مربوط به آن در ماتریس $R_{k_*}$ باشد. فرض کنید سطر $i_2$این ستون مقداری بیشتر از $r_l$ داشته باشد. علت عدم انتخاب این مقدار برای اسلات $l$ این است که این مقدار در مراحل قبلی که اسلاتی مانند $k$ بررسی می‌شد، مقدار $\dot{r}_{i_1 l}$ به صفر بروز رسانی شده است. بنابراین مقدار $r_k$ قبل از $r_l$ محاسبه شده است و $r_{i_2 k}\leq r_{i_1 k}$. طبق لم ۳ افزایش $r_l$ موجب کاهش $r_k$ می‌شود.



[ Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-02 ]

[ DOI: 10.71773/jamlu-2025-1-2269 ]

با توجه به توضیح‌های بالا می‌توان گفت که پاسخ تعیین‌شده توسط الگوریتم، یک جواب منصفانه بیشینه کمینه است.

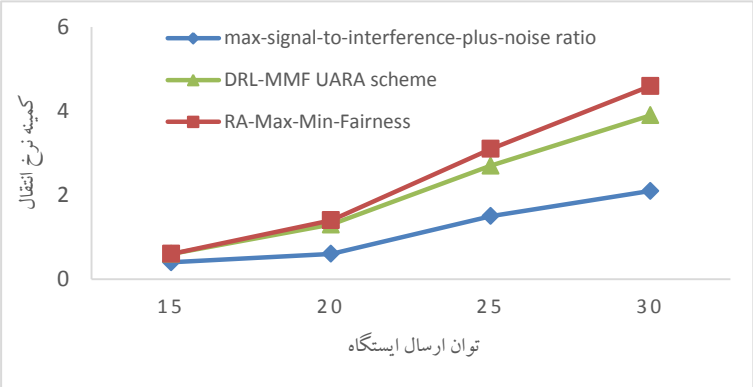
## ۵ بررسی عمل‌کرد الگوریتم پیشنهادی

در این بخش، کارایی الگوریتم RAMMF مورد بررسی قرار می‌گیرد. برای این منظور یک شبکه از خودروهای در حال حرکت در یک بزرگ‌راه در نظر می‌گیریم که در یک نقطه از آن یک آنتن BTS به عنوان ایستگاه مخابراتی به کاربران خودرویی خدمات ارایه می‌کند. حداکثر توان مصرفی ایستگاه متغیر است و کاربران از حداکثر توان 12 dBm است. خودروها با سرعت حداکثر ۱۰۰ کیلومتر بر ساعت در این بزرگ‌راه در حال حرکت هستند. طول مسیر ۱۰ کیلومتر است که بصورت یک خط راست از نقطه $z=۰$ تا نقطه $z=۱۰۰۰۰$ در نظر گرفته می‌شود. فاصله ایستگاه تا مسیر ۱۰۰ متر است و نزدیک‌ترین نقطه مسیر به ایستگاه در $z=۵۰۰۰$ است. نرخ انتقال داده در طول مسیر و در فاصله $z$ از ایستگاه از رابطه (۴) محاسبه می‌شود؛

$$r(z)=\eta\left(۱+\kappa\exp\left(\left|z-۵۰۰۰\right|/\sigma\right)\right), \qquad (۴)$$

که در آن $\kappa$ یک عدد حقیقی مثبت است و $\eta$ یک متغیر تصادفی با توزیع یکنواخت است که مقدار آن در بازه $[۰,۰/۷۳]$ است. فاصله کاربران از ایستگاه از رابطه $z(t)=\sqrt{\left(۵۰۰۰-v\times\frac{t}{۳۶۰۰}\right)^{۲}+۱۰۰^{۲}}$. بازه زمانی در نظر گرفته شده از صفر تا $T_0$ برابر با ۵۰۰ اسلات است. تعداد کاربران برابر با ۵۰ است.

برای مقایسه عملکرد الگوریتم تخصیص، دو الگوریتم در نظر می‌گیریم. اولین الگوریتم، الگوریتم DRL-MMF UARA scheme [۹] (که به اختصار آن را با DRL نمایش می دهیم.) است که تازه‌ترین الگوریتم برای حل مساله تخصیص کانال ارایه‌شده و دارای بهترین عملکرد است. دومین الگوریتم، الگوریتم max-SINR UA (که به اختصار آن را با max-s نمایش می‌دهیم.) است که در آن کانال به کاربری اختصاص می‌یابد که بیشترین مقدار توان را داشته باشد[۱،۹]. پارامترهای مورد نظر برای مقایسه عبارتند از: کمینه نرخ انتقال تضمینی برای کاربران، میزان در دسترس بودن کاربران شبکه است.

