

# مقایسه روش‌های پارامتری و ناپارامتری در بهینه‌سازی سامانه‌های نساجی با رویکرد طرح پارامتری استوار

محمد بامنی مقدم\*

دانشیار گروه آمار، دانشگاه علامه طباطبائی، تهران، ایران

رسید مقاله: سوم اسفند ماه ۱۳۸۹

پذیرش مقاله: چهارم تیر ماه ۱۳۹۰

## چکیده

طرح استوار پارامتری از جمله روش‌های آماری و مهندسی است که با اثربخشی هزینه به عنوان رویکردی برای بهبود کیفیت محصولات و فرایندها به کار گرفته می‌شود. هدف از طرح استوار پارامتری انتخاب سطوحی از عوامل قابل کنترل است که مشخصه‌ی کیفیت مورد نظر را بهینه کند. مولفه اصلی در یک طرح استوار پارامتری بر این فرض استوار است که مدل‌های مناسبی برای میانگین یا واریانس فرایند برآورد شده باشند. به طور سنتی، مدل‌بندی میانگین و واریانس به صورت پارامتری انجام می‌گیرد. در اغلب موارد به ویژه وقتی واریانس مدل‌بندی می‌شود، روش‌های ناپارامتری به علت ماهیت منحنی‌وار بودن تابع برازش داده شده بیش‌تر مناسب هستند. در این مقاله ضمن بهینه‌سازی فرایند رنگرزی الیاف پشم در صنایع نساجی با دو روش پارامتری و ناپارامتری، به مقایسه‌ی نتایج به دست آمده در این دو روش می‌پردازیم.

**کلمات کلیدی:** طرح استوار پارامتری، میانگین توان‌های دوم خطا، رویه‌ی پاسخ، طرح آزمایش، رگرسیون خطی موضعی.

## ۱ مقدمه

طرح استوار پارامتری از جمله روش‌های آماری و مهندسی است که به عنوان رویکردی با اثربخشی هزینه برای بهبود کیفیت محصولات و فرایندها به کار می‌رود. این طرح که اولین بار توسط شخصی به نام تاگوچی [۱] معرفی شد، قصد دارد سطوحی از عوامل قابل کنترل ورودی در یک سامانه را به گونه‌ای پیدا کند که باعث شود مشخصه‌ی کیفیت مورد نظر نسبت به تغییرات متغیرهای اغتشاش‌گر استوار یا بدون تغییر بماند. به عبارتی دیگر، تلاش عمده‌ی طرح استوار پارامتری بر آن است که تحت حدود رواداری پهن یعنی تحت شرایط به کارگیری مواد و قطعات با درجه پایین‌تر، تجهیزات ارزان‌تر و شرایط محیط به کارگیری با دامنه‌ی گسترده‌تر، از طریق تعیین مقادیر عوامل قابل کنترل نافذی که کم‌ترین اثر را در هزینه ساخت دارند، بهینه‌سازی مشخصه کیفیت

\*عهده دار مکاتبات

مورد نظر به گونه‌ای صورت گیرد که اولاً حساسیت عملکرد محصول نسبت به عوامل اغتشاش کاهش یابد (کاهش پراکندگی متغیر پاسخ) و ثانیاً میانگین مشخصه‌ی کیفیت مورد نظر به مقدار آرمانی نزدیک‌تر شود (کاهش اریبی متغیر پاسخ). این کار می‌تواند از طریق مینیم کردن میانگین توان‌های دوم خطا ( $MSD$ ) که به صورت زیر تعریف می‌شود به منظور کاهش همزمان اریبی و پراکندگی انجام پذیرد.

$$MSD = E [y(x) - T]^2 = \{E[y(x)] - T\}^2 + Var[y(x)]$$

که در آن  $T$  مقدار هدف،  $x$  متغیر(های) ورودی و  $y(x)$  متغیر پاسخ یا همان مشخصه‌ی کیفیت مورد بررسی است که به صورت تابعی بر حسب متغیر(های) ورودی بیان شده است. همان‌طور که در رابطه فوق دیده می‌شود، بخش اصلی طرح استوار پارامتری بر این فرض استوار است که مدل‌های میانگین و واریانس پاسخ به خوبی برآورد یا تخمین زده شده باشند. از جمله مهم‌ترین روش‌های برآورد و تخمین مدل، روش رویه‌ی پاسخ است که در آن ترکیبی از طرح آزمایش‌ها و روش‌های آماری برای مدل‌سازی تجربی و برآورد پارامترها استفاده می‌شود. اساس کار در این روش به این ترتیب است که ابتدا سطوح مختلفی از متغیرهای ورودی تحت عنوان آزمون‌های یک آزمایش طراحی شده تعیین، و برای هر کدام از این آزمون‌ها متغیر پاسخ اندازه‌گیری می‌شود سپس با توجه به اطلاعات به‌دست آمده و با توجه به تعداد متغیرهای ورودی، منحنی یا رویه‌ی پاسخ با استفاده از روش‌های رگرسیونی برازش داده می‌شود. با استفاده از این رویه پاسخ و با توجه به مشخصه‌ی کیفیت مورد نظر است که حالت بهینه‌ی سامانه بر اساس طرح استوار پارامتری به وسیله الگوریتم‌های بهینه‌سازی پیدا و مقدار پاسخ و مقدار واریانس در این نقطه محاسبه می‌گردند. مهمترین و آخرین دستاورد این روش‌ها روش بهینه‌سازی رویه پاسخ دوگان است که توسط وینینگ و مه‌ریز ابداع شد [۲]. در این روش علاوه بر میانگین متغیر پاسخ، برای مدل واریانس نیز به طور جداگانه رویه برازش داده می‌شود. در این ارتباط، روش‌های متفاوتی برای مدل‌سازی متغیر پاسخ و متغیرهای ورودی وجود دارد که به طور عمده می‌توان آن‌ها را به دو روش پارامتری و ناپارامتری تقسیم‌بندی کرد. در روش پارامتری فرم مشخصی برای پارامترهای مدل در نظر گرفته می‌شود در حالی که در روش ناپارامتری فرم مشخصی برای پارامترهای مدل در نظر گرفته نمی‌شود در حقیقت اساس روش ناپارامتری بر این است که به داده‌ها اجازه داده می‌شود که خود از میان مدل‌های موجود بهترین مدل را انتخاب کنند. با توجه به این موضوع که در عمل کم‌تر به مواردی برخورد می‌کنیم که بتوان در آن‌ها فرم مشخصی برای پارامترهای مدل در نظر گرفت، از این رو روش ناپارامتری کارایی بهتری نسبت به روش پارامتری از خود نشان می‌دهد. در این ارتباط وینینگ و بوهن نشان دادند [۳] وقتی نمی‌توان پارامترهای مدل را به طور کامل مشخص کرد، نمی‌توان از مدل‌های پارامتری برای مدل‌بندی میانگین و واریانس استفاده نمود.

