مجله تحقیق در عملیات و کاربردهای آن، سال نهم، شماره اول (پیاپی ۳۲)، بهار ۹۱، ص ص ۶۱-۳۵
شاپا ۷۲۸۶-۲۲۵۱

برنامه‌ریزی خط لوله چند فرآورده‌ای در شرایط عدم قطعیت تقاضای روزانه مشتری‌ها

نعمت الله تقی نژاد*[1]، سید هادی ناصری[2]، سجاد مرادی[3]
[1]دانشجوی دکتری، دانشکده ریاضی، دانشگاه مازندران
[2]استادیار، دانشکده ریاضی، دانشگاه مازندران
[3]دانشجوی دکتری، دانشکده ریاضی و علوم کامپیوتر، دانشگاه امیرکبیر

رسید مقاله: ۲۶ مهر ۱۳۹۰
پذیرش مقاله: ۲۷ بهمن ۱۳۹۰

چکیده

خطوط لوله به عنوان روشی مطمئن و اقتصادی، نقش عمده‌ای در جابه‌جایی فرآورده‌های مختلف نفتی از پالایشگاه‌ها به مراکز توزیع را بر عهده دارد، در پالایشگاه‌ها فرآورده‌های مختلف پشت سرهم و بدون هیچ واسط و جداکننده فیزیکی به خط لوله تزریق می‌شوند و در طرف دیگر یعنی مراکز توزیع، فرآورده‌ها دریافت و در مخازن مربوطه تخلیه می‌شوند، با استفاده از برنامه‌ریزی ریاضی، زمان‌بندی عملیات حمل فرآورده‌های نفتی در یک دوره زمانی معین (افق زمانی) به‌دست می‌آید تا فرآورده‌های مختلف پس از رسیدن به مراکز توزیع و گذراندن دوره ته‌نشینی بنا به نیاز روزانه به‌دست مشتری برسند. در شرایط واقعی عواملی مختلفی از جمله شرایط آب و هوایی، رخ دادهای اجتماعی، سیاسی از قبیل جنگ و غیره ممکن است نیاز روزانه به فرآورده‌های مختلف را در مراکز توزیع تغییر دهند در نتیجه زمان‌بندی اولیه باید به‌روزرسانی شود. لذا به دنبال زمان‌بندی اولیه‌ای می‌گردیم که با کمترین هزینه و تغییر بتواند عدم قطعیت در نیاز روزانه مشتری‌ها در مرکز توزیع را پشتیبانی کند. بدین منظور یک مدل مدل تصادفی ارایه کرده و با روش‌های مختلف این مدل را مورد ارزیابی قرار دادیم، که به این نتیجه رسیدیم می‌توان از آن به عنوان یک ابزار کارا و موثر در تصمیم‌گیری‌ها استفاده کرد.

کلمات کلیدی : زمان‌بندی، خط لوله چند فرآورده‌ای، برنامه‌ریزی تصادفی، مدیریت موجودی.

۱ مقدمه

مهمترین وسایل حمل و نقل فرآورده‌های نفتی عبارتند از وسایل حمل جاده‌ای، ریلی، دریایی و خطوط لوله. سایر وسایل حمل و نقل نقش چندانی در انتقال فرآورده‌های نفتی ندارند. با انجام بررسی‌های لازم، سهم کارکرد

* عهده دار مکاتبات
آدرس الکترونیکی: n.taghinezhad@gmail.com

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-10-31]

هر یک از وسایل حمل و نقل در جابه‌جایی فرآورده‌ها مشخص می‌شود در جدول ۱ نسبت هزینه حمل و نقل وسایل مختلف به خط لوله در کشور ایران ارایه شده است.

جدول ۱. نسبت هزینه حمل و نقل وسایل مختلف به خط لوله

	خط لوله	دریایی	ریلی	جاده‌ای
نسبت هزینه حمل و نقل وسایل مختلف به خط لوله	۱	۲/۴۰	۳/۸۰	۳/۷۹

در عملیات پمپاژ فرآورده به خط لوله، تفکیک فرآورده‌ها بسیار مهم می‌باشد. به طور کلی با برنامه‌ریزی و زمانبندی دقیق و انتخاب صحیح فرآورده‌ها، می‌توان تا حد زیادی برآلودگی فرآورده‌ها درون خط لوله غلبه کرد. مهمترین وظیفه خط لوله چند فرآورده‌ای ورود و تحویل به موقع فرآورده‌ها به نقاط مصرف است که برنامه‌ریزی صحیح این فرآیند، کمکی برای رسیدن به این هدف است.

۲ سابقه مساله

خطوط لوله چند فرآورده‌ای، از جهات مختلف مورد بررسی قرار گرفته‌اند و مدل‌بندی‌های متفاوتی برای آن ارایه شده است.

پینتو[1] و همکاران در سال ۲۰۰۳ [۱] یک برنامه زمانبندی برای یک سیستم واقعی ارایه کردند. در این سیستم، یک خط لوله چند فرآورده‌ای، یک پالایشگاه را به تعدادی مرکز توزیع که به دنبال هم قرار گرفته‌اند، متصل می‌کند. هدف اصلی مساله عبارت است از: تأمین تقاضای بازارهای مصرف متصل به مراکز توزیع همراه با مینیمم کردن هزینه‌های عملیاتی. پینتو و همکاران در سال ۲۰۰۴ [۲] با اضافه کردن قیودی خاص و تعدادی برش صحیح، مدل‌های ارایه شده را بهبود بخشیدند. قیود خاص برای کاهش حجمی که بر اثر تداخل دو محموله مختلف به وجود می‌آید و برش‌ها را برای کمتر کردن زمان حل مساله به مدل افزودند. در این مدل متغیر زمان از نوع گسسته در نظر گرفته شد. میرحسنی و علیزاده در سال ۲۰۰۸ [۳] مدل‌های ارایه شده توسط پینتو و رجوسکی[2] را به مساله حمل و نقل فرآورده با خطوط لوله درختی تعمیم دادند. آن‌ها به ازای هر مرکز توزیع، یک مسیر بین پالایشگاه و مرکز توزیع مربوطه تعریف کردند. کافارو[3] و همکاران در سال ۲۰۰۴ [۴] یک مدل MILP جدید برای زمانبندی مساله خط لوله چند فرآورده‌ای که یک پالایشگاه را به چند مرکز توزیع متصل می‌کرد، ارایه کردند. در این مدل متغیر زمان پیوسته در نظر گرفته شده است. پائین بودن تعداد متغیرهای دودوئی و لذا پایین بودن زمان حل مساله از ویژگی‌های اصلی این مدل می‌باشد. کافارو و همکاران در سال ۲۰۰۸ [۵] با زمان‌بندی تقاضای مراکز توزیع، مدل ارایه شده در سال ۲۰۰۴ را به شرایط واقعی نزدیکتر کردند. بر اساس مدل کافارو،

[1] Pinto
[2] Rejowski
[3] Cafaro

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-10-31]

ریلواس[1] و همکاران در سال ۲۰۰۶ [۶] مدلی ارایه دادند که در آن مفهوم جدید دوره ته‌نشینی فرآورده‌ها لحاظ شده بود. هم‌چنین در این مدل برخلاف مدل کافارو که تقاضای مشتریان به صورت کلی لحاظ شده بود و خود مدل تعیین می‌کرد در چه زمانی، چه درصدی از کل تقاضای هر فرآورده باید تحویل داده شود و خود مشتری زمان تحویل فرآورده را تعیین می‌کند. این مدل در سال ۲۰۰۷ [۷] تکمیل‌تر شد، به هر فرآورده یک دوره ته‌نشینی اختصاص داد و بحث توقف خط لوله را نیز در نظر گرفت. در ادامه عوامل مختل کننده زمان‌بندی را هم در نظر گرفته و مدل را بر اساس آن‌ها اصلاح کردند. در سال ۲۰۰۸ کافرو و همکاران [۸] مدلی را ارایه کردند که نواقص و ایرادهای مدل ارایه شده توسط ریلواس [۷] را بر طرف کرده و با کم کردن تعداد متغیرهای دودوئی زمان حل مدل را بهبود دادند. زمان حل به مشخص شدن دنباله فرآورده‌ها که باید پمپاژ شوند، وابسته است. برای غلبه بر این مشکل ریلواس و همکارانش در سال ۲۰۰۹ [۹] روشی ابتکاری برای تعیین دنباله فرآورده‌ها ارایه دادند که از نظر زمان حل بسیار امیدوارکننده است اما از نظر بهینگی چندان قابل اعتماد نیست. کافارو و همکاران در سال ۲۰۰۹ [۱۰] با در نظر گرفتن شرایطی که تزریق کننده خط لوله تنها یک پالایشگاه نباشد و بتوان در چندین نقطه به خط فرآورده‌ها را تزریق کرد مدل قبلی خود را گسترش دادند. میرحسنی و فانی در سال ۲۰۱۰ [۱۱] مدل‌های ارایه شده توسط کافارو و همکاران [۴] را به مساله حمل و نقل فرآورده با خطوط لوله درختی تعمیم دادند. میرحسنی، مرادی و تقی‌نژاد در سال ۲۰۱۱ [۱۲] روشی ابتکاری کاربردی برای تعیین دنباله فرآورده‌ها ارایه دادند که هم از نظر زمان حل و هم از نظر بهینگی بسیار امیدوارکننده است. تقی‌نژاد و همکاران در سال ۲۰۱۲ نیز [۱۳] نیز یک زمان‌بندی واکنشی برای مسأله خط لوله چند فرآورده‌ای ارایه کردند. ولی تا کنون پژوهشی با در نظر گرفتن عدم قطعیت در تقاضای روزانه مشتریان بر روی مساله برنامه‌ریزی خطوط لوله چند فرآورده‌ای انجام نگرفته است.

۳ بیان مساله و اهمیت آن

مساله، چگونگی برنامه‌ریزی یک خط لوله است که یک پالایشگاه را به یک مرکز توزیع متصل می‌کند و هیچ انبار یا مرکز توزیع دیگری به این خط متصل نمی‌باشد، جریان سیال از پالایشگاه به سمت مرکز توزیع می‌باشد و هم‌چنین تقویت کننده جریان در طول خط لوله وجود ندارد. می‌خواهیم فرآورده‌های مختلف نفتی را پشت سر هم و بدون هیچ جدا کننده فیزیکی از پالایشگاه به خط تزریق کنیم تا نیاز روزانه‌ای که مرکز توزیع به فرآورده‌های مختلف در طی افق زمانی دارد برآورده شود البته این قابلیت وجود دارد که اگر نتوانستیم نیاز مشتری‌ها را برآورده کنیم با پرداخت جریمه تامین تقاضا را به تاخیر بیاندازیم. فرآورده‌ها بعد از رسیدن به مرکز توزیع به دلایل عملیاتی مدتی را باید در مخازن مخصوص طی کنند به این مدت، دوره ته‌نشینی گفته می‌شود. به حجمی از فرآورده‌هایی که پشت سرهم به خط تزریق و با هم مخلوط می‌شود، حجم تداخل گفته می‌شود.

