Journal of Operational Research in its Applications
Vol.23, NO.1, Spring 2026
ISSN: 2251-7286
DOI: 10.71773/jamlu-2026-1-2334

Modeling Multi-Product Inventory Routing and Production with Outsourcing Orders and Solving It with the Hybrid Metaheuristic Algorithm PSO-VNS

M. Salehi Sarbijan[1*]
[1] *Assistant Professor, Department of Mechanical Engineering, Faculty of Engineering, University of Zabol, Zabol, Iran.*

Research Paper

Received: 7 May 2025
Accepted: 11 November 2025

Abstract: This research addresses an integrated problem consisting of production routing, vehicle routing, and stack size determination under a vendor-managed inventory system, and examines production and inventory decisions in an integrated manner. In this study, the production routing problem considering outsourcing is modeled with the aim of minimizing production, holding, and outsourcing costs. Based on the proposed mixed-integer linear programming (MILP) model, a hybrid algorithm combining particle swarm optimization and variable neighborhood search (PSO-VNS) is proposed, and its performance is compared with the PSO optimization algorithm and the exact solution method on problem instances of small, medium, and large sizes. The results indicate that all three methods perform satisfactorily in solving small instances, in terms of the average value of the objective function and execution time. However, in medium- and large-sized instances, the hybrid PSO-VNS algorithm shows significantly better performance compared to the standard PSO algorithm in terms of simultaneously reducing runtime and the value of the objective function.

Introduction: Many large organizations with extensive production capabilities and widespread distribution to various cities and countries continually seek ways to reduce costs due to the significant portion of logistics expenses. Research indicates that the production routing problem (PRP) effectively addresses organizational cost reduction, as production and routing decisions influence one another. An integrated approach to examining these decisions is crucial for optimizing and lowering overall costs.

Materials and Methods: In this paper, after modeling the MPRP-OS using the mixed integer linear programming (MILP) model, the standard PSO and PSO-VNS algorithms were evaluated to solve it.

Results and Discussion: In this study, the Taguchi method is used to determine the optimal parameter values for the PSO and PSO-VNS algorithms. The experiments were conducted on two sets of small instances (5 to 10 customers) and medium - large instances (10 to 25 customers).

** Corresponding Author: m.salehisarbijan@uoz.ac.ir*

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-04]

[DOI: 10.71773/jamlu-2026-1-2334]

Journal of Operational Research in its Applications
Vol.23, NO.1, Spring 2026
ISSN: 2251-7286
DOI: 10.71773/jamlu-2026-1-2334

Conclusions: The results indicate that, when comparing the algorithms in terms of their objective function values and execution time, the PSO-VNS algorithm outperformed the others. This enhancement can be attributed to the effective integration of the global search capabilities of Particle Swarm Optimization (PSO) with the local improvement strategies of Variable Neighborhood Search (VNS), which helps avoid becoming trapped in local optima.

Keywords: Multi-Item Production Routing Problem, Outsourcing, Particle Swarm Optimization Algorithm - Variable Neighborhood Search (PSO-VNS).

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-04]

[DOI: 10.71773/jamlu-2026-1-2334]

مجله تحقیق در عملیات در کاربردهای آن، سال بیست و سوم، شماره اول (پیاپی ۸۸)،بهار ۰۵، ص ص ۲۵-۱
شاپا ۷۲۸۶-۲۲۵۱
DOI: 10.71773/jamlu-2026-1-2334

مدل‌سازی مسیریابی موجودی چندمحصولی و تولید با امکان برونسپاری سفارشات و حل آن با الگوریتم فراابتکاری ترکیبی PSO-VNS

مرتضی صالحی سربیژن[1*]
۱- استادیار، گروه مکانیک، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه زابل، زابل، ایران

رسید مقاله: ۱۷ اردیبهشت ۱۴۰۴
پذیرش مقاله: ۲۰ آبان ۱۴۰۴

چکیده

این پژوهش به مساله‌ای تلفیقی متشکل از مسیریابی تولید، مسیریابی وسیله نقلیه و تعیین اندازه انباشته، تحت یک سیستم مدیریت موجودی توسط تامین‌کننده می‌پردازد و تصمیم‌های مرتبط با تولید و موجودی را به‌صورت یکپارچه بررسی می‌کند. در این مطالعه، مساله مسیریابی تولید با در نظرگیری امکان برون‌سپاری، با هدف حداقل‌سازی هزینه‌های تولید، نگهداری و برون‌سپاری مدل‌سازی شده است. بر مبنای مدل برنامه‌ریزی عدد صحیح مختلط (MILP) ارایه‌شده، یک الگوریتم ترکیبی بهینه‌سازی گروه ذرات – جستجوی همسایگی متغیر (PSO-VNS) پیشنهاد گردیده و عملکرد آن با الگوریتم بهینه‌سازی PSO و نیز روش حل دقیق، بر روی نمونه‌های مساله در اندازه‌های کوچک، متوسط و بزرگ مقایسه شده است. نتایج حاکی از آن است که هر سه روش در حل نمونه‌های کوچک، از نظر میانگین مقدار تابع هدف و زمان اجرا، رضایت‌بخش عمل می‌کنند. با این حال، در نمونه‌های متوسط و بزرگ، الگوریتم ترکیبی PSO-VNS از لحاظ کاهش هم‌زمان زمان اجرا و مقدار تابع هدف، عملکرد به‌مراتب بهتری را نسبت به الگوریتم PSO استاندارد نشان می‌دهد.

کلمات کلیدی: مساله مسیریابی تولید چند محصولی، برونسپاری، الگوریتم بهینه سازی گروه ذرات –جستجوی همسایگی متغیر (PSO-VNS).

۱ مقدمه

بسیاری از سازمان‌های بزرگ که تولیدات وسیع و توزیع گسترده‌ای به شهرها و کشورهای مختلف دارند، به دلیل سهم قابل‌توجه هزینه‌های لجستیک، همواره در جست‌وجوی راهکارهایی برای صرفه‌جویی در هزینه‌ها هستند. تحقیقات نشان می‌دهد که مساله مسیریابی تولید(PRP) یکی از راهکارهای مؤثر در کاهش هزینه‌های سازمان‌ها است؛ زیرا تصمیمات تولید و مسیریابی بر یکدیگر تأثیر متقابل دارند و بررسی یکپارچه این تصمیمات در

* عهده‌دار مکاتبات
آدرس الکترونیکی: m.salehisarbijan@uoz.ac.ir

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-04]
[DOI: 10.71773/jamlu-2026-1-2334]

بهینه‌سازی و کاهش هزینه‌های کل نقش مهمی ایفا می‌کند. مساله مسیریابی تولید معمولاً تعمیمی از مساله تعیین اندازه انباشته با انتقال مستقیم و مساله مسیریابی موجودی است. با این حال، هر یک از این مسایل به‌تنهایی جنبه‌ای کلیدی از فرآیند برنامه‌ریزی عملیاتی زنجیره تامین را نادیده می‌گیرند. مساله تعیین اندازه انباشته شامل تصمیم‌گیری در مورد مسیریابی نمی‌شود، در حالی که مسیریابی موجودی به بخش تولید توجه نمی‌کند. در مساله مسیریابی تولید، کارخانه باید در هر دوره تصمیم بگیرد که آیا محصولی تولید کند یا خیر و در صورت تولید، اندازه دسته تولید را تعیین نماید. در صورت تولید، هزینه‌های ثابت آماده‌سازی و هزینه‌های متغیر هر واحد تولیدشده به هزینه‌ها افزوده می‌شود. همچنین، اندازه دسته تولید نمی‌تواند از ظرفیت تولید کارخانه فراتر رود. تحویل کالا از کارخانه به مشتریان با در نظر گرفتن محدودیت‌هایی مانند تعداد وسایل نقلیه، ظرفیت محدود آنها و هزینه‌های مسیریابی انجام می‌پذیرد [۱]. سازمانی که برنامه‌ریزی یکپارچه تولید و مسیریابی دارد، هنگامی که برای توزیع و مسیریابی به حمل و نقل کالا با استفاده از وسایل حمل و نقل اقدام می‌کند این خدمات حوزه حمل و نقل منجر به رشد اقتصادی کشورها می‌شوند و بخش عمده ای از تولید ناخالص ملی را به خود اختصاص می‌دهند.

روش های حل مختلفی برای مساله ی PRP توسعه داده شده است. برای مثال، رودریگس و همکاران [۲] یک الگوریتم ممتیک، ترکمن و همکاران [۳] یک روش ابتکاری مبتنی بر افق غلطان، زوآدی و همکاران [۴] یک الگوریتم تجزیه رباست جدید، سولیال و سورال [۵] الگوریتم جستجوی همسایگی بزرگ انطباقی (ALNS)، چیو و همکاران[۶] الگوریتم شاخه و قیمت با به کارگیری رویکرد تولید ستون، چیو و همکاران [۷] الگوریتم فرا ابتکاری جستجوی همسایگی متغیر، اوسی و توپالغلو [۸] یک رویکرد حل فرا ابتکاری تکراری و صالحی سربیژن و بهنامیان [۹] الگوریتم فراابتکاری PSO را برای حل این مساله توسعه داده‌اند.

الگوریتم PSO به‌عنوان یک الگوریتم کارآمد برای مسایل مسیریابی وسیله نقلیه شناخته می‌شود[۱۰]. با این حال، یکی از نقاط ضعف اصلی این الگوریتم، همگرایی زودرس و گرفتار شدن در دام بهینه‌های محلی است. به عبارت دیگر، زمانی که یک جواب بهینه محلی با PSO یافته می‌شود، تمامی ذرات در اطراف آن متمرکز شده و خروج از این منطقه بهینه محلی دشوار می‌گردد. در این زمینه، ساختارهای همسایگی مناسب و متنوع و توانایی جستجوی نواحی مختلف در الگوریتم VNS می‌تواند به الگوریتم PSO در فرار از بهینه‌های محلی و حرکت به سمت بهینه سراسری کمک کند. برای جلوگیری از همگرایی زودهنگام درPSO ، ترکیب این الگوریتم با VNS راهکاری است که می‌تواند ضمن اطمینان از همگرایی سریع‌تر، با استفاده از توانمندی VNS در جستجوی محلی، جستجو را از حالت بهینه محلی خارج نماید. بنابراین، ترکیب PSO و VNS یک رویکرد ترکیبی کارآمد است که می‌تواند راه‌حل‌های باکیفیت بالا را در زمان اجرای کوتاه‌تری ارایه دهد.

از این رو، هدف پژوهش حاضر، توسعه یک مدل برای مساله مسیریابی تولید با در نظر گرفتن امکان برون‌سپاری در سیستم توزیع و ارایه یک مدل نوآورانه است که بتواند به‌صورت یکپارچه، تولید و مسیریابی را بهینه‌سازی کند. این هدف با به‌کارگیری یک الگوریتم ترکیبی فراابتکاری مبتنی بر PSO و VNS محقق خواهد

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-04]

[DOI: 10.71773/jamlu-2026-1-2334]

شد. این فرآیند نوآورانه می‌تواند منجر به کاهش هزینه‌ها و افزایش بهره‌وری در سازمان‌های دارای ساختار تولید و توزیع پیچیده شود. به طور خلاصه، سهم علمی این مطالعه به شرح زیر است:

- ادغام مساله مسیریابی تولید چندمحصولی با امکان برون‌سپاری در قالب یک مدل یکپارچه.
- توسعه یک مدل برنامه‌ریزی عدد صحیح مختلط برای بهینه‌سازی همزمان تولید، موجودی و مسیریابی.
- توسعه یک الگوریتم ترکیبی جدید با تلفیق بهینه‌سازی گروه ذرات و جستجوی همسایگی متغیر(PSO-VNS) برای حل مساله
- انجام یک مقایسه جامع بین عملکرد الگوریتم پیشنهادی با الگوریتم استاندارد PSO و روش‌های دقیق حل، بر روی نمونه‌هایی در اندازه‌های مختلف.
- دستیابی به نتایج برتر از نظر کیفیت جواب و زمان اجرا در مسایل با ابعاد متوسط و بزرگ.
- تمرکز بر کاهش هزینه‌های تولید، نگهداری موجودی و برون‌سپاری با در نظرگیری دقیق محدودیت‌های ظرفیت و مسیریابی.

ساختار این مقاله به شرح زیر است: در بخش دوم، مروری بر ادبیات مرتبط با مساله مسیریابی تولید ارایه می‌شود. در بخش سوم، فرمول‌بندی ریاضی مساله آورده شده است. بخش چهارم به تشریح الگوریتم‌های به‌کاررفته در این مطالعه می‌پردازد. در بخش پنجم، نتایج عددی و محاسباتی ارایه گردیده و در نهایت، در بخش پایانی، نتیجه‌گیری و پیشنهاداتی برای مطالعات آتی ارایه می‌شود.