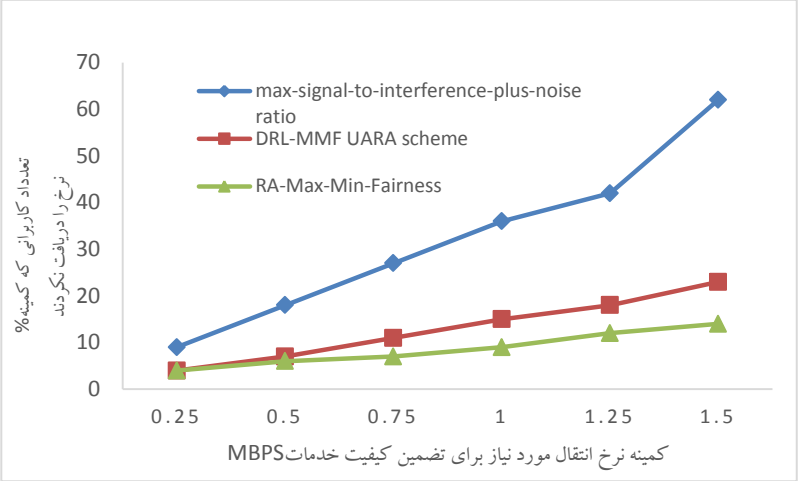



**شکل ۱.** نمودار میانگین کمترین میزان نرخ انتقالی تخصیص داده شده به کاربران.



[ Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-02 ]

[ DOI: 10.71773/jamlu-2025-1-2269 ]




**شکل ۲.** کاربرانی که تامین کمینه نرخ انتقال لازم برای تضمین کیفیت خدمات برای آن‌ها انجام نشده است.

شکل ۱ نمودار میانگین کمترین میزان نرخ انتقالی تخصیص داده شده به کاربران خودرویی شبکه را نمایش می‌دهد. در واقع همه ۵۰۰ اسلات به ۱۰ دوره که هر کدام دارای ۵۰ اسلات است تقسیم شده‌اند. میانگین کمترین نرخ انتقال در این ۱۰ دوره در جدول نمایش داده شده است.

داده‌ها نشان می‌دهد که با افزایش توان انتشار ایستگاه مخابراتی، مقدار توان اختصاص یافته به کاربران نیز افزایش می‌یابد. نسبت به دو الگوریتم دیگر، الگوریتم پیشنهادی بیشترین نرخ را برای کاربران تعیین کرده است. در الگوریتم max-s در هر اسلات کانال به کاربر با بیشترین مقدار $SINR$ تخصیص داده می‌شود. بنابراین در هر دوره ممکن است کاربران امکان ارسال داده نداشته باشند. این باعث کاهش میانگین نرخ انتقال اختصاصی کاربران می‌شود. در الگوریتم DRL با توجه به فرایند Relaxation برای حل مساله بهینه‌سازی تخصیص کانال، جواب مساله نسبت به جواب بهینه، به‌صورت تقریبی تعیین می گردد. نتایج نشان می‌دهد که نسبت به DRL به صورت میانگین ۲۵ درصد و نسبت به max-s حدود ۴۵ درصد، اختصاص کمینه نرخ، افزایش داشته است. این افزایش منجر به افزایش کیفیت خدمات در ایستگاه خواهد بود.