[1] Relvas

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-10-31]

۳-۱ ضرورت مطالعه مدل تصادفی

یکی از مراحل حل مدل مسائل برنامه‌ریزی خطی، جمع آوری داده‌ها و مطالعه تفضیلی آن‌ها می‌باشد. لیکن به دلیل پیچیدگی مسائل جهان واقعی، مشکلاتی در جمع‌آوری داده‌ها وجود دارد از جمله:

- دسترسی به بخشی از داده‌های مساله امکان‌پذیر نمی‌باشد.
- بخشی از داده‌های مساله دارای خطا می‌باشند.
- بخشی از داده‌های مساله با گذشت زمان تغییر می‌کنند.
- داده‌های مساله به شرایط اجتماعی، آب و هوایی، سیاسی از قبیل جنگ و غیره وابسته هستند، لذا قطعی نمی‌باشند.

۳-۲ مفروضات مساله

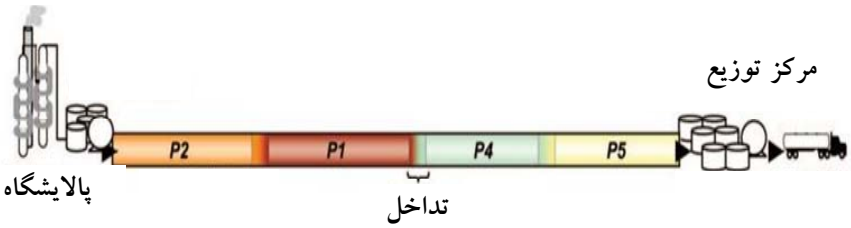
مفروضات اصلی:

۱. زمان پمپاژ و حجم محموله‌ها به ازای هر فرآورده بنا به دلایل عملیاتی نباید از یک مقدار مشخصی کمتر و از مقدار معینی بیشتر باشد.
۲. تمام فرآورده‌ها دارای چگالی ثابت هستند. این فرض بدان معناست که فرآورده‌های موجود در خط لوله تراکم‌ناپذیر در نظر گرفته می‌شود.
۳. خط لوله همیشه پر است و تنها راه تخلیه فرآورده‌ها از خط لوله، تزریق حجمی برابر با آن به خط لوله است.
۴. حجم تداخل دو محموله متوالی مختلف را مقداری ثابت متناظر با آن دو فرآورده در نظر می‌گیریم که بعد از رسیدن به مرکز توزیع تصفیه شده و در اختیار مشتریان قرار می‌گیرد.
۵. به علت تداخل بیش از حد، برخی از فرآورده‌ها نمی‌توانند در خط لوله پشت سر هم قرار بگیرند.
۶. برای هر یک از محموله‌ها متناسب با نوع فرآورده آن، دوره ته‌نشینی در نظر گرفته می‌شود.
۷. پس از تخلیه کامل تمام حجم یک محموله در مرکز توزیع، دوره ته‌نشینی فرآورده مربوط به آن آغاز می‌شود و پس از گذراندن این دوره، کل حجم محموله به مخزن مربوطه منتقل می‌شود و می‌توان از آن برای تامین تقاضای مشتریان استفاده کرد.
۸. تقاضای روزانه هر فرآورده در مرکز توزیع در طول افق زمانی دچار عدم قطعیت است و تقاضای هر یک از فرآورده‌ها، باید قبل از پایان روز تامین شود و عدم تامین به موقع جریمه خواهد داشت.
۹. خط لوله در چند بازه زمانی از پیش تعیین شده می‌تواند متوقف شود.
۱۰. پالایشگاه قادر به تأمین حجم تمام فرآورده‌های مورد نیاز است.
۱۱. بنا به دلایل عملیاتی برای تخلیه هر محموله در مرکز توزیع حجم و مدت زمان پمپاژ آن نباید از یک حداقل و حداکثری تجاوز کند.
۱۲. نرخ پمپاژ به ازای هر فرآورده مقداری ثابت است.

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-10-31]

۳-۳ مدل‌سازی مساله

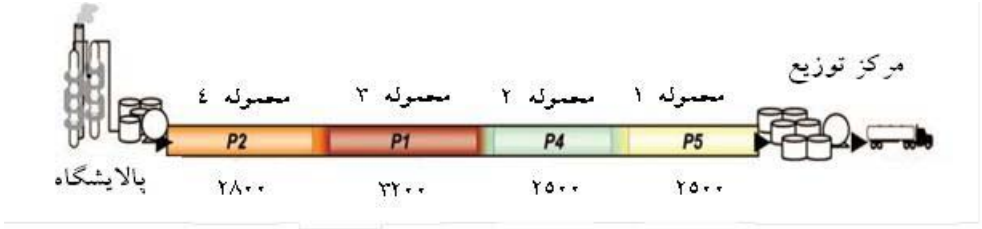
در این بخش نحوه مدلبندی مساله توضیح داده می‌شود. مدلی که ارایه خواهد شد تعمیم مدل کافارو و همکاران [۸] است که البته بعضی از قیود آن نیز اصلاح شده است. فرآورده‌ها در پالایشگاه از طریق یک خط لوله چند فرآورده‌ای به مرکز توزیع فرستاده می‌شوند. در شکل ۱ وضعیت قرارگیری پالایشگاه، انبار و خط لوله مشخص شده است.



شکل ۱. سیستم توزیع فرآورده

۳-۳-۱ شماره‌گذاری و مختصات هر محموله درون خط لوله

در شرایط واقعی همیشه خطوط لوله کاملاً پر هستند. شکل ۲ وضعیت اولیه یک خط لوله را قبل از شروع عملیات پمپاژ نشان می‌دهد که شامل چهار فرآورده متفاوت $\{P_۲, P_۱, P_۴, P_۵\}$ می‌باشد. حجم فرآورده‌های بر حسب مترمکعب می‌باشد.



شکل ۲. شماره‌گذاری محموله‌ها درون خط لوله

محموله‌هایی که قبل از شروع عملیات پمپاژ در خط لوله وجود دارند، **محموله‌های اولیه** می‌نامیم و سایر محموله‌هایی را که هنگام پمپاژ فرآورده به خط لوله تشکیل می‌شوند، **محموله‌های جدید** می‌نامیم.

۳-۳-۲ مجموعه‌ها و اندیس‌ها

توصیف مجموعه	اندیس‌ها	مجموعه‌ها
مجموعه تمام فرآورده‌ها	p, p'	P
مجموعه محموله‌های اولیه	r	I^{old}
مجموعه محموله‌های جدید	j, i'	I^{new}
مجموعه همه محموله‌ها اعم از اولیه و جدید	i, j, i', r	$I = I^{old} \bigcup I^{new}$
مجموعه تعداد دفعاتی که خط لوله در طول افق زمانی متوقف می‌شود.	k	K
مجموعه سناریوها	s, s'	S
مجموعه تعداد دوره‌ها (روز)	t	T

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-10-31]

۳-۳-۳ پارامترها

تمام پارامترها با علامت (¯) بالای آن‌ها قابل تشخیص هستند.

پارامتر	توضیح
$\overline{cb}_{p,t}$	جریمه به تعویق افتادن تقاضای یک واحد از فرآورده p از دوره t به دوره $t+1$
$\overline{cf}_{p,p'}$	هزینه پالایش مجدد و بازیابی یک واحد از فرآورده‌های مخلوط شده p' و p در خط لوله
$\overline{ci}_{p,t}$	هزینه انبارداری یک واحد فرآورده p در مرکز توزیع دوره t
$\overline{dd}_t$	کران بالایی دوره t بر حسب ساعت
$\overline{dem}_{p,t,s}$	میزان تقاضای روزانه به فرآورده p در دوره t و در سناریو s
$\bar{D}_{\min}, \bar{D}_{\max}$	حداقل و حداکثر حجم هر محموله که در مرکز توزیع تخلیه شود.
$\overline{lot}_p^{\min}, \overline{lot}_p^{\max}$	حداقل و حداکثر حجمی یک محموله از فرآورده p
$\bar{F}_i^o$	مختصات کران بالایی محموله $i \in I^{old}$ قبل از شروع عملیات پمپاژ
$\bar{M}$	یک عدد به اندازه کافی بزرگ
$\bar{h}_{\max}$	طول افق زمانی به ساعت
$\left(\overline{IA}_{\max}\right)_p$	حداکثر کل موجودی فرآورده p در مرکز توزیع اعم از موجودی آماده برای عرضه و موجودی که در حال طی کردن دوره ته نشینی است
$\left(\overline{IA}_{\min}\right)_p$	حداقل کل موجودی فرآورده p در مرکز توزیع اعم از موجودی آماده برای عرضه و موجودی که در حال طی کردن دوره ته‌نشینی است
$\left(\overline{ID}_{\max}\right)_p$	حداکثر موجودی آماده برای عرضه از فرآورده p در مرکز توزیع
$\left(\overline{ID}_{\min}\right)_p$	حداقل موجودی آماده برای عرضه از فرآورده p در مرکز توزیع
$\overline{sequence}(p,p')$	ماتریسی است با عناصر صفر و یک که به تعداد فرآورده‌ها دارای سطر و ستون است، اگر عنصری صفر باشد به این معنی است که فرآورده‌های متناظر با سطر و ستون آن عنصر نمی‌توانند پشت سر هم به خط لوله تزریق شوند.
$\overline{IF}_{p,p'}$	حجم تداخلی که بین دو محموله متوالی از فرآورده‌های p' و p تشکیل می‌شود.
$\bar{l}_{\max,p}, \bar{l}_{\min,p}$	حداقل و حداکثر طول مدت زمانی که یک محموله جدید، تشکیل شده از فرآوده p بر حسب ساعت می‌تواند به خط پمپاژ شود.
$\bar{Q}_i^o$	حجم محموله $i \in I^{old}$ که قبل از شروع عملیات پمپاژ در خط لوله قرار دارد.
$\bar{Q}_{\max}$	حداکثر حجم یک محموله جدید که می‌تواند به خط تزریق شود.
$\bar{s}_k, \bar{e}_k$	زمان آغاز و پایان برای توقف kام از قبل پیش‌بینی شده
$\overline{st}_p$	طول مدت زمان دوره ته‌نشینی برای محموله‌ای از فرآورده p
$\overline{vb}_p$	نرخ پمپاژ فرآورده p به خط لوله
$\bar{\rho}$	جریمه هر واحد زمانی عدم استفاده از خط لوله در طول افق زمانی
$\bar{\sigma}$	حجم کل خط لوله بین پالایشگاه و مرکز توزیع
$\overline{\tau}_{p,p'}$	مدت زمان لازم برای تغییر پمپاژ از محموله شامل فرآورده p به محموله شامل فرآورده p'

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-10-31]

