Journal of Operational Research in its Applications
Vol.23, NO.2, Summer 2026
ISSN: 2251-7286
DOI:10.71773/jamlu-2026-2-2303

Simultaneous Evaluation of Alternatives and Criteria in Multi-Criteria Decision-Making Problems with Continuous Intuitionistic Fuzzy Data

M. Farnam[1*]
[1] *Assistant Professor, Department of Electrical Engineering, Shohadaye Hoveizeh Campus of Technology, Shahid Chamran University of Ahvaz, Dasht-e Azadegan, Khuzestan, Iran.*

Research Paper

Received: 19 August 2025
Accepted: 18 January 2026

Abstract: Modeling real-world problems always faces incomplete and indeterminate information. Fuzzy set theory and its development into intuitionistic fuzzy sets, by simultaneously defining degrees of membership, non-membership, and hesitancy, have provided suitable tools for representing this uncertainty. However, ranking trapezoidal intuitionistic fuzzy numbers and their applications, due to their inherent complexity, remains a challenge. This study, by strengthening the theoretical foundations of a parametric ranking method, focuses on developing the Simultaneous Evaluation of Criteria and Alternatives method in a trapezoidal intuitionistic fuzzy environment. The key innovation is replacing standard deviation with Shannon entropy for calculating criterion weights, which better covers the inherent uncertainty of the data. The performance of the proposed method has been examined through a practical example and comparison with existing methods. The results show that the developed method not only has the capability to manage indeterminate data but also, by integrating the ranking of intuitionistic fuzzy numbers and calculating dynamic weights, makes decision-making in complex environments more transparent and reliable. This research is a step towards intelligent decision-making systems that simultaneously ensure flexibility and algorithmic fairness.

Introduction: Real-world decision-making often involves multiple conflicting criteria under uncertainty. Traditional multi-criteria methods face challenges in handling imprecise, qualitative data from expert judgments. Intuitionistic fuzzy sets extend classical fuzzy logic by incorporating membership, non-membership, and hesitancy degrees, providing a richer representation of uncertainty. This study introduces an enhanced decision-making framework called IF-SECA, designed for trapezoidal intuitionistic fuzzy environments. The approach integrates parametric ranking of intuitionistic fuzzy numbers with a simultaneous evaluation of criteria and alternatives, using Shannon entropy for dynamic weight calculation to better capture data uncertainty.

Materials and Methods: The proposed IF-SECA method combines a flexible parametric ranking function for trapezoidal intuitionistic fuzzy numbers with a multi-objective optimization model. Decision matrices are constructed using expert evaluations expressed as intuitionistic fuzzy numbers. Shannon entropy replaces standard deviation to compute intra-

* *Corresponding Author: m.farnam@scu.ac.ir*

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-02]

[DOI: 10.71773/jamlu-2026-2-2303]

Journal of Operational Research in its Applications
Vol.23, NO.2, Summer 2026
ISSN: 2251-7286
DOI:10.71773/jamlu-2026-2-2303

criterion weights, reflecting the inherent uncertainty in fuzzy data. Inter-criterion weights are derived from correlation coefficients. The model simultaneously determines criterion weights and alternative rankings, with optional constraints for incorporating prior expert preferences. Implementation is performed via MATLAB, tested under constrained and unconstrained scenarios.

Results and Discussion: The method was applied to a supplier selection case with five suppliers assessed across five criteria. Results consistently identified second supplier as optimal under both constrained and unconstrained weight scenarios. Sensitivity analysis demonstrated rapid convergence and stability, particularly when weight constraints were applied. Comparative evaluation with existing ranking methods confirmed that IF-SECA avoids logical inconsistencies such as negative scores and provides more reliable outcomes. The entropy-based weighting mechanism offered greater objectivity compared to traditional deviation-based approaches. Furthermore, the stability observed under varying parameter conditions reinforces the method's suitability for high-stakes and dynamic decision-making environments. The consistent performance across scenarios also suggests strong potential for extending this approach to other MCDM problems with uncertain or qualitative data structures.

Conclusions: The IF-SECA framework provides a transparent, flexible, and mathematically sound method for multi-criteria decision-making under intuitionistic fuzzy uncertainty. It successfully integrates dynamic weight calculation with simultaneous alternative evaluation, enhancing both objectivity and practicality. The theoretical underpinning of the method is strengthened by formally proven theorems, which guarantee key properties such as monotonicity and stability in the ranking of intuitionistic fuzzy numbers. These mathematical foundations ensure the reliability and consistency of the framework across diverse decision scenarios. Future work may extend the approach to group decision-making, dynamic environments, or other application domains such as risk management and sustainable supply chain evaluation.

Keywords: Simultaneous Evaluation of Alternatives and Criteria, Intuitionistic Fuzzy Number, Ranking, Multi-Criteria Decision-Making.

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-02]

[DOI: 10.71773/jamlu-2026-2-2303]

مجله تحقیق در عملیات در کاربردهای آن، سال بیست و سوم، شماره دوم (پیاپی۸۹)، تابستان ۰۵، ص ص ۳۲-۱
شاپا ۷۲۸۶-۲۲۵۱
DOI:10.71773/jamlu-2026-2-2303

ارزیابی همزمان معیارها و گزینه‌ها در مساله تصمیم‌گیری چندمعیاره با داده‌های فازی شهودی پیوسته

مدینه فرنام[1]*
۱- استادیار، گروه مهندسی برق، دانشگاه شهید چمران اهواز- پردیس صنعتی شهدای هویزه، دشت آزادگان، خوزستان، ایران

رسید مقاله: ۲۸ مرداد ۱۴۰۴
پذیرش مقاله: ۲۸ دی ۱۴۰۴

چکیده
مدل‌سازی مسایل واقعی همواره با اطلاعات ناقص و نامعین مواجه است. نظریه مجموعه‌های فازی و توسعه آن به مجموعه‌های فازی شهودی، با تعریف همزمان درجه عضویت، عدم عضویت و تردید، ابزار مناسبی برای نمایش عدم قطعیت فراهم کرده‌اند. با این حال، رتبه‌بندی اعداد فازی شهودی ذوزنقه‌ای و کاربردهای آن به دلیل پیچیدگی ذاتی، همچنان یک چالش باقی مانده‌است. این مطالعه با تقویت مبانی نظری یک روش رتبه‌بندی پارامتریک، به توسعه روش ارزیابی همزمان معیارها و گزینه‌ها در محیط فازی شهودی ذوزنقه‌ای می‌پردازد. نوآوری کلیدی، جایگزینی انحراف استاندارد با آنتروپی شانون برای محاسبه وزن معیارها است که عدم قطعیت ذاتی داده‌ها را بهتر پوشش می‌دهد. عملکرد روش پیشنهادی از طریق یک مثال کاربردی و مقایسه با روش‌های موجود مورد بررسی قرار گرفته است. نتایج نشان می‌دهد روش توسعه‌یافته نه تنها قابلیت مدیریت داده‌های نامعین را دارد، بلکه با تلفیق رتبه‌بندی اعداد فازی شهودی و محاسبه وزن‌های پویا، تصمیم‌گیری در محیط‌های پیچیده را شفاف‌تر و قابل اعتمادتر می‌سازد. این پژوهش گامی به سوی سیستم‌های تصمیم‌گیری هوشمند است که انعطاف‌پذیری و انصاف الگوریتمی را به طور همزمان تضمین می‌کنند.

کلمات کلیدی: ارزیابی همزمان معیارها و گزینه‌ها، عدد فازی شهودی، رتبه‌بندی، تصمیم‌گیری چندمعیاره.

۱ مقدمه
تصمیم‌گیری چندمعیاره به عنوان چارچوبی ساختاریافته برای ارزیابی و انتخاب بهترین گزینه در مواجهه با معیارهای متعدد و اغلب متضاد، نقشی کلیدی در حل مسایل پیچیده حوزه‌های مدیریت، مهندسی و اقتصاد ایفا می‌کند [۱]. با این حال، مدل‌سازی بسیاری از این مسایل واقعی با چالش ذاتی عدم قطعیت در اطلاعات روبه‌رو است. داده‌ها اغلب ناقص هستند، قضاوت‌های خبرگان ماهیتی کیفی و ذهنی دارند، و ارزیابی‌ها ممکن است مبتنی بر برآوردهای زبانی (مانند "خوب"، "متوسط") باشند. روش‌های کلاسیک تصمیم‌گیری که بر اعداد

* عهده‌دار مکاتبات
آدرس الکترونیکی: m.farnam@scu.ac.ir

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-02]
[DOI: 10.71773/jamlu-2026-2-2303]

قطعی تکیه دارند، در برخورد با این گونه ابهامات ناتوان هستند، چرا که نمی‌توانند طیف خاکستری بین "درست" و "نادرست" را به نمایش بگذارند.

برای غلبه بر این محدودیت، نظریه مجموعه‌های فازی توسط زاده[1] معرفی شد که با تعریف «درجه عضویت»، امکان تعلق جزیی یک عنصر به یک مجموعه را فراهم کرد و انقلابی در مدل‌سازی سیستم‌های پیچیده تحت عدم قطعیت ایجاد نمود [۲]. گسترش این نظریه به مجموعه‌های فازی شهودی توسط آتاناسوف[2]، گامی فراتر بود [۳]. این چارچوب با معرفی همزمان سه مؤلفه «درجه عضویت»، «درجه عدم عضویت» و «درجه تردید»، ابزاری قدرتمندتر و انعطاف‌پذیرتر برای نمایش اطلاعات نادقیق، ناهمگون و حتی متناقض مانند نظرات کارشناسی، فراهم آورد. کاربردهای این نظریه در حوزه‌های متنوعی از قبیل تصمیم‌گیری، مدیریت زنجیره تامین و تحلیل پوششی داده‌ها به اثبات رسیده است [۴-۶]. در میان انواع اعداد فازی شهودی، اعداد فازی شهودی ذوزنقه‌ای (TraIFNs[3]) به دلیل توانایی در نمایش بازه‌های اطمینان با هسته‌ای مسطح، از پرکاربردترین انواع در مدلسازی مسایل عملی محسوب می‌شوند.

با ادغام این ابزارهای قدرتمند مدلسازی عدم قطعیت با روش‌های تصمیم‌گیری چندمعیاره، شاخه‌ای پویا از پژوهش‌ها شکل گرفته است [۷]. روش‌های متعددی مانند AHP[4] فازی، TOPSIS[5] فازی و VIKOR[6] فازی توسعه یافته و به‌طور گسترده‌ای در مسایل پیچیده‌ای مانند مدیریت پایدار پسماندهای الکترونیکی به‌کار گرفته شده‌اند [۸-۱۰]. با وجود پیشرفت‌های چشم‌گیر، دو محدودیت ساختاری مهم در بسیاری از این روش‌های مرسوم به چشم می‌خورد. نخست، جدایی فرآیند تعیین وزن معیارها از رتبه‌بندی نهایی گزینه‌ها است. در این روش‌ها، ابتدا وزن‌ها (اغلب به صورت ثابت و ذهنی) تعیین‌شده و سپس در مرحله‌ای جداگانه برای ارزیابی گزینه‌ها استفاده می‌شوند [۱۱، ۱۲]. دوم، عدم توجه به پویایی وزن‌ها است؛ وزن‌ها ثابت فرض می‌شوند و از ساختار و پراکندگی داده‌های ارزیابی هر معیار استخراج نمی‌گردند [۱۳]. این محدودیت‌ها می‌توانند بر انصاف، عینیت و دقت فرآیند تصمیم‌گیری تاثیر بگذارند.

این چالش‌ها، ضرورت توسعه رویکردهای یکپارچه‌ای را که امکان ارزیابی همزمان معیارها و گزینه‌ها را فراهم می‌کنند، بیش از پیش آشکار ساخته است. در سال‌های اخیر، روش ارزیابی همزمان معیارها و گزینه‌ها (SECA[7]) به عنوان یک پارادایم نوظهور در تصمیم‌گیری چندمعیاره مطرح شده است که وعده رفع این محدودیت‌ها را می‌دهد. ایده اصلی این روش، تعیین همزمان وزن معیارها و رتبه گزینه‌ها از طریق یک مدل بهینه‌سازی چندهدفه است که هم تغییرات درونی داده‌های هر معیار و هم همبستگی بین معیارها را به صورت پویا در محاسبه وزن‌ها لحاظ می‌کند [۱۴].

[1] Zadeh
[2] Atanassov
[3] Trapezoidal Intuitionistic Fuzzy Numbers (TraIFNs)
[4] Analytic Hierarchy Process (AHP)
[5] Technique for Order Preference by Similarity to Ideal Solution (TOPSIS)
[6] VIšekriterijumsko KOmpromisno Rangiranje (VIKOR)
[7] Simultaneous Evaluation of Criteria and Alternatives (SECA)

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-02]

[DOI: 10.71773/jamlu-2026-2-2303]

۲ بیان مساله و اهداف پژوهش

محدودیت‌های ساختاری روش‌های سنتی تصمیم‌گیری چندمعیاره فازی، که در بخش پیشین اشاره شد، ضرورت توسعه رویکردهای یکپارچه‌تر را آشکار می‌سازد. روش SECA، با بهره‌گیری از یک مدل بهینه‌سازی چندهدفه برای محاسبه همزمان وزن معیارها و امتیاز نهایی گزینه‌ها، پاسخی مستقیم به این نیاز است [۱۴]. فلسفه بنیادین SECA، استفاده از دو منبع اطلاعاتی عینی موجود در ساختار ماتریس تصمیم است: تغییرات درون‌معیاری (بر اساس انحراف معیار) که بیانگر قدرت تمایزدهندگی یک معیار است، و تغییرات بین‌معیاری (بر اساس ضریب همبستگی) که درجه استقلال یا تضاد یک معیار با سایرین را می‌سنجد. تلفیق این دو شاخص، وزن‌هایی پویا و مبتنی بر داده تولید می‌کند که هم عینیت آماری دارند و هم از همپوشانی اطلاعاتی اجتناب می‌کنند [۱۴، ۱۱].

کاربردهای گسترده و موفق SECA در مسایل واقعی حوزه‌های مختلف، از ارزیابی وسایل نقلیه الکتریکی [۱۵] و مدیریت پسماند الکترونیکی [۱۶] تا شناسایی فیدرهای حیاتی برق [۱۷] و بهینه‌سازی پارامترهای ماشین‌کاری [۱۸]، اثربخشی و انعطاف‌پذیری این چارچوب را به خوبی نشان داده‌اند. با این حال، یک محدودیت عمده در نسخه اصلی SECA و حتی در بسیاری از توسعه‌های فازی اولیه آن [۱۹] وجود دارد: این روش‌ها عمدتاً برای محیط داده‌های قطعی یا فازی نوع یک طراحی شده‌اند و قابلیت ذاتی برای پردازش اطلاعات در محیط غنی‌تر و واقع‌نماتر «اعداد فازی شهودی» را ندارند.

این شکاف، هنگامی اهمیت بیشتری می‌یابد که به ماهیت بسیاری از ارزیابی‌های کیفی و نظرات کارشناسی در مسایل پیچیده توجه کنیم. در این نظرات، خبره اغلب می‌تواند همزمان میزان «موافقت» (عضویت) و «مخالفت» (عدم عضویت) خود را با یک قضاوت بیان کند. نظریه مجموعه‌های فازی شهودی، با در اختیار گذاشتن چارچوبی رسمی برای مدلسازی این دو جنبه به همراه «میزان تردید»، نمایش کامل‌تری از عدم قطعیت ارایه می‌دهد [۳]. بنابراین، توسعه SECA برای محیط فازی شهودی و به‌طور خاص برای اعداد فازی شهودی ذوزنقه‌ای که در مدل‌سازی بازه‌های اطمینان متداول هستند، یک گام ضروری و منطقی برای افزایش کارایی این روش در شرایط عدم قطعیت پیچیده است.

افزون بر این، حتی در توسعه‌های فازی صورت‌گرفته برای SECA، یک چالش کلیدی دیگر نیز خودنمایی می‌کند: روش محاسبه وزن‌های درون‌معیاری. در SECA کلاسیک و نسخه‌های فازی مرسوم آن، از «انحراف معیار» برای اندازه‌گیری پراکندگی و تعیین اهمیت معیارها در حالت قطعی و فازی استفاده می‌شود [۱۹، ۲۰]. اگرچه انحراف معیار یک شاخص آماری رایج است، اما در مواجهه با داده‌های فازی شهودی که حامل ابهام ذاتی هستند، ممکن است نتواند به طور کامل «بی‌نظمی» یا «عدم قطعیت» موجود در توزیع این داده‌ها را اندازه‌گیری کند. در مقابل، آنتروپی شانون[1] به عنوان یک معیار اطلاعاتی، به‌طور ذاتی برای سنجش میزان عدم قطعیت در یک سیستم طراحی شده است. استفاده از آنتروپی در محیط فازی شهودی می‌تواند منجر به استخراج وزن‌های دقیق‌تر و مرتبط‌تری شود که بهتر با ماهیت اطلاعاتی این نوع داده‌ها هماهنگ هستند.