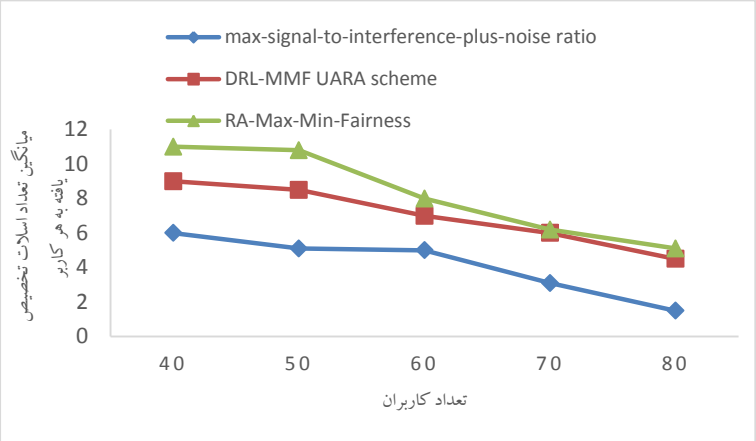
در شکل ۲ درصد تعداد کاربرانی را نشان می‌دهد که ایستگاه، موفق به تامین کمینه نرخ انتقال لازم برای تضمین کیفیت خدمات نشده است. با افزایش توان ایستگاه مخابراتی میزان عدم موفقیت ایستگاه نیز افزایش می‌یابد. دلیل آن این است که تعداد کاربرانی که امکان دریافت خدمات از ایستگاه را دارند، افزایش می یابد. نتیجه‌های عددی نشان می‌دهد که تعداد کاربرانی که الگوریتم RAMMF نتوانسته کمینه نرخ انتقال را برای تضمین کیفیت خدمات، تضمین کند به طور میانگین نسبت به الگوریتم max-s ۲۷٪ و نسبت به الگوریتم DRL ۷۰٪ کمتر بوده است. بنابر این نتایج، به صورت میانگین، ۸۹ درصد از کاربران در الگوریتم RAMMF کمینه نرخ مورد نیاز خود را دریافت کرده اند. این مقدار برای الگوریتم max-s کمتر از ۵۶ درصد و نسبت به الگوریتم DRL کمتر از ۶۲ درصد بوده است.



[ Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-02 ]

[ DOI: 10.71773/jamlu-2025-1-2269 ]

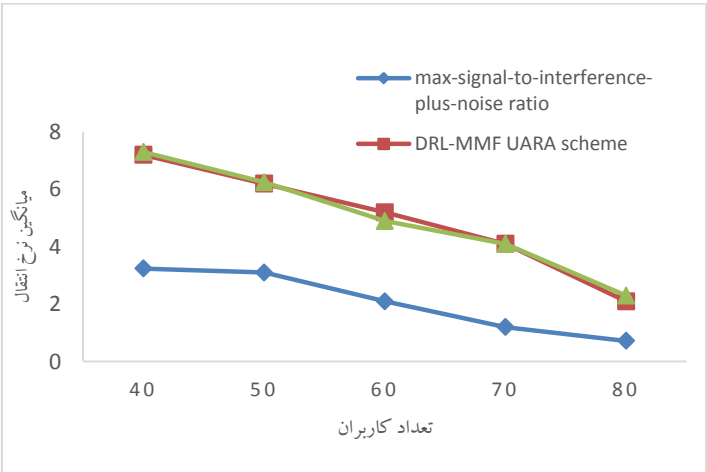
در شکل ۳ متوسط تعداد اسلات‌های زمانی که در اختیار کاربران قرار گرفته است نمایش داده شده است.




**شکل ۳.** میانگین تعداد اسلات‌های تخصیص‌یافته به کاربران. توان ارسالی ایستگاه ۴۰dBm است.

با افزایش تعداد کاربران، متوسط تعداد اسلات‌هایی که در اختیار کاربران قرار می‌گیرد، کاهش می‌یابد. الگوریتم RAMMF نسبت به دو الگوریتم DRL و max-s به ترتیب تا ۳۲و ۵۸ درصد عملکرد بهتری داشته است. الگوریتم پیشنهادی و DRL سعی در تخصیص منصفانه نرخ انتقال داده دارند. نموار شکل ۳ نشان می‌دهد که دنبال کردن این هدف باعث افزایش تعداد اسلات‌های تخصیص داده شده به کاربران نیز شده است. بر اساس این نتایج در الگوریتم RAMMF هر کاربر در هر دوره دست‌کم حدود ۹ اسلات از ۵۰ اسلات را در اختیار داشته است. این مقدار در دو الگوریتم DRL و max-s به ترتیب ۶ و ۳ است.

میانگین میزان نرخ انتقال داده‌ای که در اختیار آن‌ها قرار گرفته است، در شکل ۴ نشان داده شده است. با توجه به این که تنها یک ایستگاه برای ارایه خدمات وجود دارد، با افزایش تعداد کاربران میانگین نرخ داده کاربران کاهشی است. با توجه به این که هدف ما تخصیص منصفانه کانال است، می توان دید که الگوریتم پیشنهادی با بیشینه کردن کمترین نرخ اختصاصی، میانگین را نسبت به دو الگوریتم دیگر بالاتر نگه داشته است. این میانگین تا ۱۰ درصد نسبت به DLR و تا ۶۰ درصد نسبت به max-s بهتر است.