در نتیجه، آن‌ها استفاده از روش ناپارامتری را پیشنهاد دادند. گاسر و مولر [۴] و اندرسون کوک و پرویت [۵]، از جمله افرادی بودند که به معرفی روش‌های ناپارامتری پرداختند.

هدف اصلی در این مقاله، بهینه‌سازی فرایند رنگرزی الیاف پشم در صنایع نساجی با دو روش پارامتری و ناپارامتری بر اساس طرح پارامتری استوار و مقایسه‌ی نتایج به دست آمده در این دو روش می‌باشد. الیاف پشم یکی از مهم‌ترین الیاف طبیعی مصرفی در صنعت نساجی است که به دلیل کیفیتی که دارند از قیمت بالایی برخوردار می‌باشند. بنابر این لازم است توجه و مراقبت زیادی در طی فرایندهایی که در این صنعت بر روی آن انجام می‌گیرد، برای حفظ کیفیت آن به کار گرفته شود. از جمله فرایندهایی که بر روی این الیاف صورت می‌گیرد فرایند رنگرزی است که معمولاً در آن متغیرهای متعددی تأثیرگذار هستند. در این تحقیق متغیرهای دما، زمان و غلظت لیپوزوم مورد بررسی قرار گرفته و بقیه متغیرها (از جمله درصد رنگزا،  $PH$  حمام، فشار هوا و ...) به میزان مصرف متداول در صنعت در نظر گرفته می‌شود. هدف از بهینه‌سازی در این‌جا، کشف سطوحی از این عوامل است که به موجب آن، مقدار  $MSD$  در آن سطوح کمینه شود. برای این منظور و با توجه به تصادفی بودن متغیر پاسخ خروجی که در این‌جا همان میزان رنگ جذب شده توسط کالای پشمی است، از دو روش پارامتری و ناپارامتری که در آن‌ها لازم است داده‌ها با به کارگیری یک طرح آزمایشی مناسب تولید شوند، استفاده خواهیم کرد.

روند کار انجام گرفته در این مقاله به این ترتیب است که ابتدا در بخش ۲ به بیان روش تولید داده‌ها و ساختار طرح آزمایشی مورد استفاده در این مقاله می‌پردازیم سپس در بخش ۳ و ۴ ضمن معرفی روش‌های بهینه‌سازی پارامتری و ناپارامتری، با استفاده از این دو روش به بهینه‌سازی فرایند رنگرزی در صنعت نساجی می‌پردازیم. همچنین در بخش ۵ نتایج به دست آمده در این دو روش را با یکدیگر مورد مقایسه قرار خواهیم داد.

## ۲ تولید داده‌ها و ساختار طرح آزمایش

همان‌طور که گفته شد در فرایند رنگرزی متغیرهای متعددی تأثیرگذار هستند که در این تحقیق تنها تأثیر متغیرهای دما، زمان و غلظت لیپوزوم مورد بررسی قرار می‌گیرد. دامنه‌ی تغییرات در نظر گرفته شده برای این عوامل در جدول زیر آورده شده است.

جدول ۱. دامنه‌ی متغیرهای مؤثر بر فرایند رنگرزی

| بالا     | پایین | دامنه                |
|----------|-------|----------------------|
|          |       | عوامل                |
| جوش (۹۵) | ۷۵    | A: دمای رنگرزی (°C)  |
| ۶۰       | ۳۰    | B: زمان رنگرزی (min) |
| ۳        | ۱     | C: غلظت لیپوزوم (%)  |

حال لازم است از یکی از طرح‌های رویه‌ی پاسخ به منظور برآورد رویه پاسخ و تولید داده‌ها، استفاده شود که در این مقاله با توجه به خصوصیات مناسب طرح مرکب مرکزی (CCD) (باکس و دراپر) [۶]، یک سری آزمایش‌های کنترل شده را با به کارگیری طرح مرکب مرکزی دوران‌پذیر با مقدار  $\alpha=1/682$  و ۶ بار تکرار در مرکز طرح ( $n_0=6$ ) به منظور تامین اهداف مورد بررسی، انجام می‌دهیم به این ترتیب که در هر آزمایش کالای پشمی را در حمام رنگرزی حاوی ۲٪ ماده‌ی رنگزای رونا س (درصد رونا س بر اساس وزن کالا)، اسید استیک (برای رسیدن به  $PH=5/5$  که با توجه به نوع رنگزای مصرفی انتخاب شده است) و ۴۰/۱ لیتر آب که با توجه به نسبت وزن کالای پشمی انتخاب می‌شود، قرار داده و بعد از رسیدن به شرایط در نظر گرفته شده برای هر آزمایش، نمونه‌ی کالای پشمی از حمام رنگرزی خارج و شستشو داده می‌شود تا رنگ‌هایی که به صورت سطحی بر روی کالا جذب شده‌اند از آن زدوده شود سپس با گرفتن عکس از روی آن توسط دستگاه اسپکتروفتومتر انعکاسی، میزان کمی انعکاس رنگ ( $R$ ) تعیین می‌شود. هرچه رنگزای بیش‌تری جذب کالا شده باشد، یعنی هرچه رمق‌کشی بیش‌تر باشد، کالا پررنگ‌تر و میزان انعکاس کم‌تر خواهد بود و هرچه رنگزای کم‌تری جذب کالا شده باشد، رمق‌کشی کم‌تر و کالا کم‌رنگ‌تر بوده و میزان انعکاس بالاتری به دست می‌آید. از آن‌جا که به دست آوردن میزان دقیق جذب از روی عدد انعکاس ( $R$ ) امکان‌پذیر نیست، لذا از ضریب جذب رنگزا K/S که از رابطه‌ی زیر به دست می‌آید، استفاده می‌شود.