۲ مرور ادبیات

مساله مسیریابی تولید (PRP) به عنوان یکی از مسایل کلیدی در زنجیره تامین، در سال‌های اخیر توجه پژوهشگران بسیاری را به خود جلب کرده است. ادبیات این حوزه حاکی از آن است که این مساله عموماً به‌صورت یکپارچه مورد بررسی قرار می‌گیرد و گونه‌های مختلفی از آن با در نظرگیری مفروضات و محدودیت‌های واقعی توسعه یافته‌اند. مطالعات پیشین را می‌توان بر اساس ماهیت مساله و ویژگی‌های افزوده‌شده به مدل پایه PRP دسته‌بندی نمود. برای نمونه، حبیبی و همکاران [۱۱] این مساله را در یک زنجیره تأمین حلقه‌بسته با درنظرگرفتن دریافت و تحویل همزمان و با هدف حداقل‌سازی هزینه‌های ساخت، بازیابی و مسیریابی معرفی نمودند. وادست و همکاران [۱۲] مساله ی مسیریابی تولید چند وسیله‌ای[1] با سیاست بازپرسازی، مانوساکیس و همکاران [۱۳] مساله مسیریابی تولید سیکلی[2] و حاجی آقایی و همکاران [۱۴] مدل عدد صحیح مختلط را برای مساله مسیریابی تولید خودروهای الکتریکی پویا چند دوره ای[3] را پیشنهاد دادند.از دیگر ابعاد مورد بررسی می‌توان به موارد زیر اشاره کرد:

[1] Multi-vehicle production routing problem
[2] Cyclic production routing problem
[3] Multi-period dynamic electric vehicle production-routing problem

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-04]

[DOI: 10.71773/jamlu-2026-1-2334]

ابعاد اقتصادی و عملیاتی: زوآدی و همکاران [۴] PRP را با تابع سود و سفارشات عقب‌افتاده مدل‌سازی کردند. آلوارز و همکاران [۱۵] به بررسی حالت چند کارخانه‌ای و چند محصولی پرداختند و در مطالعه‌ای دیگر آلوارز و همکاران [۱۶]، این مساله را برای کالاهای فاسدشدنی با هدف حداکثرسازی سود توسعه دادند.

ابعاد زیست‌محیطی و اجتماعی :پیوستگار و همکاران [۱۷] مساله ی مسیریابی تولید سبز[1]را با اهداف کاهش هزینه‌های عملیاتی و انتشار کربن معرفی کردند. بوانان و بنادادا [۱۸] نیز کاهش انتشار کربن را در مساله ی مسیریابی تولید چند محصولی با تحویل و برداشت همزمان و بازیابی مجدد[2] با هزینه‌های عملیاتی در مدل خود گنجاندند.

ابعاد فناورانه و روش‌های حل :بیاسوتو و همکاران [۱۹] یک سیستم چندعاملی ترکیبی برای PRP با حفظ حریم خصوصی[3] توسعه دادند. اسکنه کنبرگ و همکاران [۲۰] یک الگوریتم شاخه و برش موازی برای حل مسایل PRP و IRP ارایه نمودند. عطار و همکاران [۲۱] نیز یک الگوریتم دقیق برای PRP با وسایل نقلیه الکتریکی طراحی کردند. علاوه بر این، مفاهیمی همچون برون‌سپاری نیز در کانون توجه برخی پژوهش‌ها قرار گرفته است. برای مثال، فرقدانی چهارسوقی و کریمی [۲۲] یک رویکرد بهینه‌سازی پایدار را با درنظرگیری حمل‌ونقل جانبی و برون‌سپاری توسعه دادند. همچنین، صالحی سربیژن و بهنامیان [۹] از یک الگوریتم فراابتکاری PSOبرای حل PRP با درنظرگیری برون‌سپاری و انتشار کربن بهره بردند. گیجر [۲۳] مساله ی مسیریابی تولید را در حالت عدم قطعیت تقاضا[4] معرفی کرد. زدام و همکاران [۲۴] الگوریتم ابتکاری ال پی – متریک را برای مساله ی مسیریابی تولید چند هدفه توسعه دادند. یوژو و همکاران [۲۵] مساله مسیریابی تولید با لجستیک معکوس و تولید مجدد[5] را معرفی کردند. یوژو و همکاران [۲۶] مدلسازی و الگوریتم های شاخه و برش را برای مساله مسیریابی تولید با پنجره زمانی پیشنهاد دادند.

با وجود غنای مطالعات پیشین، خلأهای تحقیقاتی قابل‌توجهی در این حوزه وجود دارد که مطالعه حاضر در صدد پر کردن آن‌ها برآمده است:

۱. تمرکز اکثر پژوهش‌ها بر جنبه‌های خاص و جزیی (مانند حریم خصوصی یا عدم قطعیت تقاضا) بوده و بررسی جامع و یکپارچه یک مدل چندمحصوله با امکان برون‌سپاری در یک افق چنددوره‌ای کمتر مورد توجه واقع شده است.
۲. علیرغم کاربرد موفق الگوریتم‌های ترکیبی در سایر حوزه‌ها، قدرت الگوریتم‌های ترکیبی هوشمند مانند تلفیق PSO وVNS برای حل مدل‌های یکپارچه و پیچیده PRP با درنظرگیری برون‌سپاری، به‌طور کامل مورد کاوش قرار نگرفته است.

بنابراین سهم و نوآوری این پژوهش ارایه یک مدل یکپارچه برای مساله مسیریابی تولید چندمحصوله با امکان برون‌سپاری و توسعه یک الگوریتم ترکیبی جدید PSO-VNS برای حل آن است. این رویکرد به طور همزمان به

[1] Green production routing problem
[2] Production routing problem with simultaneous delivery and pickup
[3] Production routing problem with privacy preserving
[4] Production routing problem under demand uncertainty
[5] Production routing problem with remanufacturing, simultaneous pickups and deliveries

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-04]
[DOI: 10.71773/jamlu-2026-1-2334]

بهینه‌سازی هزینه‌های تولید، نگهداری، برون‌سپاری و مسیریابی می‌پردازد و پاسخی مستقیم به خلاهای شناسایی‌شده در ادبیات موجود محسوب می‌شود. جدول ۱ جایگاه و تمایز مطالعه حاضر را در مقایسه با پژوهش‌های پیشین به طور خلاصه نشان می‌دهد.

جدول ۱. دسته‌بندی مقالات ادبیات تحقیق

منبع	سال	نوع مساله	هدف	الگوریتم حل
حبیبی و همکاران [۱۱]	۲۰۲۴	SDPPRP	مینیمم کردن هزینه های ساخت، بازیابی و مسیریابی	الگوریتم ابتکاری دو مرحله‌ای تکرارشونده
زوآدی و همکاران [۴]	۲۰۲۴	PRPPB	ماکزیمم کردن سود	الگوریتم تجزیه روباست جدید
بیاسوتو و همکاران [۱۹]	۲۰۲۴	PRPPP	مینیمم کردن هزینه‌های تولید، موجودی و مسیریابی	سیستم ترکیبی چند عاملی
گیجر [۲۳]	۲۰۲۴	SPRP	مینیمم کردن هزینه‌های تولید، موجودی و مسیریابی	روش ابتکاری مبتنی بر تقریب میانگین
وادست و همکاران [۱۲]	۲۰۲۳	MVPRP	مینیمم کردن هزینه‌های تولید، راه اندازی، حمل و نقل و نگهداری موجودی	مدل ریاضی ابتکاری چند مرحله ای
پیوستگار و همکاران [۱۷]	۲۰۲۳	GPRP	مینیمم کردن هزینه‌های عملیاتی و انتشار گاز دی اکسید کربن	ترکیب روش شاخه و برش با برنامه‌ریزی آرمانی فازی چند هدفه
فرقدانی و کریمی [۲۲]	۲۰۲۳	PRP-OT	مینیمم کردن هزینه‌های تولید، نگهداری، برون سپاری، کمبود، و مسیریابی	GA, SA, MSA
حاجی آقایی و همکاران [۱۴]	۲۰۲۳	DEVPRP	مینیمم کردن هزینه های ثابت و متغیرتولید، نگهداری موجودی و مسیریابی	HKASA ،HGASA
اسکنه کنبرگ و همکاران [۲۰]	۲۰۲۳	IRP and PRP	مینیمم کردن هزینه های نگهداری موجودی و مسیریابی	3FP-B&C
مانوساکیس و همکاران [۱۳]	۲۰۲۳	CPRP	مینیمم کردن هزینه های موجودی و مسیریابی	شاخه و برش
آلوارز و همکاران [۱۵]	۲۰۲۲	MPRP	مینیمم کردن هزینه های تولید، مسیریابی	شاخه و برش، جستجوی محلی
آلوارز و همکاران [۱۶]	۲۰۲۲	PRP for perishable	ماکزیمم کردن سود	شاخه و برش، ابتکاری
بوانان و بنادادا [۱۸]	۲۰۲۲	PRPSDP	مینیمم کردن هزینه های عملیاتی و انتشار کربن	مدلسازی ریاضی
عطار و همکاران [۲۱]	۲۰۲۲	EVPRP	مینیمم کردن هزینه های راه اندازی، نگهداری و مشتری ، مسیریابی	LBBD
زدام و همکاران [۲۴]	۲۰۲۲	MOPRP	مینیمم کردن هزینه های تولید، مسیریابی	الگوریتم ابتکاری ال پی – متریک
چیو و همکاران [۲۵]	۲۰۱۸	PRPRPD	مینیمم کردن هزینه های راه اندازی، نگهداری موجودی مسیریابی	الگوریتم جستجوی هدایت شده شاخه و برش
چیو و همکاران [۲۶]	۲۰۱۸	PRPTW	مینیمم کردن هزینه های تولید، مسیریابی	الگوریتم شاخه و برش
صالحی سریژن و بهنامیان [۹]	۲۰۲۰	MPRP-OS-with carbon emissions	مینیمم کردن هزینه¬های تولید، برونسپاری ، هزینه های مسیریابی و انتشار کربن	الگوریتمPSO
مطالعه حاضر	-	MPRP-OS	مینیمم کردن هزینه¬های تولید ، برونسپاری ، هزینه¬های نگهداری موجودی در انبار کارخانه و مشتریان، هزینه های مسیریابی	الگوریتمPSO ، PSO-VNS

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-04]

[DOI: 10.71773/jamlu-2026-1-2334]

۳ بیان مساله و مدل‌سازی

این پژوهش به مدل‌سازی و حل مساله مسیریابی تولید چندمحصوله، چندوسیله‌ای و چند دوره‌ای با در نظرگیری امکان برون‌سپاری می‌پردازد.

۳-۱ مدل مسیریابی تولید با برونسپاری

یک گراف کامل $G=(N,A)$ با مجموعه‌ای از گره‌ها $N=\{0,1,2,.....,n\}$ با کمان‌های ارتباطی $A=\{(i,j):i,j\in N,i\neq j\}$ وجود دارد. کارخانه مورد مطالعه مجموعه‌ای از محصولات را با نماد $P=\{0,1,2,.....,|p|\}$ تولید می‌کند. ظرفیت تولیدی کارخانه با C و ظرفیت انبارش آن در گره مرکزی (گره صفر) با U_0 مشخص می‌شود. ناوگانی از وسایل حمل‌ونقل همگن با مجموعه $K=\{0,1,2,.....,k\}$ و ظرفیت بارگیری یکنواخت V برای انتقال محصولات از کارخانه به مشتریان در دسترس است. مجموعه مشتریان با $R=\{1,2,.....,n\}$ نمایش داده می‌شود که در نقاط مختلف یک گراف مکانی پراکنده شده‌اند. هر مشتری $i\in R$ دارای ظرفیت انبار U_i بوده و d_i^{pt} نشان دهنده تقاضای مشتری i برای هر محصول $p\in P$ در هر دوره زمانی $t\in T$ که مجموعه آن با $T=\{0,1,2,.....,T\}$ به‌عنوان افق زمانی برنامه‌ریزی تعریف می‌شود. در این مطالعه مساله چندمحصوله مسیریابی تولید با برونسپاری (MPRP-OS) با فرضیات زیر در نظر گرفته می‌شود [۹].