**شکل ٤.** میانگین نرخ انتقال تخصیص یافته به کاربران. توان ارسالی ایستگاه ۴۰dBm است.



[ Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-02 ]

[ DOI: 10.71773/jamlu-2025-1-2269 ]

## ٦ نتیجه‌گیری

در این مقاله مساله تخصیص کانال و نرخ انتقال به کاربران خدمات یک ایستگاه مخابراتی مورد بررسی قرار گرفت. هدف ما فرمول بندی مساله و حل آن به روشی بود که کیفیت خدمات در ایستگاه تضمین شود. برای این منظور بیشینه کردن کمترین نرخ انتقال در هر دوره زمانی به کاربران، مورد توجه قرار گرفت. یک الگوریتم تخصیص منصفانه کانال ارایه کردیم و به‌صورت تحلیلی نشان دادیم که به درستی می‌تواند مساله را حل کند. نتایج عددی نشان داد که نسبت به آخرین الگوریتم ارایه‌شده یعنی الگوریتم DRL، عملکرد بهتری دارد. در تخصیص منصفانه کانال تا ۱۰ درصد و در تخصیص تعداد کانال به کاربران تا ۳۲ درصد بهبود عمل‌کرد را نشان می‌دهد. همچنین در بحث تضمین کیفیت خدمات تا ۲۵ درصد عمل‌کرد بهتری نسبت به DRL نشان داده شد.

## منابع


[1] Nguyen T., T., N, (2020). Proportional-Fair Scheduling of Mobile Users based on a Partial View of Future Channel Conditions. Automatic Control Engineering, INSA de Toulouse.

[2] Nguyen T., T., N, Brun, O., Prabhu, B. J., (2022). Using channel predictions for improved proportional-fair utility for vehicular users. Computer Networks, 208. https://doi.org/10.1016/j.comnet.2022.108872

[3] Biswas, S., Mitra, A., Mistry, S., Roy Chowdhury, T., Sinha, S., Biswas, A., (2020). FairIN: Throughput Fairness in Infrastructure-Based Wireless Access Networks. 2020 International Conference on System, Computation, Automation and Networking (ICSCAN). Pondicherry, India, 1-6.

[4] Kelly, F., (1997). Charging and Rate Control for Elastic Traffic. European Transactions on Telecommunications, 8, 33–38.

[5] Lau, V., K., N., (2005). Proportional fair space time scheduling for wireless communications. IEEE Transactions on Communications, 53, 1353-1360.

[6] Choi, J., (2016). Power allocation for max-sum rate and max-min rate proportional fairness in NOMA. IEEE Commun. Lett., 20(10), 2055-2058.

[7] Lu, H., F., (2021). Optimal sum rate-fairness tradeoff for MIMO downlink communications employing successive zero forcing dirty paper coding. IEEE Communication Lett., 25(3), 783-787.

[8] Cheng, Y., T., Lu, H.,F., (2019). Optimal sum rate-fairness tradeoff for MISO broadcast communication using zero forcing DPC. in Proc. IEEE 90th Veh. Technol. Conf. (VTC-Fall), Honolulu, HI, USA, 1-5.

[9] Kim, Y., Jang, J., (2024). Distributed Resource Allocation and User Association for Max-Min Fairness in HetNets. IEEE Transaction. on Vehicular Technology, 73(2), 2983-2988.

[10] Jiao, R., Dai, L., (2020). On the max-min fairness of beam space MIMONOMA. IEEE Trans. Signal Process., 68, 4919–4932.

[11] Naghsh, M., M., Masjedi, M., Adibi, A., Stoica, P., (2019). Max–min fairness design for MIMO interference channels: A minorization–maximization Approach. IEEE Trans. Signal Process., 67 (18), 4707-4719.

[12] Sun, R., Hong, M., Luo, Z., (2015). Joint downlink base station association and power control for max-min fairness: Computation and complexity. IEEE J. Select. Areas Commun., 33(6), 1040-1054.

[13] Liu, W., Sun, R., Luo, Z., Q., (2019). Globally optimal joint uplink base station association and beamforming. IEEE Trans. Commun., 67(9), 6456–6467.