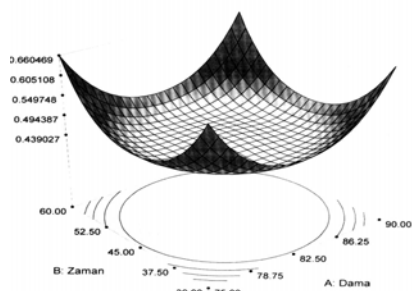
$$K/S = \frac{(1-R)^2}{2R}$$

نتایج حاصل از این طرح، در جدول ۲ ارائه شده است.

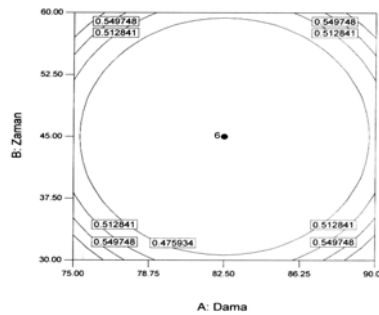
جدول ۲. طرح CCD با سه متغیر

|            | $U$ | $x_1$  | $x_2$  | $x_3$  | $y_1$ | $y_2$ | $y_3$ | $Y (k/s)$ | $S$  |
|------------|-----|--------|--------|--------|-------|-------|-------|-----------|------|
| نقاط عاملی | ۱   | -۱     | -۱     | -۱     | ۷/۰۵  | ۷/۵۷  | ۱۰/۳۰ | ۸/۳۱      | ۱/۷۵ |
|            | ۲   | ۱      | -۱     | -۱     | ۲۵/۱۰ | ۲۲/۶۰ | ۲۴/۱۸ | ۲۳/۹۶     | ۱/۲۶ |
|            | ۳   | -۱     | ۱      | -۱     | ۱۴/۴۰ | ۱۳/۶۶ | ۱۶/۴۶ | ۱۴/۸۴     | ۱/۴۵ |
|            | ۴   | ۱      | ۱      | -۱     | ۲۴/۸۰ | ۲۲/۵۵ | ۲۴/۴۷ | ۲۳/۹۴     | ۱/۲۲ |
|            | ۵   | -۱     | -۱     | ۱      | ۸/۲۷  | ۷/۰۴  | ۹/۵۰  | ۹/۲۷      | ۱/۲۳ |
|            | ۶   | ۱      | -۱     | ۱      | ۲۱/۴۳ | ۲۳/۷۵ | ۲۳/۵۵ | ۲۲/۹۱     | ۱/۲۹ |
|            | ۷   | -۱     | ۱      | ۱      | ۱۸/۷۹ | ۱۶/۰۰ | ۱۸/۶۳ | ۱۷/۸۱     | ۱/۵۷ |
|            | ۸   | ۱      | ۱      | ۱      | ۲۱/۵۴ | ۲۲/۷۷ | ۲۳/۶۴ | ۲۲/۶۵     | ۱/۰۶ |
| نقاط محوری | ۹   | -۱/۶۸۲ | ۰      | ۰      | ۱۰/۱۵ | ۱۰/۳۳ | ۷/۴۸  | ۹/۳۲      | ۱/۶۰ |
|            | ۱۰  | ۱/۶۸۲  | ۰      | ۰      | ۲۳/۱۸ | ۲۳/۵۷ | ۲۰/۹۲ | ۲۲/۵۶     | ۱/۴۳ |
|            | ۱۱  | ۰      | -۱/۶۸۲ | ۰      | ۱۹/۲۶ | ۱۶/۶۲ | ۱۹/۴۱ | ۱۸/۴۳     | ۱/۵۷ |
|            | ۱۲  | ۰      | ۱/۶۸۲  | ۰      | ۲۳/۲۵ | ۲۵/۱۹ | ۲۵/۳۸ | ۲۴/۶۱     | ۱/۱۸ |
|            | ۱۳  | ۰      | ۰      | -۱/۶۸۲ | ۱۹/۲۲ | ۱۶/۹۵ | ۱۹/۶۷ | ۱۸/۶۲     | ۱/۴۶ |
|            | ۱۴  | ۰      | ۰      | ۱/۶۸۲  | ۲۱/۶۷ | ۲۱/۶۰ | ۱۹/۴۳ | ۲۰/۹      | ۱/۲۷ |
| نقاط مرکزی | ۱۵  | ۰      | ۰      | ۰      | ۲۰/۰۰ | ۲۲/۱۸ | ۱۹/۶۱ | ۲۰/۶      | ۱/۳۹ |
|            | ۱۶  | ۰      | ۰      | ۰      | ۲۱/۷۹ | ۱۹/۸۸ | ۱۹/۴۳ | ۲۰/۳۷     | ۱/۲۵ |
|            | ۱۷  | ۰      | ۰      | ۰      | ۲۰/۹۴ | ۲۲/۲۸ | ۱۹/۶۰ | ۲۰/۹۴     | ۱/۳۴ |
|            | ۱۸  | ۰      | ۰      | ۰      | ۲۰/۰۶ | ۲۰/۰۳ | ۲۲/۴۳ | ۲۰/۸۴     | ۱/۳۸ |
|            | ۱۹  | ۰      | ۰      | ۰      | ۲۰/۰۷ | ۲۲/۳۰ | ۱۹/۷۲ | ۲۰/۷      | ۱/۴۰ |
|            | ۲۰  | ۰      | ۰      | ۰      | ۱۹/۳۶ | ۲۱/۱۹ | ۲۱/۸۳ | ۲۰/۷۹     | ۱/۲۸ |

در جدول فوق  $x_1$ ,  $x_2$  و  $x_3$  به ترتیب متغیرهای دمای رنگریزی، زمان رنگریزی و غلظت لیپوزوم می‌باشند که به دلیل استفاده از طرح CCD با مقادیر ۱ و -۱ کد گذاری شده‌اند. همچنین برای هر آزمایش طرح ۳ تکرار در نظر گرفته شده که مقادیر متغیر پاسخ در هر تکرار در زیر ستون  $Y$  آورده شده است. نمودار تابع واریانس و نمودار تراز این طرح برای داده‌های فرایند رنگریزی به صورت زیر خواهد بود.