- هر وسیله نقلیه مسیر خود را از کارخانه آغاز کرده و در همان نقطه نیز به پایان می‌رساند.
- هر وسیله نقلیه در هر دوره زمانی تنها مجاز به انجام یک مسیر (سفر) است.
- در هر دوره ممکن است برخی از محصولات تولید نشوند و همچنین امکان دارد تعدادی از مشتریان مورد بازدید قرار نگیرند.
- ظرفیت بارگیری هر وسیله نقلیه محدود است.
- ناوگان حمل‌ونقل مورد استفاده همگن بوده و تمامی وسایل نقلیه دارای ویژگی‌ها و ظرفیت‌های مشابه هستند.
- کمبود موجودی (عدم تأمین تقاضا) مجاز نمی‌باشد.
- در هر دوره، امکان نگهداری موجودی در انبار کارخانه و نیز در انبار مشتریان وجود دارد.
- ظرفیت انبار کارخانه و انبار مشتریان برای نگهداری موجودی محدود است.
- هر مشتری در هر دوره حداکثر می‌تواند توسط یک وسیله نقلیه مورد بازدید قرار گیرد.
- امکان برونسپاری (تولید از طریق پیمانکاران خارج از کارخانه) برای محصولات وجود دارد.

۳-۲ شاخص‌ها، مجموعه‌ها، پارامترها و متغیرهای تصمیم

شاخص‌ها

شاخص گره‌ها	$(i,j)\quad i,j\in N$

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-04]

[DOI: 10.71773/jamlu-2026-1-2334]

شاخص دوره زمانی	$t \quad t \in T$
شاخص وسیله نقلیه	$k \quad k \in K$
شاخص محصول	$p \quad p \in P$

پارامترها

هزینه مسیریابی بین گره i و j	c_{ij}
هزینه تولید یک واحد محصول p	a_p
هزینه برونسپاری یک واحد محصول p	e_p
هزینه راه اندازی تولید محصول p	b_p
ظرفیت تولید	C
مقدار تقاضای مشتری i برای محصول p در دوره t	d_i^{pt}
ظرفیت انبار در محل مشتری i	U_i
هزینه نگهداری محصول p در محل مشتری i	h_i^p
موجودی محصول p در محل مشتری i در دوره صفر	I_i^{p0}
میزان ظرفیت وسیله نقلیه	V

متغیرهای تصمیم

میزان تولید محصول p در دوره t	q_{pt}
مقدار محصول p که برای مشتری i در دوره t برونسپاری می شود	Z_i^{pt}
اگر محصول p در دوره t تولید شود برابر با یک و در غیر این صورت صفر است.	w_{pt}
مقدار موجودی محصول p که در محل مشتری i در دوره t نگهداشته می شود	I_i^{pt}
مقدار محصول حمل شده p که بوسیله وسیله نقلیه k برای مشتری i در دوره t	y_i^{pkt}
اگر مشتری i در دوره t بوسیله وسیله نقلیه k خدمت رسانی شود برابر با یک و در غیر این صورت صفر است.	v_i^{kt}
اگر وسیله نقلیه k از گره i به گره j در دوره t سفر کند برابر با یک و در غیر این صورت صفر است.	x_{ij}^{kt}

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-04]

[DOI: 10.71773/jamlu-2026-1-2334]

۳-۳ مدل MPRP-OS

در مدل ارایه‌شده، تابع هدف (۱) از نوع کمینه‌سازی بوده و از چهار مؤلفه اصلی تشکیل شده است. بخش نخست، هزینه‌های کل تولید محصولات را در بر می‌گیرد. بخش دوم، بیانگر هزینه‌های برونسپاری تولید است. بخش سوم، هزینه‌های نگهداری موجودی در انبار کارخانه و مشتریان را در طول افق زمانی محاسبه می‌کند و بخش چهارم، به کل هزینه‌های مسیریابی در تمامی دوره‌های افق زمانی اختصاص دارد. محدودیت‌های (۲) و (۳) به‌ترتیب موازنه موجودی را برای کارخانه و مشتریان برقرار می‌سازند. محدودیت (۴) اطمینان می‌دهد که میزان کل تولید در هر دوره از ظرفیت تولیدی مجاز کارخانه تجاوز نکند. مطابق محدودیت (۵)، در صورتی که فرآیند تولید فعال نباشد، مقدار تولید هر محصول باید برابر صفر باشد. محدودیت (۶) محدودیت ظرفیت انبار کارخانه و مشتریان را در نگهداری موجودی نمایش می‌دهد. محدودیت (۷) به ظرفیت بارگیری وسایل نقلیه مربوط است. محدودیت (۸) تضمین می‌کند که در صورتی که مشتری i در دوره t توسط وسیله نقلیه k مورد بازدید قرار گیرد، کالای مربوطه به او تحویل داده شود. محدودیت (۹) از تحویل مستقیم کالا از کارخانه به‌صورت غیرمجاز

$$\min \sum_{p\in P}\sum_{t\in T}(a_p q_{pt}+b_p w_{pt})+\sum_{i\in R}\sum_{p\in P}\sum_{t\in T}e_p Z_i^{pt}+\sum_{i\in N}\sum_{p\in P}\sum_{t\in T}h_i^p I_i^{pt}+\sum_{(i,j)\in A}\sum_{k\in K}\sum_{t\in T}c_{ij}x_{ij}^{kt} \quad (۱)$$

$$I_{\cdot}^{pt}=I_{\cdot}^{p,t-1}+q_{pt}-\sum_{i\in R}\sum_{k\in K}y_i^{pkt},\ \forall p\in P,t\in T \quad (۲)$$

$$I_i^{pt}=I_i^{p,t-1}+Z_i^{pt}+\sum_{k\in K}y_i^{pkt}-d_i^{pt},\ \forall i\in R,p\in P,t\in T \quad (۳)$$

$$\sum_{p\in P}q_{pt}\le C,\ \forall t\in T \quad (۴)$$

$$q_{pt}\le Cw_{pt},\forall p\in P,t\in T \quad (۵)$$

$$\sum_{p\in P}I_i^{pt}\le U_i,\forall i\in N,t\in T \quad (۶)$$

$$\sum_{i\in R}\sum_{p\in P}y_i^{pkt}\le V,\forall k\in K,t\in T \quad (۷)$$

$$\sum_{p\in P}y_i^{pkt}\le Vv_i^{kt},\forall i\in R,k\in K,t\in T \quad (۸)$$

$$\sum_{k\in K}v_i^{kt}\le 1,\forall i\in R,t\in T \quad (۹)$$

$$\sum_{j\in N\setminus\{i\}}x_{ij}^{kt}=\sum_{j\in N\setminus\{i\}}x_{ji}^{kt},\forall i\in N,k\in K,t\in T \quad (۱۰)$$

$$\sum_{j\in N\setminus\{i\}}x_{ij}^{kt}=v_i^{kt},\forall i\in R,k\in K,t\in T \quad (۱۱)$$

$$\sum_{i\in R}x_{\cdot i}^{kt}\le 1,\forall k\in K,t\in T \quad (۱۲)$$

$$\sum_{i\in S}\sum_{j\in S\setminus\{i\}}x_{ij}^{kt}\le|S|-1,\forall S\subseteq R,|S|\ge 2,k\in K,t\in T \quad (۱۳)$$

$$q_{pt}\ge 0,\forall p\in P,t\in T \quad (۱۴)$$

$$Z_i^{pt}\ge 0,\forall i\in R,p\in P,t\in T \quad (۱۵)$$

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-04]

[DOI: 10.71773/jamlu-2026-1-2334]

$$I_i^{pt} \geq ۰, \forall i \in N, p \in P, t \in T \quad (۱۶)$$

$$y_i^{pkt} \geq ۰, \forall i \in R, p \in P, k \in K, t \in T \quad (۱۷)$$

$$w_{pt} \in \{۰,۱\}, \forall p \in P, t \in T \quad (۱۸)$$

$$v_i^{kt} \in \{۰,۱\}, \forall i \in R, k \in K, t \in T \quad (۱۹)$$

$$x_{ij}^{kt} \in \{۰,۱\}, \forall (i,j) \in A, k \in K, t \in T \quad (۲۰)$$

جلوگیری می‌کند. محدودیت (۱۰) شرط توازن ورود و خروج وسایل نقلیه به هر گره را تضمین می‌نماید. به‌علاوه، محدودیت (۱۱) بیان می‌کند که اگر مشتری j در یک دوره مشخص مورد بازدید قرار گیرد، تنها یک مشتری می‌تواند پیش از او در مسیر تحویل کالا قرار داشته باشد. محدودیت (۱۲) نیز مشخص می‌سازد که هر وسیله نقلیه در هر دوره زمانی تنها مجاز به انجام یک سفر است. برای جلوگیری از تشکیل زیرتورهای غیرمجاز، محدودیت (۱۳) در مدل لحاظ شده است. در نهایت، محدودیت‌های (۱۴) تا (۲۰) دامنه‌ی متغیرهای تصمیم مدل را تعیین می‌کنند. به‌منظور اعتبارسنجی مدل توسعه‌یافته‌ی MPRP-OS، یک مطالعه‌ی موردی شامل ۵ مشتری، ۲ وسیله نقلیه، ۲ نوع محصول و ۲ دوره زمانی طراحی و با استفاده از نرم‌افزار GAMS حل و تحلیل شده است. لازم به ذکر است در این مثال هزینه ی حمل و نقل دارای توزیع یکنواخت در بازه ی ۱۰ و ۵۰ واحد پولی، هزینه نگهداری محصول اول یک واحد پولی و محصول دوم دو واحد پولی، ظرفیت خودروها ۵۰۰، ظرفیت تولید ۱۰۰۰ در نظر گرفته شده است. جدول ۲ میزان تقاضای مشتریان برای محصولات در دوره های زمانی را نشان می دهد.

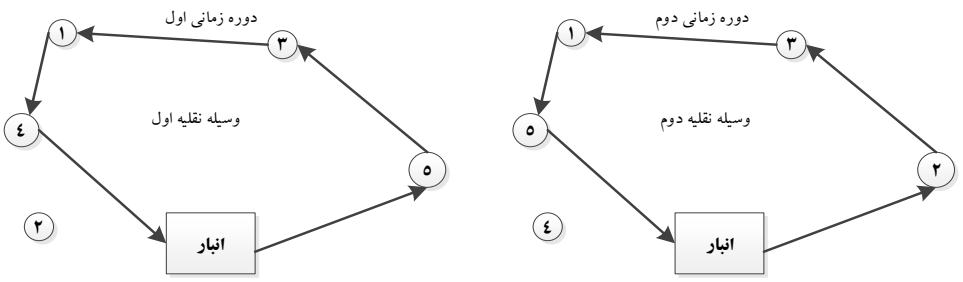
جدول ۲. جزئیات یک مثال عددی

مشتری	$T=۱, P=۱$	$T=۱, P=۲$	$T=۲, P=۱$	$T=۲, P=۲$
۱	۹	۱۰	۱۲	۱۳
۲	۴	۵	۷	۸
۳	۲	۴	۸	۱۰
۴	۱	۳	۷	۹
۵	۲۱	۱۹	۱۸	۲۵

شکل ۱ نمودار مسیریابی تولیدشده این مثال را در دو دوره‌ی زمانی نشان می‌دهد. همان‌طور که مشاهده می‌گردد وسیله نقلیه اول در دوره‌ی زمانی اول بعد از خدمت‌رسانی به مشتریان ۵، ۱،۳ و ۴ به انبار بر می‌گردد و در این دوره زمانی مشتری ۲ را بازدید نمی‌کند. همچنین وسیله نقلیه دوم در دوره‌ی زمانی دوم به ترتیب به مشتریان ۲، ۳، ۱ و ۵ خدمت‌رسانی می‌کند و در نهایت به انبار بر می‌گردد. در این مثال میزان هزینه‌ها شامل مسیریابی، تولید، نگهداری و برونسپاری ۶۶۸ واحد پولی به‌دست آمده است.

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-04]

[DOI: 10.71773/jamlu-2026-1-2334]



شکل ۱. مسیرهای به‌دست آمده برای مثال عددی

٤ الگوریتم های حل

مساله‌ی مسیریابی وسایل نقلیه (VRP) در زمره‌ی مسایل NP-hard قرار دارد [۲۷]. بر این اساس، مساله‌ی مسیریابی تولید با در نظر گرفتن برونسپاری نیز به همین طبقه از مسایل تعلق دارد. ازاین‌رو، به‌کارگیری روش‌های دقیق تنها در مقیاس‌های کوچک و برای نمونه‌های با ابعاد محدود امکان‌پذیر است، زیرا با افزایش اندازه‌ی مساله، پیچیدگی محاسباتی به‌صورت نمایی رشد می‌یابد. برای حل مدل پیشنهادی الگوریتم فرا ابتکاری مانند بهینه‌سازی ازدحام ذرات[1] (PSO) و PSO-VNS پیشنهاد می‌گردد.