[1] Shannon Entropy

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-02]

[DOI: 10.71773/jamlu-2026-2-2303]

با توجه به تحلیل فوق، شکاف تحقیقاتی اصلی که این پژوهش قصد پرکردن آن را دارد، عدم وجود یک چارچوب توسعه‌یافته SECA برای محیط تصمیم‌گیری با داده‌های فازی شهودی ذوزنقه‌ای، همراه با یک مکانیسم وزن‌دهی درون‌معیاری بهینه‌شده مبتنی بر آنتروپی است. مطالعات موجود یا بر SECA در محیط قطعی و فازی معمولی متمرکزند، یا اگر به فازی شهودی پرداخته‌اند، اغلب فرآیند وزن‌دهی و رتبه‌بندی را جدا می‌کنند و از شاخص‌های سنتی مانند انحراف معیار استفاده می‌نمایند [۱۱–۱۳]. به طور خلاصه اهداف و نوآوری‌های پژوهش حاضر عبارتند از:

۱. توسعه یک مدل ترکیبی یکپارچه (IF-SECA[1]): ارایه و فرمول‌بندی یک چارچوب جدید با عنوان IF-SECA که روش SECA را برای محیط اعداد فازی شهودی ذوزنقه‌ای توسعه می‌دهد. این مدل، یک روش رتبه‌بندی پارامتری پیشرفته برای این اعداد [۲۱] را در هسته محاسباتی SECA ادغام می‌کند تا ارزیابی همزمان معیارها و گزینه‌ها را در فضای فازی شهودی ممکن سازد.

۲. ارایه مکانیسم وزن‌دهی مبتنی بر آنتروپی شانون: به عنوان یک نوآوری کلیدی در معماری IF-SECA، معیار سنتی «انحراف معیار» برای محاسبه وزن‌های درون‌معیاری با «آنتروپی شانون فازی شهودی» جایگزین می‌شود. این جایگزینی با هدف استخراج وزن‌هایی صورت می‌گیرد که انعکاس بهتری از عدم قطعیت و بی‌نظمی ذاتی در داده‌های فازی شهودی دارند و بنابراین قابلیت اتکا و اعتبار تصمیم‌گیری نهایی را افزایش می‌دهند.

در پژوهش‌های پیشین حوزه تصمیم‌گیری چندمعیاره، آنتروپی شانون عموماً به‌صورت مستقل و مجزا برای تعیین وزن معیارها به‌کار رفته است[۲۲]. در این مطالعه، جایگزینی شاخص انحراف معیار با آنتروپی شانون در چارچوب روش SECA، به‌مثابه یک ارتقاء مفهومی در نظر گرفته شده است. این تحول، بنیان سنجش را از «پراکندگی آماری صرف» به «ظرفیت اطلاعاتی و قدرت تفکیک‌پذیری» معیارها انتقال می‌دهد. آنتروپی شانون با اتکا به مبانی نظری ریشه‌دار خود در نظریه اطلاعات، مقاومت بالاتر در برابر داده‌های ناهنجار، و توجه ذاتی به مفاهیم اطلاعات و عدم قطعیت، وزن‌هایی معتبرتر و مرتبط‌تر برای فرآیند تصمیم‌سازی تولید می‌نماید. این جایگزینی، پاسخی مستقیم به نقدهای واردشده در ادبیات [۲۳،۲۴] بر محدودیت‌های روش‌های کاملاً عینی همچون انحراف معیار است.

۳. تحکیم مبانی نظری و تحلیل پایداری: ارایه مجموعه‌ای از قضایای ریاضی جدید برای روش رتبه‌بندی پارامتری مبنایی [۲۱]، که یکنوایی، پایداری و قابلیت اطمینان آن را در شرایط مختلف اثبات می‌کند. این توسعه نظری نه تنها پایه‌های روش پیشنهادی را مستحکم می‌سازد، بلکه امکان تحلیل حساسیت سیستماتیک و کاربرد آن در حوزه‌های حساس را فراهم می‌آورد.

در نهایت، عملکرد مدل پیشنهادی IF-SECA در یک مطالعه موردی عملی (انتخاب تامین‌کننده) ارزیابی و از طریق یک تحلیل مقایسه‌ای جامع با روش‌های شاخص دیگر، برتری‌های آن در اجتناب از نتایج متناقض، افزایش شفافیت و ارایه تصمیم‌های قابل اعتماد در محیط‌های پیچیده عدم‌قطعیت به نمایش گذاشته خواهد شد.

[1] Intuitionistic Fuzzy Simultaneous Evaluation of Criteria and Alternatives (IF-SECA)

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-02]

[DOI: 10.71773/jamlu-2026-2-2303]

۳ مرور ادبیات

مرور نظام‌مند پیشینه پژوهش در سه حوزه مرتبط شامل رتبه‌بندی اعداد فازی شهودی، تصمیم‌گیری چندمعیاره در محیط فازی شهودی، و روش SECA و توسعه‌های آن بر شکاف تحقیقاتی شناسایی‌شده در بخش قبل صحه می‌گذارد و ضرورت انجام پژوهش حاضر را آشکار می‌سازد.

۳-۱ رتبه‌بندی اعداد فازی شهودی

اساس هر فرآیند تصمیم‌گیری در محیط فازی شهودی، امکان مقایسه و رتبه‌بندی این اعداد است. پژوهش‌های متعددی به این موضوع پرداخته‌اند که از لحاظ روش‌شناختی قابل دسته‌بندی هستند. روش‌های مبتنی بر مقدار انتظاری با کار گژگورژفسکی[۱] [۲۵] آغاز شد که مفاهیم «بازه انتظاری» و «مقدار انتظاری» را معرفی کرد. یه[۲] [۲۶] این مفهوم را برای اعداد فازی شهودی ذوزنقه‌ای به‌کار گرفت و در حل مسایل MCDM از آن استفاده نمود. در روش‌های تبدیل به بازه، وانگ و ژانگ[۳] [۲۷] با تبدیل اعداد فازی شهودی ذوزنقه‌ای به اعداد بازه‌ای، سعی در تسهیل فرآیند رتبه‌بندی داشتند.

در رویکرد اپراتورهای تجمیع، شاهد توسعه اپراتورهای میانگین حسابی و هندسی وزنی توسط جیانکیانگ و ژونگ[۴] [۲۸]، و همچنین تعمیم اپراتورهای تجمیع حسابی توسط ویی[۵] [۲۹] هستیم. این اپراتورها عمدتاً در مسایل تصمیم‌گیری گروهی چندمعیاره مورد استفاده قرار گرفته‌اند. در میان روش‌های نوآورانه، می‌توان به کار نهی [۳۰] با مفهوم «مقدار مشخصه»، و روش نان[۶] و همکاران [۳۱] مبتنی بر شاخص‌های میانگین توابع عضویت و عدم عضویت اشاره کرد که البته مورد نقد و اصلاح ریاضی ورما و کومار[۷] [۳۲] قرار گرفت. توسعه اپراتورهای میانگین توانی توسط وان[۸] [۳۳] نیز از جمله تلاش‌ها در این عرصه است.

مفاهیم پایه‌ای «مقدار» و «ابهام» که نخستین بار توسط دلگادو[۹] و همکاران [۳۴] مطرح شدند، به عنوان اساس روش‌هایی مانند رتبه‌بندی نسبت‌محور لی[۱۰] [۳۵] و روش فاصله‌ای مبتنی بر برش آلفای لی و چن[۱۱] [۳۶] مورد استفاده قرار گرفته‌اند. دره‌میرکی [۳۷] نیز با گسترش یک روش پارامتریک [۳۸]، رویکردی جدید ارایه داده است. علیرغم تنوع روش‌های فوق، برخی از آن‌ها با محدودیت‌هایی مانند تولید مقادیر منفی در شرایط خاص (مانند زمانی که درجه عدم عضویت از درجه عضویت بیشتر است) یا نتایج غیرمنطقی در حالت‌های مرزی مواجه هستند.

[1] Grzegorzewski
[2] Ye
[3] Wang and Zhang
[4] Jianqiang and Zhong
[5] Wei
[6] Nan
[7] Verma and Kumar
[8] Wan
[9] Delgado
[10] Li
[11] Li and Chen

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-02]

[DOI: 10.71773/jamlu-2026-2-2303]

در بین روش‌های پارامتریک، روش ارایه‌شده توسط شکوری و همکاران [۲۱] به دلیل برخورداری از بسیاری از ویژگی‌های منطقی مورد نظر وانگ و کر[1] [۳۹] و انعطاف ناشی از پارامترهای کنترل، برای استفاده در چارچوب‌های پیچیده‌تر مناسب تشخیص داده شده است. با این حال، همچنان امکان توسعه جنبه‌های نظری این روش برای تضمین پایداری، یکنوایی و قابلیت اطمینان بیشتر آن در کاربردهای گسترده و به ویژه هنگام ادغام با روش‌های بهینه‌سازی چندهدفه وجود دارد.

۳-۲ تصمیم‌گیری چندمعیاره در محیط فازی شهودی

تلفیق قدرت نمایش‌گری اعداد فازی شهودی با روش‌های MCDM، زمینه‌ساز پژوهش‌های کاربردی متعددی در ادبیات داخلی و بین‌المللی شده است. در ادبیات فارسی، تمرکز اغلب بر رتبه‌بندی نهایی گزینه‌ها با روش‌هایی مانند تاپسیس توسعه‌یافته [۱۱]، یا ترکیب روش‌هایی مانند تحلیل پوششی داده‌ها (DEA[2]) و ویکور برای رتبه‌بندی کامل بوده است [۱۲]. در حوزه‌های کاربردی خاص مانند انتخاب تامین‌کننده پایدار نیز مدل‌های ترکیبی (مانندBWM[3] و VIKOR) در محیط فازی شهودی طراحی و اجرا شده‌اند [۴۰]. با این وجود، بررسی‌های تطبیقی نشان می‌دهند که مسایلی مانند سازگاری درونی و بیرونی روش‌ها و لزوم توجه به بافت خاص مساله همچنان نیازمند توجه هستند [۱۳]. یک ویژگی مشترک در بسیاری از این پژوهش‌های داخلی، تقدم و تفکیک فرآیند تعیین وزن از مرحله ارزیابی نهایی است.

در ادبیات بین‌المللی نیز مزایای اعداد فازی ذوزنقه‌ای شهودی در مدلسازی عدم قطعیت مسایل MCDM شناسایی و در کاربردهای متنوعی از قبیل انتخاب استراتژی‌های تولید، ارزیابی ریسک و رتبه‌بندی پلتفرم‌های متاورس بهره‌برداری شده است [۴۱-۴۳]. چارچوب‌های تصمیم‌گیری گروهی چندمعیاره نیز با استفاده از این اعداد توسعه یافته‌اند. با این حال، حتی در این مطالعات نیز چالش تعیین وزن مناسب به قوت خود باقی است. در بسیاری از موارد، وزن‌ها به صورت ثابت و ذهنی در نظر گرفته می‌شوند [۴۴، ۴۵]، یا از طریق روش‌های مستقلی نظیر AHP فازی و DEMATEL[4] فازی که خود پیچیدگی محاسباتی قابل توجهی دارند، پیش از ارزیابی گزینه‌ها محاسبه می‌گردند [۱۰، ۴۶]. این جداسازی ساختاریافته، وابستگی متقابل ذاتی بین اهمیت یک معیار (وزن) و پراکندگی عملکرد گزینه‌ها در آن معیار را نادیده می‌گیرد و ممکن است به نتایج غیربهینه یا متاثر از سوگیری منجر شود.

۳-۳ روش SECA و توسعه‌های فازی آن: حرکت به سمت یکپارچگی

روش SECA با هدف رفع همین چالش ساختاری ارایه شد [۱۴]. فلسفه بنیادین SECA، استفاده از دو منبع اطلاعاتی عینی موجود در ساختار ماتریس تصمیم است: تغییرات درون‌معیاری (بر اساس انحراف معیار) که بیانگر قدرت تمایزدهندگی یک معیار است، و تغییرات بین‌معیاری (بر اساس ضریب همبستگی) که درجه استقلال یا

[1] Wang and Kerre
[2] Data Envelopment Analysis (DEA)
[3] Best-Worst Method (BWM)
[4] Decision Making Trial and Evaluation Laboratory (DEMATEL)

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-02]
[DOI: 10.71773/jamlu-2026-2-2303]

تضاد یک معیار با سایرین را می‌سنجد. تلفیق این دو شاخص در یک مدل بهینه‌سازی چندهدفه، وزن‌هایی پویا و مبتنی بر داده تولید می‌کند [۱۴]. موفقیت SECA در کاربردهای گسترده و متنوعی از ارزیابی وسایل نقلیه الکتریکی [۱۵] و مدیریت پایدار پسماند [۱۶] تا شناسایی بخش‌های حیاتی در شبکه برق [۱۷] و بهینه‌سازی پارامتریک فرآیندهای ماشین‌کاری ترکیبی [۱۸]، اثربخشی این چارچوب را به خوبی نشان داده است.

برای سازگاری SECA با محیط‌های عدم قطعیت، توسعه‌های فازی آن در دو مسیر اصلی صورت گرفته است:

۱. رویکرد ساده‌سازی محاسبات: در این رویکرد که توسط خود بنیان‌گذاران روش و در ادامه‌ی کارهایشان ارایه شده [۱۶، ۱۹]، ابتدا ماتریس تصمیم فازی با عمل دیفازی‌سازی به اعداد قطعی تبدیل می‌شود یا با استفاده از سطوح برش به اعداد بازه‌ای تبدیل‌شده و سپس محاسبات بر روی این مقادیر ساده‌شده انجام می‌گیرد. اگرچه این روش پیچیدگی محاسباتی را کاهش می‌دهد، اما منتقدان اشاره کرده‌اند که این فرآیند می‌تواند منجر به از دست رفتن اطلاعات ارزشمند مربوط به عدم قطعیت و ابهام ذاتی در داده‌های فازی اولیه گردد.

۲. رویکرد حفظ ماهیت فازی: این رویکرد پیشرفته‌تر که به عنوان یک شکاف تحقیقاتی مطرح بوده، بر حفظ ساختار فازی در سراسر فرآیند محاسباتی تاکید دارد. در این روش نوآورانه که توسط اقبالی و همکاران (۲۰۲۳) معرفی شد [۲۰]، انحراف معیار فازی و ضریب همبستگی فازی به طور مستقیم و بدون تبدیل داده‌های فازی به مقادیر قطعی محاسبه می‌شوند. این امر با به کارگیری اصل توسعه زاده[1] و فرموله‌سازی مسایل برنامه‌ریزی غیرخطی محقق می‌شود. طرفداران این رویکرد استدلال می‌کنند که حفظ کامل ماهیت فازی داده‌ها، تحلیلی قدرتمندتر و واقع‌نماتر در شرایط عدم قطعیت ارایه می‌دهد [۲۰].

با وجود پیشرفت‌های چشمگیر و ارزشمند در هر یک از سه حوزه فوق، مرور ادبیات شکاف‌های به هم پیوسته‌ای را نمایان می‌سازد که پژوهش حاضر قصد پرداختن به آن‌ها را دارد:

۱. شکاف محیطی: با وجود توسعه‌های فازی SECA (اعم از نوع ساده‌شده و پیشرفته)، هیچ چارچوب سیستماتیکی برای توسعه این روش در محیط اعداد فازی شهودی و به‌طور خاص نوع ذوزنقه‌ای آن ارایه نشده است. این در حالی است که اعداد فازی شهودی با امکان مدلسازی همزمان موافقت، مخالفت و تردید، نمایش غنی‌تر و واقع‌بینانه‌تری از عدم قطعیت کیفی در نظرات خبرگان ارایه می‌دهند [۳].

۲. شکاف روش‌شناختی: حتی در پیشرفته‌ترین توسعه‌های فازی SECA، معیار اصلی برای سنجش تغییرات درونی و تعیین وزن، «انحراف معیار» (حال به صورت فازی) باقی مانده است [۲۰]. این شاخص آماری ممکن است نتواند به‌خوبی «عدم قطعیت اطلاعاتی» یا «بی‌نظمی» ذاتی در توزیع داده‌های فازی شهودی را اندازه‌گیری کند. آنتروپی شانون به عنوان یک معیار اطلاعاتی ذاتی، گزینه مناسب‌تری برای این منظور به نظر می‌رسد.

[1] Zadeh's Extension Principle

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-02]

[DOI: 10.71773/jamlu-2026-2-2303]

۳. شکاف نظری-کاربردی: نیاز به تحکیم مبانی نظری روش‌های رتبه‌بندی پارامتریک مورد استفاده در چنین چارچوب‌های یکپارچه‌ای، و همچنین ارایه یک مثال کاربردی گسترده که قابلیت‌های مدل پیشنهادی را در یک مسئله واقعی (مانند انتخاب تأمین‌کننده) به همراه تحلیل حساسیت جامع نشان دهد، احساس می‌شود.