۳-۳-٤ متغیرهای پیوسته

تمام متغیرهای پیوسته با حروف برزگ لاتین نوشته شده‌اند

متغیر	توضیح
$B_{p,t,s}$	مقدار فرآورده p که تحویل آن به مشتری از دوره زمانی t به دوره زمانی $t+1$ در سناریو s به تعویق افتاده است.
S_i	زمان شروع پمپاژ محموله $i \in I^{new}$ به خط لوله
C_i	زمان اتمام پمپاژ محموله $i \in I^{new}$ به خط لوله
L_i	مدت زمان پمپاژ محموله $i \in I^{new}$ به خط لوله
$D_i^{(i')}$	حجمی از محموله i که با تزریق محموله جدید i' در مرکز توزیع تخلیه شده است
$F_i^{(i')}$	حجم کل محموله‌های خط لوله از پالایشگاه تا انتهای محموله $i \in I$ در زمان $C_{i'}$ $(i' \in I^{new})$
$F_{i+1}^{(i')}$	حجم کل محموله‌های خط لوله از پالایشگاه تا ابتدای محموله $i \in I$ در زمان $C_{i'}$ $(i' \in I^{new})$
$G_i^{(i')}$	مدت زمان لازم برای انتقال محموله i به انتهای خط و تخلیه در مرکز توزیع در حین پمپاژ محموله $i' \in I^{new}$
$IA_{p,t,s}$	موجودی فرآورده p اعم از موجودی آماده برای عرضه و موجودی که در حال طی کردن دوره ته‌نشینی در مرکز توزیع در دوره t و در سناریو s است
$ID_{p,t,s}$	موجودی آماده برای عرضه از فرآورده p در مرکز توزیع در دوره t و تحت سناریو s
$LP_{i,p}$	طول مدت زمانی که یک محموله جدید، تشکیل شده از فرآورده p به خط تزریق می‌شود.
Q_i	حجم محموله جدید $i \in I^{new}$
$QA_{i,p,t}$	حجم محموله i از فرآورده p که به‌طور کامل در دوره t در مرکز توزیع تخلیه شده است.
$QP_{i,p}$	حجم محموله i از فرآورده p که به‌طور کامل در مرکز توزیع تخلیه شده
$QR_{i,p,t}$	حجم محموله i از فرآورده p که در دوره t در مرکز توزیع آماده عرضه است
RT_i	زمان آماده شدن محموله i برای عرضه به مشتری
$WIF_{i,p',p}$	حجم تداخل بین محموله‌های i و i' متشکل از فرآورده‌های p و p'

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-10-31]

۳-۳-۵ متغیرهای دودوئی

تمام متغیرهای دودوئی با حروف کوچک لاتین نوشته شده‌اند.

متغیردودویی	توضیح
$r_{i,t}$	یک است اگر محموله i آماده عرضه به مشتری در دوره t باشد.
$x_i^{(i')}$	یک است اگر همه یا بخشی از محموله i در زمان تزریق محموله جدیدتر i' به خط در مرکز توزیع در حال تخلیه است.
$y_{i,p}$	یک است اگر محموله i متشکل از فرآوده p است.
$w_{i,k}$	یک است اگر شروع تزریق محموله i بعد از توقف از پیش تعیین شده kام است.

۳-۳-۶ محدودیت‌های مدل

انواع محدودیت‌های اصلی مساله به شرح زیر است :

۱) محدودیت‌های مربوط به نوع و حجم فرآورده پمپاژ شده به خط لوله

۲) محدودیت‌های مربوط به حجم فرآورده دریافت شده در مرکز توزیع و نگهداری آن‌ها

۳) محدودیت‌های مربوط به نوع، حجم و مختصات محموله‌ها در خط لوله

توالی بخش‌های پمپاژ شده به خط لوله

به ازای هر $i \in I^{new}$، پمپاژ محموله i به خط لوله، در زمان S_i شروع و در زمان C_i پایان می‌یابد. بنابراین مدت زمان پمپاژ محموله i با رابطه زیر محاسبه می‌شود.

$$L_i = C_i - S_i \qquad \forall i \in I^{new}. \tag{۱}$$

زمان اتمام پمپاژ بخش $i \in I^{new}$ به خط لوله، نباید از زمان در نظر گرفته شده برای کل عملیات (افق زمانی) تجاوز کند و همین‌طور مدت زمان پمپاژ محموله i از زمان اتمام پمپاژ آن بیشتر نیست.

$$L_i \le C_i \le \overline{h}_{\max} \qquad \forall i \in I^{new}. \tag{۲}$$

شروع پمپاژ هر محموله جدید i به خط لوله، بعد از اتمام پمپاژ محموله قبلی $i-1$ و مدت زمان لازم جهت تغییر فرآورده است.

$$C_i - L_i \ge C_{i-1} + \overline{\tau}_{p',p}(y_{i-1,p} + y_{i,p'} - 1) \qquad \forall i \in I^{new}; p, p' \in P. \tag{۳}$$

مدت زمان عملیات پمپاژ و تعیین نوع و حجم هر محموله

در این مدل نرخ پمپاژ ثابت است. لذا با مشخص شدن مدت زمان پمپاژ محموله i به آسانی می‌توان حجم محموله i را به‌دست آورد. به ازای هر $i \in I^{new}$، مدت‌زمان پمپاژ محموله i متشکل از فرآورده p به خط لوله برابر با صفر است اگر و تنها اگر در بازه زمانی (S_i, C_i) هیچ فرآورده‌ای به خط لوله پمپاژ نشود و در غیر

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-10-31]

این‌صورت مدت زمان پمپاژ محموله i متشکل از فرآورده p نباید از حداقل طول مدت زمانی که یک محموله جدید متشکل از فرآوده p می‌تواند به خط پمپاژ شود کمتر و از حداکثر مدت زمان پمپاژ بیشتر باشد.

$$\sum_{p\in P} y_{i,p} \times \overline{l}_{\min,p} \le L_i \le \sum_{p\in P} y_{i,p} \times \overline{l}_{\max,p} \qquad \forall i \in I^{new}. \tag{۴}$$

هر محموله $i \in I^{new}$ تنها می‌تواند متشکل از یک فرآوده p باشد.

$$\sum_{p\in P} y_{i,p} \le ۱ \qquad \forall i \in I^{new}. \tag{۵}$$

همچنین عملیات پمپاژ فرآورده‌ها به خط لوله تنها در صورتی پایان می‌یابد که کل عملیات حمل و نقل انجام شده باشد به عبارت دیگر محموله i خالی باشد. بنابراین پمپاژ محموله‌های مختلف به خط لوله به صورت متوالی انجام می‌شود، به این ترتیب که به ازای هر $i \in I^{new}$، اگر در بازه زمانی $(S_{i-۱}, C_{i-۱})$ هیچ فرآورده‌ای به خط لوله پمپاژ نشود، در بازه زمانی (S_i, C_i) نیز هیچ فرآورده‌ای به خط لوله پمپاژ نمی‌شود.

$$\sum_{p\in P} y_{i,p} \le \sum_{p\in P} y_{i-۱,p} \qquad \forall i \in I^{new}. \tag{۶}$$

$QP_{i,p}$ حجم محموله i متشکل از فرآورده p که به‌طور کامل در مرکز توزیع تخلیه شده است، لذا وقتی محموله i متشکل از فرآورده p نیست این متغیر صفر است و علاوه باید از حداکثر و حداقل حجمی که یک محموله می‌تواند داشته باشد پیروی کند. لذا داریم:

$$\overline{lot}_p^{\min} \times y_{i,p} \le QP_{i,p} \le \overline{lot}_p^{\max} \times y_{i,p} \qquad \forall i \in I^{new}, p \in P. \tag{۷}$$

همان‌طور که در فرضیات مساله بیان شد در این مدل نرخ پمپاژ برای هر یک از فرآورده‌ها ثابت است از این‌رو به سادگی می‌توان با توجه به حجم محموله مورد نظر، مدت زمان پمپاژ آن را محاسبه کرد:

$$\sum_{p\in P} \left(\frac{۱}{\overline{vb}_p} \right) \times QP_{i,p} = L_i \qquad \forall i \in I. \tag{۸}$$

تداخل‌های غیر مجاز و حجم تداخل فرآورده‌ها

فرآورده‌هائی که تداخل آن‌ها ممنوع است را نمی‌توان پشت سر هم به خط لوله پمپاژ کرد.

$$y_{i-۱,p} + y_{i,p'} \le ۱ + \overline{sequence}(p,p') \quad \forall i \in I^{new}. \tag{۹}$$

به ازای هر محموله $i \in I$ مقدار متغیر $WIF_{i,p',p}$ زمانی مخالف صفر خواهد بود که $y_{i,p} + y_{i-۱,p'} = ۲$. به عبارت دیگر قید زیر برای تمام p, p' نوشته می‌شود ولی فقط وقتی محموله‌های $i-۱$ ، i متشکل از فرآورده‌های p, p' باشند، خواهیم داشت $WIF_{i,p',p} \ge \overline{IF}_{p',p}$.

$$WIF_{i,p',p} \ge \overline{IF}_{p',p}(y_{i,p} + y_{i-۱,p'} - ۱) \qquad \forall i \in I, i > ۱, \forall (p,p') \in P. \tag{۱۰}$$

توقف‌های از قبل پیش‌بینی شده

به دلیل تعمیرات و نگهداری خطوط لوله و پمپ‌ها می‌توانیم در بازه‌های زمانی از پیش تعیین شده انتقال و پمپاژ محموله‌ها را متوقف کنیم. زمان شروع توقف kام را با $\overline{s}_k$ و پایان آن را با $\overline{e}_k$ نمایش می‌دهیم. لذا توقف از قبل

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-10-31]

پیش بینی شده kام در بازه $(\overline{s}_k\ ,\ \overline{e}_k)$ قرار دارد. برای تمام این توقف‌ها داریم $\overline{e}_k < \overline{s}_{k+1}$. متغیر دودوئی $w_{i,k}$ را تعریف می‌کنیم. برای محموله i اگر زمان شروع پمپاژ آن بعد از توقف kام باشد آن‌گاه $w_{i,k} = 1$ و اگر زمان اتمام پمپاژ آن قبل از توقف kام باشد آن‌گاه $w_{i,k} = 0$. لذا قیود زیر را داریم:

$$C_i \le \overline{s}_k + (\overline{h}_{\max} - \overline{s}_k)\, w_{i,k} \qquad \forall i \in I^{new}, k \in K \tag{11}$$

$$S_i \ge \overline{e}_k w_{i,k} \qquad \forall i \in I^{new}, k \in K \tag{12}$$

$$w_{i,k+1} \le w_{i,k}\ ;\ \ w_{i-1,k} \le w_{i,k} \qquad \forall i \in I^{new}, k \in K \tag{13}$$

با استفاده از قید (۱۱) اگر زمان اتمام پمپاژ محموله $i\,(C_i)$ بعد از شروع توقف kام باشد آن‌گاه متغیر دودوئی $w_{i,k}$ حتما برابر یک است. در این‌صورت قید (۱۲) تضمین می‌کند که شروع پمپاژ این محموله بعد از انتهای بازه توقف باشد. قید (۱۳) برای محموله i تضمین می‌کند که اگر زمان اتمام پمپاژ آن قبل از توقف kام باشد لذا قبل از توقف $k+1$ام نیز هست $(w_{i,k+1} \le w_{i,k})$ و اگر زمان اتمام پمپاژ آن قبل از توقف kام باشد آن‌گاه زمان اتمام پمپاژ محموله قبل i یعنی $i-1$ نیز قبل از توقف kام بوده است $(w_{i-1,k} \le w_{i,k})$.