شکل ۱. نمودار تابع واریانس طرح CCD برای فرایند رنگریزی



شکل ۲. نمودار تراز طرح CCD برای فرایند رنگرزی

### ۳ بهینه‌سازی فرایند رنگرزی با استفاده از روش پارامتری

در این روش ابتدا یک مدل پارامتری مشخص برای مدل‌سازی رویه‌ی میانگین پاسخ به داده‌ها برازش داده شده و سپس با استفاده از آن بهینه‌سازی صورت می‌گیرد. در این جا با توجه به طرح انتخاب شده برای تولید داده‌ها و با توجه به دو سطحی بودن متغیرهای ورودی از یک مدل درجه دوم به صورت زیر، برای برازش داده‌های جدول ۲ استفاده می‌شود:

$$y = \beta_0 + \sum_{i=1}^k \beta_i x_i + \sum_{i=1}^k \beta_{ii} x_i^2 + \sum_{i < j=2}^k \sum_{j=2}^k \beta_{ij} x_i x_j + \varepsilon$$

که در آن مولفه‌ی  $\varepsilon$ ، خطای تصادفی ناشی از تاثیر متغیرهای غیر قابل کنترل ورودی بر روی متغیر پاسخ و یا عوامل اغتشاش‌گر را نشان داده که معمولاً فرض می‌شود دارای توزیع نرمال با میانگین صفر و واریانس ثابت یک می‌باشد. همچنین در مدل فوق  $\beta_i$ ها پارامترهای مدل بوده که با استفاده از روش حداقل توان‌های دوم خطا برآورد می‌شود. جدول تحلیل واریانس مربوط به اثرهای اصلی، درجه دوم و اثرهای متقابل مدل برازش داده در جدول زیر آورده شده است.

جدول ۳. تحلیل واریانس داده‌های فرایند رنگرزی

| منبع       | مجموع<br>مربعات | درجه<br>آزادی | میانگین<br>مربعات | مقدار $F$ | $Prob>F$ |
|------------|-----------------|---------------|-------------------|-----------|----------|
| مدل        | ۴۵۲/۶۰          | ۹             | ۵۰/۲۹             | ۴۱/۸۷     | <۰/۰۰۰۱  |
| $A$        | ۳۱۴/۱۲          | ۱             | ۳۱۴/۱۲            | ۲۶۱/۵۲    | <۰/۰۰۰۱  |
| $B$        | ۴۶/۴۴           | ۱             | ۴۶/۴۴             | ۳۸/۶۶     | <۰/۰۰۰۱  |
| $C$        | ۲/۱۵            | ۱             | ۲/۱۵              | ۱/۷۹      | ۰/۲۱۳    |
| $A^2$      | ۵۱/۹۷           | ۱             | ۵۱/۹۷             | ۴۳/۲۷     | <۰/۰۰۰۱  |
| $B^2$      | ۰/۰۷۸           | ۱             | ۰/۰۷۸             | ۰/۰۶۵     | ۰/۸۳     |
| $C^2$      | ۴/۳۴            | ۱             | ۴/۳۴              | ۳/۶۱      | ۰/۰۲۸    |
| $AB$       | ۲۹/۴۵           | ۱             | ۲۹/۴۵             | ۲۴/۵۲     | ۰/۰۰۰۶   |
| $AC$       | ۴/۹۱            | ۱             | ۴/۹۱              | ۴/۰۹      | ۰/۰۷     |
| $BC$       | ۰/۳۹            | ۱             | ۰/۳۹              | ۰/۳۳      | ۰/۵۶     |
| باقی مانده | ۱۲/۰۱           | ۱۰            | ۱/۲۰              |           |          |
| عدم برازش  | ۱۱/۸۱           | ۵             | ۲/۳۶              | ۵۷/۹۰     | ۰/۰۰۰۲   |
| خطای خالص  | ۰/۲۰            | ۵             | ۰/۰۴۱             |           |          |
| کل         | ۴۶۴/۶۱          | ۱۹            |                   |           |          |

همان‌طور که در این جدول مشاهده می‌شود با تعیین  $\alpha = ۰/۱$  بعضی اثرهای اصلی، متقابل و توان دوم معنی‌دار نیستند. با استفاده از روش انتخاب گام به گام مدل زیر برای میانگین پاسخ حاصل می‌شود:

$$\bar{y} = K / S = ۲۰/۸ + ۴/۸x_1 + ۱/۸۴x_2 + ۰/۴x_3 - ۱/۹۱x_1^2 - ۰/۵۶x_2^2 - ۱/۹۲x_1x_2 - ۰/۷۸x_1x_3 \quad (۱)$$

همچنین جدول زیر نشان می‌دهد برازش مدل مرتبه دوم به داده‌های جدول ۲ نسبت به مدل‌های دیگر مناسب‌تر است.

باسم مقدم، مقایسه‌ی روش‌های پارامتری و ناپارامتری در بسط‌سازی سلاسه‌های نساجی با روش‌های پارامتری استوار

جدول ۴. آماره‌های خلاصه مدل‌ها

| منبع     | انحراف معیار | $R^2$  | $R^2_{adj}$ | $R^2_{pre}$ | PRESS  |
|----------|--------------|--------|-------------|-------------|--------|
| خطی      | ۲/۵۲         | ۰/۷۸۰۷ | ۰/۷۳۹۵      | ۰/۶۱۹۱      | ۱۷۶/۹۵ |
| متقابل   | ۲/۲۷         | ۰/۸۵۵۵ | ۰/۷۸۸۸      | ۰/۵۶۹۲      | ۲۰۰/۱۵ |
| درجه دوم | ۱/۱۰         | ۰/۹۷۴۱ | ۰/۹۵۰۹      | ۰/۸۰۴۵      | ۹۰/۸۲  |
| درجه سوم | ۰/۷۶         | ۰/۹۹۲۵ | ۰/۹۷۶۳      | -۰/۵۵۵۶     | ۷۲۲/۷۳ |