٤-١ الگوریتم بهینه سازی گروه ذرات

رایج‌ترین استراتژی‌ها برای حل مسایل بهینه‌سازی NP-hard، الگوریتم‌های فرا ابتکاری مانندPSO، الگوریتم شبیه‌سازی تبرید[2] (SA)، VNS و سایر روش‌های جستجوی محلی می‌باشند. در این راستا، استفاده گسترده از الگوریتم PSO، عمدتاً در سال‌های گذشته، به دلیل مزایای آن نسبت به سایر روش‌های بهینه‌سازی است [۲۸]. برخی از مزایای اصلی این روش پیاده‌سازی آسان، عدم نیاز به مشتق تابع هدف، عدم حساسیت به مقیاس متغیرها و مقدار تابع هدف و توانایی رها شدن از نقاط بهینه محلی می‌باشند[۲۹]. الگوریتم PSO برای مسایل با ساختار حل پیچیده به‌طور موثر کار می‌کند و ممکن است به‌سرعت به تغییراتی در موضوعی که در زندگی واقعی رخ می‌دهد تغییر کند. هم‌چنین نسبت به سایر الگوریتم‌های مبتنی بر جمعیت، نرخ همگرایی سریع‌تری دارد[۳۰]. الگوریتم PSO در سال ۱۹۹۵ برای اولین بار توسط کندی و ابرهارت معرفی شد. این الگوریتم در ابتدا برای شبیه‌سازی پرواز دسته‌جمعی پرندگان مورداستفاده قرار می‌گرفت ولی پس از ساده‌سازی الگوریتم اولیه مشاهده شد که این الگوریتم درواقع یک نوع عمل بهینه‌سازی را انجام می‌دهد و به همین علت می‌تواند برای حل سایر مسایل بهینه‌سازی نیز استفاده شود [۳۱]. الگوریتم PSO یک الگوریتم جستجوی اجتماعی است. در PSO، ذرات در فضای جستجو جاری می‌شوند. تغییر مکان ذرات در فضای جستجو تحت تاثیر تجربه خودشان و همسایگانشان است؛ بنابراین موقعیت دیگر توده ذرات روی چگونگی جستجوی یک‌ذره اثر می‌گذارد. نتیجه‌ی مدل‌سازی این رفتار اجتماعی فرایند جستجویی است که ذرات به سمت نواحی موفق میل می‌کنند. ذرات از یکدیگر می‌آموزند

[1] Particle swarm optimization
[2] Simulated annealing

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-04]
[DOI: 10.71773/jamlu-2026-1-2334]

و بر مبنای دانش به‌دست‌آمده به سمت بهترین همسایگان خود می‌روند. اساس کار PSO بر این اصل استوار است که در هرلحظه هر ذره مکان خود را در فضای جستجو با توجه به بهترین مکانی که تاکنون در آن قرارگرفته است و بهترین مکانی که در کل همسایگی‌اش وجود دارد، تنظیم می‌کند. اصول این الگوریتم در رابطه‌های (۲۱) و (۲۲) آمده است:

$$v_{it} = w_t v_{it-1} + c_1 r_1 [pbest_i - x_{it-1}] + c_2 r_2 [gbest - X_{it-1}] \quad (۲۱)$$

$$x_{it} = x_{it-1} + v_{it} \quad (۲۲)$$

که $X_i(t)$ موقعیت ذره i در لحظه t، $V_i(t)$ سرعت ذره i در لحظه t، $pbest_i$ بهترین خاطره ذره i، gbest بهترین خاطره کل ذرات، w_t ضریب اینرسی در لحظه t، c_1 ضریب یادگیری شخصی، c_2 ضریب یادگیری جمعی و r_1 و r_2 بردارهای تصادفی می‌باشند. هم‌چنین $w_t V_i(t-1)$ نشان‌دهنده تأثیر سرعت فعلی ذره، $c_1 r_1 [pbest_i - X_i(t-1)]$ نشان‌دهنده تأثیر مکان بهترین همسایه و $c_2 r_2 [gbest - X_i(t-1)]$ نشان‌دهنده تأثیر بهترین مکان ذره تاکنون است[۳۲].

٤-۲ الگوریتم پیشنهادی PSO-VNS

الگوریتم VNS، نخستین بار در سال ۱۹۹۷، توسط میلادینوویچ و هانسن [۳۳]، برای حل مسایل بهینه‌سازی ترکیبیاتی مطرح گردید. آسانی در پیاده‌سازی و کیفیت جواب‌های به‌دست‌آمده از این الگوریتم، VNS را در حل مسایل بهینه‌سازی، به یکی از روش‌های پرکاربرد تبدیل کرده است. VNS بر پایه تغییرات سیستماتیک ساختار همسایگی است که برای جستجوی جواب بهینه در فضای مسایل بهینه‌سازی ترکیباتی به کار می‌رود. این الگوریتم ساختارهای همسایگی مناسب و متنوع را اعمال کرده و به‌این‌ترتیب جستجوی جواب را در نواحی مختلف از فضای جواب انجام می‌دهد[۳۴]. ایده اصلی این الگوریتم، اکتشاف همسایگی‌های از پیش تعیین‌شده است تا از این طریق یک جواب بهتر تولید شود. یکی از ویژگی‌های الگوریتم PSO ویژگی همگرایی زودهنگام و گرفتار شدن در دام نقاط بهینه محلی است. درواقع وقتی با PSO به یک‌راه حل بهینه محلی می‌رسیم، همه ذرات در اطراف آن جمع می‌شوند و فرار از این بهینه محلی مشکل می‌شود علاوه بر این، وجود ساختارهای همسایگی در الگوریتم VNS، به الگوریتم PSO کمک می‌کند تا از نقاط بهینه محلی به بهینه سراسری پرش داشته باشد؛ بنابراین برای جلوگیری از همگرایی زودهنگام PSO ، ترکیبی از الگوریتم VNS وPSO راهی برای اطمینان از همگرایی سریع‌تر جستجو است، هم‌چنین VNS به دلیل توانایی قوی در جستجوی محلی، جستجو را از حالت بهینه محلی خارج می‌کند. در این مطالعه در الگوریتم PSO در هنگام بروز رسانی بهترین خاطره شخصی هر ذره الگوریتم VNS اجرا می‌گردد. به این شکل که اگر بهترین خاطره شخصی بر ذره‌ی X_i غلبه کند یعنی در مکان ذره بهبودی حاصل نگردد الگوریتم VNS با توجه به ساختارهای همسایگی مناسب اجرا می‌گردد. شبه کد الگوریتم PSO- VNS در الگوریتم ۱ آورده شده است.

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-04]

[DOI: 10.71773/jamlu-2026-1-2334]

الگوریتم ۱. شبه کد الگوریتم PSO-VNS

1- Initialize the parameters $(N_{pop}, x_{min}, x_{max}, max_{iter}, v_{min}, v_{max}, Wdamp, w_t)$
2- Uniformly randomly initialize each particle $x_i (i = ۱,۲,....., N_{pop})$ in the swarm
3- Generate the initial velocities $v_i (i = ۱,۲,....., N_{pop})$ for each particle randomly
4- Evaluate the fitness value of each particle using the objective function f
5- Set pbest and gbest in the swarm
6- While iter $\leq max_{iter}$ do
7- For i=1: N_{pop} (all particle) do
8- Update the velocity v_i
9- Update the position of x_i
10- Calculate the fitness values of the new particle x_i
11- if x_i is better than $pbest_i$
12- set x_i to be $pbest_i$
13- End if
14. if $pbest_i$ dominate x_i
15. insert x_i to start point for VNS
16. Y_i neighborhood for x_i created VNS
17. if Y_i dominate $pbest_i$
18. Set Y_i to be $pbest_i$
19. End if
20. End if
21. if x_i non dominate $pbest_i$ and $pbest_i$ non-dominate x_i
22. select x_i or $pbest_i$ randomly
23. end if
24. End for *Update* $w_t = w_{t-۱}$.Wdamp
25. *iter=iter+1*
26. End while

٤-۳ نمایش ذرات

ساختار کلی نمایش یک ذره برای مساله‌ی حاضر به‌صورت یک کروموزوم با طول t*(i+k-1+p+(i*p)) بیت تعریف می‌شود. مقدار هر یک از این بیت‌ها در الگوریتم PSO یک عدد حقیقی است که در فرآیند جست‌وجو به‌روزرسانی می‌گردد. در این ساختار، i نشان‌دهنده‌ی تعداد گره‌ها به‌جز گره مبدأ، k تعداد وسایل نقلیه، p تعداد کالاها و tتعداد دوره‌های زمانی است. به عنوان نمونه، برای مساله‌ای با ۵ مشتری، ۲ کالا، ۴ وسیله نقلیه و ۳ دوره زمانی، ساختار کروموزوم مطابق جدول ۲ تعریف می‌شود. هر سطر از کروموزوم بیانگر یک دوره زمانی است. در مرحله‌ی اولیه، مقادیر کروموزوم به‌صورت تصادفی و بر اساس توزیع یکنواخت تولید می‌گردند. سپس برای ادامه‌ی محاسبات، کروموزوم به سه بخش اصلی تقسیم می‌شود که در جدول ۳ بخش‌های متمایز آن با حروف پررنگ مشخص شده‌اند. در هر سطر، $i+k-۱$ بیت نخست مربوط به مشتریانی است که در آن دوره توسط وسایل نقلیه بازدید شده‌اند. در ادامه، بیت‌های $i+k$ تا $i+k+p$ میزان تولید هر یک از کالاها را در همان دوره را نشان می‌دهند(q_{pt}). بخش سوم، یعنی بیت‌های از $i+k+p$ تا انتهای سطر، مقدار کالایی را مشخص می‌کند که در آن دوره به هر یک از مشتریان ارسال شده است. به‌طور دقیق‌تر، این بخش بیانگر میزان کالای نوع p است

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-04]
[DOI: 10.71773/jamlu-2026-1-2334]

که توسط وسیله‌ی نقلیه به مشتری i در دوره‌ی t منتقل می‌شود(y_i^{pkt}). با توجه به فرضیات مدل، هر مشتری در هر دوره تنها یک‌بار مورد بازدید قرار می‌گیرد. بنابراین اگر در دوره‌ی t، یک وسیله‌ی نقلیه مقداری از کالای p را به مشتری i تحویل دهد، سایر وسایل نقلیه در همان دوره مجاز به خدمت‌دهی به آن مشتری نخواهند بود و مقدار متغیر مربوطه برای سایر وسایل نقلیه صفر در نظر گرفته می‌شود. بر این اساس، می‌توان اندیس k را حذف کرد که این کار ضمن ساده‌سازی مدل، موجب افزایش سرعت همگرایی الگوریتم فراابتکاری می‌گردد. برای تعیین مسیرهای پیموده‌شده توسط وسایل نقلیه بر اساس کروموزوم، بخش اول کروموزوم مورد بررسی قرار می‌گیرد. در این ساختار، سطر اول به دوره‌ی اول، سطر دوم به دوره‌ی دوم و به همین ترتیب آخرین سطر به آخرین دوره زمانی مربوط است. به‌عنوان مثال، در مساله‌ی نمونه‌ی فوق اگر مسیرهای طی‌شده در دوره‌ی اول مد نظر باشد، $i+k-1$ سلول نخست (یعنی ۸ سلول اول سطر اول) در نظر گرفته می‌شود. فرض کنید مقادیر این بیت‌ها مطابق جدول ۴ باشند. در این حالت، به هر بیت یک رتبه اختصاص داده می‌شود؛ به‌گونه‌ای که کوچک‌ترین مقدار رتبه‌ی ۱، مقدار بعدی رتبه‌ی ۲ و به همین ترتیب ادامه می‌یابد. سپس بر اساس این رتبه‌ها، کروموزوم جدیدی با همان اندازه ساخته می‌شود که شامل رتبه‌های متناظر با بیت‌های کروموزوم اولیه است. در نتیجه، فرایند رتبه‌بندی حاصل از کروموزوم جدول ۴ منجر به تشکیل کروموزوم جدیدی به‌صورت جدول ۵ می‌شود.