پیگیری موقعیت محموله‌ها

به ازای هر $i,i' \in I^{new}$، متغیر $F_i^{(i')}$ باید نشان‌دهنده حجم کل محموله‌های درون خط لوله از پالایشگاه تا انتهای محموله i در زمان $C_{i'}$ باشد که به وضوح این مجموع $\sum_{l=i}^{i'} Q_l$ که در آن Q_l حجم محموله جدید l است، خواسته ما را برای محموله‌های جدید برآورده می‌کند.

$$F_i^{(i')} = \sum_{l=i}^{i'} Q_l \qquad \forall i,i' \in I^{new} (i \le i'). \tag{14}$$

همان‌طور که گفته شد محدودیت (۱۴) تعریف متغیر $F_i^{(i')}$ را برای محموله‌های جدید برآورده می‌کند ولی برای محموله‌های که قبل از شروع پمپاژ درون خط قرار دارند کاربردی ندارد، زیرا مختصات آن‌ها در خط نه تنها به محموله‌های پمپاژ شده بلکه به حجم محموله‌های اولیه نیز وابسته است لذا قید زیر باید اضافه شود:

$$F_i^{(i')} = \overline{F}_i^{o} + \sum_{\substack{l \in I^{new} \\ l \le i'}} Q_l \qquad \forall i \in I^{old}, i' \in I^{new} \tag{15}$$

در قید (۱۵) پارامتر $\overline{F}_i^{o}$ نشان‌دهنده مختصات کران بالایی محموله $i \in I^{old}$ قبل از شروع عملیات پمپاژ است و $\sum_{\substack{l \in I^{new} \\ l \le i'}} Q_l$ نشان‌دهنده حجم کل محموله‌هایی است که از زمان شروع عملیات پمپاژ تا زمان پایان پمپاژ محموله i' یعنی در زمان $C_{i'}$ به خط تزریق شده‌اند.

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-10-31]

تخلیه محموله‌ها در مرکز توزیع

همان‌طور که در تعریف متغیرها بیان شد یک شدن $x_i^{(i')}$ نشان می‌دهد که همه یا بخشی از محموله i در زمان تزریق محموله جدیدتر i' به خط در حال تخلیه در مرکز توزیع و متغیر $D_i^{(i')}$ حجمی از محموله i که با تزریق محموله جدید i' در مرکز توزیع تخلیه شده است را محاسبه می‌کند لذا داریم :

$$\overline{D}_{\min} \times x_i^{(i')} \le D_i^{(i')} \le \overline{D}_{\max} \times x_i^{(i')} \qquad \forall i \in I, i' \in I^{new} (i \le i') \tag{۱۶}$$

برای هر $i \in I, i' \in I^{new} (i \le i')$ اگر متغیر $x_i^{(i')}$ برابر یک شود پس بخشی از محموله i در مرکز توزیع تخلیه شده لذا باید محدودیت‌های حداقل و حداکثر میزان تخلیه $\overline{D}_{\min}, \overline{D}_{\max}$ در مرکز توزیع را برآورده کند.

اگر متغیر $x_i^{(i')}$ برابر صفر شود پس محموله i در مرکز توزیع تخلیه نشده لذا مقدار $D_i^{(i')}$ نیز صفر می‌شود.

$$D_i^{(i')} \le F_i^{(i')} - \overline{\sigma} \times x_i^{(i')} \qquad \forall i \in I, i' \in I^{new} (i \le i') \tag{۱۷}$$

برای هر $i \in I, i' \in I^{new} (i \le i')$ اگر متغیر $x_i^{(i')}$ برابر یک شود پس بخشی از محموله i در مرکز توزیع تخلیه شده لذا متغیر $F_i^{(i')}$ که نشان‌دهنده حجم کل محموله‌های درون خط لوله از پالایشگاه تا انتهای محموله $i \in I$ در زمان $C_{i'}$ ($i' \in I^{new}$) است باید مقداری بیش از حجم خط لوله داشته باشد که دقیقاً با حجم تخلیه شده از محموله برابر است و اگر متغیر $x_i^{(i')}$ برابر صفر شود بنا به قید (۱۷) متغیر $D_i^{(i')}$ صفر خواهد شد. این یعنی هیچ حجمی از این محموله در مرکز توزیع تخلیه نشده است.

$$\sum_{\substack{i' \in I^{new} \\ i \le i'}} D_i^{(i')} \le Q_i \qquad \forall i \in I^{new} \tag{۱۸}$$

$$\sum_{i' \in I^{new}} D_i^{(i')} \le \overline{Q}_i^o \qquad \forall i \in I^{old} \tag{۱۹}$$

کل حجمی از محموله i که در مرکز توزیع تخلیه می‌شود از کل حجم پمپاژ شده محموله i بیشتر نیست لذا برای محموله‌های جدید قید (۱۸) و محموله‌های اولیه قید (۱۹) را داریم.

حجم کل فرآورده‌هایی که به واسطه تزریق محموله جدیدتر i' در مرکز توزیع تخلیه می‌شوند برابر با حجم محموله جدیدتر i' است. به عبارت دیگر به همان مقدار که به خط فرآورده تزریق می‌کنیم، فرآورده‌های داخل خط در قالب یک یا چند محموله در مرکز توزیع تخلیه می‌شوند. لذا داریم:

$$\sum_{\substack{i' \in I \\ i \le i'}} D_i^{(i')} = Q_{i'} \qquad \forall i' \in I^{new}. \tag{۲۰}$$

وقتی $F_i^{(i')} - \overline{\sigma} > Q_i$ باشد تمام حجم محموله i در مرکز توزیع در زمان $C_{i'-1}$ تخلیه شده است، لذا بنا به قید (۱۷) $D_i^{(i')} = 0$ و $x_i^{(i')}$ بنا به قید (۱۶) صفر خواهد شد.

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-10-31]

بررسی دوره ته‌نشینی

در شرایط واقعی به دلیل مسائل کنترل کیفیت و ته‌نشینی ناخالصی‌ها تا زمانی که یک محموله به طور کامل در مرکز توزیع تخلیه نشود، نمی‌توان از آن برای تامین تقاضای مشتریان استفاده کرد، با توجه به اینکه محموله شامل چه فرآورده‌ای است باید مدت مشخصی را خارج از فرآیند توزیع قرار گیرد و پس از گذراندن این دوره به مخزن منتقل می‌شود و می‌توان از آن برای تامین تقاضای مشتریان استفاده کرد. اگر محموله j دارای این ویژگی باشد که بخشی از محموله i به‌واسطه تزریق محموله j در مرکز توزیع تخلیه شود و پس از آن به واسطه تزریق محموله‌های بعدی، دیگر هیچ حجمی از محموله i در مرکز توزیع تخلیه نشود به عبارت دیگر تمام حجم باقیمانده از محموله i درون خط به واسطه تزریق محموله j، از خط خارج شود، در این‌صورت پس تخلیه کامل i دوره ته‌نشینی این محموله در مرکز توزیع آغاز می‌شود و پس از گذراندن دوره ته‌نشینی متناظر با فرآورده مربوط به محموله i، کل حجم محموله i در مرکز توزیع به مخزن مربوطه برای عرضه به مشتری منتقل می‌شود. فرض کنید RT_i ساعتی باشد که حجم تخلیه شده از محموله i در مرکز توزیع آماده عرضه به مشتری می‌باشد که این زمان برابر است با زمان تخلیه آخرین بخش از محموله i در مرکز توزیع به علاوه دوره ته‌نشینی فرآورده مربوطه. فرض کنید در زمان تزریق محموله j آخرین بخش از محموله i در مرکز توزیع تخلیه شود، زمان اتمام تخلیه این بخش از محموله i برابر است با زمان شروع تزریق محموله j به علاوه زمان لازم برای تخلیه محموله‌هایی که نزدیک‌تر به انتهای خط نسبت به محموله i هستند و به واسطه تزریق محموله j در مراکز توزیع تخلیه می‌شوند به علاوه مدت زمان لازم برای تخلیه بخشی از محموله i که در زمان شروع تزریق محموله درون خط قرار دارد. باید به این نکته توجه کرد که یک محموله ممکن است که تا انتهای افق زمانی هرگز از خط تخلیه نشود یا به صورت کامل تخلیه نشود لذا برای هر محموله که به خط ترزیق می‌شود لزوما محموله j ذکر شده در بالا وجود ندارد. دو قید زیر زمان دقیق طی شدن دوره ته‌نشینی را برای هر محموله مشخص می‌کنند.

$$RT_i \geq S_{i'} + G_i^{(i')} + \sum_{p\in P} \overline{st}_p \times y_{i,p} - \bar{M} \times (1 - x_i^{(i')}) \quad (21)$$
$$\forall i \in I, i < |I|, i' \in I^{new} (i \leq i')$$

$$G_i^{(i')} \geq \left(\frac{1}{\overline{vb}_p}\right) \left[\overline{\sigma} \times y_{i',p} - F_{i+1}^{(i'-1)} - (Q_i - \sum_{\substack{l=i \\ l\in I^{new}}}^{i'} D_i^{(l)})\right] \quad (22)$$
$$\forall i \in I, i' \in I^{new} (i < i'), p \in P$$

که در آن $G_i^{(i')}$ زمان لازم برای راندن محموله i به انتهای خط در طی پمپاژ محموله جدید i'ام است. برای هر جفت از زوج‌های $i < i'$ حداکثر یک قید از دسته قیود (۲۲) با معنی است، زیرا تنها برای یک p داریم $y_{i',p} = 1$. در صورتی که $y_{i',p} = 0$ قید (۲۲) تبدیل می‌شود به:

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-10-31]

$$G_i^{(i')} \geq \left(\frac{1}{\overline{vb}_p}\right)\left[-F_{i+1}^{(i'-1)} - Q_i + \sum_{\substack{l=i \\ l\in I^{new}}}^{i'} D_i^{(l)}\right]$$ که بنا به قید (۱۷) این یک قید زاید است.

هم‌چنین در صورتی که محموله i قبلا از شروع پمپاژ محموله جدید i' در مرکز توزیع تخلیه شده باشد، این قید نیز زاید است، زیرا: $\sigma - F_{i+1}^{(i'-1)} < 0$. برعکس قید (۲۲) برای هر جفت از زوج‌های $i < i'$ که $\overline{\sigma} < F_i^{i'} \leq \overline{\sigma} + Q_i$، غیر زاید است. یعنی برای محموله‌های جدید i' که به واسطه تزریق آن‌ها بخشی از محموله i از خط لوله تخلیه شود.