این پژوهش با معرفی مدل IF-SECA، توسعه مکانیسم وزن‌دهی درون‌معیاری مبتنی بر آنتروپی شانون فازی شهودی، و ارایه قضایای نظری جدید همراه با یک مطالعه موردی عمیق، مستقیماً و به صورت یکپارچه به پر کردن سه خلا شناسایی‌شده (شکاف محیطی، روش‌شناختی و نظری-کاربردی) می‌پردازد. ساختار تحقیق به شرح زیر تنظیم شده است: پس از مرور مفاهیم پایه و روش رتبه‌بندی پارامتریک اعداد فازی شهودی ذوزنقه‌ای در بخش ۴، چارچوب پیشنهادی IF-SECA به تفصیل در بخش ۵ ارایه می‌شود. عملکرد این چارچوب در بخش ۶ از طریق یک مطالعه موردی کاربردی در انتخاب تامین‌کننده ارزیابی و تحلیل می‌شود. در بخش ۷، نتایج با روش‌های موجود مقایسه می‌گردد تا برتری‌های روش پیشنهادی آشکار شود. سرانجام، بخش ۸ به جمع‌بندی یافته‌ها، نتیجه‌گیری و پیشنهادات تحقیقاتی آینده اختصاص دارد.

٤ ضرورت، مبانی نظری و رتبه‌بندی اعداد فازی شهودی ذوزنقه‌ای

٤-١ ضرورت و اهمیت کاربردی اعداد فازی شهودی

اعداد فازی شهودی پیوسته، با شکستن محدودیت‌های سیستم‌های کلاسیک، سه مولفه‌ی «تعلق»، «عدم تعلق» و «تردید» را به صورت همزمان و پیوسته مدل می‌کنند و به همین دلیل، به ابزاری بی‌بدیل برای نمایش واقعیت‌های چندلایه و متناقض داده‌ها تبدیل شده‌اند [۱، ۲]. اما قدرت واقعی این اعداد تنها زمانی آشکار می‌شود که بتوانیم آن‌ها را به شیوه‌ای منطقی و دقیق رتبه‌بندی کنیم. ماهیت پیوسته‌ی این نوع اعداد، را می‌توان اولین مانع پیش رو دانست. برخلاف اعداد گسسته که مقایسه‌ی آن‌ها ساده‌تراست، رتبه‌بندی اعداد پیوسته نیازمند محاسبات پیچیده‌تر به همراه تحلیل‌های مبتنی بر توابع ریاضی پیشرفته است. افزون بر این، تقابل ذاتی بین شاخصه‌های این نوع اعداد، سیستم‌ها را با این معمای دشوار روبه‌رو می‌کند که چگونه می‌توان بین دو مولفه‌هایی متضاد تعادل ایجاد کرد؟ این تقابل گاهی به حدی شدید است که یک گزینه در یک مولفه ایده‌آل و در مؤلفه‌ی دیگر کاملاً ضعیف عمل می‌کند. اما بزرگ‌ترین چالش، غفلت از نقش تردید است؛ بخشی از داده که همواره به عنوان «سایه‌ی ابهام» حضور دارد و نادیده گرفتن آن، تصمیم‌گیری را به بازی خطرناک شانس تبدیل می‌کند. با وجود این چالش‌ها، کاربردهای رتبه‌بندی اعداد فازی شهودی پیوسته آنقدر گسترده و اثرگذار است که نمی‌توان از کنار آن گذشت. تصور کنید در ارزیابی ریسک یک پروژه حیاتی، کارشناسان نه تنها بازه‌ای از احتمال وقوع یک حادثه را ارایه می‌دهند، بلکه بر اساس کیفیت داده‌های در دسترس و تجربه خود، میزان اطمینانشان به این برآورد و همچنین نگرانی‌های خاصی که در مورد عوامل ناشناخته دارند را نیز بیان می‌کنند. یک مدل ساده فازی تنها می‌تواند بازه عددی را ثبت کند، اما قادر به ثبت همزمان این لایه‌های اضافی از قضاوت کیفی نیست.

در فرآیندهای انتخاب گروهی مانند انتخاب تأمین‌کننده برتر، نظرات افراد مختلف با تخصص‌ها و دیدگاه‌های گاه متضاد جمع‌آوری می‌شود. یک خبره ممکن است بر اساس شاخص مالی نظر مثبت قوی داشته

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-02]

[DOI: 10.71773/jamlu-2026-2-2303]

باشد، در حالی که همزمان بر اساس شاخص زیست محیطی نگرانی عمیقی ابراز کند. تبدیل این قضاوت چندبعدی و گاه پارادوکس به یک عدد قطعی یا حتی یک بازه فازی ساده، موجب اتلاف اطلاعات غنی و ارزشمند ذهنی خبرگان می‌شود.

حتی در حوزه‌هایی مانند پزشکی یا تشخیص فنی، شواهد مختلف ممکن است به نتایج متعارضی اشاره کنند. یک آزمایش به نفع یک تشخیص باشد، در حالی که نشانه‌های بالینی خلاف آن را نشان دهند. در این حالت، مدل ایده‌آل باید بتواند همزمان قدرت شواهد موافق، قدرت شواهد مخالف و میزانی از تردید ناشی از این تعارض را به صورتی کمی‌شده ارایه دهد.

اعداد فازی شهودی ذوزنقه‌ای دقیقاً به عنوان یک زبان ریاضی غنی و شفاف برای این منظور طراحی شده‌اند. این اعداد به تصمیم‌گیرنده اجازه می‌دهند تا نه تنها کران‌های کمی یک قضاوت (حداقل مقدار محتمل، مقدار هسته، حداکثر مقدار محتمل) بلکه کیفیت آن قضاوت را نیز در قالب دو مؤلفه مستقل «حداکثر درجه باور» و «حداقل درجه عدم باور» به دقت بیان کند. این قابلیت، آنها را از اعداد فازی کلاسیک که تنها بر درجه مثبت بودن تمرکز دارند و از اعداد قطعی که هیچ‌یک از این ابعاد را نشان نمی‌دهند، متمایز می‌سازد. از این‌رو در ادامه بخش ۴، ابتدا مفاهیم ضروری مرتبط با اعداد فازی شهودی ذوزنقه‌ای ارایه می‌شود. سپس روش رتبه‌بندی پارامتری مورد استفاده در این پژوهش تشریح و توسعه نظری آن با ارایه و اثبات چند قضیه جدید تکمیل می‌گردد.

٤-۲ مبانی نظری پایه‌ای

برای درک بهتر روش ارایه‌شده، مفهوم عدد فازی شهودی ذوزنقه‌ای و مجموعه‌های برش که مبنای محاسبات بعدی قرار می‌گیرند، به شرح زیر بیان می‌شوند.

تعریف ۱: یک عدد فازی شهودی ذوزنقه‌ای به صورت $\tilde{A} = \langle (a,b,c,d);\omega,\upsilon \rangle$ که به عنوان یک رده مهم و مطرح از اعداد فازی شهودی پیوسته مطرح است توابع عضویت و غیرعضویتی به صورت زیر دارد [۳۵، ۴۱]:

$$\mu_{\tilde{A}}(x) = \begin{cases} \dfrac{(x-a)}{b-a}\omega, & a \le x < b \\ ۱, & b \le x < c \\ \dfrac{(d-x)}{d-c}\omega, & c \le x < d \\ ۰, & o.w \end{cases} \qquad (۱)$$

و

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-02]

[DOI: 10.71773/jamlu-2026-2-2303]

$$\vartheta_{\tilde{A}}(x)=\begin{cases}\dfrac{(v-1)(x-a)}{b-a}+1, & a\le x<b\\ 0, & b\le x<c\\ \dfrac{(v-1)(x-d)}{c-d}+1, & c\le x<d\\ 1, & o.w\end{cases} \qquad (2)$$

که در آن a، b، c و d اعداد حقیقی هستند. علاوه براین،

$$0\le \mu_{\tilde{A}}(x)+\vartheta_{\tilde{A}}(x)\le 1 \ , 0\le \mu_{\tilde{A}}(x),\vartheta_{\tilde{A}}(x)\le 1$$

مجموعه‌های برش نقش مهمی در ساختار مقایسه‌ای برای این نوع از اعداد می توانند ایفا کنند. از این‌رو، مقادیر α-برش، β-برش و (α,β)-برش برای عدد $\tilde{A}$ به ترتیب زیر معرفی می‌شوند[۲۱]:

$$\tilde{A}_{\alpha}=\left\{x|\mu_{\tilde{A}}(x)\ge\alpha\right\}=\left[a+\frac{\alpha(b-a)}{\omega},d+\frac{\alpha(c-d)}{\omega}\right] \qquad (3)$$

$$\tilde{A}_{\beta}=\left\{x|\vartheta_{\tilde{A}}(x)\le\beta\right\}=\left[a+\frac{(1-\beta)(b-a)}{(1-\upsilon)},d+\frac{(1-\beta)(c-d)}{(1-\upsilon)}\right] \qquad (4)$$

$$\tilde{A}_{\alpha,\beta}=\left\{x|\mu_{\tilde{A}}(x)\ge\alpha,\ \vartheta_{\tilde{A}}(x)\le\beta\right\}=\left[a+\frac{\alpha(b-a)}{\omega},d+\frac{\alpha(c-d)}{\omega}\right]\bigcap \left[a+\frac{(1-\beta)(b-a)}{(1-\upsilon)},d+\frac{(1-\beta)(c-d)}{(1-\upsilon)}\right] \qquad (5)$$

٤-٣ روش رتبه‌بندی شکوری و همکاران

در این قسمت، با تغییری جزیی در آنچه شکوری و همکاران[۲۱] برای رتبه‌بندی اعداد فازی شهودی پیوسته بیان کردند، رابطه زیر به عنوان شاخص رتبه‌بندی برای عدد فازی شهودی ذوزنقه‌ای $\tilde{A}_1=\langle(a_1,b_1,c_1,d_1);\omega_1,v_1\rangle$، براساس مجموعه‌های برش تعریف می‌شود:

$$\Re_{(\alpha,\theta)}(\tilde{A}_1)=\frac{1}{2}\left\{(1-\theta)\left((a_1+d_1)(\omega_1-\alpha)(b_1+c_1-a_1-d_1)\left(\frac{\omega_1^2-\alpha^2}{2\omega_1}\right)\right)\right.$$
$$\left.+\theta\left((a_1+d_1)(1-v_1-\alpha)+(b_1+c_1-a_1-d_1)\left(\frac{(1-v_1)^2-\alpha^2}{2(1-v_1)}\right)\right)\right\} \qquad (6)$$

که در آن $0\le\theta\le 1$, $0\le\alpha\le\omega_1$.

در تابع رتبه $\Re_{\alpha,\theta}$ پارامتر α یا همان سطح برش به تصمیم‌گیرنده اجازه می‌دهد سطح تحمل ریسک یا میزان محافظه‌کاری خود را در ارزیابی اعمال کند. پارامتر θ نیز به عنوان یک اهرم کنترل تصمیم‌گیرنده است. به

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-02]

[DOI: 10.71773/jamlu-2026-2-2303]

این معنا که با تغییر θ از ۰ به ۱، تاکید از مؤلفه عضویت به سمت مؤلفه عدم عضویت منتقل می‌شود. مقدار $\theta = ۰/۵$ می‌تواند بیانگر بی‌طرفی و اعمال وزن برابر به هر دو مولفه در تابع رتبه باشد.

ایشان در مقاله خود ضمن تحلیلی مقایسه‌ای خواص ارایه‌شده توسط وانگ و کر [۳۹] را برای روش خود اثبات کردند. با این حال از دیدگاه نظری، اثبات خواص و ویژگی‌های بیشتر می‌تواند ضمن افزایش عملکرد تحلیلی روش، بر گسترش زمینه‌های کاربردی آن به ویژه در مواردی که نیاز به تحلیل حساسیت محسوس است بیفزاید.

٤-٤ توسعه مفاهیم تئوری

پیشرفت در مبانی نظری رتبه‌بندی اعداد فازی شهودی ذوزنقه‌ای، نه تنها یک ضرورت آکادمیک، بلکه پایه‌ای برای دگرگونی در سیستم‌های تصمیم‌گیری عملی شناخته می‌شود. بدون تقویت نظریه، روش‌های رتبه‌بندی ممکن است ناقص، ناعادلانه یا گمراه‌کننده عمل کنند. از جمله دلایل کلیدی اهمیت توسعه‌ی نظری در این حوزه شامل مواردی همچون پایه‌ریزی معیارهای دقیق برای مقایسه‌ی منصفانه و تدوین اصول فراگیر مانند «یکنواختی در ارزیابی» یا «توزیع عادلانه‌ی اهمیت مؤلفه‌ها» است. در رابطه (۶) ضریب $\frac{۱}{۲}$ به منظور نتیجه‌گیری منطقی در مواقعی که با اعداد قطعی مواجهه هستیم در نظر گرفته شده است. بر اساس این دیدگاه ویژگی‌های زیر برقرارند:

ویژگی ۱: اگر $\tilde{A} = \langle (۰,۰,۰,۰); \omega_۱, \nu_۱ \rangle$، آنگاه $\Re_{\alpha,\theta}(\tilde{A}) = ۰$.

ویژگی ۲: الف) اگر $\tilde{A} = \langle (a,a,a,a); \omega_۱, \nu_۱ \rangle$، آنگاه

$$\Re_{\alpha,\theta}(\tilde{A}_۱) = \frac{۱}{۲}\{(۱-\theta)((۲a)(\omega_۱ - \alpha)) + \theta((۲a)(۱-\nu_۱-\alpha))\} \quad (۷)$$

ب) اگر $\tilde{A} = \langle (a,a,a,a); ۱,۰ \rangle$، باشد. آنگاه به ازای $\theta = \frac{۱}{۲}$ و $\alpha = ۰$ داریم $\Re_{\alpha,\theta}(\tilde{A}_۱) = a$.

اثبات خواص دیگری مانند یکنوایی در رتبه‌بندی اعداد فازی شهودی، نه تنها یک الزام ریاضی، بلکه یک ضرورت عملی برای اطمینان از اعتبار روش، قابلیت پیش‌بینی، و تحلیل منصفانه در سیستم‌های تصمیم‌گیری است. این اثبات:

۱- از نتایج متناقض جلوگیری می‌کند،

۲- شفافیت فرآیند را افزایش می‌دهد،

۳- و امکان کاربرد روش را در حوزه‌های حساسی مانند پزشکی و مالی فراهم می‌سازد.

لازم به ذکر است که بدون یکنوایی، روش‌های رتبه‌بندی در معرض خطر تولید خروجی‌های غیرمنطقی و غیرقابل اتکا قرار می‌گیرند که می‌تواند به تصمیم‌گیری‌های پرخطا و پیامدهای جبران‌ناپذیر منجر شود. بنابراین، اثبات یکنوایی نه تنها به عنوان یک مزیت، بلکه به عنوان پایه‌ای اساسی برای هر روش رتبه‌بندی اعداد فازی شهودی محسوب می‌شود.

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-02]

[DOI: 10.71773/jamlu-2026-2-2303]

قضیه ۱: فرض کنید $\tilde{A}_1 = \langle (a_1,b_1,c_1,d_1);\omega_1,\nu_1 \rangle$ و $\tilde{A}_2 = \langle (a_2,b_2,c_2,d_2);\omega_2,\nu_2 \rangle$ دو عدد فازی شهودی ذوزنقه‌ای باشند. در این صورت هر یک از موارد زیر برقرار است.

الف) اگر $a_2 = a_1 + \varepsilon, b_2 = b_1, c_2 = c_1, d_2 = d_1$ و $\omega_2 = \omega_1, \nu_2 = \nu_1$، به‌طوری‌که $0 \le \varepsilon \le b_2 - a_2$ آنگاه $\Re_{\alpha,\theta}(\tilde{A}_2) \ge \Re_{\alpha,\theta}(\tilde{A}_1)$.

ب) اگر $a_2 = a_1, b_2 = b_1 + \varepsilon, c_2 = c_1, d_2 = d_1$ و $\omega_2 = \omega_1, \nu_2 = \nu_1$، به‌طوری‌که $0 \le \varepsilon \le c_2 - b_2$ آنگاه $\Re_{\alpha,\theta}(\tilde{A}_2) \ge \Re_{\alpha,\theta}(\tilde{A}_1)$.

ج) اگر $a_2 = a_1, b_2 = b_1, c_2 = c_1 + \varepsilon, d_2 = d_1$ و $\omega_2 = \omega_1, \nu_2 = \nu_1$، به‌طوری‌که $0 \le \varepsilon \le d_2 - c_2$ آنگاه $\Re_{\alpha,\theta}(\tilde{A}_2) \ge \Re_{\alpha,\theta}(\tilde{A}_1)$.

د) اگر $a_2 = a_1, b_2 = b_1 + \varepsilon, c_2 = c_1, d_2 = d_1 + \varepsilon$ و $\omega_2 = \omega_1, \nu_2 = \nu_1$، به‌طوری‌که $0 \le \varepsilon$ آنگاه $\Re_{\alpha,\theta}(\tilde{A}_2) \ge \Re_{\alpha,\theta}(\tilde{A}_1)$.