جدول ۳. ساختار کروموزوم یک مساله با ۵ مشتری، ۲ محصول، ۴ وسیله نقلیه و ۳ دوره زمانی

q11	q21	Y111	Y121	Y211	Y221	Y311	Y321	Y411	Y421	Y511	Y521
q12	q22	Y112	Y122	Y212	Y222	Y312	Y322	Y412	Y422	Y512	Y522
q13	q21	Y113	Y123	Y213	Y223	Y313	Y323	Y413	Y423	Y513	Y523

جدول ٤. کروموزوم مسیرهای طی شده توسط وسایل نقلیه مثال در دوره اول

۱.۵	۴.۳	۲.۲	۳.۵		۲.۴	۲.۷	۱.۷	۱.۸

جدول ۵. رتبه بندی کروموزوم مثال

۱	۴	۸	۷	۵	۶	۲	۳

با مشخص کردن مقادیر سلول هایی که بزگتر از تعداد مشتریان هستند به جدول ۶ می رسیم.

جدول ٦. کروموزوم نهایی مثال

۱	۸	۴	۷	۵	۶	۲	۳

کروموزوم ارایه‌شده در جدول ۶، با نادیده گرفتن سلول‌های پررنگ، به چهار بخش تقسیم می‌شود که هر بخش متناظر با یکی از وسایل نقلیه است. هر بخش، مقادیر مشتریانی را نشان می‌دهد که وسیله نقلیه مربوطه در دوره‌ی زمانی مشخص با آن‌ها ملاقات می‌کند. مسیرهای مربوط به چهار وسیله نقلیه برای کروموزوم مورد نظر در جدول ۷ خلاصه شده‌اند. در این جدول، گره D نمایانگر موقعیت کارخانه است.

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-04]

[DOI: 10.71773/jamlu-2026-1-2334]

جدول ۷. مسیریابی نهایی مثال

D <----۱<---- D	مسیر وسیله نقلیه اول در دوره اول
D<----۴<---- D	مسیر وسیله نقلیه دوم در دوره اول
D ---->۵--->D	مسیر وسیله نقلیه سوم در دوره اول
D ---->۲--->۳--->D۰	مسیر وسیله نقلیه چهارم در دوره اول

۵ نتایج محاسباتی

الگوریتم‌های دقیق رسیدن به جواب بهینه را تضمین می‌کنند. اما این الگوریتم‌ها توانایی حل مسایل در ابعاد کوچک را برای مسایل در رده NP-hard دارند. همچنین حجم محاسباتی این الگوریتم‌ها با افزایش ابعاد مساله به سرعت زیاد شده و اغلب دچار خطای محاسباتی گرد کردن و یا کمبود حافظه مورد نیاز می‌شوند. برای رفع این عیب روشی کارا برای پیدا کردن جواب‌های نزدیک به بهینه بر مبنای الگوریتم فراابتکاری بهینه‌سازی گروه ذرات (PSO) و PSO-VNS طراحی شده است. برای محاسبات از نرم افزار متلب ۲۰۲۱ و همچنین از نرم افزار گمز ورژن ۲۵.۰.۲ ، بر روی سیستم با پردازنده ۲/۵ گیگا هرتز و حافظه ۸ گیگا بایت استفاده شده است. در این تحقیق مقادیر پارامترهای مدل مربوط به مسیریابی تولید، تعداد مشتری ها بین ۱ تا ۱۰، تعداد دوره های زمانی حداکثر ۴، تعداد وسایل نقلیه و محصولات حداکثر، هزینه نگهداری محصولات بین ۱ تا ۸، تقاضای مشتریان به شکل تصادفی در بازه ۱۰ تا ۵۲ در نظر گرفته شده است.

۵-۱ تنظیم پارامتر

در مورد الگوریتم‌های فرا ابتکاری فاکتورها و پارامترهای زیادی وجود دارند که هر یک از این‌ها بر روی نتایج نهایی و کارایی الگوریتم‌ها اثر دارند؛ بنابراین دستیابی به ترکیب مناسبی از این عوامل می‌تواند عملکرد الگوریتم‌ها را تا حدود زیادی بهبود بخشد. در این راستا رویکردهای طراحی آزمایش‌ها مثل فاکتوریل کامل[1]، سطح پاسخ[2] و روش تاگوچی[3] به‌طور گسترده برای تخمین پارامترهای الگوریتم‌ها مورداستفاده قرار می‌گیرد. در این مطالعه برای برآورد بهینه پارامترهای الگوریتم PSO از روش تاگوچی استفاده‌شده است. روش تاگوچی بر اساس دو ابزار آرایه‌های متعامد[4] (OA) و نسبت پاسخ بر اغتشاش[5] (S/N) عمل می‌کند. روش تاگوچی با استفاده از OA تعداد آزمایش‌ها را بسیار کاهش داده است. این آرایه‌ها با ویژگی‌های خاصی از بین تعداد کل آزمایش‌ها درروش فاکتوریل کامل انتخاب می‌شوند. در این روش S سیگنال متغیر پاسخ و درحالی‌که N نویز انحراف استاندارد را نشان می‌دهد. ازاین‌رو، نسبت میزان تغییرات موجود در متغیر پاسخ را نشان می‌دهد. هدف تاگوچی به حداکثر رساندن نسبت S/N است[۳۵, ۳۶]. پارامترهای استفاده‌شده در الگوریتم PSO به همراه مقادیر بهینه آن‌ها در جدول ۸ آورده شده است. برای هر پارامتر ۵ سطح در نظر گرفته‌شده است.

[1] Full factorial
[2] Response surface method
[3] Taguchi method
[4] Orthogonal arrays
[5] Ratio signal-to-noise

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-04]
[DOI: 10.71773/jamlu-2026-1-2334]

جدول ۸. سطوح مختلف الگوریتم PSO

پارامتر	نماد	مقدار اولیه سطوح					مقدار بهینه
		۱	۲	۳	۴	۵	
ماکزیمم تکرار	maxIt	۱۰۰	۲۰۰	۳۰۰	۴۰۰	۵۰۰	۲۰۰
تعداد جمعیت	npop	۱۰	۲۰	۳۰	۴۰	۵۰	۵۰
نسبت افت ضریب اینرسی	wdamp	۰/۵	۰/۶	۰/۷	۰/۸	۰/۹۹	۰/۵
ضریب یادگیری شخصی	C1	۱	۱/۵	۲	۳	۴	۱/۵
ضریب یادگیری جمعی	C2	۱	۱/۵	۲	۳	۴	۲

۵-۲ نتایج عددی نمونه‌های کوچک و متوسط

به منظور سنجش اعتبار الگوریتم‌های دقیق و فراابتکاری در حل مسایل با ابعاد کوچک، نتایج حاصل از این روش‌ها با یکدیگر مقایسه شده است. جدول ۹ نتایج حل مدل با استفاده از روش دقیق و الگوریتم‌های فراابتکاری PSOو PSO-VNS را برای ۴۸ نمونه‌ی مساله نمایش می‌دهد. در ستون اول جدول ۹، اندازه نمونه‌ها به صورت چهارتایی I-K-T-P نوشته شده است که I بیانگر تعداد مشتریان، K بیانگر تعداد وسایل نقلیه، T بیانگر تعداد دوره‌ها و P بیانگر تعداد محصولات می‌باشد. در ابعاد کوچک تعداد محصولات ۲ تا ۳، تعداد مشتری ۵ تا ۱۰، تعداد وسایل نقلیه ۲ تا ۳ و تعداد دوره ها ۱ تا ۴ در نظر گرفته شده‌اند. لازم به ذکر است که با توجه به عدم تاثیر تغییر تعداد وسایل نقلیه بر مقدار تابع هدف و تأثیر آن تنها بر زمان اجرا، در این جدول تعداد وسایل نقلیه ثابت و برابر ۳ در نظر گرفته شده است. برای هر روش حل دو ستون آورده شده است. ستون اول هر روش مقدار تابع هدف را نشان می‌دهد که برابر مجموع هزینه‌های تولید، موجودی و مسیریابی می‌باشد. در ستون دوم هر روش، زمان حل مسایل ارایه شده است. زمان‌ها در جداول بر اساس ثانیه هستند. پاسخ‌های نرم افزار گمز برای رسیدن به جواب در ۱۸۰۰ ثانیه (۳۰ دقیقه) قرار داده شده است. در صورت عدم توانایی نرم افزار برای حل در زمان کمتر میزان تابع هدف ارایه شده در ثانیه ۱۸۰۰ ارایه شده است. نتایج تحقیق نشان می‌دهد وقتی ابعاد مساله مسیریابی تولید بزرگ‌تر باشد کارایی الگوریتم دقیق به شدت پایین می‌آید. حل دقیق تا ابعاد ۵ مشتری، ۴ دوره و ۳ وسیله نقلیه با تعداد محصولات کمتر از ۳ را می‌تواند در زمان کمتر از ۱۸۰۰ ثانیه حل کند. برای مثال در حالتی که ۱۰ مشتری در مدل لحاظ می گردد مشاهده می‌شود که توانایی نرم افزار قابلیت دقیق حل کردن مساله در ۱۸۰۰ ثانیه را ندارد. در برابر الگوریتم دقیق الگوریتم فراابتکاری در مسایلی که ابعاد مساله بزرگتر می‌شود کارایی بهتری از نظر زمان دارد، همانطور که از جدول ۹ مشاهده می‌شود در الگوریتم PSO-VNS هرچه ابعاد مساله بزرگتر می‌شود در مقایسه با الگوریتم PSO زمان اجرای کمتری نیاز دارد. همچنین مقدار تابع هدف الگوریتم ترکیبی PSO-VNS در برابر الگوریتم PSO کمتر است.

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-04]

[DOI: 10.71773/jamlu-2026-1-2334]