حال به بررسی قید (۲۱) می‌پردازیم. اگر $x_i^{(i')} = 0$ و $F_i^{i'} \leq \overline{\sigma}$ آن‌گاه $\sum_{\substack{l=i \\ l\in I^{new}}}^{i'} D_i^{(l)} = 0$ یعنی اگر به واسطه تزریق محموله جدیدتر i' به خط هیچ بخشی از محموله i از خط خارج نشود و حتی محموله i به انتهای خط نرسیده باشد پس تمام حجم محموله i درون خط می‌باشد، لذا قید (۲۱) به صورت زیر به یک قید زاید تبدیل می‌شود:

$$RT_i \geq S_{i'} + G_i^{(i')} + \sum_{p\in P} \overline{st}_p \times yy_{i,p} - M$$
$$\forall i \in I, i < \left|I\right|, i' \in I^{new} (i \leq i')$$

که $\overline{M}$ تخمین بیشترین زمان لازم رسیدن یک محموله به مرکز توزیع و تخلیه در آن در طی افق زمانی می‌باشد. یعنی $\overline{M} = \overline{h}_{\max} + [\overline{\sigma}/\min_p(\overline{vb}_p)]$. اجازه دهید برای $i \in I$ فرض کنیم $x_i^{(i')} = 1$ و $\sum_{\substack{l=i \\ l\in I^{new}}}^{i'} D_i^{(l)} < Q_i$ یعنی بخشی از محموله i بعد از اتمام تزریق محموله i' هنوز درون خط قرار دارد و به واسطه تزریق محموله i' بخشی از محموله i تخلیه شده است. بنا به قید (۲۲) برای محموله i متغیر $G_i^{(i')}$ دارای کران پایین $L_{i'}$ می‌شود، به این ترتیب داریم:

$$RT_i \geq C_{i'} + \sum_{p\in P} \overline{st}_p \times y_{i,p} \qquad \forall i \in I, i < \left|I\right|, i' \in I^{new} (i \leq i')$$

بزرگترین کران پایین متغیر RT_i زمانی است که به‌واسطه تزریق محموله j به خط تمام حجم محموله i از خط شود. یعنی: $\sum_{\substack{l=i \\ l\in I^{new}}}^{j} D_i^{(l)} = Q_i$. فرض کنیم محموله j از فرآورده p تشکیل شده باشد آن‌گاه بنا به قیود (۲۱) و (۲۲) داریم:

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-10-31]

$RT_i \geq S_j + \left(\frac{1}{\overline{vb}_p}\right)\left[\overline{\sigma} - F_{i+1}^{(j-1)}\right] + \sum_{p\in P} \overline{st}_p \times y_{i,p}$ و $G_i^j \geq \left(\frac{1}{\overline{vb}_p}\right)\left[\overline{\sigma} - F_{i+1}^{(j-1)}\right]$ که $F_{i+1}^{(j-1)}$ کران پایینی مختصات محموله i درون لوله در شروع پمپاژ محموله j است. و $\left[\overline{\sigma} - F_{i+1}^{(j-1)}\right]$ حجمی محموله i درون خط لوله در ابتدای پمپاژ محموله j را مشخص می‌کند.

البته برای کامل شدن قید (۲۱) برای تمام محموله‌ها نیاز به قید دیگری می‌باشد تا محموله i در مرکز توزیع بعد از تخلیه محموله $i-1$ تخیله شود. در حالتی که هر دو محموله قبل از افق زمانی در مرکز توزیع تخلیه شوند با استفاده از قید (۲۱) زمان‌های اتمام دوره ته‌نشینی این محموله‌ها نیز محاسبه خواهد شد ولی در حالتی که تمام حجم محموله i در مرکز توزیع تخلیه نشود یا به عبارتی بعد از اتمام افق زمانی هنوز بخشی از محموله i درون خط قرار داشته باشد در این صورت قید (۲۱) برای این محموله هیچ زمان اتمام دوره ته‌نشینی را مشخص نمی‌کند ولی می‌دانیم که برای این محموله اتمام دوره ته‌نشینی بعد از افق زمانی خواهد بود لذا با اضافه کردن قید زیر یک کران پایین مناسب برای دوره ته‌نشینی این محموله‌ها لحاظ می‌کنیم:

$$RT_i - \sum_{p\in P} \overline{st}_p \times y_{i,p} \geq RT_{i-1} - \sum_{p\in P} \overline{st}_p \times y_{i-1,p} + \left(\frac{Q_i}{\max_{p\in P}(\overline{vb}_p)}\right) \quad \forall i \in I(i>1) \qquad (۲۳)$$

در واقع به این معنی است که زمان شروع دوره ته‌نشینی محموله i: $RT_i - \sum_{p\in P} \overline{st}_p \times y_{i,p}$ باید بعد از زمان شروع دوره ته‌نشینی محموله $i-1$: $RT_{i-1} - \sum_{p\in P} \overline{st}_p \times y_{i-1,p}$ به علاوه زمان لازم برای تخلیه کامل محموله i: $\left(\frac{Q_i}{\max_{p\in P}(\overline{vb}_p)}\right)$ از خط می‌باشد.

بررسی تقاضای مشتری‌ها

تاکنون قیود مربوط به اتمام پمپاژ و زمان اتمام دوره ته‌نشینی برای هر محموله را بیان کردیم، همان‌طور که در فرضیات مساله ذکر شد در این مقاله بر خلاف کارهای قبلی انجام شده تقاضای مشتری‌ها به فرآورده‌ها را به صورت روزانه در نظر گرفتیم و این فرض را لحاظ کردیم که کلیه عملیات تحویل تقاضا مشتری در ساعت پایانی هر روز صورت بگیرد. مثالی از ساعات پایانی هر روز مجموعه $\{۹۶, ۷۲, ۴۸, ۲۴\}$ می‌باشد. اجازه دهید متغیر دودوئی $r_{i,t}$ را تعریف کنیم که نشان می‌دهد محموله i آماده عرضه به مشتریان در دوره t است اگر برابر یک باشد، به عبارت دیگر اگر زمان اتمام دوره ته‌نشینی در بازه زمانی $\left[\overline{dd}_{t-1}, \overline{dd}_t\right]$ قرار گیرد آن‌گاه $r_{i,t} = ۱$ خواهد شد (در جایی که $\overline{dd}_{t-1}$ زمان انتهای دوره روزانه tام است) به این ترتیب:

$$\sum_{t\in T} \overline{dd}_{t-1} \times r_{i,t} \leq RT_i \leq \sum_{t\in T} \overline{dd}_t \times r_{i,t} \qquad \forall i \in I\,. \qquad (۲۴)$$

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-10-31]

و چون زمان انتهای دوره ته‌نشینی برای هر محموله تنها باید در یک روز واقع شود قید زیر را داریم:

$$\sum_{t\in T} r_{i,t} = ۱ \qquad \forall i \in I\,. \tag{۲۵}$$

البته در مدل ارایه شده توسط کافارو و همکاران [۸] بجای قید بالا قید زیر قرار دارد:

$$\sum_{t\in T} r_{i,t} = \sum_{p\in P} y_{i,p} \qquad \forall i \in I$$

ولی چنین قیدی با فرضیات در نظر گرفته شده و کلیت مدل نوشته شده توسط آن‌ها در تناقض است. برای مثال یک محموله $i^\circ > ۲$ می‌تواند شامل هیچ فرآورده‌ای نباشد و محموله $i^\circ - ۱$ شامل یک فرآورده باشد لذا زمان انتهای دوره ته‌نشینی آن از صفر بیشتر است، ولی محموله i° هیچگاه به خط تزریق نمی‌شود، یعنی داریم $\sum_{p\in P} y_{i^\circ,p} = ۰$ لذا $\sum_{t\in T} r_{i^\circ,t} = ۰$ و بنا به قید (۲۱) باید $RT_{i^\circ} = ۰$ یعنی زمان انتهای دوره ته‌نشینی محموله i° ساعت صفر است ولی بنا به قید (۲۰) زمان انتهای دوره ته‌نشینی محموله i° بعد از محموله $i^\circ - ۱$ است لذا: $۰ < RT_{i^\circ-۱} \le RT_{i^\circ} = ۰$ که یک تناقض است.

به هر حال، در انتهای افق زمانی بعضی از محموله‌ها درون خط باقیمانده یا دوره ته‌نشینی را به انتها نمی‌رسانند، یعنی در $t = \bar{h}_{\max}$. ولی بنا به قید (۲۵) باید زمان ته‌نشینی این محموله‌ها نیز در یک روز واقع شود به همین دلیل برای پوشش دادن به تمام محموله‌ها از جمله محموله‌هایی که دوره ته‌نشینی آن‌ها بعد از افق زمانی به پایان می‌رسد ما یک دوره به انتهای افق زمانی به عنوان یک روز مجازی به نام tf اضافه می‌کنیم که زمان انتهای این روز برابر پایان افق زمانی به علاوه یک کران بالا برای مدت زمانی که آخرین محموله که به خط تزریق شد به انتهای خط رسیده و در مرکز توزیع تخلیه شود به علاوه مدت زمان دوره ته‌نشینی این محموله :

$$\overline{dd}_{tf} = \bar{h}_{\max} + \left(\frac{\bar{\sigma}}{\min_{p\in P}(\overline{vb}_p)}\right) + \sum_{p\in P} \overline{st}_p \times y_{tf,p}$$

به این صورت پایان دوره ته‌نشینی هر محموله حتما یک روز واقع خواهد شد.

نظارت بر فرآورده‌های موجود در مرکز توزیع در دوره‌های روزانه

متغیر $QR_{i,p,t}$ بیانگر حجم محموله i متشکل از فرآورده p که در دوره t در مرکز توزیع آماده عرضه است البته در صورتی که محموله i قابل عرضه به مشتریان در دوره t باشد. ($r_{i,t} = ۱$) لذا قید زیر را داریم:

$$\sum_{p\in P} QR_{i,p,t} \le \bar{Q}_{\max} \times r_{i,t} \qquad \forall i \in I, t \in T \tag{۲۶}$$

$$\sum_{t\in T} QR_{i,p,t} = QP_{i,p} \qquad \forall i \in I, p \in P \tag{۲۷}$$

اگر محموله i در دوره t قابلیت عرضه به مشتری را نداشته باشد بنا به قید (۲۶) متغیر $QR_{i,p,t}$ صفر خواهد شد. اجازه دهید فرض کنیم محموله i از فرآورده p تشکیل نشده باشد پس $QP_{i,p} = ۰$ از قید (۸) به‌دست خواهد آمد، به این ترتیب بنا به قید (۲۷) تمام متغیرهای $QR_{i,p,t}$ اجباراً صفر خواهند شد.