[14] Wong, V., W., S., Schober, R., Ng, D., W., K., Wang, L., (2017). Key Technologies for 5G Wireless Systems. Cambridge, U.K.: Cambridge Univ. Press.

[15] Jang, J., Yang, H., J., Jwa, H., K., (2019). Resource allocation and power control in cooperative small cell networks with backhaul constraint. IEEE Transaction. Veh. Technol., 68(11), 10926–10942.




[ Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-02 ]

[ DOI: 10.71773/jamlu-2025-1-2269 ]

[16] Alwarafy, A., Ciftler, B., S., Abdallah, M., Hamdi, M., (2021). DeepRAT: A DRL-based framework for multi-RAT assignment and power allocation in HetNets," in Proc. IEEE Int. Conf. Commun. Workshops, 1–6.
[17] Zhang, X., Zhang, Z., Yang, L., (2022). Learning-based resource allocation in heterogeneous ultra-dense network. IEEE Internet Things J., 9(10), 20229-20242.
[18] Li, Z., Wen, X., Lu, Z., Jing, W., (2021). A general DRL-based optimization framework of user association and power control for HetNet. in Proc. IEEE 32nd Annu. Int. Symp. Pers. Indoor Mobile Radio Com., 1141–1147.
[19] Mehmeti, F., Keller, W., (2022). Max-min Fair Resource Allocation in SD-RAN. https://doi:10.1145/3551661.3561359.
[20] Salehi, F., Naaser, N., Majidi, M., H., Ahmadi, H., (2022). Cooperative NOMA-Based User Pairing for URLLC: A Max–Min Fairness Approach. IEEE Systems Journal, Vol. 16, Issue 3, 3833 – 3843.
[21] Raj, D., Zhenni, D., Shimamoto, P., S., (2022). Resource Allocation for Weighted Max-min Fairness in NOMA with Imperfect SIC. 2022 IEEE/SICE International Symposium on System Integration (SII).
[22] Chen, S., K., Cheng, H., Hon, S., Liao, W., C., (2021). General Max-Min Fair Allocation. https://doi: 10.1007/978-3-030-89543-3_6.
[23] Jeronymo, M. H., Abrao, T., (2022). Max-Min fairness-based resource allocation in massive MIMO systems. Semina: Ciencias Exatas E Tecnologicas, 43(1), 45–54.
[24] Di Z., Zhong Z., Pengfei Q., Hao Q., Bin S., (2024). Resource Allocation in Multi-User Cellular Networks: A Transformer-Based Deep Reinforcement Learning Approach. China Communications, Vol. 21, no. 5, 77-96. doi: 10.23919/JCC.ea.2021-0665.202401.
[25] Swistak E., Roshdi M., German R., Harounabadi M., (2024). QoS-DRAMA: Quality of Service Aware Drl-Based Adaptive Mid-Level Resource Allocation Scheme. IEEE INFOCOM 2024 - IEEE Conference on Computer Communications Workshops (INFOCOM WKSHPS), Vancouver, BC, Canada, 1-6.
[26] Sadra M., Zaferanieh M.,.(2023). An Online Supervised Machine Learning Algorithm to Solve a Bi-Level Network Design Problem. Journal of Operations Research in its Applications, 20 (3), 87-107. (In Persian).
[27] Sajadi S. S., Moeen Moghadas F., Karimi H., (2018). The single allocation hub covering location problem on star network; modeling, linearization and finding a suitable bound for them. Journal of Operations Research in its Applications, 15 (1), 79-102. (In Persian).
[28] Gonzalo San José S., Manuel Marquès J., Panadero J., Calvet L., (2025). NARA: Network-Aware Resource Allocation mechanism for minimizing quality-of-service impact while dealing with energy consumption in volunteer networks, Future Generation Computer Systems, doi.org/10.1016/j.future.2024.107593.
[29] Zhang F., Wang G.,(2024). Context-aware resource allocation for vehicle-to-vehicle communications in cellular-V2X networks, Ad Hoc Networks. doi.org/10.1016/j.adhoc.2024.103582.
[30] Abuajwa, O., Bin Roslee, M., Binti Yusoff, Z., Lee, L., C., Pang, W., L., (2022). Throughput fairness trade-offs for downlink non-orthogonal multiple access systems in 5G networks. Heliyon, 8(11), e11265.

[ Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-02 ]

[ DOI: 10.71773/jamlu-2025-1-2269 ]