جدول ۹. نتایج عددی نمونه های با ابعاد کوچک

ردیف	نمونه	GAMS		الگوریتم PSO		الگوریتم PSO-VNS	
	I-K-T-P	مقدار تابع هدف	زمان (ثانیه)	مقدار تابع هدف	زمان (ثانیه)	مقدار تابع هدف	زمان (ثانیه)
۱	۵-۳-۴-۳	۱۲۴۰۰	۳۳/۹۴	۱۳۸۲۱	۶۴/۲۴	۱۲۵۶۵	۵۴/۱۱
۲	۵-۳-۳-۳	۸۵۷۰	۴۸/۵۳	۹۸۰۶	۴۹/۶۵	۸۷۸۲	۳۸/۶۷
۳	۵-۳-۲-۳	۵۴۶۰	۹/۳۸	۴۹۷۵	۵۰/۷۸	۵۵۷۳	۴۱/۲۳
۴	۵-۳-۱-۳	۲۴۲۰	۰/۳۶	۱۹۸۹	۳۰/۳۷	۲۵۲۷	۲۷/۱۷
۵	۵-۳-۴-۲	۷۹۴۰	۱۰۸	۱۳۴۲۲	۵۹/۶۸	۸۰۵۲	۴۸/۷۶
۶	۵-۳-۳-۲	۵۴۷۰	۱۵	۹۵۱۳	۵۷/۴۵	۶۵۸۳	۴۵/۲۳
۷	۵-۳-۲-۲	۳۴۷۰	۱/۲۲	۵۹۲۳	۴۷/۱۵	۴۵۷۸	۳۶/۱۹
۸	۵-۳-۱-۲	۱۵۲۰	۰/۳	۱۸۶۰	۳۰/۳۷	۱۶۳۲	۱۹/۸۷
۹	۶-۳-۴-۳	۱۴۵۰۰	۱۸۰۰	۱۶۰۹۷	۶۴/۰۹	۱۷۶۱۳	۵۳/۱۲
۱۰	۶-۳-۳-۳	۱۰۰۱۰	۳۵۱/۰۶	۱۱۴۲۸	۴۸/۶۵	۱۲۱۱۶	۳۷/۲۶
۱۱	۶-۳-۲-۳	۶۳۳۰	۵۳/۰۳	۷۰۳۹	۴۸/۷۱	۶۴۴۲	۳۷/۱۷
۱۲	۶-۳-۱-۳	۲۸۱۰	۴/۹۴	۲۲۱۰	۳۲/۱۲	۲۹۲۳	۲۴/۵۶
۱۳	۶-۳-۴-۲	۹۳۰۰	۵۶۵/۲	۱۵۸۷۵	۶۶/۸۷	۱۲۰۵۶	۵۵/۲۷
۱۴	۶-۳-۳-۲	۶۴۰۰	۲۰۳/۸۶	۱۰۹۸۸	۵۷/۹	۹۵۱۲	۴۸/۴۴
۱۵	۶-۳-۲-۲	۴۰۳۰	۲۸/۷۸	۶۹۵۹	۴۷/۳	۵۱۴۳	۳۶/۲۷
۱۶	۶-۳-۱-۲	۱۷۷۰	۲/۰۶	۲۱۸۴	۱۳/۷	۲۸۷۰	۱۱/۷۰
۱۷	۷-۳-۴-۳	۱۷۴۹۰	۱۸۰۰	۱۹۷۹۲	۸۲/۵۷	۱۸۶۰۲	۶۰/۳۳
۱۸	۷-۳-۳-۳	۱۲۰۹۰	۱۸۰۰	۱۴۰۲۹	۶۶/۲۷	۱۲۲۰۳	۵۴/۷۷
۱۹	۷-۳-۲-۳	۷۶۲۰	۱۴۶۶/۰۵	۸۲۱۵	۵۴/۸۶	۷۸۲۹	۴۲/۱۸
۲۰	۷-۳-۱-۳	۳۴۱۰	۵/۶۳	۲۹۰۹	۳۵/۶۳	۳۵۲۲	۲۶/۳۱
۲۱	۷-۳-۴-۲	۱۱۲۴۰	۱۸۰۰	۱۹۳۷۴	۶۲/۳۹	۱۴۳۵۳	۵۱/۲۲
۲۲	۷-۳-۳-۲	۷۷۵۰	۳۰۸/۰۹	۱۳۶۹۸	۶۹/۳۶	۹۸۵۴	۵۸/۳۴
۲۳	۷-۳-۲-۲	۴۸۷۰	۱۵۰/۶۱	۸۶۴۴	۴۶/۷۳	۷۹۸۲	۳۵/۲۶
۲۴	۷-۳-۱-۲	۲۱۶۰	۹/۹۵	۲۹۸۳	۳۴/۴۹	۳۲۷۳	۲۲/۱۹
۲۵	۸-۳-۴-۳	۲۱۷۵۰	۱۸۰۰	۲۳۷۶۳	۸۰/۲۵	۲۱۸۴۳	۷۲/۴۲
۲۶	۸-۳-۳-۳	۱۵۱۵۰	۱۸۰۰	۱۷۴۶۶	۶۲/۰۱	۱۶۲۶۲	۵۵/۳۴
۲۷	۸-۳-۲-۳	۹۵۷۰	۱۸۰۰	۱۱۱۶۶	۳۹/۸۸	۹۶۴۶	۲۸/۶۸
۲۸	۸-۳-۱-۳	۴۳۴۰	۲۰۶/۵۵	۳۵۳۰	۳۵/۹	۴۴۸۷	۲۷/۳۵
۲۹	۸-۳-۴-۲	۱۴۰۴۰	۱۸۰۰	۲۳۹۱۸	۷۴/۳۳	۱۹۱۵۲	۶۶/۹۸
۳۰	۸-۳-۳-۲	۹۷۶۰	۱۸۰۰	۱۶۴۵۶	۶۳/۲۶	۱۱۸۷۳	۵۴/۳۱
۳۱	۸-۳-۲-۲	۶۱۵۰	۵۷۱/۹۲	۹۸۷۱	۵۱/۸	۶۲۱۲	۴۰/۳۸
۳۲	۹-۳-۴-۴	۲۷۷۰	۴۳/۸۳	۳۵۷۱	۳۱/۵۴	۲۹۸۲	۲۷/۶۵
۳۳	۹-۳-۴-۳	۲۷۲۱۰	۱۸۰۰	۳۰۳۵۶	۷۹/۲۶	۲۸۳۸۹	۶۸/۷۱
۳۴	۹-۳-۳-۳	۱۹۱۱۰	۱۸۰۰	۲۲۴۵۱	۶۸/۳۶	۲۰۲۵۶	۷۲/۲۴

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-04]

[DOI: 10.71773/jamlu-2026-1-2334]

۳۵	۹-۳-۲-۳	۱۲۱۲۰	۱۸۰۰	۱۳۵۶۰	۶۱/۴۵	۱۲۶۵۴	۵۸/۶۲
۳۶	۹-۳-۱-۳	۵۵۷۰	۱۰۹۴	۵۴۵۰	۳۵/۳۲	۵۹۸۳	۴۲/۱۷
۳۷	۹-۳-۴-۲	۱۷۶۴۰	۱۸۰۰	۳۰۰۳۵	۷۸/۱۳	۲۷۷۴۰	۶۹/۲۵
۳۸	۹-۳-۳-۲	۱۲۳۷۰	۱۸۰۰	۲۲۳۸۶	۶۵/۳۰	۱۸۴۸۲	۵۴/۲۷
۳۹	۹-۳-۲-۲	۷۸۳۰	۱۸۰۰	۱۳۹۲۶	۵۲/۶۹	۱۱۹۴۳	۴۱/۳۰
۴۰	۹-۳-۱-۲	۳۵۸۰	۲۵۳/۳۶	۵۴۷۹	۳۱/۸۰	۵۶۸۰	۴۵/۶۹
۴۱	۱۰-۳-۴-۳	۳۲۱۴۰	۱۸۰۰	۳۵۵۶۳	۹۱/۵۳	۳۲۷۲۳	۸۶/۳۸
۴۲	۱۰-۳-۳-۳	۲۲۵۴۰	۱۸۰۰	۲۵۸۸۶	۸۳/۳۲	۲۶۶۵۳	۷۵/۴۶
۴۳	۱۰-۳-۲-۳	۱۴۲۳۰	۱۸۰۰	۱۹۲۴۱	۶۴/۹۱	۱۴۹۳۲	۹۱/۱۵
۴۴	۱۰-۳-۱-۳	۶۵۴۰	۱۸۰۰	۵۶۳۶	۴۰/۸۱	۶۶۲۵	۲۹/۳۱
۴۵	۱۰-۳-۴-۲	۲۰۸۵۰	۱۸۰۰	۳۵۰۲۹	۷۶/۵۴	۲۸۹۶۳	۶۵/۴
۴۶	۱۰-۳-۳-۲	۱۴۶۰۰	۱۸۰۰	۲۶۲۳۴	۶۸/۲۶	۲۴۷۸۱	۵۲/۸۳
۴۷	۱۰-۳-۲-۲	۹۲۰۰	۱۸۰۰	۱۶۸۸۵	۵۳/۱۴	۱۴۳۲۸	۶۵/۸۸
۴۸	۱۰-۳-۱-۲	۴۲۱۰	۱۸۰۰	۶۱۲۴	۶۱/۲۱	۴۷۶۶	۴۹/۷۵

۵-۳ نتایج عددی نمونه های بزرگ

جدول ۱۰ نتایج مقایسه الگوریتم‌های PSO و PSO-VNS را برای نمونه‌های متوسط و بزرگ از ۱۰ مشتری تا ۲۵ مشتری در ۱۴ نمونه مختلف آمده است. با توجه به شاخص مقدار تابع هدف، در تمام نمونه‌ها، الگوریتم PSO-VNS مقدار تابع هدف پایین‌تری (بهتر) نسبت به PSO دارد، به‌جز نمونه ۱۲ که کمی بالاتر است. این نشان‌دهنده‌ی بهبود کیفی عملکرد PSO-VNS در یافتن جواب‌های بهینه‌تر است. با توجه شاخص زمان، الگوریتم PSO-VNS در تمامی موارد زمان کمتری برای رسیدن به جواب نیاز دارد به طوریکه میانگین کاهش زمان حدود ۲۰ تا ۳۰ درصد نسبت به PSO است. به طور کلی نتایج نشان می‌دهد که در مقایسه الگوریتم‌ها با توجه به مقادیر تابع هدف و زمان اجرای آنها الگوریتم PSO-VNS کاراتر بوده است. این بهبود به دلیل ترکیب هوشمندانه‌ی جست‌وجوی سراسری PSO با بهبود محلی (VNS) است که از گرفتار شدن در بهینه‌های محلی جلوگیری می‌کند. تحلیل روندی نتایج نشان می دهد که با افزایش اندازه‌ی مساله (افزایش مقادیر I و P)، مقدار تابع هدف در هر دو الگوریتم افزایش می‌یابد که بیانگر پیچیدگی بیشتر مساله است. با این حال، نرخ افزایش در الگوریتم PSO-VNS کمتر است. همچنین، زمان اجرا نیز روندی صعودی دارد، اما رشد زمان در PSO تندتر از PSO-VNS است.

جدول ۱۰. کارایی عملکرد الگوریتم در مسایل با ابعاد بزرگ

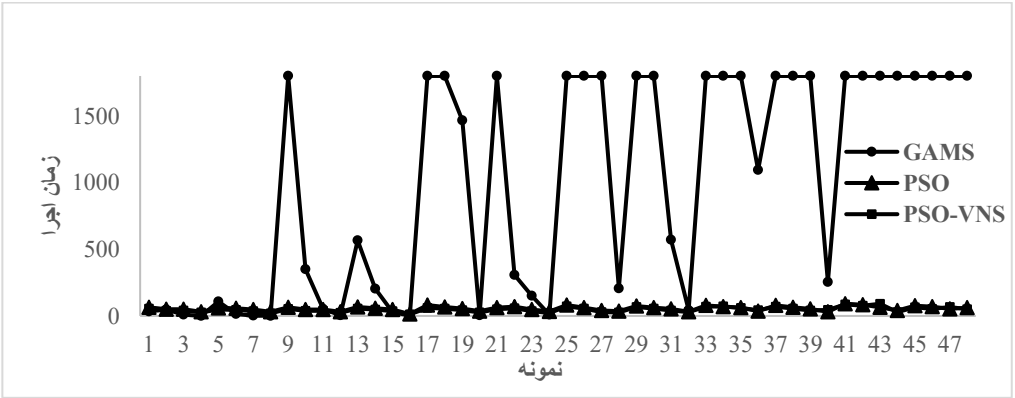
ردیف	نمونه	الگوریتم PSO		الگوریتم PSO-VNS	
	I-K-T-P	مقدار تابع هدف	زمان (ثانیه)	مقدار تابع هدف	زمان (ثانیه)
۱	۱۰-۶-۴-۲۰	۴۷۸۲۲۸۹	۳۰۷/۶۶	۴۲۳۹۰۷۲	۲۱۳/۳۴
۲	۱۰-۶-۴-۴۰	۱۳۱۳۳۷۹۸	۳۳۶/۸۷	۱۲۵۹۰۵۸۱	۳۰۲/۱۵
۳	۱۰-۶-۴-۱۰۰	۴۵۶۱۱۸۱۸	۶۷۸/۶۲	۴۵۰۶۸۶۰۱	۵۹۸/۲۱
۴	۱۵-۴-۶-۲۰۰	۹۶۶۵۸۰۰۳۹	۹۳۳/۷۱	۹۶۵۶۳۶۸۲۲	۷۲۵/۳۴

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-04]

[DOI: 10.71773/jamlu-2026-1-2334]

۵	۱۲-۴-۷-۱۰۰	۳۲۷۹۳۷۹۴	۵۱۱/۴	۳۱۵۵۰۵۷۷	۴۷۸/۳۵
۶	۱۲-۴-۸-۲۰۰	۹۶۵۵۴۱۱۱	۹۸۹/۸	۹۲۵۱۰۸۹۴	۸۳۰/۶۵
۷	۱۰-۵-۸-۳۰۰	۱۵۲۲۵۲۲۱۶	۱۷۲۳/۷	۱۴۱۳۰۸۹۹۹	۱۵۱۶/۱۹
۸	۱۵-۶-۱۰-۴۰۰	۳۳۶۴۵۸۶۵۲	۳۱۳۴/۶	۳۳۴۹۱۵۴۳۵	۲۶۱۷/۵۹
۹	۱۵-۶-۱۰-۵۰۰	۴۵۱۱۹۲۱۱۳	۳۴۵۹/۵	۴۰۰۶۴۸۸۹۶	۲۸۳۴/۱۱۸
۱۰	۱۵-۸-۱۰-۶۰۰	۱۳۵۳۴۷۷۷۴۰	۵۴۴۹/۹	۱۲۴۳۹۳۴۵۲۳	۳۹۸۸/۲۷
۱۱	۱۵-۸-۱۰-۷۰۰	۱۵۷۷۴۷۱۱۵۸	۶۷۳۶/۱	۱۴۶۱۹۲۷۹۴۱	۵۰۵۷/۸۴
۱۲	۱۵-۱۲-۱۰-۸۰۰	۳۸۸۷۳۱۲۷۹۳	۱۱۴۷۹/۶	۳۹۹۶۸۵۶۰۱۰	۹۶۷۳/۸۱
۱۳	۲۵-۱۲-۱۰-۹۰۰	۴۲۵۱۱۸۴۹۰۱	۱۳۳۲۳/۷	۴۱۲۷۷۴۱۶۸۴	۱۰۲۱۷/۶۹
۱۴	۲۵-۱۲-۱۰-۱۰۰۰	۴۹۰۲۲۰۰۴۹۶	۱۵۲۴۹/۹	۵۶۸۸۷۴۳۷۱۳	۱۴۷۰۸/۵۸