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-10-31]

متغیر $ID_{p,t,s}$ نشان‌دهنده حجم فرآوده p آماده برای عرضه در دوره t و تحت سناریو s در مرکز توزیع می‌باشد.

$$ID_{p,t,s} = ID_{p,t-1,s} + \sum_{i \in I} QR_{i,p,t} - \overline{dem}_{p,t,s} - B_{p,t-1,s} + B_{p,t,s} \qquad \forall p \in P, t \in T, s \in S \tag{۲۸}$$

متغیر $B_{p,t,s}$ مقدار فرآوده p که تحویل آن به مشتری از دوره زمانی t به دوره زمانی $t+1$ تحت سناریو s به تعویق افتاده است. چون با کمبود این فرآورده در مرکز توزیع مواجهه شده‌ایم و همین‌طور حداکثر و حداقل میزان قابل نگهداری فرآورده قابل عرضه به مشتری تحت تمام سناریوها با قید زیر تعیین می‌شود:

$$\left(\overline{ID}_{\min}\right)_p \le ID_{p,t,s} \le \left(\overline{ID}_{\max}\right)_p \qquad \forall p \in P, t \in T, s \in S\,. \tag{۲۹}$$

حال متغیر $IA_{p,t,s}$ را تعریف می‌کنیم موجودی فرآورده pاعم از موجودی آماده برای عرضه و موجودی که در حال طی کردن دوره ته‌نشینی در مرکز توزیع در دوره tو در سناریو sاست و متغیر $QA_{i,p,t}$ حجم محموله i متشکل از فرآورده p که به‌طور کامل در دوره t در مرکز توزیع تخلیه شده است. حال فرض کنید دوره ته‌نشینی $\overline{st_p}$ ، $\overline{n_p}$ روز طول بکشد، آن‌گاه داریم $\overline{st_p} = ۲۴\overline{n_p}$. چون هر محموله بعد از تخلیه کامل در مرکز توزیع در دوره t و گذراندن کامل دوره ته‌نشینی در دوره $t + \overline{n_p}$ قابل عرضه به مشتری است پس می‌توان قید زیر را نوشت:

$$QA_{i,p,t-n_p} = QR_{i,p,t} \qquad \forall i \in I, p \in P, t \in T\,. \tag{۳۰}$$

بنابراین خواهیم داشت:

$$IA_{p,t,s} = ID_{p,t,s} + \sum_{i \in I} \sum_{\theta=1}^{\overline{n}_p} QR_{i,p,t+\theta} \qquad \forall p \in P, t \in T, s \in S \tag{۳۱}$$

این قید از دو بخش تشکیل شده بخش اول ($ID_{p,t,s}$) موجودی آماده برای عرضه فرآوده p در دوره t تحت سناریو s را محاسبه می‌کند و بخش دوم ($\sum_{i \in I} \sum_{\theta=1}^{\overline{n}_p} QR_{i,p,t+\theta}$) موجودی که در حال طی کردن دوره ته‌نشینی در مرکز توزیع در دوره t هستند را محاسبه خواهد کرد. هم‌چنین حداکثر و حداقلی برای ذخیره این تمام فرآورده‌ها (اعم از آماده شد و در حال ته‌نشینی) در طول مدت افق زمانی منهای روز مجازی $T - \{tf\}$ نیز وجود دارد:

$$\left(\overline{IA}_{\min}\right)_p \le IA_{p,t,s} \le \left(\overline{IA}_{\max}\right)_p \qquad \forall p \in P, s \in S, t \in T - \{tf\}\,. \tag{۳۲}$$

تابع هدف

هدف مساله مینیمم کردن هزینه‌های عملیاتی می‌باشد:

۱) جریمه هر واحد زمانی عدم استفاده از خط لوله در طول افق زمانی:

$$\overline{\rho}\left(\overline{h}_{\max} - \sum_{i \in I^{new}} L_i\right)$$

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-10-31]

۲) هزینه تداخل فرآورده‌ها در خط لوله:

$$\sum_{p\in P}\sum_{p'\in P}\sum_{i\in I}\overline{cf}_{p,p'}\times WIF_{i,p',p}$$

۳) متوسط هزینه انبارداری فرآورده‌ها در مرکز توزیع برای تمام سناریوها:

$$E_s\left(\sum_{p\in P}\sum_{t\in T}\overline{ci}_{p,t}(\overline{dd}_t-\overline{dd}_{t-1})\times IA_{p,t,s}\right)$$

۴) متوسط جریمه به تعویق افتادن تقاضا مشتری‌ها به فرآورده p در دوره t:

$$E_s\left(\sum_{p\in P}\sum_{t\in t}\overline{cb}_{p,t}\times B_{p,t,s}\right)$$

$$Z=\overline{\rho}\left(\overline{h}_{\max}-\sum_{i\in I^{new}}L_i\right)+\sum_{p\in P}\sum_{p'\in P}\sum_{i\in I}\overline{cf}_{p,p'}\times WIF_{i,p',p}+$$

$$+E_s\left(\sum_{p\in P}\sum_{t\in T}\overline{ci}_{p,t}(\overline{dd}_t-\overline{dd}_{t-1})\times IA_{p,t,s}+\sum_{p\in P}\sum_{t\in t}\overline{cb}_{p,t}\times B_{p,t,s}\right) \qquad (۳۳)$$

هدف از این مدلبندی، مینیمم کردن تابع هدف (۳۳) تحت قیود (۱) تا (۳۲) می‌باشد. برای راحتی در ارجاعات به مدل، آن را SM [1] نامگذاری می‌کنیم.

اندازه مدل SM بزرگتر از مدل قطعی می‌باشد، بعضی قیود در مدل قطعی تنها یک بار نوشته می‌شدند ولی در این مدل به تعداد سناریوها تکرار می‌شوند و لذا اندازه مدل را افزایش می‌دهند ولی تعداد متغیرهای دودویی نسبت به مدلبندی قطعی تغییری نکرده و تنها به تعداد متغیرهای پیوسته اضافه شده است، به همین دلیل زمان حل مدل SM تغییر ناچیزی نسبت به زمان حل مدل قطعی دارد.

٤ ارزیابی مدل تصادفی

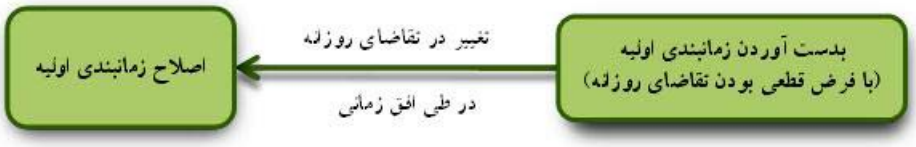
در ادامه این مقاله قصد داریم ایده استفاده از برنامه‌ریزی تصادفی در مواجه با عوامل مختل کننده زمان‌بندی را با ایده‌های که محققین در گذشته ارایه کردند مقایسه کنیم. عوامل مختل کننده عواملی هستند که ممکن است در طی افق زمانی رخ داده و زمان‌بندی اولیه را مختل کنند.

ایده ارایه شده توسط ریلواس و همکاران [۷] در مواجهه با عامل مختل‌کننده تغییر تقاضای روزانه این است که ابتدا یک زمان‌بندی اولیه (بر اساس تقاضای اعلام شده) به‌دست می‌آورند و در صورت بروز اختلال از برنامه‌ریزی واکنشی [2] استفاده و آن را اصلاح می‌کردند (شکل ۳).

[1] Stochastic Model
[2] Reactive scheduling

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-10-31]

ولی آن‌چه در این مقاله انجام می‌شود اینست که با پیش‌بینی تغییرپذیری تقاضای روزانه، زمان‌بندی اولیه را به‌دست آوریم. بدیهی است که در صورت به کارگیری این زمان‌بندی اولیه در طی افق زمانی، برای پاسخ‌گویی به اختلافات ایجاد شده در تقاضای روزانه به‌کارگیری برنامه‌ریزی واکنشی الزامی است و مجموعه این دو روش را برنامه‌ریزی پیش‌گیرانه-واکنشی[1] می‌نامند.



شکل ۳. رویکرد ریلواس در مواجهه با عامل مختل کننده تغییر تقاضای روزانه



شکل ٤. رویکرد این مقاله در مواجهه با عامل مختل کننده تغییر تقاضای روزانه

تفاوت این دو دیدگاه، در نظر گرفتن عدم قطعیت تقاضای روزانه در به‌دست آوردن زمان‌بندی اولیه می‌باشد.
اکنون برای پیاده‌سازی فرآیند شکل ۴ باید به چند سوال پاسخ دهیم.

سوالات اساسی در ارزیابی مدل تصادفی

در مرحله اول: چگونه و به چه طرقی می‌توان زمان‌بندی اولیه به‌دست آورد؟
در مرحله دوم: چگونه یک زمان‌بندی اولیه را با توجه به تغییراتی که در تقاضای روزانه رخ داده است اصلاح کنیم؟
بعد از پاسخ دادن به این ۲ سوال، سوال اساسی دیگری مطرح می‌شود:
اگر هزینه عملیاتی زمان‌بندی اصلاح شده را ملاک قرار دهیم. کدام رویکرد (شکل ۳ یا شکل ۴) زمان‌بندی اصلاح شده با هزینه عملیاتی کمتری به ما خواهد داد؟
در ادامه به تک تک این سوالات پاسخ خواهیم داد.

٤-١ روش به دست آوردن زمان‌بندی اولیه

در این بخش پاسخ کاملی برای سوال ۱ ارایه خواهیم داد در حقیقت می‌خواهیم روش‌های مختلف به‌دست آوردن زمان‌بندی اولیه با فرض قطعی و غیرقطعی بودن تقاضای روزانه را ارایه کنیم.

[1] Predictive-reactive Scheduling

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-10-31]

٤-١-١ روش اول

اگر می‌توانستیم زمان برنامه‌ریزی را تا رفع کامل عدم قطعیت به تاخیر بیندازیم در آن‌صورت فقط یک سناریو وجود داشت. ولی در عمل این کار امکان‌پذیر نمی‌باشد و لذا می‌توانیم این روش را به ازای هر یک از سناریوها اجراء و یک زمان‌بندی اولیه تولید کنیم. به عبارت دیگر بنا به هر سناریو یک زمان‌بندی اولیه تولید می‌کنیم که به آن زمان‌بندی اولیه مبتنی بر سناریو s می‌گوییم.

٤-١-٢ روش دوم

در این روش با توجه به این حقیقت که تصمیمات باید قبل از رفع عدم قطعیت اتخاذ شود، سعی می‌شود با توجه به همه سناریوهای ممکن بهترین تصمیم گرفته شود، لذا با در نظر گرفتن تمام سناریوها در مدل SM و حل آن، به یک زمان‌بندی اولیه خواهیم رسید. در مدل SM احتمال سناریوها لحاظ شده است یعنی زمان‌بندی اولیه که این مدل ارایه می‌کند کاملاً به احتمالی که برای سناریوها در نظر گرفته شده وابسته است که به آن زمان‌بندی مبتنی بر تمام سناریوها می‌گوییم.

٤-١-٣ روش سوم

تقاضای روزانه مشتری‌ها (که با پارامتر $\overline{dem}_{p,t,s}$ نمایش داده می‌شود) با توجه به هر سناریو تغییر می‌کند. در این روش ابتدا امید ریاضی $\overline{dem}_{p,t,s}$ را محاسبه کرده و با $\overline{\overline{dem}}_{p,t}$ نمایش داده می‌شود. لذا داریم:

$$\overline{\overline{dem}}_{p,t} = E_s\left(\overline{dem}_{p,t,s}\right) \quad \forall p \in P, t \in T \qquad (۳۴)$$

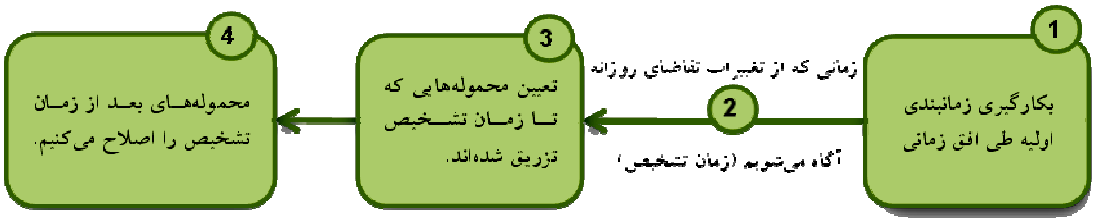
با توجه به متوسط تقاضای روزانه $\overline{\overline{dem}}_{p,t}$ یک زمان‌بندی اولیه به‌دست خواهیم آورد. در این روش نیز بنا به تعریف امید ریاضی احتمال سناریوها بر زمان‌بندی اولیه به‌دست آمده تاثیرگذارند و به آن زمان‌بندی میانگین می‌گوییم.