برهان: الف) براساس رابطه (۶) داریم:

$$\Re_{\alpha,\theta}(\tilde{A}_2) = \frac{1}{2}\left\{(1-\theta)\left((a_1+\varepsilon+d_1)(\omega_1-\alpha)+(b_1+c_1-(a_1+\varepsilon)-d_1)\left(\frac{\omega_1^2-\alpha^2}{2\omega_1}\right)\right)\right.$$
$$\left.+\theta\left((a_1+\varepsilon+d_1)(1-\nu_1-\alpha)+(b_1+c_1-(a_1+\varepsilon)-d_1)\left(\frac{(1-\nu_1)^2-\alpha^2}{2(1-\nu_1)}\right)\right)\right\}$$

کافی است نشان دهیم که $\Re_{\alpha,\theta}(\tilde{A}_2) - \Re_{\alpha,\theta}(\tilde{A}_1) \ge 0$

$$\Re_{\alpha,\theta}(\tilde{A}_2) - \Re_{\alpha,\theta}(\tilde{A}_1) = \frac{1}{2}\left\{(1-\theta)\left((a_1+\varepsilon)(\omega_1-\alpha)-(a_1+\varepsilon)\left(\frac{\omega_1^2-\alpha^2}{2\omega_1}\right)\right)\right.$$
$$\left.+\theta\left((a_1+\varepsilon)(1-\nu_1-\alpha)-(a_1+\varepsilon)\left(\frac{(1-\nu_1)^2-\alpha^2}{2(1-\nu_1)}\right)\right)\right\}$$
$$-\frac{1}{2}\left\{(1-\theta)\left((a_1)(\omega_1-\alpha)-a_1\left(\frac{\omega_1^2-\alpha^2}{2\omega_1}\right)\right)+\theta\left((a_1)(1-\nu_1-\alpha)-a_1\left(\frac{(1-\nu_1)^2-\alpha^2}{2(1-\nu_1)}\right)\right)\right\}$$
$$=\frac{1}{2}\left\{(1-\theta)\left(\varepsilon(\omega_1-\alpha)-\varepsilon\left(\frac{\omega_1^2-\alpha^2}{2\omega_1}\right)\right)+\theta\left(\varepsilon(1-\nu_1-\alpha)-\varepsilon\left(\frac{(1-\nu_1)^2-\alpha^2}{2(1-\nu_1)}\right)\right)\right\}$$
$$=\frac{1}{2}\left\{(1-\theta)\left(\varepsilon(\omega_1-\alpha)\left(1-\frac{\omega_1+\alpha}{2\omega_1}\right)\right)+\theta\left(\varepsilon(1-\nu_1-\alpha)\left(1-\frac{1-\nu_1+\alpha}{2(1-\nu_1)}\right)\right)\right\}\ge 0$$

اثبات موارد ب تا د مشابه حالت الف است.

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-02]

[DOI: 10.71773/jamlu-2026-2-2303]

نتیجه: تابع رتبه $\Re_{\alpha,\theta}$، برای هر عدد دلخواه $\tilde{A}_1 = \langle (a_1,b_1,c_1,d_1);\omega_1,\nu_1 \rangle$ یکنوایی را در شرایط افزایش مقادیر a_1,b_1,c_1,d_1 حفظ می‌کند.

قضیه ۲: فرض کنید $\tilde{A}_1 = \langle (a_1,b_1,c_1,d_1);\omega_1,\nu_1 \rangle$ و $\tilde{A}_2 = \langle (a_2,b_2,c_2,d_2);\omega_2,\nu_2 \rangle$ دو عدد فازی شهودی ذوزنقه‌ای باشند. در این صورت هر یک از موارد زیر برقرار است.

۱- اگر $a_2 = a_1, b_2 = b_1, c_2 = c_1, d_2 = d_1$ و $\omega_2 = \omega_1 + \varepsilon, \nu_2 = \nu_1$، به‌طوری‌که $0 \le \varepsilon \le 1 - \omega_1 - \nu_1$ آنگاه $\Re_{\alpha,\theta}(\tilde{A}_2) \ge \Re_{\alpha,\theta}(\tilde{A}_1)$.

۲- اگر $a_2 = a_1, b_2 = b_1, c_2 = c_1, d_2 = d_1$ و $\omega_2 = \omega_1, \nu_2 = \nu_1 - \varepsilon$، به‌طوری‌که $0 \le \varepsilon \le \nu_1$ آنگاه $\Re_{\alpha,\theta}(\tilde{A}_2) \ge \Re_{\alpha,\theta}(\tilde{A}_1)$.

نتیجه: تابع رتبه $\Re_{\alpha,\theta}$، برای هر عدد دلخواه $\tilde{A}_1 = \langle (a_1,b_1,c_1,d_1);\omega_1,\nu_1 \rangle$ یکنوایی را در شرایط افزایش مقادیر برای ω_1 وکاهش مقادیر برای ν_1 حفظ می‌کند.

قضیه ۳: فرض کنید $\tilde{A}_1 = \langle (a_1,b_1,c_1,d_1);\omega_1,\nu_1 \rangle$ و $\tilde{A}_2 = \langle (a_2,b_2,c_2,d_2);\omega_1,\nu_1 \rangle$ دو عدد فازی شهودی ذوزنقه‌ای باشند. در این صورت $\Re_{\alpha,\theta}(\tilde{A}_1 + \tilde{A}_2) \ge \max\{\Re_{\alpha,\theta}(\tilde{A}_1), \Re_{\alpha,\theta}(\tilde{A}_2)\}$

٤-٥ تحلیل عملکرد

واضح است که قضایای ذکر شده در قسمت پیشین، پایه‌های نظری اندیس رتبه‌بندی $\Re_{\alpha,\theta}$ را تقویت می‌کنند و استفاده از آن را برای به‌کارگیری در حوزه های عملی تحلیل‌پذیرتر می‌سازند.

برای درک بیشتر این موضوع فرض کنیم $\tilde{A}_1 = \langle (۰/۲, ۰/۴, ۰/۶, ۰/۸); ۰/۵, ۰/۵ \rangle$ عدد فازی شهودی ذوزنقه‌ای دلخواهی باشد. با ثابت در نظر گرفتن مقادیر $\varepsilon = ۰/۰۲, ۰/۰۴, ۰/۰۶, ۰/۰۸, ۰/۱$ تغییرات اندیس رتبه را براساس قضیه ۱ و قضیه ۲ در هر یک از مقادیر به دست می‌آوریم.

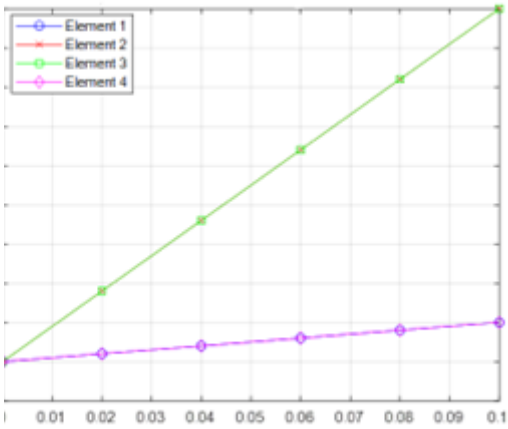
جدول ۱. تحلیل عملکرد روش $\Re_{\alpha,\theta}$ براساس قضیه1 و قضیه ۲؛ به ازای $\alpha = ۰/۴, \theta = ۰/۵$.

عدد فازی شهودی ذوزنقه‌ای رتبه متناظر آن	ε	قضیه۱				قضیه۲	
		الف	ب	ج	د	الف	ب
	۰/۰۲	۰/۱۰۰۲	۰/۱۰۱۸	۰/۱۰۱۸	۰/۱۰۰۲	۰/۱۱۰۰	۰/۱۱۰۰
	۰/۰۴	۰/۱۰۰۴	۰/۱۰۳۶	۰/۱۰۳۶	۰/۱۰۰۴	۰/۱۲۰۰	۰/۱۲۰۰
$\tilde{A}_1 = \langle (۰/۲, ۰/۴, ۰/۶, ۰/۸); ۰/۵, ۰/۵ \rangle$	۰/۰۶	۰/۱۰۰۶	۰/۱۰۵۴	۰/۱۰۵۴	۰/۱۰۰۶	۰/۱۳۰۰	۰/۱۳۰۰
$\Re_{۰/۴,۰/۵}(\tilde{A}_1) = ۰/۱۰۰۰$	۰/۰۸	۰/۱۰۰۸	۰/۱۰۷۲	۰/۱۰۷۲	۰/۱۰۰۸	۰/۱۴۰۰	۰/۱۴۰۰
	۰/۱	۰/۱۰۱۰	۰/۱۰۹۰	۰/۱۰۹۰	۰/۱۰۱۰	۰/۱۵۰۰	۰/۱۵۰۰

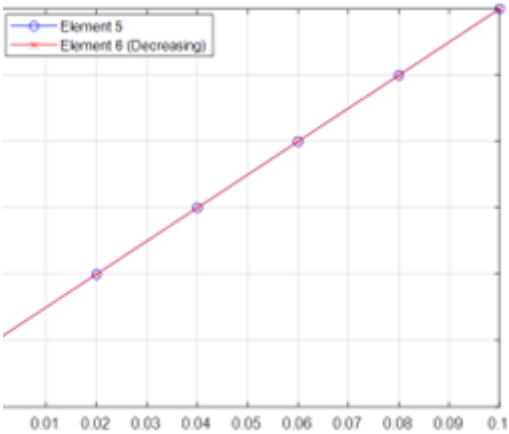
جدول ۱ تغییر مقادیر عددی رتبه $\Re_{۰/۴,۰/۵}$ را به ازای مقادیر مختلف اپسیلن در حالت‌های الف، ب، ج و د از قضیه ۱و همین طور حالت‌های الف و ب از قضیه ۲، برای عدد دلخواه $\tilde{A}_1$ نشان می‌دهد.

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-02]

[DOI: 10.71773/jamlu-2026-2-2303]



شکل ۱. تحلیل حساسیت $\Re_{.}/_{۴},_{.}/_{۵}$ براساس قضیه ۱.



شکل ۲. تحلیل حساسیت $\Re_{.}/_{۴},_{.}/_{۵}$ براساس قضیه ۲.

بنابر تحلیل حساسیت انجام‌شده، مشاهده گردید که برای عدد دلخواه $\tilde{A}_{۱}=\langle(a_{۱},b_{۱},c_{۱},d_{۱});\omega_{۱},\nu_{۱}\rangle$ تغییرات ε در درایه‌های مختلف تاثیرات متفاوتی بر رتبه‌بندی دارد. به طور خاص، افزایش ε در عناصر $a_{۱},b_{۱},c_{۱}$ و $d_{۱}$ مطابق آن‌چه در شکل ۱ به تصویر درآمده است، منجر به افزایش مقدار رتبه می‌شود. همان‌گونه که در شکل ۲ مشاهده شده است افزایش ε در عنصر $\omega_{۱}$ باعث افزایش رتبه و کاهش آن روی عنصر $\nu_{۱}$ باعث افزایش رتبه عدد $\tilde{A}_{۱}$ می‌شود. این نتایج می‌تواند برای تصمیم‌گیری در مورد اهمیت و حساسیت هر درایه از یک عدد فازی شهودی ذوزنقه‌ای مورد استفاده قرار گیرد.

۵ تصمیم‌گیری چندمعیاره

رتبه‌بندی اعداد فازی شهودی پیوسته نه تنها یک مساله‌ی نظری، بلکه پل ارتباطی بین تئوری و عمل در جهان پرابهام امروز است. در این قسمت قصد داریم ترکیبی از روش SECA را به کمک رابطه (۶) در محیط با داده‌های فازی شهودی ذوزنقه‌ای ارایه کنیم. برای این منظور مرور کوتاهی بر روش SECA در ادامه دنبال می‌شود.

۵-۱ ارزیابی همزمان گزینه ها و معیارها؛ روش SECA

روش SECA یکی از روش‌های نوین و کارآمد برای تصمیم‌گیری چندمعیاره است که توسط کشاورز قرابایی و همکاران در سال ۲۰۱۸ معرفی شده است[۱۴]. این روش برای ارزیابی همزمان معیارها و گزینه‌ها در مسایل تصمیم‌گیری طراحی شده است. به این معنا که در یک زمان، وزن‌های موضوعی معیارها و امتیازهای عملکرد کلی گزینه‌ها را تعیین می‌کند و برای این منظور از یک مدل برنامه‌ریزی چندهدفه غیرخطی استفاده می‌کند که بهینه‌سازی کلی عملکرد گزینه‌ها با در نظر گرفتن اطلاعات تغییرات درون و بین معیارها امکان‌پذیر می‌سازد. با حل مدل چندهدفه در این روش، می‌توان به نتایجی دست یافت که نمایانگر ارزیابی دقیق و کارآمدی از عملکرد گزینه‌ها و اهمیت نسبی معیارها هستند[۱۶].

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-02]

[DOI: 10.71773/jamlu-2026-2-2303]

برای بررسی این روش، فرض کنید مجموعه‌ای از گزینه‌ها مانند $\tilde{A}=\left\{\tilde{A}_1,\tilde{A}_2,\ldots,\tilde{A}_m\right\}$ و مجموعه‌ای از معیارها مانند $\tilde{C}=\left\{\tilde{C}_1,\tilde{C}_2,\ldots,\tilde{C}_n\right\}$ در اختیار داریم. به طوری که امتیاز هر گزینه در هر معیار دارای نمایشی به صورت x_{ij} باشد.

نرمالیزه کردن اطلاعات ماتریس تصمیم برای معیارهای BC[1] که جنبه سود دارند و برای معیارهای NC[2] که جنبه هزینه دارند، به صورت زیر پیاده‌سازی می‌شود:

$$x_{ij}^{nor}=\begin{cases}\dfrac{x_{ij}}{max_i x_{ij}} & j\in BC,\\ \dfrac{min_i x_{ij}}{x_{ij}} & j\in NC,\end{cases} \qquad (۸)$$

که درآن x_{ij}^{nor}، مقادیر نرمال مربوط به امتیاز هرگزینه در هر معیار است.

براساس اطلاعات ماتریس تصمیم نرمال شده، دو دسته وزن زیر به هر معیار تخصیص داده می‌شود.

الف) وزن مربوط به انحراف معیار هر بردار σ_j که نشان دهنده تغییرات درونی اطلاعات بردار است.

ب) برای اخذ اطلاعات بین معیاری در ماتریس تصمیم باید همبستگی بین هر زوج بردار محاسبه شود. که r_{jl} معرف همبستگی بین j و l امین بردار معیار است. در مجموع مقدار π_j میزان تضاد بین j امین معیار و دیگر معیارها را نشان می‌دهد که از رابطه زیر به‌دست می‌آید.

$$\pi_j=\sum_{l=1}^{n}\left(1-r_{jl}\right) \qquad (۹)$$

وزن‌های متناظر اطلاعات درون معیاری و بین معیاری به ترتیب براساس رابطه‌های زیر نرمال می‌شوند:

$$\sigma_j^{nor}=\frac{\sigma_j}{\sum_{l=1}^{n}\sigma_l} \qquad (۱۰)$$

$$\pi_j^{nor}=\frac{\pi_j}{\sum_{l=1}^{n}\pi_l} \qquad (۱۱)$$

که در آن σ_j^{nor} انحراف معیار نرمال و π_j^{nor} همبستگی نرمال را نشان می‌دهند.

ساختار کلی مدل ایشان، بعد از نرمال‌سازی داده‌ها، تعیین وزن‌های اولیه براساس ارزیابی درون معیاری و برون معیاری به صورت زیر نوشته می‌شود:

[1] Benefit Criteria
[2] Cost Criteria

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-02]

[DOI: 10.71773/jamlu-2026-2-2303]

$$
\begin{aligned}
&\text{Max } S_i = \sum_{j=1}^{n} w_j \, x_{ij}^{nor} \ , \\
&\forall i \in \{1,2,\ldots,m\} \\
&\text{Min } \lambda_b = \sum_{j=1}^{n} \left(w_j - \sigma_j^{nor} \right)^2 \\
&\text{Min } \lambda_c = \sum_{j=1}^{n} \left(w_j - \pi_j^{nor} \right)^2 \\
&\text{s.t. } \sum_{j=1}^{n} w_j = 1 \\
&\zeta \le w_j \le 1, \qquad \forall j \in \{1,2,\ldots,n\}
\end{aligned}
\tag{12}
$$

که در آن w_j وزن نهایی هر معیار، S_i امتیاز هر گزینه، λ_b مجموع فاصله وزن هر معیار از انحراف معیار نرمال، λ_c مجموع فاصله وزن هر معیار از همبستگی نرمال و ζ عدد مثبت کوچکی می‌باشند.