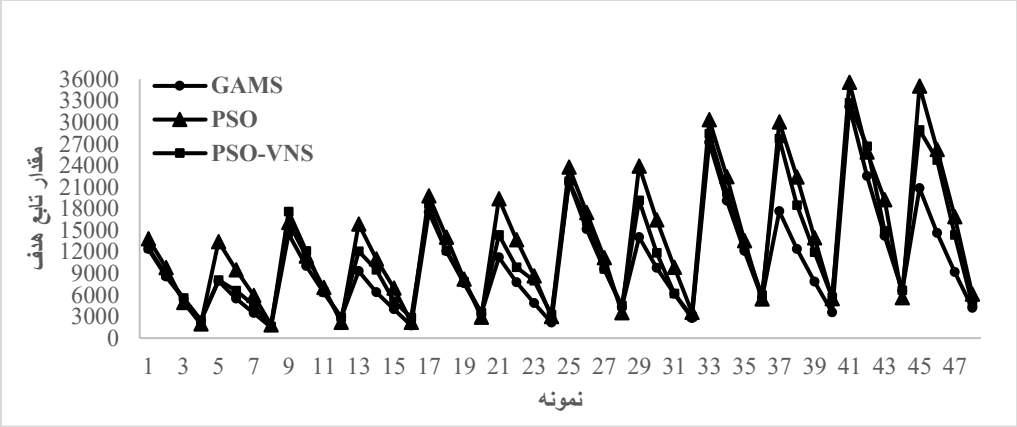
شکل‌های ۲ و ۳ زمان حل و مقدار تابع هدف مساله مسیریابی تولید با در نظر گرفتن برونسپاری در الگوریتم های PSO، PSO-VNS و نرم افزار گمز که در جدول ۹ ارایه شده است، مورد مقایسه قرار می‌دهند. همان‌گونه که در شکل ۲ مشاهده می‌شود، در نمونه‌های اولیه که تعداد مشتریان کم است (به‌ویژه در نمونه‌های دارای پنج مشتری)، زمان اجرای هر سه روش شامل الگوریتمPSO ، الگوریتم PSO-VNS و خروجی GAMS اختلاف چندانی با یکدیگر ندارد. با این حال، با افزایش اندازه‌ی مساله و تعداد مشتریان، تفاوت زمان اجرا بین روش‌ها به‌تدریج بیشتر می‌شود. خروجی GAMS به دلیل ماهیت حل دقیق خود، با افزایش ابعاد مساله، با رشد چشمگیر زمان حل مواجه می‌شود و در بسیاری از موارد به حد زمان مجاز می‌رسد. در مقابل، هر دو الگوریتم فراابتکاری PSO و PSO-VNS زمان اجرای به‌مراتب کمتری دارند. همچنین، در اغلب نمونه‌ها، الگوریتم PSO-VNS سریع‌تر از PSOعمل کرده و روند افزایش زمان اجرای آن در نمونه‌های بزرگ‌تر بسیار ملایم‌تر است. این موضوع نشان می‌دهد که ترکیب جست‌وجوی محلی در الگوریتم PSO-VNS موجب تسریع همگرایی و افزایش کارایی محاسباتی آن شده است. بر اساس شکل ۳، مقادیر تابع هدف به‌دست‌آمده از سه روش مورد مقایسه، در نمونه‌های کوچک تفاوت قابل توجهی ندارند و تقریباً در یک محدوده قرار می‌گیرند. با افزایش اندازه‌ی مساله، مقدار تابع هدف در تمامی روش‌ها افزایش می‌یابد؛ با این حال، الگوریتم PSO-VNS مقادیر بهتری نسبت به PSO و گاهی نزدیک به نتایج دقیق GAMS ارایه می‌دهد. این موضوع بیانگر توانایی PSO-VNS در جست‌وجوی کارآمد فضای جواب و جلوگیری از گرفتار شدن در بهینه‌های محلی است. به عبارت دیگر، PSO-VNSتعادلی مناسب میان کیفیت پاسخ و زمان حل برقرار کرده است.



شکل ۲. مقایسه‌ی زمان اجرای الگوریتم‌هایPSO، PSO-VNS و گمز

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-04]

[DOI: 10.71773/jamlu-2026-1-2334]



شکل ۳. مقایسه‌ی تابع هدف الگوریتم هایPSO، PSO-VNS و گمز

۵-٤ نتایج تحلیل حساسیت

جدول ۱۱ و شکل۴، نتایج تحلیل حساسیت مساله‌ی مسیریابی تولید را در شرایط تغییرات ظرفیت تولید و ظرفیت خودرو نشان می‌دهند. در این تحلیل، ظرفیت‌ها به میزان ±۱۰ تا ±۵۰ درصد تغییریافته و اثر آن بر مقدار تابع هدف بررسی شده است. نتایج نشان می دهد که با افزایش ظرفیت تولید از ۰ تا +۵۰ درصد، مقدار تابع هدف تغییر چندانی نکرده و تقریباً ثابت باقی مانده است. این پایداری بیانگر آن است که در این محدوده، ظرفیت تولید فعلی به‌اندازه کافی پاسخ‌گوی تقاضا بوده و افزایش آن تأثیر قابل توجهی بر هزینه یا عملکرد کلی سیستم ندارد. اما با کاهش ظرفیت تولید، روند افزایش تابع هدف کاملاً محسوس است؛ به‌گونه‌ای که با ۵۰ درصد کاهش ظرفیت، مقدار تابع هدف از ۱۶۳۴۰ به حدود ۲۱۹۹۶ افزایش یافته است. در نتیجه، ظرفیت تولید در سطح موجود بهینه و در ناحیه‌ی پایداری سیستم قرار دارد، اما کاهش آن به‌طور مستقیم موجب افزایش هزینه کل می‌شود. الگوی تغییر مقدار تابع هدف در رابطه با ظرفیت خودرو مشابه ظرفیت تولید است. افزایش ظرفیت خودرو تا ۵۰ درصد موجب تغییر ناچیز در مقدار تابع هدف می‌شود، اما با کاهش ظرفیت خودرو، مقدار تابع هدف به‌صورت فزاینده افزایش می‌یابد و در حالت کاهش ۵۰ درصدی به بیش از ۲۲۰۰۰ می‌رسد. این موضوع بیانگر آن است که سیستم از نظر ظرفیت حمل‌ونقل نیز در وضعیت نسبتاً بهینه‌ای قرار دارد و کاهش ظرفیت خودرو باعث افزایش قابل توجه هزینه‌ها و ناکارآمدی مسیرها می‌شود.

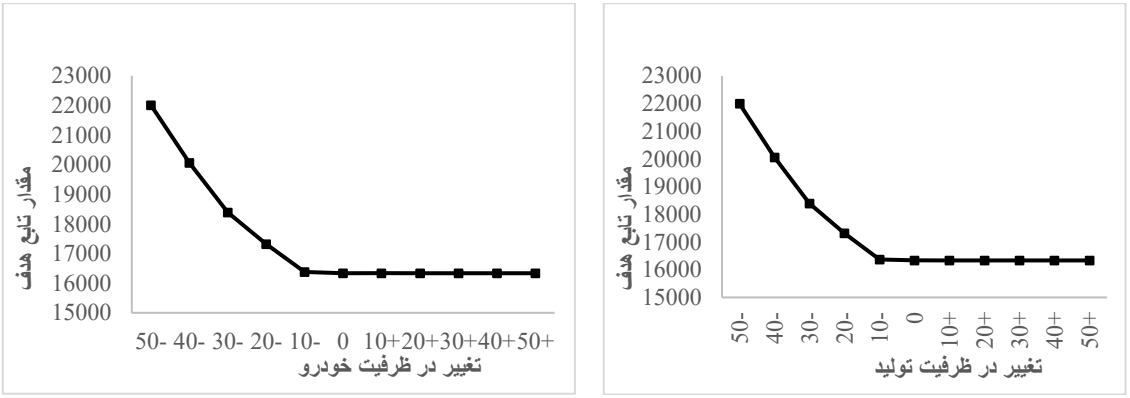
جدول ۱۱. نتایج تحلیل حساسیت تغییرات ظرفیت تولید و خودرو بر مقدار تابع هدف

تغییر در ظرفیت تولید		تغییر در ظرفیت خودرو	
مقدارتابع هدف	نوع و میزان تغییر	مقدارتابع هدف	نوع و میزان تغییر
۱۶۳۴۲	+۵۰	۱۶۳۴۰	+۵۰
۱۶۳۴۲	+۴۰	۱۶۳۴۰	+۴۰
۱۶۳۴۲	+۳۰	۱۶۳۴۰	+۳۰
۱۶۳۴۱	+۲۰	۱۶۳۴۰	+۲۰
۱۶۳۴۱	+۱۰	۱۶۳۳۹	+۱۰
۱۶۳۴۰	۰	۱۶۳۴۰	۰

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-04]

[DOI: 10.71773/jamlu-2026-1-2334]

۱۶۳۷۵	-۱۰	۱۶۳۷۵	-۱۰
۱۷۳۲۱	-۲۰	۱۷۳۲۰	-۲۰
۱۸۳۹۱	-۳۰	۱۸۳۸۶	-۳۰
۲۰۰۵۷	-۴۰	۲۰۰۶۳	-۴۰
۲۱۹۹۶	-۵۰	۲۲۰۰۴	-۵۰



شکل ٤. نمودار تحلیل حساسیت تغییرات ظرفیت تولید و خودرو بر مقدار تابع هدف

٦ نتیجه‌گیری

در این پژوهش، مساله‌ی مسیریابی تولید با در نظر گرفتن برون‌سپاری با استفاده از الگوریتم‌های فراابتکاری PSO، PSO-VNS و روش دقیق GAMS مورد بررسی و مقایسه قرار گرفت. نتایج حاصل از تحلیل‌های عددی، نموداری و حساسیت نشان داد که ترکیب الگوریتم PSO با جست‌وجوی همسایگی متغیر (VNS) منجر به بهبود چشمگیر در عملکرد مدل شده است. از دیدگاه زمان اجرا، در حالی‌که روش دقیق GAMS در نمونه‌های کوچک قادر به ارایه جواب‌های بهینه است، با افزایش اندازه‌ی مساله، زمان حل آن به‌طور قابل ملاحظه‌ای افزایش یافته و در بسیاری از موارد به حد مجاز (۱۸۰۰ ثانیه) رسیده است. در مقابل، الگوریتم‌های PSO و به‌ویژه PSO-VNSتوانسته‌اند با صرف زمان بسیار کمتر، پاسخ‌های نزدیک به بهینه تولید کنند. در اغلب نمونه‌ها، الگوریتم PSO-VNSسریع‌تر از PSO عمل کرده و کارایی محاسباتی بالاتری از خود نشان داده است. از منظر کیفیت جواب‌ها، مقادیر تابع هدف حاصل از PSO-VNS در بیشتر موارد به نتایج دقیق GAMS بسیار نزدیک بوده و در عین حال از الگوریتم PSO عملکرد بهتری داشته است. این موضوع بیانگر توانایی بالای PSO-VNS در ایجاد تعادل بین دقت و سرعت حل است. نتایج تحلیل حساسیت نسبت به تغییرات ظرفیت تولید و ظرفیت خودرو نیز نشان داد که سیستم در سطح فعلی ظرفیت‌ها در حالت پایدار و تقریباً بهینه قرار دارد. افزایش ظرفیت تولید یا حمل‌ونقل تأثیر معنی‌داری بر مقدار تابع هدف ندارد، اما کاهش ظرفیت‌ها باعث افزایش قابل توجه هزینه‌ها و افت کارایی می‌شود. بنابراین، سطح فعلی ظرفیت‌ها می‌تواند به عنوان محدوده‌ای مناسب برای تصمیم‌گیری مدیریتی در نظر گرفته شود. به‌طور کلی، یافته‌های این پژوهش نشان می‌دهد که الگوریتم PSO-VNS ضمن کاهش میانگین زمان حل به میزان حدود ۲۵ تا ۴۰ درصد، توانسته است بهبود ۵ تا ۱۰ درصدی در مقدار تابع هدف نسبت به PSO ایجاد کند و در مقیاس‌های بزرگ جایگزین مناسبی برای روش‌های دقیق پرهزینه

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-04]

[DOI: 10.71773/jamlu-2026-1-2334]

مانند GAMS باشد. در نتیجه، می‌توان گفت که الگوریتم ترکیبی PSO-VNS روشی کارا، پایدار و قابل اعتماد برای حل مسایل پیچیده‌ی مسیریابی تولید با در نظر گرفتن برون‌سپاری است و می‌تواند به عنوان ابزاری مؤثر در تصمیم‌گیری‌های برنامه‌ریزی تولید و توزیع مورد استفاده قرار گیرد.