تذکر مهم: آن‌چه در مقاله ریواس و همکاران [۷] برای به‌دست آوردن زمان‌بندی اولیه انجام می‌گرفت با فرض قطعی و مشخص بودن تقاضای روزانه بوده است لذا به‌دست آوردن زمان‌بندی اولیه با وجود چندین سناریو برای تقاضای روزانه با استفاده از رویکرد آن‌ها هم ارز روش ۱ خواهد شد. در نتیجه می‌توان روش ۱ را به عنوان رویکرد ریلواس تلقی کرد.

٤-٢ چگونگی اصلاح زمان‌بندی اولیه

در این بخش قصد داریم به سوال ۲ مطرح شده در مقدمه بخش ۴ پاسخ دهیم. در حقیقت می‌خواهیم یک مدل واکنشی برای این مساله ارایه کنیم که در صورت تغییر تقاضای مشتریان با داده‌های جدید یک زمان‌بندی جدید تولید کنیم. تقی‌نژاد و همکاران در [۱۳] یک مدل واکنشی برای مساله خطوط لوله چند فرآورده‌ای ارایه کردیم که در ادامه هرکجا نیاز به اصلاح زمان‌بندی اولیه داشتیم از آن استفاده خواهیم کرد.

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-10-31]



شکل ۵. روند اصلاح زمانبندی اولیه

در این‌جا لازم است به تشریح شکل ۵ بپردازیم.

زمان تشخیص: به زمانی در طول افق زمانی که متوجه بروز تغییر در تقاضای مشتری‌ها می‌شویم گفته می‌شود.

شکل ۵ به مرحله اول (زمانبندی اولیه) و مرحله دوم (زمان تشخیص یا زمانی که ما از تغییرات مطلع می‌شویم) اشاره دارد.در مرحله سوم به این دلیل که نمی‌توانیم در زمانبندی جدید (اصلاح شده) مولفه‌های محموله‌های قبل از زمان تشخیص را تغییر دهیم، به سراغ تغییر مولفه‌های سایر محموله‌ها می‌رویم این تغییرات می‌تواند شامل: نوع، زمان اتمام پمپاژ و طول مدت پمپاژ و غیره باشد.

٤-٣ چارچوب ارزیابی رویکردهای مختلف

در این‌جا می‌خواهیم به سوال ۳ مطرح شده در مقدمه بخش ۴ پاسخ دهیم.

"اگر هزینه عملیاتی زمانبندی اصلاح شده را ملاک قرار دهیم کدام رویکرد در تعیین زمانبندی اولیه منجر به زمانبندی اصلاح شده با هزینه عملیاتی کمتری خواهد شد؟"

با توجه به بخش‌های ۴-۱ و ۴-۲ می‌توان در شرایط واقعی درصورت بروز هرگونه تغیر در تقاضای روزانه یک زمانبندی جدید تولید کرد ولی در این‌جا ما می‌خواهیم چارچوب و ساختاری برای تغییر تقاضای روزانه مشخص کنیم تا بتوان سه رویکرد ارایه یک زمانبندی اولیه (بخش ۴-۱) را با هم مقایسه کرد. البته برای مقایسه این سه رویکرد به غیر از مشخص کردن تقاضای روزانه نیاز به تعریف مجموعه‌های زیر هست.

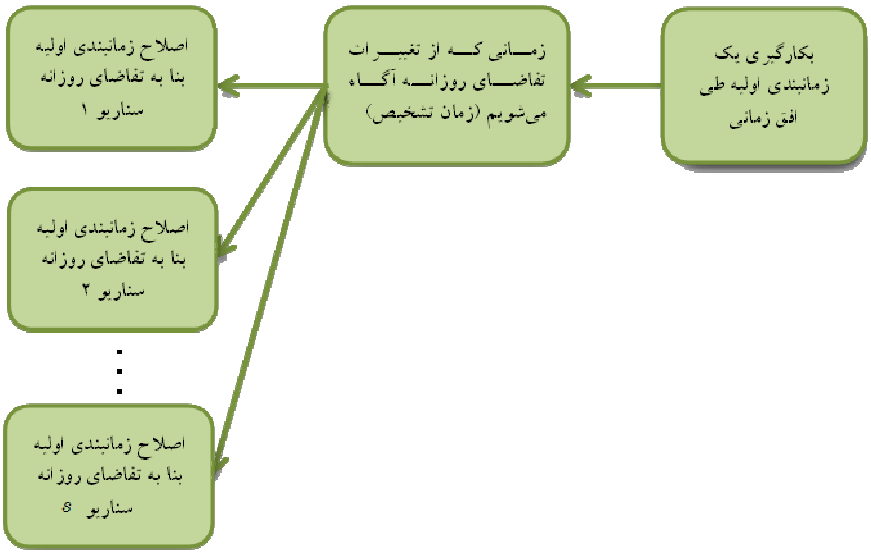
توصیف مجموعه	اندیس‌ها	مجموعه‌ها
مجموعه تمام زمانبندی‌های اولیه تولید شده به‌وسیله سه روش گفته شده	a	A
مجموعه تمام زمان‌های تشخیص	b	B

قبل از تعریف مجموعه‌یی برای اصلاحات مختلف باید ابتدا منظور خود را از لفظ اصلاحات مختلف بیان کنیم. همان‌طور که در مقاله تقی‌نژاد و همکاران [۱۳] ارایه شده است، اصلاح زمانبندی اولیه با توجه به پارامترهای $\overline{ym}$ ، $\overline{Lm}$ و $\overline{Cm}$ صورت می‌گرفت. و اگر این پارامترهای مقادیر مختلفی را اختیار کنند در حقیقت زمانبندی‌های اصلاح شده متفاوتی با توجه به یک زمانبندی اولیه خواهیم داشت. لذا اصلاحات با توجه به سه‌تایی ($\overline{Cm}, \overline{Lm}, \overline{ym}$) بیان می‌شود. پس می‌توانیم مجموعه زیر را تعریف کنیم:

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-10-31]

توصیف مجموعه	اندیس‌ها	مجموعه‌ها
مجموعه‌ی تمام سه‌تایی‌های $(\overline{Cm}, \overline{Lm}, \overline{ym})$	e	E

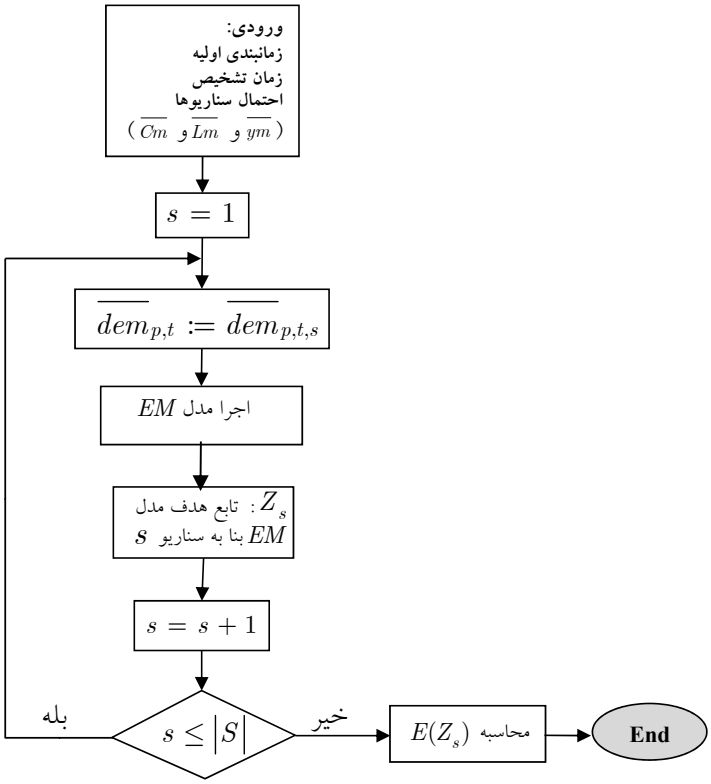
در مورد تغییر تقاضای روزانه بهترین چارچوب و ساختار استفاده از تقاضای روزانه تمام سناریوها با توجه به شکل ۶ است.



شکل ٦. اصلاح زمان‌بندی اولیه با توجه به تقاضای روزانه تمام سناریوها

در شکل ۶ به ازای یک زمان‌بندی اولیه و یک زمان تشخیص و یک سه‌تایی $(\overline{Cm}, \overline{Lm}, \overline{ym})$ که یک نوع اصلاح را نشان می‌دهد، هر بار تقاضای روزانه متناسب با یک سناریو قرار داده می‌شود و زمان‌بندی اولیه با توجه به آن اصلاح می‌شود. سپس تابع هدف مدل که با توجه به سناریو s حل شده‌است را در Z_s ذخیره می‌کنیم، در انتها از Z_sها امید ریاضی گرفته و مقدار $E(Z_s)$ را محاسبه می‌کنیم. این مقدار با توجه به یک زمان‌بندی اولیه، یک زمان تشخیص و یک نوع اصلاحات (یک سه‌تایی $\overline{ym}$، $\overline{Lm}$ و $\overline{Cm}$) به‌دست آمده است، لذا می‌توان آن را به شکل $\left[E(Z_s)\right]_{a,b,e}$ نمایش داد. به ازای تمام مقادیر اندیس‌های a,b,e مقدار $E(Z_s)$ را محاسبه کنیم. با توجه به این مقادیر می‌توانیم بررسی کنیم که زمان‌بندی‌های اولیه به دست آمده از سه روش بخش ۴-۱ در زمان‌های تشخیص و با امکان اصلاحات مختلف چگونه عمل خواهند کرد و لذا می‌توان به ارزیابی رویکردهای مورد نظر به‌پردازیم. در انتها هر آن‌چه برای بررسی و ارزیابی سه رویکرد گفته شد را در قالب یک فرآیند ارزیابی منسجم نمایش داده شده در شکل ۷ جمع‌آوری می‌کنیم.

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-10-31]



شکل ۷. فرآیند ارزیابی

نکته: منظور از مدل EM که در ادامه ذکر خواهد شد، مدل ارایه شده در مقاله تقی‌نژاد و همکاران [۱۳] است.

٤-۳-۱ مراحل فرآیند ارزیابی

مرحله اول:

ورودی‌های فرآیند: احتمال سناریو، زمان تشخیص، زمان‌بندی اولیه، ($\overline{Cm}, \overline{Lm}, \overline{ym}$) هستند.

احتمال سناریو: بیانگر شانس وقوع سناریوها می‌باشد.

زمان تشخیص، ($\overline{Cm}, \overline{Lm}, \overline{ym}$) در اجرای مدل ارایه شده در مقاله تقی‌نژاد و همکاران [۱۳] مورد نیاز می‌باشند.