مدل چندهدفه بالا را می‌توان به مدل تک هدفه تبدیل کرد. با توجه به عملکرد هدف جدید در مدل (۱۳)، حداقل امتیاز کلی عملکرد گزینه‌ها به حداکثر می‌رسد. از آنجا که انحراف از نقاط مرجع باید حداقل باشد، آنها از عملکرد هدف با ضریب β کسر می‌شوند. این ضریب بر اهمیت دستیابی به نقاط مرجع معیارهای وزن تاثیر می‌گذارد. محدودیت $\lambda_a \le S_i$ برای هر $i \in \{1,2,\ldots,m\}$ یک مقدار حداقل از نمره عملکرد کلی هر گزینه (S_i) را مشخص می‌کند.

$$
\begin{aligned}
&\text{Max } Z = \ \lambda_a \ - \beta \, (\lambda_b \ + \ \lambda_c) \\
&\lambda_a \le S_i \ , \ \forall i \in \{1,2,\ldots,m\} \\
&S_i = \sum_{j=1}^{n} w_j \, x_{ij}^{nor} \ , \ \ \forall i \in \{1,2,\ldots,m\} \\
&\lambda_b = \sum_{j=1}^{n} \left(w_j - \sigma_j^{nor} \right)^2 \\
&\lambda_c = \sum_{j=1}^{n} \left(w_j - \pi_j^{nor} \right)^2 \\
&\sum_{j=1}^{n} w_j = 1 \\
&\zeta \le w_j \le 1, \ \forall j \in \{1,2,\ldots,n\}
\end{aligned}
\tag{13}
$$

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-02]

[DOI: 10.71773/jamlu-2026-2-2303]

با تنظیم ضریب همگرایی β و حل مدل چندهدفه امتیاز نهایی هر گزینه و وزن معیارهای مطلوب حاصل می‌شود.

۵-۲ توسعه و تغییراتی بر روش SECA در محیط فازی شهودی ذوزنقه‌ای

اعداد فازی شهودی ذوزنقه‌ای نه تنها امکان نمایش دقیق‌تری از اطلاعات ناقص و مبهم را فراهم می‌کنند، بلکه با ارایه اطلاعات بیشتر در مورد میزان تعلق و عدم تعلق، شفافیت و قابلیت تفسیر نتایج را نیز افزایش می‌دهند. از این رو، توسعه روش SECA برای محیط‌های فازی شهودی ذوزنقه‌ای، می‌تواند گامی مهم در جهت افزایش کارایی و دقت این روش در مواجهه با مسایل دنیای واقعی باشد. امکان گسترش این ایده در این مطالعه با به‌کارگیری روش رتبه‌بندی ارایه‌شده در بخش ۴ میسر شده است. از سوی دیگر استفاده از آنتروپی شانون در روش تغییریافته SECA، نه تنها دقت محاسبه وزن‌های معیارها را افزایش می‌دهد، بلکه امکان تحلیل دقیق‌تری از داده‌های نامعین را نیز فراهم می‌کند. این رویکرد به تصمیم‌گیرندگان کمک می‌کند تا در مواجهه با اطلاعات ناقص یا مبهم، نتایجی منطقی را کسب کنند. این کار نه تنها شکاف تحقیقاتی موجود را پر می‌کند، بلکه با ارایه یک چارچوب نوین برای تصمیم‌گیری در شرایط نامعین، امکان بهره‌برداری از مزایای اعداد فازی شهودی را در روش SECA فراهم می‌سازد. این نوآوری، روش توسعه‌یافته SECA را به‌عنوان یک ابزار پیشرفته و کاربردی در حوزه MCDMتحت اعداد فازی شهودی ذوزنقه‌ای مطرح می‌کند. برای این منظور گام‌های اصلی این ایده در شکل ۳. به تصویر کشیده شده است. برای توضیح بیشتر مراحل این روش به صورت زیر بازنویسی و مطرح شده است.

مرحله ۱. تشکیل ماتریس تصمیم

اولین گام در روش‌های تصمیم‌گیری چند شاخصه تشکیل ماتریس تصمیم $\tilde{A}=\left(\tilde{a}_{ij}\right)_{m*n}$ می‌باشد. ماتریس تصمیم یک ماتریس سطری-ستونی می‌باشد که ستون‌ها، معیارهای تصمیم‌گیری و سطرها، گزینه‌های مساله می‌باشد که قصد رتبه‌بندی آن را داریم. هر کدام از سلول‌های این ماتریس تصمیم، ارزیابی هر گزینه نسبت به هر معیار است که با یک عدد فازی شهودی ذوزنقه‌ای به صورت $\tilde{a}_{ij}=\left\langle\left(\tilde{a}_{ij۱},\tilde{a}_{ij۲},\tilde{a}_{ij۳},\tilde{a}_{ij۴}\right);\omega_{ij},\nu_{ij}\right\rangle$ نمایش داده شده‌است.

مرحله ۲. نرمال‌سازی ماتریس تصمیم

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-02]

[DOI: 10.71773/jamlu-2026-2-2303]



شکل۳. گام‌های اصلی روش ترکیبی برای ارزیابی همزمان گزینه‌ها و معیارها.

در این مرحله باید ماتریس $\left(\tilde{A}_{ij}\right)_{m*n}$ به ماتریس نرمالیزه $\tilde{A}^{nor}=\left(\tilde{a}_{ij}^{nor}\right)_{m*n}$ تبدیل شود. برای این منظور از رابطه (۱۴) استفاده شده است.

$$\tilde{a}_{ijk}^{nor}=\begin{cases}\dfrac{\tilde{a}_{ij۱}-\min\limits_{i}\left\{\tilde{a}_{ij۱}\right\}}{\max\limits_{i}\left\{\tilde{a}_{ij۴}\right\}-\min\limits_{i}\left\{\tilde{a}_{ij۱}\right\}} & j\in BC,k=۱,۲,۳,۴\\ \dfrac{\max\limits_{i}\left\{\tilde{a}_{ij۴}\right\}-\tilde{a}_{ij(۴-k)}}{\max\limits_{i}\left\{\tilde{a}_{ij۴}\right\}-\min\limits_{i}\left\{\tilde{a}_{ij۱}\right\}} & j\in NC,k=۱,۲,۳,۴\end{cases} \qquad (۱۴)$$

مرحله ۳. تعیین ماتریس تصمیم قطعی براساس روش $\Re_{\alpha,\theta}$

پس از تعیین مقادیر α و θ توسط تصمیم‌گیرنده با استفاده از رابطه (۶) ماتریس تصمیم نرمال قطعی متناظر با $\tilde{A}^{nor}$ را به صورت $A^{nor}=\Re_{\alpha,\theta}\left(\tilde{A}^{nor}\right)=\left(a_{ij}^{nor}\right)_{m*n}$ می‌یابیم.

مرحله ۴. تعیین وزن‌های تقریبی اولیه

وزن‌ها براساس دو معیار درونی و برونی از ماتریس A^{nor} به دست می‌آیند.

الف) معیار درونی؛ ابتدا آنتروپی متناظر با هر ستون با استفاده از رابطه (۱۵) به صورت زیر می‌یابیم:

$$E_j=-\frac{۱}{\ln(m)}\sum_{i=۱}^{m}a_{ij}^{nor}\ln\left(a_{ij}^{nor}\right) \qquad ,\forall j \qquad (۱۵)$$

سپس برای آن‌که مشخص شود معیار j ام به چه مقدار اطلاعات سازنده برای تصمیم‌گیری در اختیار مسئله قرار می‌دهد، درجه انحراف از آن را به صورت رابطه (۱۶) محاسبه و نرمال می‌کنیم.

$$\delta_j=۱-E_j \;\Rightarrow \delta_j^{nor}=\frac{\delta_j}{\sum_{j=۱}^{n}\delta_j} \qquad ,\forall j \qquad (۱۶)$$

از مقیاس وزنی δ_j^{nor} به جای σ_j^{nor} در مدل (۱۳) و (۱۴) استفاده می‌شود.

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-02]

[DOI: 10.71773/jamlu-2026-2-2303]

ب) معیار برونی: از روابط (۹) و (۱۱) حاصل می‌شود.

مرحله ۵. تشکیل مدل بهینه‌سازی

با در اختیار داشتن اطلاعات مرحله‌های ۳ و ۴، مدل بهینه‌سازی متناظر را (مشابه مدل (۱۲) و مدل (۱۳)) براساس دو سناریوی زیر تعریف می‌کنیم.

الف) تصمیم‌گیرنده نظری درباره وزن‌ها ارایه نکرده است.

ب) محدودیت‌های اضافی برای وزن‌ها توسط تصمیم‌گیرنده مشخص شده است. در این حالت، محدودیت‌های مورد نظر تصمیم‌گیرنده به قیدهای مسئله اضافه می‌شود.

مرحله ۶. تنظیم ضریب β و حل مدل به منظور یافتن وزن نهایی معیارها و رتبه‌بندی گزینه

به ازای مقادیر مختلف برای β، مدل‌های مرحله ۵ در حالت‌های الف و ب به کمک نرم‌افزار متلب ۲۰۱۸ حل می‌شوند.

با توجه به اینکه داده‌های ماتریس تصمیم اولیه و همین‌طور وزنهای تقریبی به دست آمده براساس دو معیار درونی و برونی نرمال‌سازی می‌شوند می‌توان نتیجه گرفت که مدل نهایی به دلیل بسته و کراندار بودن ناحیه شدنی همگرا است و از این‌رو جواب بهینه تضمین شده دارد. این فرآیند یکپارچه به ارزیابی دقیق و جامع‌تر تامین‌کنندگان کمک می‌کند و موجب بهبود تصمیم‌گیری‌ها در انتخاب تامین‌کننده برتر می‌شود.

٦ کاربرد عملی: انتخاب تامین‌کننده

٦-١ الگوهای عملی و کاربردی روش پیشنهادی

روش IF-SECA که در این پژوهش توسعه داده شد، تنها یک دستاورد نظری نیست، بلکه یک چارچوب عملیاتی آماده برای حل مسایل تصمیم‌گیری چندمعیاره در محیط‌های واقعی همراه با عدم قطعیت، تعارض داده‌ها و قضاوت‌های کیفی است. این بخش به طور مشخص به این پرسش پاسخ می‌دهد که یک مدیر، تحلیلگر یا مهندس چگونه می‌تواند از این مدل برای گرفتن تصمیم‌های بهتر استفاده کند؟ مزایا و گستره کاربردی این روش را می‌توان در قالب سه دسته اصلی زیر، که به هم پیوسته و تقویت‌کننده یکدیگر هستند، تشریح نمود:

۱. ایجاد شفافیت و عینیت در تصمیم‌گیری مبتنی بر قضاوت‌های کیفی خبرگان: در بسیاری از مسایل مدیریتی (مانند انتخاب تامین‌کننده، ارزیابی عملکرد، اولویت‌بندی پروژه‌ها)، داده‌های کمی دقیق در دسترس نیست و تصمیم بر اساس نظرات کیفی خبرگان شکل می‌گیرد. نقطه قوت اصلی IF-SECA در این است که این قضاوت‌های کیفی و اغلب متعارض (مثلاً "این گزینه از نظر کیفیت عالی اما از نظر هزینه ضعیف است") را نه به یک عدد قطعی تقلیل‌گرا، بلکه به یک عدد فازی شهودی ذوزنقه‌ای تبدیل می‌کند. این عدد به طور همزمان "میزان موافقت"، "میزان مخالفت" و "حد تردید" خبره را ثبت می‌کند. سپس با استفاده از تابع رتبه‌بندی پارامتریک پیشنهادی، این اطلاعات غنی را به گونه‌ای نظام‌مند و مبتنی بر ترجیح تصمیم‌گیرنده (با تنظیم پارامترهای برش و وزنی) به یک مقدار قابل مقایسه تبدیل

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-02]

[DOI: 10.71773/jamlu-2026-2-2303]

می‌کند. این فرآیند، شفافیت کامل را در مسیر تبدیل "نظر شخصی" به "ورودی تصمیم‌گیری" ایجاد می‌کند و از اتلاف اطلاعات ارزشمند جلوگیری می‌نماید.

۲. محاسبه وزن‌های پویا و منصفانه برای معیارها، بدون وابستگی به قضاوت‌های ذهنی اولیه: یکی از بزرگ‌ترین چالش‌ها در روش‌های سنتیMCDM، تعیین وزن معیارهاست که معمولاً با روش‌های کلاسیک مانند AHP به دست می‌آیند یا از ساختار داده‌ها مستقل هستند. نوآوری کلیدی IF-SECA، جایگزینی آنتروپی شانون به جای انحراف معیار است. آنتروپی، معیاری اطلاعاتی است که میزان بی‌نظمی یا عدم قطعیت در داده‌های هر ستون یا معیار را اندازه می‌گیرد. معیاری که داده‌های آن پراکندگی و عدم قطعیت بیشتری داشته باشد (آنتروپی بالاتر)، اطلاعات مفیدتری برای تفکیک گزینه‌ها ارایه می‌دهد و طبیعتاً باید وزن بالاتری دریافت کند. این مکانیزم، وزن‌هایی پویا، عینی و کاملاً وابسته به ساختار ماتریس تصمیم تولید می‌کند. این امر به ویژه زمانی حیاتی است که تصمیم‌گیرنده دانش اولیه‌ای درباره اهمیت معیارها ندارد یا می‌خواهد از سوگیری‌های اولیه اجتناب کند.

۳. ارایه یک فرآیند بهینه‌سازی یکپارچه برای همزمان‌سازی وزن معیارها و رتبه گزینه‌ها: روش IF-SECA با ادغام دو منبع اطلاعات درونی و بیرونی در یک مدل بهینه‌سازی چندهدفه، دور باطل "نیاز به وزن برای رتبه‌بندی و نیاز به رتبه‌بندی برای فهم اهمیت معیار" را می‌شکند. این مدل به طور همزمان به دو هدف می‌رسد: (الف) امتیاز کلی گزینه‌ها را حداکثر می‌کند، و (ب) وزن تخصیص‌یافته به هر معیار را تا حد امکان به وزن ایده‌آل مبتنی بر آنتروپی و استقلال اطلاعاتی نزدیک می‌کند. پارامتر β در این مدل به تصمیم‌گیرنده امکان می‌دهد سهم هر یک از این دو هدف را در تصمیم نهایی کنترل کند. این رویکرد یکپارچه منجر به نتایج متعادل، پایدار و قابل دفاع می‌شود که در مطالعه موردی این تحقیق (انتخاب تامین‌کننده) به آن تحت دو سناریوی با و بدون محدودیت اضافی بر وزن‌ها، می‌پردازیم.

ترکیب این سه قابلیت، IF-SECA را به یک ابزار ایده‌آل برای حوزه‌های کاربردی زیر تبدیل می‌کند:

- مدیریت زنجیره تامین و لجستیک: انتخاب تامین‌کنندگان پایدار تحت معیارهای متضاد هزینه، کیفیت، تحویل به‌موقع و ردپای کربن.
- مدیریت ریسک و بحران: اولویت‌بندی ریسک‌های پروژه‌های بزرگ با در نظر گرفتن احتمال وقوع، شدت تاثیر و عدم قطعیت موجود در داده‌ها.
- ارزیابی فناوری و نوآوری: رتبه‌بندی پروژه‌های تحقیق‌وتوسعه یا انتخاب فناوری‌های نوظهور بر اساس معیارهای فنی، اقتصادی و ریسک.
- سیاست‌گذاری عمومی و ارزیابی محیط زیستی: ارزیابی پروژه‌های زیرساختی با در نظر گرفتن معیارهای اقتصادی، اجتماعی و زیست‌محیطی که داده‌های آنها اغلب کیفی و نادقیق است.

این روش با ارایه خروجی‌های شفاف، مستدل و مبتنی بر داده‌های واقعی، نه تنها دقت تصمیم‌گیری را افزایش می‌دهد، بلکه امکان بازبینی، حسابرسی و توضیح تصمیم را نیز فراهم می‌سازد.

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-02]

[DOI: 10.71773/jamlu-2026-2-2303]

۶-۲ شرح مساله: انتخاب تامین‌کننده

به منظور نشان دادن عملکرد مؤثر روش پیشنهادی در ارزیابی تامین‌کنندگان، مجموعه‌ای از پنج تامین‌کننده مورد بررسی قرار گرفته‌اند. این تامین‌کنندگان عبارتند از، $\tilde{A}_1, \tilde{A}_2, \tilde{A}_3, \tilde{A}_4, \tilde{A}_5$ که هر یک با توجه به پنج ویژگی مهم ارزیابی شده‌اند. این ویژگی‌ها شامل موارد زیر هستند:

قابلیت تامین ($\tilde{C}_1$)، نشان‌دهنده توانایی تامین‌کننده در ارایه محصولات یا خدمات مورد نیاز با کمیت و کیفیت مناسب است. تامین‌کننده‌ای که توانایی بالاتری در تامین داشته باشد، امتیاز بیشتری در این ویژگی کسب خواهد کرد.

قابلیت تحویل ($\tilde{C}_2$)، این ویژگی به توانایی تامین‌کننده در تحویل به موقع و بهینه محصولات یا خدمات اشاره دارد. تامین‌کننده‌ای که بتواند محصولات را با زمان‌بندی دقیق و بدون تاخیر تحویل دهد، امتیاز بالاتری در این ویژگی خواهد داشت.

کیفیت خدمات ($\tilde{C}_3$)، این ویژگی نشان‌دهنده کیفیت خدمات پس از فروش و پشتیبانی ارایه شده توسط تامین‌کننده است. تامین‌کننده‌ای که خدمات با کیفیت بالاتری ارایه دهد، در این ویژگی امتیاز بیشتری کسب خواهد کرد.