مطالعات پیشین نشان داده‌اند که ترکیب کردن الگوریتم الحاق VNS به الگوریتم‌های مبتنی بر جمعیت، می‌تواند هم کیفیت جواب‌ها و هم سرعت همگرایی را بهبود بخشد. به‌عنوان نمونه، مارینکیاس و همکاران [۳۷] ترکیبی ازPSO و VNS را برای مسایل مسیریابی مطرح کردند و گزارش دادند که الگوریتم هیبریدی برای مسایل بزرگ‌مقیاس زمان‌بر، پاسخ‌های باکیفیت‌تری در زمان محاسباتی معقول تولید می‌کند .همچنین اسلام و همکاران [۳۸] و خوادجیا و همکاران [۳۹] گزارش کردند که یک الگوریتم PSO-VNS می‌تواند نسبت به PSO بهبود در هر دو شاخص زمان و تابع هدف ایجاد کند. یافته‌های مطالعه ی حاضر که حاکی از بهبود ۵—۱۰ درصد در مقدار تابع هدف و کاهش ۲۵—۴۰ درصد زمان اجرا برای PSO-VNS نسبت به PSO هستند، با این نتایج هم‌راستا است. برای پیشنهادات آتی می توان حالت تک کارخانه‌ای را به چند کارخانه‌ای، توسعه مدل با در نظرگیری عدم قطعیت مانند تقاضای مشتریان، گسترش مدل برای زنجیره تأمین چندسطحی و پویا و همچنین توالی تولید محصولات را نیز در نظر گرفت. در نظر گرفتن رویکردهای ابتکاری و فرا ابتکاری مبتنی بر جمعیت کلونی زنبورهای مصنوعی، کرم شب‌تاب، رویکردهای بهینه استوار و رویکردهای دقیق حل مانند روش شاخه و قیمت به عنوان نمونه ای دیگر برای مطالعات آتی پیشنهاد می گردد.

منابع

[1] Adulyasak Y, Cordeau JF, Jans R (2015) The production routing problem: A review of formulations and solution algorithms. Comput Oper Res 55:141–152. https://doi.org/10.1016/J.COR.2014.01.011.

[2] Rodrigues LF, Santos MO Dos, Almada-Lobo B (2023) A Memetic Algorithm for the multi-product Production Routing Problem. Comput Ind Eng 182:109388. https://doi.org/10.1016/j.cie.2023.109388.

[3] Torkaman S, Akbari Jokar MR, Mutlu N, Van Woensel T (2022) Rolling horizon-based heuristics for solving a production-routing problem with price-dependent demand. Comput Oper Res 148:105973. https://doi.org/10.1016/j.cor.2022.105973.

[4] Zouadi T, Chargui K, Zhani N, et al (2024) A novel robust decomposition algorithm for a profit-oriented production routing problem with backordering, uncertain prices, and service level constraints. Ann Oper Res 1–39. https://doi.org/10.1007/S10479-024-06190-3/FIGURES/11.

[5] Solyalı O, Süral H (2017) A multi-phase heuristic for the production routing problem. Comput Oper Res 87:114–124. https://doi.org/10.1016/j.cor.2017.06.007.

[6] Qiu Y, Wang L, Xu X, et al (2018) Formulations and branch-and-cut algorithms for multi-product multi-vehicle production routing problems with startup cost. Expert Syst Appl 98:1–10. https://doi.org/10.1016/j.eswa.2018.01.006.

[7] Qiu Y, Wang L, Xu X, et al (2018) A variable neighborhood search heuristic algorithm for production routing problems. Appl Soft Comput 66:311–318. https://doi.org/10.1016/j.asoc.2018.02.032.

[8] Avci M, Yildiz ST (2019) A matheuristic solution approach for the production routing problem with visit spacing policy. Eur J Oper Res 279:572–588. https://doi.org/10.1016/j.ejor.2019.05.021.

[9] Salehi Sarbijan M, Behnamian J (2020) Multi-product production routing problem by consideration of outsourcing and carbon emissions: particle swarm optimization. Engineering Optimization 1–17. https://doi.org/10.1080/0305215X.2020.1786080;CTYPE:STRING:JOURNAL.

[10] Salehi Sarbijan M (2025) Shared Customers in the Routing Problems with Feeders for Non-Similar Goods Using Particle Swarm Optimization Algorithm with Adaptive Learning Strategy and Dynamic Inertia Weight. Journal of Operational Research in Its Applications (Applied Mathematics) - Lahijan Azad University 22:69–99. https://doi.org/10.71773/JAMLU-2025-3-2313. (In Persian)

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-04]

[DOI: 10.71773/jamlu-2026-1-2334]

[11] Habibi MK, Hammami R, Battaia O, Dolgui A (2024) Simultaneous Pickup-and-Delivery Production-Routing Problem in closed-loop supply chain with remanufacturing and disassembly consideration. Int J Prod Econ 273:109290. https://doi.org/10.1016/J.IJPE.2024.109290.

[12] Vadseth ST, Andersson H, Stålhane M, Chitsaz M (2023) A multi-start route improving matheuristic for the production routeing problem. Int J Prod Res 61:7608–7629. https://doi.org/10.1080/00207543.2022.2154402.

[13] Manousakis EG, Tarantilis CD, Zachariadis EE (2023) The cyclic production routing problem. Int J Prod Res 61:7707–7726. https://doi.org/10.1080/00207543.2022.2162144.

[14] Hajiaghaei-Keshteli M, Rahmanifar G, Mohammadi M, et al (2023) Designing a multi-period dynamic electric vehicle production-routing problem in a supply chain considering energy consumption. JCPro 421:138471. https://doi.org/10.1016/J.JCLEPRO.2023.138471.

[15] Alvarez A, Cordeau JF, Jans R (2022) The consistent production routing problem. Networks 80:356–381. https://doi.org/10.1002/NET.22112.

[16] Alvarez A, Miranda P, Rohmer SUK (2022) Production routing for perishable products. Omega-international Journal of Management Science 111:102667–102667. https://doi.org/10.1016/J.OMEGA.2022.102667.

[17] Peivastehgar HR, Divsalar A, Paydar MM, Chitsaz M (2023) A green production routing problem for medical nitrous oxide: Model and solution approach. Expert Syst Appl 230:120704. https://doi.org/10.1016/J.ESWA.2023.120704.

[18] Bouanane K, Benadada Y (2022) The Multi-Plant Production Routing Problem with Simultaneous Delivery and Pickup and Recycling, under Carbon Cap & Trade. 2022 IEEE 6th International Conference on Logistics Operations Management, GOL 2022. https://doi.org/10.1109/GOL53975.2022.9820168.

[19] Biasoto LP, de Carvalho VR, Sichman JS (2024) Applying Multi-Agent Negotiation to Solve the Production Routing Problem With Privacy Preserving.

[20] Schenekemberg CM, Guimarães TA, Chaves AA, Coelho LC (2024) A Three-Front Parallel Branch-and-Cut Algorithm for Production and Inventory Routing Problems. Transportation Science 58:687–707. https://doi.org/10.1287/TRSC.2022.0261.

[21] Fateme Attar S, Mohammadi M, Reza Pasandideh SH, Naderi B (2022) Formulation and exact algorithms for electric vehicle production routing problem. Expert Syst Appl 204:117292. https://doi.org/10.1016/J.ESWA.2022.117292.

[22] Farghadani-Chaharsooghi P, Karimi B (2023) A robust optimization approach for the production-routing problem with lateral transshipment and outsourcing. RAIRO - Operations Research 57:1957–1981. https://doi.org/10.1051/RO/2023083.

[23] Geiger A (2024) A sample average approximation-based heuristic for the stochastic production routing problem. Cent Eur J Oper Res 1–24. https://doi.org/10.1007/S10100-024-00913-4/FIGURES/C.

[24] Zeddam B, Belkaid F, Bennekrouf M (1AD) Combining Fix and Relax Heuristic and LP-Metric Method to Solve the Multi-Objective Integrated Production-Routing Problem. https://services.igi-global.com/resolvedoi/resolve.aspx?doi=104018/978-1-7998-8709-6.ch011 244–265. https://doi.org/10.4018/978-1-7998-8709-6.CH011.

[25] Qiu Y, Ni M, Wang L, et al (2018) Production routing problems with reverse logistics and remanufacturing. Transp Res E Logist Transp Rev 111:87–100. https://doi.org/10.1016/J.TRE.2018.01.009.

[26] Qiu Y, Wang L, Fang X, et al (2018) Formulations and branch-and-cut algorithms for production routing problems with time windows. Transportmetrica A: Transport Science 14:669–690. https://doi.org/10.1080/23249935.2018.1427157.

[27] Laporte G (1992) The vehicle routing problem: An overview of exact and approximate algorithms. Eur J Oper Res 59:345–358.

[28] Kumar DP (2021) Particle Swarm Optimization: The Foundation. International Series in Operations Research & Management Science 306:97–110. https://doi.org/10.1007/978-3-030-70281-6_6.

[29] Sengupta S, Basak S, Peters RA (2018) Particle Swarm Optimization: A Survey of Historical and Recent Developments with Hybridization Perspectives. Machine Learning and Knowledge Extraction 2019, Vol 1, Pages 157-191 1:157–191. https://doi.org/10.3390/MAKE1010010.

[30] Meneses AA de M, Machado MD, Schirru R (2009) Particle Swarm Optimization applied to the nuclear reload problem of a Pressurized Water Reactor. Progress in Nuclear Energy 51:319–326. https://doi.org/10.1016/J.PNUCENE.2008.07.002.

[31] Kennedy J, Eberhart R Particle swarm optimization. Proceedings of ICNN'95 - International Conference on Neural Networks 4:1942–1948. https://doi.org/10.1109/ICNN.1995.488968.

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-04]

[DOI: 10.71773/jamlu-2026-1-2334]

[32] Onwunalu JE, Durlofsky LJ (2010) Application of a particle swarm optimization algorithm for determining optimum well location and type. Comput Geosci 14:183–198. https://doi.org/10.1007/S10596-009-9142-1/METRICS.

[33] Mladenović N, Hansen P (1997) Variable neighborhood search. Comput Oper Res 24:1097–1100. https://doi.org/10.1016/S0305-0548(97)00031-2.

[34] Ghaderi A, Khanzadeh C (2019) A Combined Stochastic Programming and Robust Optimization Approach for Location-Routing Problem and Solving it via Variable Neighborhood Search algorithm. Journal of Operational Research In Its Applications (Applied Mathematics) - Lahijan Azad University 16:15–36. (In Persian)

[35] Azadeh A, Elahi S, Farahani MH, Nasirian B (2017) A genetic algorithm-Taguchi based approach to inventory routing problem of a single perishable product with transshipment. Comput Ind Eng 104:124–133. https://doi.org/10.1016/J.CIE.2016.12.019.

[36] Zandieh M, Moradi H (2019) An imperialist competitive algorithm in mixed-model assembly line sequencing problem to minimise unfinished works. International Journal of Systems Science: Operations & Logistics 6:179–192. https://doi.org/10.1080/23302674.2017.1401152.

[37] Marinakis Y, Marinaki M (2012) A Hybrid Particle Swarm Optimization Algorithm for the Open Vehicle Routing Problem. Lecture Notes in Computer Science (including subseries Lecture Notes in Artificial Intelligence and Lecture Notes in Bioinformatics) 7461 LNCS:180–187. https://doi.org/10.1007/978-3-642-32650-9_16.

[38] Islam MA, Gajpal Y, ElMekkawy TY (2021) Hybrid particle swarm optimization algorithm for solving the clustered vehicle routing problem. Appl Soft Comput 110:107655. https://doi.org/10.1016/J.ASOC.2021.107655.

[39] Khouadjia MR, Sarasola B, Alba E, et al (2012) A comparative study between dynamic adapted PSO and VNS for the vehicle routing problem with dynamic requests. Appl Soft Comput 12:1426–1439. https://doi.org/10.1016/J.ASOC.2011.10.023.

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-11-04]

[DOI: 10.71773/jamlu-2026-1-2334]