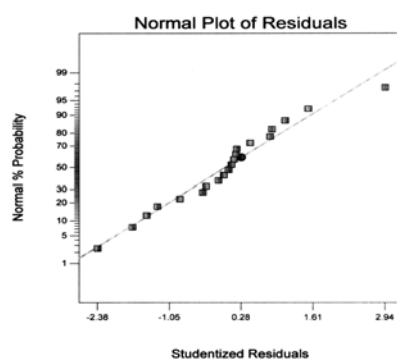
برای بررسی صحت مدل و روش تحلیل واریانس به کار برده شده در تحلیل داده‌ها، لازم است پذیره‌های زیر بنایی که شامل:

۱. نرمال بودن باقیمانده‌ها

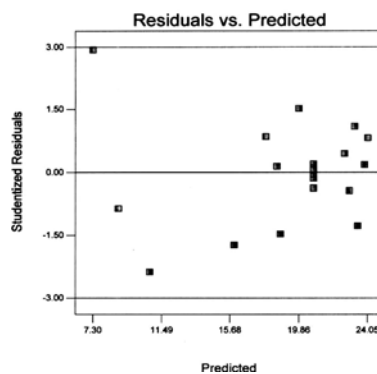
۲. ثابت بودن واریانس باقیمانده‌ها

۳. مستقل بودن باقیمانده‌ها

می‌باشند، بررسی شوند. با توجه به شکل‌های ۳، ۴ و ۵، نرمال بودن، ثابت بودن واریانس و مستقل بودن باقی مانده‌ها محرز می‌شود و صحت مدل تأیید می‌گردد.

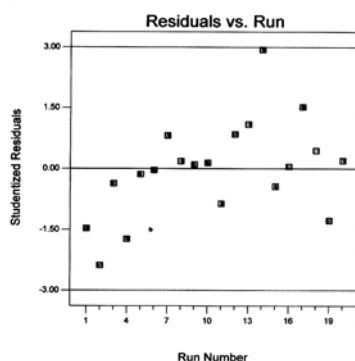


شکل ۳. نمودار نرمال



شکل ۴. نمودار باقی مانده‌ها در برابر مقدارهای پیش‌بینی





شکل ۵. نمودار باقی مانده‌ها

هم‌چنین برای بررسی نقاط موثر و نقاط پرت در مدل از آماره‌های مختلفی مانند:

۱. باقی مانده استیودنت

۲. فاصله کوک

۳. پرتی

استفاده می‌شود. آماره فاصله کوک و باقیمانده استیودنت برای بررسی نقاطی هستند که تأثیر زیادی بر روی مدل دارند به طوری که با حذف آن‌ها از مدل امکان دارد مدل رگرسیونی تغییر کند و مقدارهای بزرگ این آماره‌ها در هر نقطه نشان دهنده تأثیر زیاد آن نقطه در مدل می‌باشد. در جدول ۵ تمامی این مقادارها کوچک بوده از این رو نقطه موثری در مدل وجود ندارد. هم‌چنین آماره *Outlier* برای تشخیص نقاط پرت موجود در مدل می‌باشد که اگر  $|Outlier| > 3/5$  باشد، آن‌گاه آن نقطه به عنوان نقطه پرت باید بررسی شود که طبق جدول نقطه پرتی نیز در مدل موجود نمی‌باشد.

جدول ۵. بررسی نقاط پرت و بانفوذ

| شماره | مقدار واقعی | بینی مقدار پیش | باقی مانده | باقی مانده استیودنت | فاصله کوک | Outlier |
|-------|-------------|----------------|------------|---------------------|-----------|---------|
| ۱     | ۸/۳۱        | ۸/۸۵           | -۰/۵۴      | -۰/۸۵۳              | ۰/۱۴۸     | -۰/۸۴۰  |
| ۲     | ۲۳/۹۶       | ۲۳/۸۴          | ۰/۱۲       | ۰/۱۸۴               | ۰/۰۰۷     | ۰/۱۷۵   |
| ۳     | ۱۴/۸۴       | ۱۵/۹۳          | -۱/۰۹      | -۱/۷۳۱              | ۰/۶۰۸     | -۱/۹۶۳  |
| ۴     | ۲۳/۹۴       | ۲۳/۲۵          | ۰/۶۹       | ۱/۰۹۲               | ۰/۲۴۲     | ۱/۱۰۴   |
| ۵     | ۹/۲۷        | ۱۰/۷۷          | -۱/۵۰      | -۲/۳۷۶              | ۱/۱۴۵     | -۳/۴۱۷  |
| ۶     | ۲۲/۹۱       | ۲۲/۶۳          | ۰/۲۸       | ۰/۴۴۷               | ۰/۰۴۱     | ۰/۴۲۸   |
| ۷     | ۱۷/۸۱       | ۱۸/۷۳          | -۰/۹۲      | -۱/۴۶۸              | ۰/۴۳۷     | -۱/۵۷۳  |
| ۸     | ۲۲/۶۵       | ۲۲/۹۲          | -۰/۲۷      | -۰/۴۳۱              | ۰/۰۳۸     | -۰/۴۱۳  |
| ۹     | ۹/۳۲        | ۷/۳۰           | ۲/۰۲       | ۲/۹۳۸               | ۱/۳۳۵     | ۳/۲     |
| ۱۰    | ۲۲/۵۶       | ۲۳/۴۳          | -۰/۸۷      | -۱/۲۷۲              | ۰/۲۵۰     | -۱/۳۱۸  |
| ۱۱    | ۱۸/۴۳       | ۱۷/۸۵          | ۰/۵۸       | ۰/۸۴۹               | ۰/۱۱۲     | ۰/۸۳۶   |
| ۱۲    | ۲۴/۶۱       | ۲۴/۰۵          | ۰/۵۶       | ۰/۸۱۶               | ۰/۱۰۳     | ۰/۸۰۲   |
| ۱۳    | ۱۸/۶۲       | ۱۸/۵۲          | ۰/۱۰۰      | ۰/۱۴۵               | ۰/۰۰۳     | ۰/۱۳۸   |
| ۱۴    | ۲۰/۹۰       | ۱۹/۸۶          | ۱/۵۴       | ۱/۵۲۰               | ۰/۳۵۷     | ۱/۶۴۴   |
| ۱۵    | ۲۰/۶۰       | ۲۰/۷۴          | -۰/۱۴      | -۰/۱۳۹              | ۰/۰۰۰     | -۰/۱۳۲  |
| ۱۶    | ۲۰/۷۳       | ۲۰/۷۴          | -۰/۳۷      | -۰/۳۶۹              | ۰/۰۰۳     | -۰/۳۵۳  |
| ۱۷    | ۲۰/۹۴       | ۲۰/۷۴          | ۰/۲۰       | ۰/۲۰۰               | ۰/۰۰۱     | ۰/۱۹۱   |
| ۱۸    | ۲۰/۸۴       | ۲۰/۷۴          | ۰/۱۰       | ۰/۱۰۱               | ۰/۰۰۰     | ۰/۰۹۵   |
| ۱۹    | ۲۰/۷۰       | ۲۰/۷۴          | -۰/۰۳۹     | -۰/۰۳۹              | ۰/۰۰۰     | -۰/۰۳۷  |
| ۲۰    | ۲۰/۷۹       | ۲۰/۷۴          | ۰/۰۵۱      | ۰/۰۵۱               | ۰/۰۰۰     | ۰/۰۴۸   |