نفوذ ($\tilde{C}_4$)، این ویژگی به میزان تاثیر و نفوذ تامین‌کننده در بازار و صنعت اشاره دارد. تامین‌کننده‌ای که از نفوذ و اعتبار بالاتری برخوردار باشد، امتیاز بالاتری در این ویژگی خواهد داشت.

قدرت تحقیق علمی ($\tilde{C}_5$)، این ویژگی نشان‌دهنده توانایی تامین‌کننده در انجام تحقیقات علمی و نوآوری‌های مرتبط با محصولات و خدمات است. تامین‌کننده‌ای که در زمینه تحقیق و توسعه قوی‌تر باشد، در این ویژگی امتیاز بیشتری کسب خواهد کرد.

۶-۳ حل مساله و تحلیل یافته‌ها

برای ارزیابی عملکرد روش پیشنهادی، باید با استفاده از داده‌های جمع‌آوری شده فازی شهودی ذوزنقه‌ای، بهترین تامین‌کننده را تعیین کنیم. در اینجا خلاصه‌ای از مراحل اصلی که باید طی کنیم را توضیح می‌دهیم[۴۷].

مرحله ۱. ماتریس تصمیم اولیه که در آن ارزیابی هر گزینه نسبت به هر معیار با یک عدد فازی شهودی ذوزنقه‌ای به صورت $\tilde{a}_{ij} = \left\langle \left(\tilde{a}_{ij1}, \tilde{a}_{ij2}, \tilde{a}_{ij3}, \tilde{a}_{ij4}\right); \omega_{ij}, \nu_{ij} \right\rangle$ نشان داده می‌شود مطابق جدول ۲. تنظیم شده است.

جدول ۲. اطلاعات تامین کنندگان در پنج معیار با اعداد فازی شهودی ذوزنقه‌ای.

$\tilde{A}_i / \tilde{C}_j$	$\tilde{C}_1$	$\tilde{C}_2$	$\tilde{C}_3$	$\tilde{C}_4$	$\tilde{C}_5$
$\tilde{A}_1$	$\left\langle \begin{matrix}(۱,۲,۳,۴);\\ ۰/۷,۰/۳\end{matrix} \right\rangle$	$\left\langle \begin{matrix}(۵,۶,۷,۸);\\ ۰/۷,۰/۳\end{matrix} \right\rangle$	$\left\langle \begin{matrix}(۳,۴,۵,۶);\\ ۰/۶,۰/۲\end{matrix} \right\rangle$	$\left\langle \begin{matrix}(۴,۵,۷,۸);\\ ۰/۶,۰/۳\end{matrix} \right\rangle$	$\left\langle \begin{matrix}(۴,۵,۷,۸);\\ ۰/۸,۰/۰\end{matrix} \right\rangle$
$\tilde{A}_2$	$\left\langle \begin{matrix}(۲,۳,۴,۵);\\ ۰/۶,۰/۳\end{matrix} \right\rangle$	$\left\langle \begin{matrix}(۶,۷,۸,۹);\\ ۰/۸,۰/۱\end{matrix} \right\rangle$	$\left\langle \begin{matrix}(۴,۵,۶,۷);\\ ۰/۸,۰/۱\end{matrix} \right\rangle$	$\left\langle \begin{matrix}(۳,۴,۵,۶);\\ ۰/۷,۰/۳\end{matrix} \right\rangle$	$\left\langle \begin{matrix}(۶,۷,۸,۹);\\ ۰/۶,۰/۳\end{matrix} \right\rangle$

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-02]

[DOI: 10.71773/jamlu-2026-2-2303]

$\tilde{A}_3$	$\left\langle \begin{matrix}(1,2,3,5);\\ 0/6,0/4\end{matrix} \right\rangle$	$\left\langle \begin{matrix}(4,6,7,8);\\ 0/6,0/3\end{matrix} \right\rangle$	$\left\langle \begin{matrix}(3,4,5,6);\\ 0/5,0/5\end{matrix} \right\rangle$	$\left\langle \begin{matrix}(4,5,6,7);\\ 0/8,0/1\end{matrix} \right\rangle$	$\left\langle \begin{matrix}(5,6,7,8);\\ 0/8,0/2\end{matrix} \right\rangle$
$\tilde{A}_4$	$\left\langle \begin{matrix}(2,3,4,6);\\ 0/6,0/2\end{matrix} \right\rangle$	$\left\langle \begin{matrix}(5,6,7,8);\\ 0/8,0/2\end{matrix} \right\rangle$	$\left\langle \begin{matrix}(2,3,5,6);\\ 0/6,0/4\end{matrix} \right\rangle$	$\left\langle \begin{matrix}(3,4,5,7);\\ 0/6,0/3\end{matrix} \right\rangle$	$\left\langle \begin{matrix}(4,6,7,8);\\ 0/6,0/3\end{matrix} \right\rangle$
$\tilde{A}_5$	$\left\langle \begin{matrix}(2,3,4,5);\\ 0/8,0/2\end{matrix} \right\rangle$	$\left\langle \begin{matrix}(4,5,6,7);\\ 0/9,0/0\end{matrix} \right\rangle$	$\left\langle \begin{matrix}(3,4,5,6);\\ 0/8,0/2\end{matrix} \right\rangle$	$\left\langle \begin{matrix}(3,5,7,8);\\ 0/7,0/1\end{matrix} \right\rangle$	$\left\langle \begin{matrix}(4,5,6,7);\\ 0/8,0/0\end{matrix} \right\rangle$

مرحله ۲. اطلاعات ماتریس تصمیم حاصل از مرحله ۱. نرمال‌سازی ستونی می‌شوند. نتایج این مرحله در جدول ۳. سازماندهی شده است.

جدول ۳. ماتریس تصمیم نرمال شده از اعداد فازی شهودی ذوزنقه‌ای.

$\tilde{A}_i / \tilde{C}_j$	$\tilde{C}_1$	$\tilde{C}_2$	$\tilde{C}_3$	$\tilde{C}_4$	$\tilde{C}_5$
$\tilde{A}_1$	$\left\langle \begin{matrix}(0/0,0/2,0/4,0/6);\\ 0/7,0/3\end{matrix} \right\rangle$	$\left\langle \begin{matrix}(0/2,0/4,0/6,0/8);\\ 0/7,0/3\end{matrix} \right\rangle$	$\left\langle \begin{matrix}(0/2,0/4,0/6,0/8);\\ 0/6,0/2\end{matrix} \right\rangle$	$\left\langle \begin{matrix}(0/2,0/4,0/8,1/0);\\ 0/6,0/3\end{matrix} \right\rangle$	$\left\langle \begin{matrix}(0/0,0/2,0/6,0/8);\\ 0/8,0/0\end{matrix} \right\rangle$
$\tilde{A}_2$	$\left\langle \begin{matrix}(0/2,0/4,0/6,0/8);\\ 0/6,0/3\end{matrix} \right\rangle$	$\left\langle \begin{matrix}(0/4,0/6,0/8,1/0);\\ 0/8,0/1\end{matrix} \right\rangle$	$\left\langle \begin{matrix}(0/4,0/6,0/8,1/0);\\ 0/8,0/1\end{matrix} \right\rangle$	$\left\langle \begin{matrix}(0/0,0/2,0/4,0/6);\\ 0/7,0/3\end{matrix} \right\rangle$	$\left\langle \begin{matrix}(0/4,0/6,0/8,1/0);\\ 0/6,0/3\end{matrix} \right\rangle$
$\tilde{A}_3$	$\left\langle \begin{matrix}(0/0,0/2,0/4,0/8);\\ 0/6,0/4\end{matrix} \right\rangle$	$\left\langle \begin{matrix}(0/0,0/4,0/6,0/8);\\ 0/6,0/3\end{matrix} \right\rangle$	$\left\langle \begin{matrix}(0/2,0/4,0/6,0/8);\\ 0/5,0/5\end{matrix} \right\rangle$	$\left\langle \begin{matrix}(0/2,0/4,0/6,0/8);\\ 0/8,0/1\end{matrix} \right\rangle$	$\left\langle \begin{matrix}(0/2,0/4,0/6,0/8);\\ 0/8,0/2\end{matrix} \right\rangle$
$\tilde{A}_4$	$\left\langle \begin{matrix}(0/2,0/4,0/6,1/0);\\ 0/6,0/2\end{matrix} \right\rangle$	$\left\langle \begin{matrix}(0/2,0/4,0/6,0/8);\\ 0/8,0/2\end{matrix} \right\rangle$	$\left\langle \begin{matrix}(0/0,0/2,0/6,0/8);\\ 0/6,0/4\end{matrix} \right\rangle$	$\left\langle \begin{matrix}(0/0,0/2,0/4,0/8);\\ 0/6,0/3\end{matrix} \right\rangle$	$\left\langle \begin{matrix}(0/0,0/4,0/6,0/8);\\ 0/6,0/3\end{matrix} \right\rangle$
$\tilde{A}_5$	$\left\langle \begin{matrix}(0/2,0/4,0/6,0/8);\\ 0/8,0/2\end{matrix} \right\rangle$	$\left\langle \begin{matrix}(0/0,0/2,0/4,0/6);\\ 0/9,0/0\end{matrix} \right\rangle$	$\left\langle \begin{matrix}(0/2,0/4,0/6,0/8);\\ 0/8,0/2\end{matrix} \right\rangle$	$\left\langle \begin{matrix}(0/0,0/4,0/8,1/0);\\ 0/7,0/1\end{matrix} \right\rangle$	$\left\langle \begin{matrix}(0/0,0/2,0/4,0/6);\\ 0/8,0/0\end{matrix} \right\rangle$

مرحله ۳. با انتخاب $\alpha = 0/4$ و $\theta = 0/5$ ماتریس تصمیم قطعی براساس رابطه (۶) و اطلاعات جدول ۳ حساب شده است. (جدول ۴)

مرحله ۴. وزن‌های تقریبی اولیه δ_j^{nor} و π_j^{nor} را می یابیم. اطلاعات متنار با این مقادیر در جدول ۵ به صورت خلاصه آورده شده است.

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-02]

[DOI: 10.71773/jamlu-2026-2-2303]

جدول ٤. ماتریس تصمیم نرمال شده‌ی قطعی متناظر با $\Re_{./۴,./۵}$

$\tilde{A}_i \backslash \tilde{C}_j$	$\tilde{C}_۱$	$\tilde{C}_۲$	$\tilde{C}_۳$	$\tilde{C}_۴$	$\tilde{C}_۵$
$\tilde{A}_۱$	۰/۱۴۱۷	۰/۱۵۷۹	۰/۱۸۸۷	۰/۱۹۳۶	۰/۲۳۶۷
$\tilde{A}_۲$	۰/۱۹۶۹	۰/۳۳۱۵	۰/۳۹۶۲	۰/۱۱۶۲	۰/۲۰۷۱
$\tilde{A}_۳$	۰/۰۹۹۷	۰/۱۲۶۴	۰/۰۶۲۹	۰/۲۹۰۴	۰/۲۳۶۷
$\tilde{A}_۴$	۰/۲۴۶۷	۰/۲۱۰۵	۰/۱۰۰۶	۰/۱۰۳۱	۰/۱۴۲۱
$\tilde{A}_۵$	۰/۳۱۵۰	۰/۱۷۳۷	۰/۲۵۱۶	۰/۲۹۶۷	۰/۱۷۷۵

جدول ۵. وزن‌های تقریبی درون معیاری و برون معیاری.

معیار تعیین وزن	$w_۱$	$w_۲$	$w_۳$	$w_۴$	$w_۵$
δ_j^{nor}	۰/۱۷۸۲	۰/۱۴۱۸	۰/۴۲۶۱	۰/۲۱۲۴	۰/۰۴۱۵
π_j^{nor}	۰/۲۰۷۳	۰/۱۸۹۶	۰/۱۵۱۴	۰/۲۲۶۴	۰/۲۲۵۲

مرحله ۵. الف) مدل بهینه‌سازی مسئله براساس اطلاعات جداول ۳-۵ برای حالتی که تصمیم‌گیرنده نظری درباره وزن‌ها ارائه نکرده است به صورت زیر؛ که مدل (۱۷) نامیده می‌شود، ساختار می‌یابد.

$$
\begin{aligned}
&\text{Max } S_۱ = ۰/۱۴۱۷w_۱ + ۰/۱۵۷۹w_۲ + ۰/۱۸۸۷w_۳ + ۰/۱۹۳۶w_۴ + ۰/۲۳۶۷w_۵\\
&\text{Max } S_۲ = ۰/۱۹۶۹w_۱ + ۰/۳۳۱۵w_۲ + ۰/۳۹۶۲w_۳ + ۰/۱۱۶۲w_۴ + ۰/۲۰۷۱w_۵\\
&\text{Max } S_۳ = ۰/۰۹۹۷w_۱ + ۰/۱۲۶۴w_۲ + ۰/۰۶۲۹w_۳ + ۰/۲۹۰۴w_۴ + ۰/۲۳۶۷w_۵\\
&\text{Max } S_۴ = ۰/۲۴۶۷w_۱ + ۰/۲۱۰۵w_۲ + ۰/۱۰۰۶w_۳ + ۰/۱۰۳۱w_۴ + ۰/۱۴۲۱w_۵\\
&\text{Max } S_۵ = ۰/۳۱۵۰w_۱ + ۰/۱۷۳۷w_۲ + ۰/۲۵۱۶w_۳ + ۰/۲۹۶۷w_۴ + ۰/۱۷۷۵w_۵\\
&\text{Min } \lambda_b =\\
&(w_۱ - ۰/۱۷۸۲)^۲ + (w_۲ - ۰/۱۴۱۸)^۲ + (w_۳ - ۰/۴۲۶۱)^۲ + (w_۴ - ۰/۲۲۶۴)^۲ + (w_۵ - ۰/۰۴۱۵)^۲\\
&\text{Min } \lambda_c =\\
&= (w_۱ - ۰/۲۰۷۳)^۲ + (w_۲ - ۰/۱۸۹۶)^۲ + (w_۳ - ۰/۱۵۱۴)^۲ + (w_۴ - ۰/۲۲۶۴)^۲ + (w_۵ - ۰/۲۲۵۲)^۲\\
&\text{s.t. } w_۱ + w_۲ + w_۳ + w_۴ + w_۵ = ۱
\end{aligned}
\qquad (۱۷)
$$

$$\zeta \le w_j \le ۱, \forall j \in \{۱,۲,۳,۴,۵\}$$

واضح است که مشابه تبدیل مدل چندهدفه (۱۲) به مدل تک هدفه (۱۳)، در اینجا نیز می‌توان مدل (۱۷) را به مدل تک هدفه (۱۸) به صورت زیر تبدیل کرد.

$$
\begin{aligned}
&\text{Max } Z = \lambda_a - \beta(\lambda_b + \lambda_c)\\
&\lambda_a \le S_i, \forall i \in \{۱,۲,۳,۴,۵\}\\
&S_۱ = ۰/۱۴۱۷w_۱ + ۰/۱۵۷۹w_۲ + ۰/۱۸۸۷w_۳ + ۰/۱۹۳۶w_۴ + ۰/۲۳۶۷w_۵\\
&S_۲ = ۰/۱۹۶۹w_۱ + ۰/۳۳۱۵w_۲ + ۰/۳۹۶۲w_۳ + ۰/۱۱۶۲w_۴ + ۰/۲۰۷۱w_۵
\end{aligned}
\qquad (۱۸)
$$

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-02]

[DOI: 10.71773/jamlu-2026-2-2303]

$$S_۳ = ۰/۰۹۹۷w_۱ + ۰/۱۲۶۴w_۲ + ۰/۰۶۲۹w_۳ + ۰/۲۹۰۴w_۴ + ۰/۲۳۶۷w_۵$$
$$S_۴ = ۰/۲۴۶۷w_۱ + ۰/۲۱۰۵w_۲ + ۰/۱۰۰۶w_۳ + ۰/۱۰۳۱w_۴ + ۰/۱۴۲۱w_۵$$
$$S_۵ = ۰/۳۱۵۰w_۱ + ۰/۱۷۳۷w_۲ + ۰/۲۵۱۶w_۳ + ۰/۲۹۶۷w_۴ + ۰/۱۷۷۵w_۵$$
$$\lambda_b = (w_۱ - ۰/۱۷۸۲)^۲ + (w_۲ - ۰/۱۴۱۸)^۲ + (w_۳ - ۰/۴۲۶۱)^۲ + (w_۴ - ۰/۲۱۲۴)^۲ + (w_۵ - ۰/۰۴۱۵)^۲$$

$$\lambda_c = (w_۱ - ۰/۲۰۷۳)^۲ + (w_۲ - ۰/۱۸۹۶)^۲ + (w_۳ - ۰/۱۵۱۴)^۲ + (w_۴ - ۰/۲۲۶۴)^۲ + (w_۵ - ۰/۲۲۵۲)^۲$$

$$w_۱ + w_۲ + w_۳ + w_۴ + w_۵ = ۱$$

$$\zeta \le w_j \le ۱, \forall j \in \{۱,۲,۳,۴,۵\}$$

ب) در این حالت فرض براین است که محدودیت‌های اضافی برای وزن‌ها توسط تصمیم‌گیرنده مشخص شده است. به عنوان نمونه مجموعه‌ای از محدودیت‌ها به صورت زیر برای وزن‌ها در نظر می‌گیریم[۴۷].

$$۰/۱۰ \le w_۱ \le ۰/۱۵, ۰/۱۰ \le w_۲, ۰/۰۵ \le w_۳ \le ۰/۲, ۰/۰۸ \le w_۴ \le ۰/۱۸, w_۵ \le ۰/۳۰$$
$$w_۳ \le w_۴ \le w_۱ \le w_۵ \le w_۲$$

واضح است که مدل‌سازی همچنان مطابق حالت الف است با این تفاوت که این دسته از محدودیت‌ها نیز به قیدهای مسئله در مدل‌های (۱۷) و (۱۸) اضافه می‌شوند.

مرحله ۶. به ازای مقادیر مختلف برای β، مدل‌های مرحله ۵ را به کمک نرم‌افزار متلب ۲۰۱۸ حل می‌کنیم. نتایج محاسباتی ارایه‌شده در جداول ۶ تا ۹ و نمایش گرافیکی آنها در شکل‌های ۴ تا ۷، ابعاد مهمی از رفتار روش پیشنهادی را آشکار می‌سازد.

در حالت الف یعنی بدون محدودیت اضافی بر وزن‌ها، مشاهده می‌شود که نتایج از نظر رتبه وزنی و رتبه گزینه‌ای به ترتیب به ازای مقادیر بیشتر از $\beta = ۰/۰۲$ و $\beta = ۰/۰۰۰۱$ به پایداری رسیده است(جداول ۶ و۷). در واقع در حالت الف، حساسیت اولیه‌ی مدل به ترجیح بین اهداف چندگانه به دلیل عدم اعمال محدودیت‌های اضافی بیشتر است.

در مقابل، در حالت ب که با اعمال محدودیت‌های اضافی بر وزن‌ها مواجه هستیم، همان‌طور که در جداول ۸ و ۹ به وضوح دیده می‌شود، پایداری در نتایج از همان مقادیر اولیه β برقرار است. این پدیده کاملاً منطبق بر مبانی نظری برنامه‌ریزی ریاضی است. اعمال محدودیت‌های صریح (مانند کران‌های بالا و پایین و ترتیب اهمیت نسبی معیارها)، فضای موجه جواب‌ها را به شدت محدود و متمرکز می‌کند. در چنین شرایطی، حتی با تغییر در ترجیحات بین اهداف، محدودیت‌ها مانع از انحراف جواب به سمت نقاط افراطی می‌شوند. این مزیت عملی مهمی است زیرا زمانی که تصمیم‌گیرنده دارای دانش پیشینی یا سیاست‌های کلان درباره‌ی حدود اهمیت معیارها است، روش پیشنهادی با درج این اطلاعات به صورت محدودیت، نه تنها نتایج را با انتظارات او همسو می‌سازد، بلکه سرعت همگرایی و پایداری خروجی‌ها را تضمین می‌کند. این ویژگی برای کاربردهای بلادرنگ یا

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-02]

[DOI: 10.71773/jamlu-2026-2-2303]

تصمیم‌گیری‌های مکرر در محیط‌های پویا بسیار ارزشمند است. در هر دو حالت مطابق آنچه در جداول ۷ و ۹ مشاهده می شود گزینه $\tilde{A}_4$ به عنوان بهترین گزینه انتخاب شده است.

جدول ٦. مقدار وزن معیارها در حالت الف براساس مقادیر مختلف β.

w_j / β	۰/۰۰۰۱	۰/۰۲	۰/۳	۰/٤	۰/۵	۱	۲	۳	٤
w_1	۰/۴۶۹۰	۰/۳۲۸۲	۰/۲۲۰۰	۰/۲۱۳۵	۰/۲۰۹۶	۰/۲۰۱۷	۰/۱۹۷۸	۰/۱۹۶۵	۰/۱۹۵۸
w_2	۰/۰۰۱۰	۰/۱۹۱۸	۰/۱۸۱۵	۰/۱۷۷۷	۰/۱۷۵۴	۰/۱۷۰۹	۰/۱۶۸۶	۰/۱۶۷۹	۰/۱۶۷۵
w_3	۰/۰۰۱۰	۰/۰۰۱۰	۰/۲۲۶۸	۰/۲۴۲۳	۰/۲۵۱۷	۰/۲۷۰۴	۰/۲۷۹۷	۰/۲۸۲۸	۰/۲۸۴۴
w_4	۰/۲۰۵۱	۰/۲۰۶۱	۰/۲۲۶۴	۰/۲۲۴۳	۰/۲۲۳۱	۰/۲۲۰۵	۰/۲۱۹۳	۰/۲۱۸۹	۰/۲۱۸۷
w_5	۰/۳۲۳۹	۰/۲۷۲۸	۰/۱۴۵۴	۰/۱۴۲۲	۰/۱۴۰۳	۰/۱۳۶۵	۰/۱۳۴۶	۰/۱۳۳۹	۰/۱۳۳۶

جدول ۷. امتیاز هر گزینه در حالت الف براساس مقادیر مختلف β.

$\tilde{A}_j / \beta$	۰/۰۰۰۱	۰/۰۲	۰/۳	۰/٤	۰/۵	۱	۲	۳	٤
$\tilde{A}_1$	۰/۱۸۳۲	۰/۱۸۱۵	۰/۱۸۰۹	۰/۱۸۱۱	۰/۱۸۱۳	۰/۱۸۱۶	۰/۱۸۱۷	۰/۱۸۱۸	۰/۱۸۱۸
$\tilde{A}_2$	۰/۱۸۴۰	۰/۲۰۹۱	۰/۲۴۹۷	۰/۲۵۲۵	۰/۲۵۴۱	۰/۲۵۷۴	۰/۲۵۹۰	۰/۲۵۹۶	۰/۲۵۹۸
$\tilde{A}_3$	۰/۱۸۳۲	۰/۱۸۱۵	۰/۱۵۹۳	۰/۱۵۷۸	۰/۱۵۶۹	۰/۱۵۵۱	۰/۱۵۴۲	۰/۱۵۳۹	۰/۱۵۳۷
$\tilde{A}_4$	۰/۱۸۳۲	۰/۱۸۱۵	۰/۱۵۹۳	۰/۱۵۷۸	۰/۱۵۶۹	۰/۱۵۵۱	۰/۱۵۴۲	۰/۱۵۳۹	۰/۱۵۳۷
$\tilde{A}_5$	۰/۲۶۶۵	۰/۲۴۶۵	۰/۲۵۰۸	۰/۲۵۰۹	۰/۲۵۰۹	۰/۲۵۰۹	۰/۲۵۰۹	۰/۲۵۰۹	۰/۲۵۰۹

جدول ۸. مقدار وزن معیارها در حالت ب براساس مقادیر مختلف β.

w_j / β	۰/۰۰۰۱	۰/۰۲	۰/۳	۰/٤	۰/۵	۱	۲	۳	٤
w_1	۰/۱۸۷۵	۰/۱۸۷۴	۰/۱۸۵۷	۰/۱۸۵۷	۰/۱۸۵۷	۰/۱۸۵۷	۰/۱۸۵۷	۰/۱۸۵۷	۰/۱۸۵۷
w_2	۰/۲۴۸۳	۰/۲۵۴۷	۰/۲۵۶۸	۰/۲۵۶۸	۰/۲۵۶۸	۰/۲۵۶۸	۰/۲۵۶۸	۰/۲۵۶۸	۰/۲۵۶۸
w_3	۰/۱۷۳۶	۰/۱۶۸۴	۰/۱۶۵۸	۰/۱۶۵۸	۰/۱۶۵۸	۰/۱۶۵۸	۰/۱۶۵۸	۰/۱۶۵۸	۰/۱۶۵۸
w_4	۰/۱۶۸۳	۰/۱۶۸۲	۰/۱۶۵۸	۰/۱۶۵۸	۰/۱۶۵۸	۰/۱۶۵۸	۰/۱۶۵۸	۰/۱۶۵۸	۰/۱۶۵۸
w_5	۰/۲۲۲۳	۰/۲۲۱۲	۰/۲۲۶۰	۰/۲۲۶۰	۰/۲۲۶۰	۰/۲۲۶۰	۰/۲۲۶۰	۰/۲۲۶۰	۰/۲۲۶۰

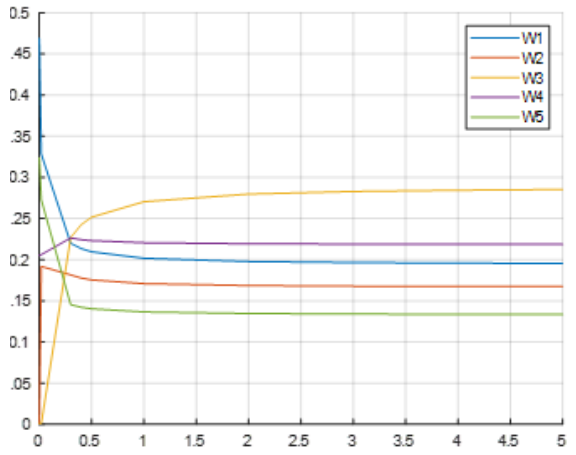
جدول ۹. امتیاز گزینه‌ها در حالت ب براساس مقادیر مختلف β.

$\tilde{A}_j / \beta$	۰/۰۰۰۱	۰/۰۲	۰/۳	۰/٤	۰/۵	۱	۲	۳	٤
$\tilde{A}_1$	۰/۱۵۰۰	۰/۱۵۰۰	۰/۱۵۰۰	۰/۱۵۰۰	۰/۱۵۰۰	۰/۱۵۰۰	۰/۱۵۰۰	۰/۱۵۰۰	۰/۱۵۰۰
$\tilde{A}_2$	۰/۳۰۰۰	۰/۳۰۰۰	۰/۲۹۳۳	۰/۲۹۳۳	۰/۲۹۳۳	۰/۲۹۳۳	۰/۲۹۳۱	۰/۲۹۳۱	۰/۲۹۳۱
$\tilde{A}_3$	۰/۱۰۰۵	۰/۱۲۳۴	۰/۱۵۰۰	۰/۱۵۰۰	۰/۱۵۰۰	۰/۱۵۰۰	۰/۱۵۰۰	۰/۱۵۰۰	۰/۱۵۰۰
$\tilde{A}_4$	۰/۱۴۹۵	۰/۱۲۶۶	۰/۱۵۰۰	۰/۱۵۰۰	۰/۱۵۰۰	۰/۱۵۰۰	۰/۱۵۰۰	۰/۱۵۰۰	۰/۱۵۰۰
$\tilde{A}_5$	۰/۳۰۰۰	۰/۳۰۰۰	۰/۲۵۶۷	۰/۲۹۶۷	۰/۲۵۶۷	۰/۲۵۶۷	۰/۲۵۶۹	۰/۲۵۶۹	۰/۲۵۶۹

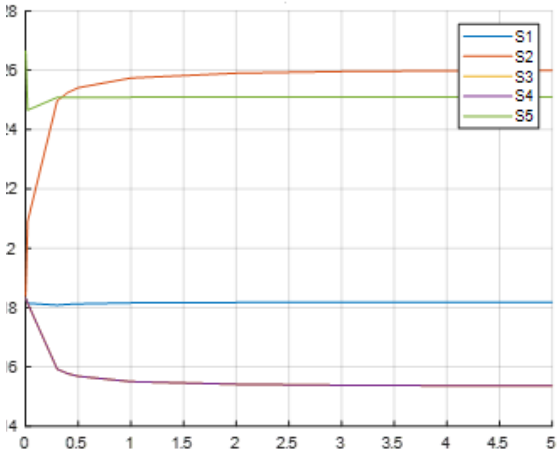
[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-02]

[DOI: 10.71773/jamlu-2026-2-2303]

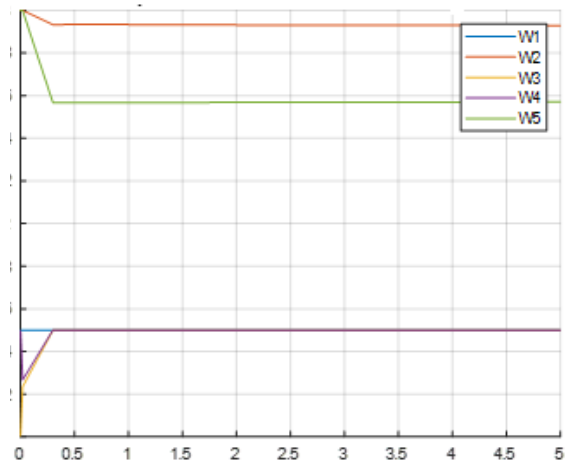
علاوه بر جداول ۶-۹، نمودارهای ۴-۷ براساس اطلاعات این جداول و به منظور بررسی تفاوت در حالت‌های الف و ب ترسیم شده‌اند. نمودارهای ۶ و ۷ نشان می‌دهد همگرایی و پایداری در حالت ب سریع‌تر از نمودارهای ۴ و ۵ روی داده است.



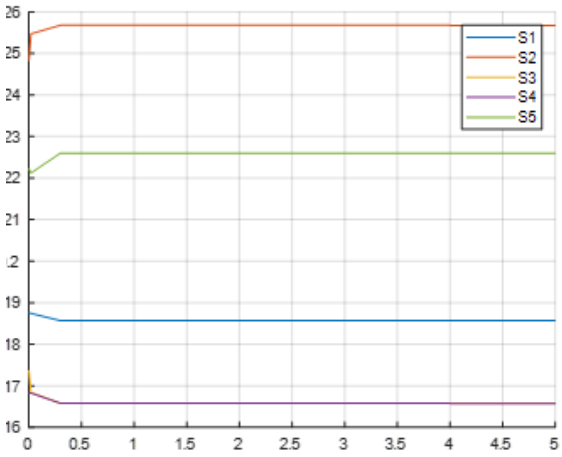
شکل ٤. تغییرات وزن معیارها در حالت الف براساس مقادیر مختلف β.



شکل ۵. تغییرات امتیاز گزینه‌ها در حالت الف براساس مقادیر مختلف β.



شکل ٦. تغییرات وزن معیارها در حالت ب براساس مقادیر مختلف β.



شکل ۷. تغییرات امتیاز گزینه‌ها در حالت ب براساس مقادیر مختلف β.

۷ تحلیل مقایسه‌ای

در این بخش به منظور مقایسه عملکرد روش پیشنهادی ارزیابی نتایج را با یافته‌های تحقیقات زیر آوردیم.

الف) روش ارایه‌شده توسط جیانکیانگ و ژونگ [۲۸]، در روش پیشنهادی ایشان فرض بر این است که بردار وزنی معیارها از ابتدا توسط تصمیم‌گیرنده مشخص شده است. در واقع در این نوع روش تنها رتبه‌بندی گزینه‌ها انجام می‌شود و روش قادر به تعیین مقدار وزن‌ها و رتبه‌ها به صورت همزمان نیست. آن‌ها با انتخاب بردار وزنی معیارها توسط تصمیم‌گیرنده ماتریس تجمعی وزن‌دار و در نتیجه امتیاز نهایی هر گزینه را به صورت عدد فازی شهودی ذوزنقه‌ای به دست آورده‌اند. سپس از یک تابع رتبه برای قطعی کردن امتیاز گزینه‌ها استفاده کردند. تابع

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-02]

[DOI: 10.71773/jamlu-2026-2-2303]

امتیاز را برای هر عدد فازی شهودی ذوزنقه‌ای دلخواه مانند $\left\langle \tilde{A}=(a,\mathrm{b},\mathrm{c},\mathrm{d});\omega,\upsilon \right\rangle$ با رابطه $\Re_{J,Z}\left(\tilde{A}\right)=J_{\tilde{A}}\times(\omega-\upsilon)$ که در آن $J_{\tilde{A}}=\frac{۱}{۸}(a+b+c+d)(۱+\omega-\upsilon)$ است، تعریف کردند. نتایج حاصل از امتیاز تجمعی گزینه‌ها و رتبه متناظر آنها در ادامه آورده شده است.