بعد از مشخص شدن مناسب بودن مدل برازش داده شده و صحت پذیره‌های زیر بنایی، مدل (۱) را به عنوان رویه پاسخ میانگین در نظر می‌گیریم. از آن‌جا که بر طبق مطالعات انجام شده، میزان رمق‌کشی همواره کم‌تر از ۳۰ است بنابراین هدف از بهینه‌سازی در این‌جا نزدیک کردن میزان رمق‌کشی به مقدار ۳۰ و کاهش پراکندگی

پاسخ با استفاده از معیار  $MSD$  است که برای این منظور از الگوریتم ژنتیک (هاپت و سو، [۷]) استفاده می‌کنیم. حاصل این کار یافتن نقطه‌ی بهینه زیر است:

$$\left. \begin{array}{l} \text{غلظت لیپوزوم} = 1/8 \\ \text{زمان} = 37 \\ \text{دما} = 91 \end{array} \right\} \text{نقطه بهینه:}$$

که در این نقطه میزان  $K/S$  برابر با  $23/82$  و مقدار واریانس پیش‌بین  $1/21$  است. در نتیجه مقدار  $MSD$  برابر  $38/66$  به دست می‌آید.

#### ۴ بهینه‌سازی با استفاده از روش ناپارامتری

از آنجایی که اساس برآوردیابی در روش پارامتری بر مبنای فرض خطی بودن پارامترهای مدل استوار است، در نتیجه در مواقعی که این فرض صحیح نباشد یعنی در صورتی که پارامترهای مدل فرم غیر خطی دارند و روش‌های تشخیصی نتواند این موضوع را نشان دهند، برآوردهای به دست آمده بسیار اریب بوده و در نتیجه رویه پاسخ برازش داده شده نمی‌تواند تابع دقیقی برحسب متغیرهای ورودی و خروجی سامانه باشد. در چنین مواقعی که از خطی بودن پارامترهای مدل مطمئن نیستیم، یا اطمینان کافی نداریم، روش بهینه‌سازی ناپارامتری پیش‌نهاد می‌شود. در این روش تابع‌های میانگین و واریانس (به ترتیب  $h$  و  $g^*$ ) نامعلوم فرض شده، اما شکل هموار آن‌ها به ترتیب به صورت زیر در نظر گرفته می‌شود:

$$\bar{y}_i = h(X_i') + g^{1/2}(X_i^{*'}) \varepsilon_i$$

$$\ln(s_i^2) = g^*(X_i^{*'}) + \eta_i$$

که در آن  $X_i'$  و  $X_i^{*'}$  به ترتیب بردارهایی از میانگین و واریانس متغیرهای رگرسیونی بوده و  $\eta_i$  مولفه‌ی خطای مدل را نشان می‌دهد که فرض می‌شود دارای میانگین صفر و واریانس ثابت در تمام نقاط طرح است. تاکنون روش‌های ناپارامتری مختلفی برای برازش و برآوردیابی میانگین و واریانس در چنین مدل‌هایی ارایه شده که از جمله مهمترین آن‌ها می‌توان به روش رگرسیون کرنل [۸] و روش رگرسیون چند متغیره موضعی [۹] اشاره کرد. در این ارتباط لازم به ذکر است هر چند روش رگرسیون چند متغیره موضعی یا همان روش LPR توانایی برازش مدل‌های با مرتبه یک و بالاتر را دارد، با این وجود فان (۱۹۹۲) [۱۰] نشان داد که برای انجام بهینه‌سازی از طریق مدل مرتبه اول که به رگرسیون خطی موضعی (LLR) مشهور است، نیاز به برازش مدل‌های بالاتر نمی‌باشد. از این رو، در این جا از همین روش برای برازش رویه‌های پاسخ میانگین و واریانس استفاده

می کنیم. روش LLR در واقع همان روش حداقل توان دوم موزون است که وزن های متغیرهای پیش گو به وسیله ی تابع کرنل (تابع هسته) تعیین می شود. به طور مثال، برای رگرسیون چندگانه ای که در نقطه  $X_0' = (x_{01}, x_{02}, \dots, x_{0k})$  پیش گویی مورد نظر است، تابع کرنل به صورت زیر تعریف می شود:

$$K(X_0, \tilde{X}_i) = \frac{1}{b^k} \prod_{j=1}^k K\left(\frac{x_{0j} - \tilde{x}_{ij}}{b}\right)$$

که در آن  $K\left(\frac{x_{0j} - \tilde{x}_{ij}}{b}\right)$  تابع کرنل یک متغیره و  $b$  پهنای باند یا همان پارامتر هموارساز است. در این روش می توان از تابع کرنل های مختلف استفاده کرد ولی از آن جایی که این تابع در عملکرد برآوردگر تأثیری ندارد [۱۱]، در این جا برای راحتی از تابع کرنل گوسی  $K(z) = e^{-z^2}$  استفاده می کنیم.

انتخاب پهنای باند بسیار مهم و حیاتی است چرا که همواری تابع برآورد شده به وسیله پهنای باند کنترل می شود. می توان نشان داد وقتی  $b$  بزرگ است برآوردهای به دست آمده بسیار هموار می باشند و مقدار واریانس برآوردها کاهش می یابد اما اریبی افزایش می یابد و برعکس با کاهش  $b$ ، واریانس برآوردها افزایش و اریبی کاهش می یابد. برای رسیدن به حالت بهینه باید  $b$  به گونه ای انتخاب شود که توازن بین واریانس و اریبی برقرار باشد. مایز و بیرج [۱۲] روش های مختلف انتخاب پهنای باند را بررسی و از آن میان روش  $PRESS^{**}$  را پیشنهاد دادند. در این روش  $b$  طوری تعیین می شود که مقدار  $PRESS^{**}$  که به صورت زیر تعریف می شود، مینیمم گردد.

$$PRESS^{**} = \frac{PRESS}{d - \text{trace}(H^{(LLR)}) + (d - (k + 1)) \frac{SSE_{\max} - SSE_b}{SSE_{\max}}}$$

که در آن  $SSE_{\max}$  بزرگترین مجموع توان دوم خطا تحت تمام مقدارهای ممکن از پهنای باند،  $SSE_b$  مجموع توان دوم خطا برای یک مقدار مشخص از پهنای باند،  $d$  تعداد نقاط طرح،  $k$  تعداد متغیرهای رگرسیونی و  $PRESS$  مجموع توان دوم خطای پیش گویی است که به صورت زیر تعریف می شود:

$$PRESS = \sum e^2(i) = \sum (y_i - \hat{y}_i^{(i)})^2$$

که در آن  $\hat{y}_i^{(i)}$  پاسخ برآورد شده در نقطه ی  $X_i$  وقتی مشاهده  $i$  ام از مدل کنار گذاشته می شود، را نشان می دهد.

بر اساس یافته های لین و کارول [۱۳] برآورد LLR برای واریانس در نقطه  $X_0^*$  به صورت زیر به دست می آید:

$$\hat{Var}(y_0) = \hat{\sigma}_0^2 = \exp[X_0^* (X^{*'} Q_0^* X^*)^{-1} X^{*'} Q_0^* y^*] = \exp[h_0^{(LLR)} y^*] \quad (2)$$

که در آن  $Q_0^*$  ماتریس قطری شامل وزن‌های تابع کرنل در نقطه  $X_0^*$  است و به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$Q_0^* = \text{diag}(q_{01}^*, q_{02}^*, \dots, q_{0d}^*)$$

$$q_{0i}^* = \frac{K(X_0^*, X_i^*)}{\sum_{i=1}^d K(X_0^*, X_i^*)}$$

آن‌ها همچنین برای برآورد میانگین در نقطه  $X_0$  از الگوریتم موزون رگرسیون خطی موضعی استفاده کردند که دارای گام‌های زیر است:

گام اول. ابتدا با استفاده از رابطه (۲)،  $\hat{\sigma}_i^2$  را محاسبه شده و از آن برای محاسبه‌ی ماتریس  $\hat{V}^{-1}$  استفاده می‌شود:

$$\hat{V}^{-1} = \text{diag}\left(\frac{1}{\hat{\sigma}_1^2}, \frac{1}{\hat{\sigma}_2^2}, \dots, \frac{1}{\hat{\sigma}_d^2}\right)$$

گام دوم. مقدار  $W_0$  به عنوان وزن‌های متغیرهای جدید رگرسیونی در نقطه  $X_0$ ، به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$W_0 = Q_0 \hat{V}^{-1} Q_0$$

که در آن  $Q_0$  به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$Q_0 = \text{diag}(\sqrt{q_{01}}, \sqrt{q_{02}}, \dots, \sqrt{q_{0d}})$$

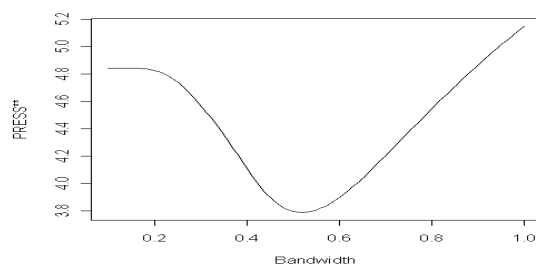
$$q_{0i} = \frac{K(X_0, \tilde{X}_j)}{\sum_{j=1}^d K(X_0, \tilde{X}_j)}$$

گام سوم. از  $W_0$  استفاده کرده و برآورد EWLLR برای میانگین در نقطه  $X_0$  به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\hat{E}(y_0)^{(EWLLR)} = X_0' (X' W_0 X)^{-1} X' W_0 \bar{y}$$

با توجه به مطالب گفته شده برای انجام بهینه‌سازی با این روش ابتدا لازم است پهنای باند که از طریق کمینه کردن  $PRESS^{**}$  به دست می‌آید، مشخص شود. برای این منظور از نرم افزار R استفاده کرده و مقدار پهنای باند را برای مدل واریانس و میانگین به ترتیب ۰/۳۱ و ۰/۴۵ به دست می‌آوریم. در شکل زیر نمودار پهنای باند برای مدل میانگین در مقابل  $PRESS^{**}$  رسم شده است.

باسنی مقدم، مقایسه‌ی روش‌های پارامتری و ناپارامتری در بسط‌سازی سلازهای نساجی با رویکرد طرح پارامتری استوار



شکل ۶. نمودار پهنای باند در برابر  $PRESS^{**}$

حال برآورد لگاریتم واریانس را با استفاده از روش LLR محاسبه کرده و از آن ماتریس  $\hat{V}^{-1}$  را به دست می‌آوریم. این اطلاعات در جدول زیر آورده شده است.