$\tilde{A}_۱=\left\langle(۰/۴۰۷,۰/۵۳۹,۰/۶۸۳,۰/۸۱۴);۰/۷۲۷,۰/۲۱۶\right\rangle\Rightarrow\Re_{J,Z}\left(\tilde{A}_۱\right)=۰/۲۳۶,\Re_{./۴,۰/۵}\left(\tilde{A}_۱\right)=۰/۴۳۴۳$

$\tilde{A}_۲=\left\langle(۰/۵۴۷,۰/۶۷۹,۰/۸۱۰,۰/۹۴۲);۰/۷۰۵,۰/۲۳۰\right\rangle\Rightarrow\Re_{J,Z}\left(\tilde{A}_۲\right)=۰/۲۶۱,\Re_{./۴,۰/۵}\left(\tilde{A}_۱\right)=۰/۵۰۲۵$

$\tilde{A}_۳=\left\langle(۰/۴۲۴,۰/۵۷۲,۰/۷۰۴,۰/۸۶۸);۰/۶۹۷,۰/۲۵۲\right\rangle\Rightarrow\Re_{J,Z}\left(\tilde{A}_۳\right)=۰/۲۰۶,\Re_{./۴,۰/۵}\left(\tilde{A}_۱\right)=۰/۴۱۲۷$

$\tilde{A}_۴=\left\langle(۰/۳۹۲,۰/۵۵۷,۰/۷۲۴,۰/۹۰۲);۰/۶۳۹,۰/۲۸۰\right\rangle\Rightarrow\Re_{J,Z}\left(\tilde{A}_۴\right)=۰/۱۵۳,\Re_{./۴,۰/۵}\left(\tilde{A}_۱\right)=۰/۳۵۸۸$

$\tilde{A}_۵=\left\langle(۰/۴۱۱,۰/۵۵۵,۰/۶۹۹,۰/۸۳۱);۰/۸۱۲,۰/۱۳۷\right\rangle\Rightarrow\Re_{J,Z}\left(\tilde{A}_۵\right)=۰/۳۵۳,\Re_{./۴,۰/۵}\left(\tilde{A}_۱\right)=۰/۵۴۷۳$

اگر چه در مقایسه با روش پیشنهادی این مطالعه، هر دو رویکرد در صورت یکسان در نظر گرفتن وزن‌ها گزینه $\tilde{A}_۵$ را به عنوان گزینه برتر معرفی می‌کنند. اما روش رتبه‌بندی به کار گرفته شده توسط ایشان برای تمامی اعدادی که برای آنها $\omega\le\upsilon$ و داده‌های $(a,\mathrm{b},\mathrm{c},\mathrm{d})$ مثبت است مقداری منفی در خروجی نمایش می‌دهد. از سوی دیگر خروجی برای حالتی که $\omega=\upsilon$ باشد، برابر صفر خواهد شد که هیچ یک از این نتایج در حالت کلی منطقی نیست.

ب) روش ارایه‌شده توسط رن و لوو [۴۶]؛

در این روش اگر چه وزن‌ها و گزینه‌ها رتبه‌بندی شده‌اند و نتایج با روش پیشنهادی ما متفاوت است. اما در صورت استفاده از وزن‌های نهایی روش رن و لوو نتایج در انتخاب گزینه برتر مشابه خواهد بود.

لازم به ذکر است یکی از خواص اولیه برای هر اندازه برقراری شرط $۰\le D\left(\tilde{A}_۱,\tilde{A}_۲\right)\le۱$ است. اندازه فاصله معرفی شده توسط ایشان اگر چه $۰\le D\left(\tilde{A}_۱,\tilde{A}_۲\right)$ را برقرار می‌سازد اما در تمامی حالت‌هایی که $\omega+\upsilon=۱$ است مقداری بیشتر از یک را به ما می‌دهد که نتیجه‌ای نامناسب است. به ویژه اینکه ایده‌آل مثبت به صورت $\left\langle(۱,۱,۱,۱);۱,۰,۰\right\rangle$ در نظر گرفته شده است، منطقی نیست که فاصله از ایده‌آل مثبت بیشتر از یک شود.

۸ نتیجه‌گیری

مدل IF-SECA ارایه‌شده در این مطالعه، با تلفیق رتبه‌بندی پارامتریک اعداد فازی شهودی و مکانیزم وزن‌دهی مبتنی بر آنتروپی، امکان تصمیم‌گیری شفاف‌تر و عینی‌تر در محیط‌های پیچیده عدم قطعیت را فراهم می‌کند. این چارچوب نه تنها شکاف‌های روش‌شناختی موجود را پر می‌کند، بلکه پایه‌ای برای توسعه سیستم‌های تصمیم‌گیری هوشمند در حوزه‌های حساس آینده خواهد بود. در این راستا، ابتدا مفاهیم نظری مربوط به مقایسه اعداد فازی شهودی ذوزنقه‌ای، برای یک روش رتبه‌بندی منعطف بهبود یافت و همان‌طور که در قضیه ۱ و ۲ نشان داده شد، روش استفاده‌شده به طور منطقی به تغییرات در پارامترها پایبند است. از این رو، هنگامی که با فرآیندهای مرتبط با رتبه‌بندی به ویژه روش‌های حل تصمیم‌گیری چندمعیاره ادغام می‌شود، عملکرد مناسبی را از خود نشان می‌دهند. لازم به ذکر است که ضرایب وزنی تعریف شده در آن می‌تواند انعطاف‌پذیری بالایی برای

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-02]

[DOI: 10.71773/jamlu-2026-2-2303]

پاسخ تصمیم‌گیرنده فراهم کنند. با استفاده از این ایده در روش سکا تحت سناریوهای مختلف وزنی برای معیارها، یک نمونه از ادبیات تحقیق انتخاب و حل شد. نتایج حاصل از تحلیل مقایسه‌ای نشان داد که روش پیشنهادی در مقایسه با روش‌های موجود (مانند روش‌های جیانکیانگ و ژونگ [۲۸] و رن و لوو [۴۶])، از چند جهت برتری دارد:

۱. رفع مشکلات محاسباتی: روش پیشنهادی از تولید نتایج غیرمنطقی (مانند مقادیر منفی یا صفر) که در روش‌های دیگر مشاهده می‌شود، جلوگیری کرد.

۲. شفافیت، انعطاف‌پذیری و عدالت در تصمیم‌گیری: ادغام رتبه‌بندی TraIFNs با محاسبه وزن‌های پویا، تصمیم‌گیری در محیط‌های پیچیده را شفاف‌تر و عادلانه‌تر کرد.

برای تحقیقات آینده، گسترش اصول نظری این ایده و اعمال آن به برخی از الگوریتم‌های مشابه در حوزه تصمیم‌گیری به ویژه خوشه‌بندی، طبقه‌بندی و مسائل کاربردی با ابعاد بالا مورد توجه است.

سپاسگزاری

نویسنده مقاله از داوران محترم جهت نظرات سازنده و ارزشمند اصلاحی در راستای بهبود مطالعه ارسال شده، کمال سپاس و قدردانی را دارد.

منابع

[1] Zavadskas, E. K., Turskis, Z., & Kildienė, S. (2014). State of art surveys of overviews on MCDM/MADM methods. Technological and economic development of economy, 20(1), 165-179.
[2] Zadeh, L. A. (1965). Fuzzy sets. Information and control, 8(3), 338-353.
[3] Atanassov, K. T. (1999). Intuitionistic fuzzy sets. In Intuitionistic fuzzy sets: theory and applications (pp. 1-137). Heidelberg: Physica-Verlag HD.
[4] Sharma, K., Singh, V. P., Ebrahimnejad, A., & Chakraborty, D. (2023). Solving a multi-objective chance constrained hierarchical optimization problem under intuitionistic fuzzy environment with its application. Expert Systems with Applications, 217, 119595.
[5] Alinejad, S., Alimohammadlou, M., Abbasi, A., & Mirghaderi, S. H. (2024). Smart-Circular strategies for managing biomass resource challenges: A novel approach using circular intuitionistic fuzzy methods. Energy Conversion and Management, 314, 118690.
[6] Rasoulzadeh, M., Edalatpanah, S. A., Fallah, M., & Najafi, S. E. (2022). A multi-objective approach based on Markowitz and DEA cross-efficiency models for the intuitionistic fuzzy portfolio selection problem. Decision making: applications in management and engineering, 5(2), 241-259.
[7] Kahraman, C., Onar, S. C., & Oztaysi, B. (2015). Fuzzy multicriteria decision-making: a literature review. International journal of computational intelligence systems, 8(4), 637-666.
[8] Khoshand, A., Rahimi, K., Ehteshami, M., & Gharaei, S. (2019). Fuzzy AHP approach for prioritizing electronic waste management options: a case study of Tehran, Iran. Environmental science and pollution research, 26(10), 9649-9660.
[9] Kumar, A., & Dixit, G. (2019). A novel hybrid MCDM framework for WEEE recycling partner evaluation on the basis of green competencies. Journal of Cleaner Production, 241, 118017.
[10] Chen, D., Faibil, D., & Agyemang, M. (2020). Evaluating critical barriers and pathways to implementation of e-waste formalization management systems in Ghana: a hybrid BWM and fuzzy TOPSIS approach. Environmental Science and Pollution Research, 27(35), 44561-44584.
[11] Arshi, M., Hadi-Vencheh, A., Nazari, M., & Jamshidi, A. (2022). A New Method Based on the TOPSIS Method to Solve Multi-Criteria Decision-Making Problems with Intuitionistic Fuzzy Information. Journal of Operational Research in its Applications, 19(4), 127-136. URL: http://jamlu.liau.ac.ir/article-1-2033-fa.html. (In Persian)

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-02]

[DOI: 10.71773/jamlu-2026-2-2303]

[12] Karbalaie Alillou, M., Daneshian, B., Modarres Khiyabani, F., & Hosseinzadeh Lotfi, F. (2020). A Proposed Combination Method for Ranking Options in Multi-Criteria Decision Making by Data Envelopment Analysis and Common Set of Weights. Journal of Operational Research in its Applications, 17(4), 137-164. URL: http://jamlu.liau.ac.ir/article-1-1860-fa.html. (In Persian)
[13] Safari, S., Soufi, M., & Amirteimoori, A. (2024). Measuring the Internal and External Consistency of the Intuitive Decision-Making Method Compared to Three Multi-Criteria Decision-Making Methods. Journal of Operational Research in its Applications, 21(2),141-157. URL: http://jamlu.liau.ac.ir/article-1-2173-fa.html. (In Persian)
[14] Keshavarz-Ghorabaee, M., Amiri, M., Zavadskas, E. K., Turskis, Z., & Antucheviciene, J. (2018). Simultaneous evaluation of criteria and alternatives (SECA) for multi-criteria decision-making. Informatica, 29(2), 265-280.
[15] Ecer, F. (2021). A consolidated MCDM framework for performance assessment of battery electric vehicles based on ranking strategies. Renewable and Sustainable Energy Reviews, 143, 110916.
[16] Keshavarz-Ghorabaee, M., Amiri, M., Zavadskas, E. K., Turskis, Z., & Antucheviciene, J. (2022). A fuzzy simultaneous evaluation of criteria and alternatives (F-SECA) for sustainable e-waste scenario management. Sustainability, 14(16), 10371.
[17] Bahrami, S., & Rastegar, M. (2022). Security-based critical power distribution feeder identification: Application of fuzzy BWM-VIKOR and SECA. International Journal of Electrical Power & Energy Systems, 134, 107395.
[18] Das, P. P., & Chakraborty, S. (2022). Application of simultaneous evaluation of criteria and alternatives (SECA) method for parametric optimization of hybrid machining processes. International Journal on Interactive Design and Manufacturing (IJIDeM), 16(4), 1497-1509.
[19] Keshavarz-Ghorabaee, M., Govindan, K., Amiri, M., Zavadskas, E. K., & Antucheviciene, J. (2019). An integrated type-2 fuzzy decision model based on WASPAS and SECA for evaluation of sustainable manufacturing strategies. Journal of Environmental Engineering and Landscape Management, 27(4), 187-200.
[20] Eghbali-Zarch, M., Zabihi, S. Z., & Masoud, S. (2023). A novel fuzzy SECA model based on fuzzy standard deviation and correlation coefficients for resilient-sustainable supplier selection. Expert systems with applications, 231, 120653.
[21] Shakouri, B., Abbasi Shureshjani, R., Daneshian, B., & Hosseinzadeh Lotfi, F. (2020). A parametric method for ranking intuitionistic fuzzy numbers and its application to solve intuitionistic fuzzy network data envelopment analysis models. Complexity, 2020(1), 6408613.
[22] Wang, C. N., Le, T. Q., Chang, K. H., & Dang, T. T. (2022). Measuring road transport sustainability using MCDM-based entropy objective weighting method. Symmetry, 14(5), 1033.
[23] Lotfi, F. H., & Fallahnejad, R. (2010). Imprecise Shannon's entropy and multi attribute decision making. Entropy, 12(1), 53-62.
[24] Mukhametzyanov, I. (2021). Specific character of objective methods for determining weights of criteria in MCDM problems: Entropy, CRITIC and SD. Decision Making: Applications in Management and Engineering, 4(2), 76-105.
[25] Grzegorzewski, P. (2003, September). Distances and orderings in a family of intuitionistic fuzzy numbers. In EUSFLAT Conf. (pp. 223-227).
[26] Ye, J. (2011). Expected value method for intuitionistic trapezoidal fuzzy multicriteria decision-making problems. Expert Systems with Applications, 38(9), 11730-11734.
[27] Wang, J. (2006). Multi-criteria decision-making approach with incomplete certain information based on ternary AHP. Journal of Systems Engineering and Electronics, 17(1), 109-114.
[28] Jianqiang, W., & Zhong, Z. (2009). Aggregation operators on intuitionistic trapezoidal fuzzy number and its application to multi-criteria decision making problems. Journal of Systems Engineering and Electronics, 20(2), 321-326.
[29] Wei, G. (2010). Some arithmetic aggregation operators with intuitionistic trapezoidal fuzzy numbers and their application to group decision making. J. Comput., 5(3), 345-351.
[30] Nehi, H. M. (2010). A new ranking method for intuitionistic fuzzy numbers. International journal of fuzzy systems, 12(1).
[31] Nan, J. X., Li, D. F., & Zhang, M. J. (2010). A lexicographic method for matrix games with payoffs of triangular intuitionistic fuzzy numbers. International Journal of Computational Intelligence Systems, 3(3), 280-289.
[32] Verma, T., & Kumar, A. (2015). A note on "A lexicographic method for matrix games with payoffs of triangular intuitionistic fuzzy numbers". International Journal of Computational Intelligence Systems, 8(4), 690-700.

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-02]

[DOI: 10.71773/jamlu-2026-2-2303]

[33] Wan, S. P. (2013). Power average operators of trapezoidal intuitionistic fuzzy numbers and application to multi-attribute group decision making. Applied mathematical modelling, 37(6), 4112-4126.
[34] Delgado, M., Vila, M. A., & Voxman, W. (1998). On a canonical representation of fuzzy numbers. Fuzzy sets and systems, 93(1), 125-135.
[35] Li, D. F. (2010). A ratio ranking method of triangular intuitionistic fuzzy numbers and its application to MADM problems. Computers & Mathematics with Applications, 60(6), 1557-1570.
[36] Li, X., & Chen, X. (2015). Multi-criteria group decision making based on trapezoidal intuitionistic fuzzy information. Applied Soft Computing, 30, 454-461.
[37] Darehmiraki, M. (2019). A novel parametric ranking method for intuitionistic fuzzy numbers. Iranian journal of fuzzy systems, 16(1), 129-143.
[38] Shureshjani, R. A., & Darehmiraki, M. (2013). A new parametric method for ranking fuzzy numbers. Indagationes Mathematicae, 24(3), 518-529.
[39] Wang, X., & Kerre, E. E. (2001). Reasonable properties for the ordering of fuzzy quantities (II). Fuzzy sets and systems, 118(3), 387-405.
[40] Khajeh, M., Amiri, M., Olfat, L., & Zandieh, M. (2020). Assessing and Selecting Sustainable Suppliers in Intuitionistic Fuzzy Environment with a Hybrid Multi-Criteria Best-Worst and VIKOR Approach. Journal of Operational Research in its Applications, 17(1), 48-25. URL: http://jamlu.liau.ac.ir/article-1-1788-fa.html. (In Persian)
[41] Li, X., & Chen, X. (2014). Extension of the TOPSIS method based on prospect theory and trapezoidal intuitionistic fuzzy numbers for group decision making. Journal of Systems Science and Systems Engineering, 23(2), 231-247.
[42] Yuan, J., & Li, C. (2017). A new method for multi-attribute decision making with intuitionistic trapezoidal fuzzy random variable. International Journal of Fuzzy Systems, 19(1), 15-26.
[43] Yi, Z., Yao, L., & Garg, H. (2024). Power geometric operations of trapezoidal Atanassov's intuitionistic fuzzy numbers based on strict t-norms and t-conorms and its application to multiple attribute group decision making. International journal of fuzzy systems, 26(1), 239-259.
[44] Wang, J. Q. (2004). Programming method of fuzzy group multiple criteria decision making with incomplete information. Systems Engineering and Electronics, 26(11), 1604-1608.
[45] Xu, Z. S. (2002). Study on method for triangular fuzzy number-based multi-attribute decision making with preference information on alternatives. Systems Engineering and Electronics, 24(8), 9-12.
[46] Hameed, H. B., Ali, Y., & Petrillo, A. (2020). Environmental risk assessment of E-waste in developing countries by using the modified-SIRA method. Science of The Total Environment, 733, 138525.
[47] Ren, H., & Luo, L. (2020). A novel distance of intuitionistic trapezoidal fuzzy numbers and its-based prospect theory algorithm in multi-attribute decision making model. Mathematical Biosciences and Engineering, 17(3), 2905–2922. https://doi.org/10.3934/mbe.2020163.

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-02]

[DOI: 10.71773/jamlu-2026-2-2303]