جدول ۶. برآورد واریانس در روش ناپارامتری

| مشاهده | $t_i$ | $\hat{\sigma}_i^2$ | $\frac{1}{\hat{\sigma}_i^2}$ | مشاهده | $t_i$ | $\hat{\sigma}_i^2$ | $\frac{1}{\hat{\sigma}_i^2}$ |
|--------|-------|--------------------|------------------------------|--------|-------|--------------------|------------------------------|
| ۱      | ۱/۰۵  | ۳/۰۱               | ۰/۳۳                         | ۱۱     | ۰/۶۴  | ۲/۳                | ۰/۴۲                         |
| ۲      | ۰/۹۵  | ۱/۶۵               | ۰/۶                          | ۱۲     | ۰/۴۹  | ۱/۴                | ۰/۷۱                         |
| ۳      | ۰/۷۷  | ۲/۱                | ۰/۴۸                         | ۱۳     | ۰/۷۳  | ۲/۱۱               | ۰/۴۷                         |
| ۴      | ۰/۵۷  | ۱/۴۸               | ۰/۶۷                         | ۱۴     | ۰/۴   | ۱/۶                | ۰/۶۲                         |
| ۵      | ۰/۹۵  | ۱/۵۷               | ۰/۶۳                         | ۱۵     | ۰/۵۸  | ۱/۷۹               | ۰/۵۶                         |
| ۶      | ۰/۷۳  | ۱/۶۸               | ۰/۶                          | ۱۶     | ۰/۶   | ۱/۷۹               | ۰/۵۶                         |
| ۷      | ۰/۵۵  | ۲/۳۷               | ۰/۴۲                         | ۱۷     | ۰/۵۹  | ۱/۷۹               | ۰/۵۶                         |
| ۸      | ۰/۴۵  | ۱/۱۳               | ۰/۸۸                         | ۱۸     | ۰/۵۸  | ۱/۷۹               | ۰/۵۶                         |
| ۹      | ۰/۹۳  | ۲/۵۳               | ۰/۳۹                         | ۱۹     | ۰/۵۷  | ۱/۷۹               | ۰/۵۶                         |
| ۱۰     | ۰/۲۱  | ۱/۹۲               | ۰/۵۲                         | ۲۰     | ۰/۶   | ۱/۷۹               | ۰/۵۶                         |

با استفاده از اطلاعات جدول فوق و با بهره‌گیری از الگوریتم EWLS گفته شده، می‌توان ضمن مشخص کردن برآورد میانگین پاسخ، حالت بهینه سامانه را با استفاده از روش‌های جستجوی تصادفی مشخص نمود. در این جا این عمل را همانند قبل با استفاده از الگوریتم ژنتیک انجام می‌دهیم که در این صورت داریم:

$$\left. \begin{array}{l} \text{غلظت لیپوزوم} = 1 \\ \text{زمان} = 30 \\ \text{دما} = 95 \end{array} \right\} \text{نقطه بهینه :}$$

در این نقطه مقدار متغیر پاسخ برابر ۲۶/۵۶ و مقدار واریانس پیش‌بین برابر ۰/۷۶ است که در این صورت مقدار  $MSD$  برابر ۱۸/۹ به دست می‌آید.

## ۵ نتیجه‌گیری

برای مقایسه‌ی دو روش پارامتری و ناپارامتری، نتایج به دست آمده در این دو روش را با استفاده از معیار  $MSD$  مورد ارزیابی قرار می‌دهیم. همان‌طور که جدول ۷ نشان می‌دهد، مقدار  $MSD$  در روش پارامتری تقریباً دو برابر روش ناپارامتری است که این امر نشان از برتری روش ناپارامتری نسبت به روش پارامتری در بهینه‌سازی فرایند رنگرزی است.

جدول ۷. مقایسه‌ی عملکرد روش‌های رویه‌ی پاسخ و ناپارامتری

|                | $x_1$ | $x_2$ | $x_3$ | $\hat{E}[y_i] = K/S$ | $\text{var}[y_i]$ | $MSD$ |
|----------------|-------|-------|-------|----------------------|-------------------|-------|
| روش پارامتری   | ۹۱    | ۳۷    | ۱/۸   | ۲۳/۸۲                | ۱/۲۱              | ۳۸/۶۶ |
| روش ناپارامتری | ۹۵    | ۳۰    | ۱     | ۲۶/۵۶                | ۰/۷۶              | ۱۸/۹  |

## منابع

- [1] Taguchi, G., (1985), System of Experimental Design: Engineering Methods to Optimize Quality and Minimize Cost, UNIPUB/Kraus International, and White Plains, NY.
- [2] Vinning, G. G., Myers, R. H. (1990), Combining Taguchi and Response Surface Philosophies: A Dual Response Approach. Journal of Quality Technology, 38-45.
- [3] Vinning, G. G., Bohn, L. L., (1998). Response surfaces for the mean and variance using a nonparametric approach, Taguchi and Response Surface Philosophies: A Dual Response Approach, Journal of Quality Technology, 38-45.
- [4] Gasser, T., Mueller, H.G., (1984). Estimating regression functions and their derivatives by the kernel method. Scandinavian Journal of Statistics, 11, 171-185.
- [5] Anderson - Cook, C. M., Prewitt, K., (2005). Some Guideline for Using Nonparametric Methods for Modeling Data from Response Surface Design. Journal of Modern Applied Statistical Methods, 4, 106-119.
- [6] Box, G., Draper B., (1987). Empirical Model Building and Response Surface. Wiley, New York.
- [7] Haupt, Randy L., Sue Ellen., (2004). Practical Genetic Algorithms, Second Edition, John Wiley and sons.
- [8] Nadaraya, E., (1964). Some new estimates for distribution function, Theory of Probability and its Applications. (Translation of Teorija erojatnostei iee Primenenija), 9, 497-500.
- [9] Fan, J., Gijbels, I., (1996). Local polynomial modeling and its applications. Chapman & Hall.

- [10] Fan, J., (1992). Design-adaptive Nonparametric Regression. Journal of the American Statistical Association, 87, 998-1004.
- [11] Simonoff, J. S., (1996). Smoothing Methods in Statistics, Springer, and New York.
- [12] Mays, J. E., Birch J. B., (1998). Smoothing Considerations in nonparametric and Semi-parametric Regression. Virginia Tech, Department of Statistics, Technical Report, No. 98-2, 24 pages.
- [13] Lin, X., Carroll, R. J., (2000). Nonparametric function estimation for clustered data when the predictor is measured without/with error, Journal of the American Statistical Association, 95, 520-534.