مرحله دوم: سناریو $s_{\bullet}$ را انتخاب می‌کنیم.

مرحله سوم: برای حل مدل نیاز به تقاضای روزانه مشتری‌ها داریم، در این مرحله تقاضای روزانه سناریوی $s_{\bullet}$ را لحاظ می‌کنیم.

مرحله چهارم: در این مرحله مدل EM را اجرا کرده و زمان‌بندی اصلاح شده را به‌دست می‌آوریم.

مرحله پنجم: در این مرحله تابع هدف مدل EM را که بنا به تقاضای روزانه سناریو $s_{\bullet}$ حل شده است در پارامتر $Z_{s_{\bullet}}$ ذخیره می‌کنیم.

مرحله ششم: در این مرحله امید ریاضی $E(Z_s)$ را محاسبه می‌کنیم.

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-10-31]

به‌طور خلاصه فرآیند در ازای هر زمان‌بندی اولیه و دیگر کمیت‌های ورودی یک مقدار خروجی به ما می‌دهد که می‌توانیم از آن برای مقایسه زمان‌بندی‌ها اولیه استفاده کنیم. با ارزیابی و مقایسه زمان‌بندی‌های اولیه در حقیقت روش‌های تولید آن‌ها را نیز بررسی می‌کنیم.

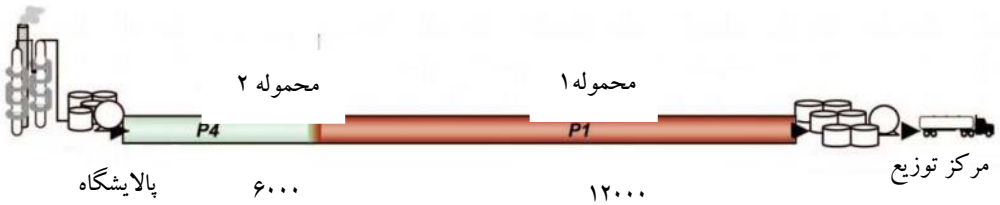
۵ بررسی و ارزیابی روش‌های مختلف

با مشخص شدن سه روش برای تولید زمان‌بندی اولیه و به کارگیری یک مدل واکنشی برای اصلاح زمان‌بندی اولیه و همین‌طور چارچوبی برای تغییر تقاضای روزانه مشتریان در این بخش قصد داریم برای مقایسه عددی با به‌کارگیری مطالب بخش قبلی به حل چند مثال عددی بپردازیم. برای هر یک از مثال‌ها با روش‌های مختلف، زمان‌بندی اولیه تولید کرده و سپس آن‌ها را با استفاده از فرآیند ارزیابی مقایسه و ارزیابی کرده‌ایم. کلیه مدل‌ها با نرم افزار AIMMS 3.9 [۱۴] پیاده‌سازی و با *solver*، CPLEX 12.1 حل شده‌اند. تمامی مثال‌ها با رایانه‌ای با مشخصات زیر حل شده است:

Core 2 Duo CPU 3.00 GHz Processor, 2GB of RAM

مثال

این مثال از مقاله کافارو و همکاران [۸] برای یک برنامه‌ریزی ۱۴ روزه استخراج شده است. البته با توجه به تغییرات صورت گرفته در مدل‌بندی مساله، به طبع تغییرات لازم در داده‌ها نیز اعمال شده است. در این مثال انتقال ۴ نوع فرآورده متفاوت از پالایشگاه به مرکز توزیع را با استفاده از یک خط لوله مورد بررسی قرار می‌دهیم. حجم کلی خط لوله ۱۸۰۰۰ متر مکعب می‌باشد. عملیات انتقال در یک بازه زمانی ۳۶۰ ساعته (۱۵ روز) بررسی شده است. حجم فرآورده‌ها بر حسب متر مکعب و هزینه‌ها بر حسب هزار تومان می‌باشد. در این مثال ۱۵ روز داریم هر روز ۲۴ ساعت است. برای تقاضای روزانه در مرکز توزیع سه سناریو وجود دارد که احتمال وقوع هر سه برابر با یک سوم (۱/۳) است. قبل از شروع، خط لوله شامل دو محموله می‌باشد که از فرآورده P_1 و P_4 با مختصات شکل ۸ تشکیل شده است.



شکل ۸. وضعیت خط لوله قبل از شروع افق زمانی

جدول ۲ هزینه تداخل، حجم تداخل و حداقل زمان بین پمپاژ فرآورده‌ها را نشان می‌دهد. تداخل‌های غیر مجاز با علامت X نشان داده شده‌اند.

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-10-31]

جدول ۲. حداقل زمان بین پمپاژ و حجم و هزینه ناشی از تداخل بین هر جفت از فرآورده‌ها

هزینه تداخل ($۱۰) / حجم تداخل (m۳) / حداقل زمان بین پمپاژ (h)				
	$P_۱$	$P_۲$	$P_۳$	$P_۴$
$P_۱$	۰/۰/۰	۰/۳۰/۳۰	۰/۳۷/۳۷	۰/۳۵/۳۵
$P_۲$	۰/۳۰/۳۰	۰/۰/۰	X	۰/۳۸/۳۸
$P_۳$	۰/۳۷/۳۷	X	۰/۰/۰	X
$P_۴$	۰/۳۵/۳۵	۰/۳۸/۳۸	X	۰/۰/۰

جدول ۳ وضعیت فرآورده‌ها را در مرکز توزیع نشان می‌دهد.

جدول ۳. اطلاعات مربوط به وضعیت فرآورده‌ها در مرکز توزیع

	$P_۱$	$P_۲$	$P_۳$	$P_۴$
هزینه انبارداری ($\$/m^۳h$)	۰/۱	۰/۱۵۵	۰/۲	۰/۱۷
جریمه تاخیر ($\$/m^۳$)	۲۰	۲۵	۲۸	۱۹
موجودی اولیه ($m^۳$)	۴۰۶۹۰	۲۲۸۲۸	۱۳۸۶۷	۱۸۲۷۶
حداقل موجودی ($m^۳$)	۸۱۵۰	۳۲۰۰	۲۴۰۰	۲۷۸۰
حداکثر موجودی ($m^۳$)	۸۱۵۰۰	۳۲۰۰۰	۲۴۰۰۰	۴۵۰۰۰
دوره ته‌نشینی (h)	۲۴	۴۸	۲۴	۲۴
نرخ پمپاژ ($m^۳/h$)	۵۰۰	۵۰۰	۵۰۰	۵۰۰
تقاضای مرکز توزیع بنا به سناریو یک در کل افق زمانی ($m^۳$)	۹۳۰۹۲/۶	۲۱۴۱۰/۵	۸۱۴۹/۴	۱۹۶۷۶/۴۸
تقاضای مرکز توزیع بنا به سناریو دو در کل افق زمانی ($m^۳$)	۷۱۱۴۹/۸۸	۴۴۸۹۷/۳۵	۶۴۰۸/۲	۱۹۸۶۸/۷۴
تقاضای مرکز توزیع بنا به سناریو سه در کل افق زمانی ($m^۳$)	۷۴۸۰۷	۱۹۵۰۱	۷۵۶۹	۴۰۴۴۰/۵۶

برای حل این مدل نیاز داریم که تعداد محموله‌های جدید تزریق شونده به خط را تعیین کنیم، این کار باید با دقت انجام شود زیرا اگر تعداد این محموله‌ها را خیلی زیاد در نظر بگیریم اندازه مدل بسیار بزرگ شده و زمان حل بالا می‌رود و اگر تعداد محموله‌ها را کم در نظر بگیریم ممکن است مدل نشدنی یا حتی اگر شدنی باشد، ممکن است با تعداد محموله‌های بیشتر جواب بهتری داشته باشد. بر حسب تجربه تعداد محموله‌های جدید $\left|I^{new}\right|$ را برابر ۱۰ در نظر می‌گیریم.

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-10-31]

مشخصات مدل و نتایج برای زمان‌بندی اولیه به‌دست آمده که در آن تمام سناریوها همزمان لحاظ شده‌اند (روش مبتنی بر تمام سناریوها) در جدول ۴ نشان داده شده است.

جدول ٤. مشخصات حل با روش ۲

مقدار بهین برحسب هزار تومان	زمان حل بر حسب ثانیه	تعداد تکرار	تعداد متغیرها دودوئی	تعداد متغیرها	تعداد محدودیت‌ها
۴۸۸۹۰	۷۰/۹۳	۴۸۵۳۰۵	۲۴۲	۲۳۲۷	۲۹۱۱

مشخصات مدل و نتایج برای زمان‌بندی اولیه به‌دست آمده که در آن میانگین تقاضاها لحاظ شده در جدول ۵ نشان داده شده است.

جدول ٥. مشخصات حل با روش ۳

مقدار بهین برحسب هزار تومان	زمان حل بر حسب ثانیه	تعداد تکرار	تعداد متغیرها دودوئی	تعداد متغیرها	تعداد محدودیت‌ها
۴۳۰۲۶	۹۸.۵۵	۸۷۴۶۱۴	۲۴۲	۱۹۶۷	۲۲۰۷

مشخصات مدل و نتایج برای زمان‌بندی اولیه به‌دست آمده مبتنی بر سناریو ۱ و ۲ و ۳ که هر سناریو به‌طور مجزا لحاظ شده در جدول ۶ نشان داده شده است.

جدول ٦. مشخصات حل با روش ۱

مقدار بهین برحسب هزار تومان	زمان حل بر حسب ثانیه	تعداد تکرار	تعداد متغیرها دودوئی	تعداد متغیرها	تعداد محدودیت‌ها	زمان‌بندی اولیه قطعی مبتنی بر سناریو s
۴۴۷۳۳	۳۴/۰۹	۳۱۸۴۳۸	۲۴۲	۱۹۶۷	۲۲۰۷	۱
۴۳۹۶۸	۵۸/۹۱	۴۷۴۷۸۱	۲۴۲	۱۹۶۷	۲۲۰۷	۲
۴۲۷۹۲	۳۶/۲۷	۳۰۵۲۳۹	۲۴۲	۱۹۶۷	۲۲۰۷	۳

برای تعیین بهترین زمان‌بندی اولیه به سراغ فرآیند ارزیابی ارایه شده در بخش ۴ می‌رویم لذا علاوه بر زمان‌بندی اولیه نیاز به زمان تشخیص، احتمال سناریوها، ($\overline{Cm}, \overline{Lm}, \overline{ym}$) برای ورودی فرآیند داریم.

جدول ۷ مقدار $E(Z_s)$ را برای به ازای زمان تشخیص ۹۴، ۱۱۸ و ۱۴۲ که ۲ ساعت قبل از پایان روز ۴ (ساعت ۹۶) و روز ۵ (ساعت ۱۲۰) و روز ۶ (ساعت ۱۴۴) هستند (برحسب هزار تومان) برای هر زمان‌بندی اولیه نشان

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-10-31]

می‌دهد. همان‌طور که در جدول ۷ دیده می‌شود از نظر کمی میزان هزینه زمان‌بندی مبتنی بر تمام سناریوها در شرایط مختلف در ۱۰۰ درصد حالات از دیگر زمان‌بندی‌ها کمتر و بهتر می‌باشد.

جدول ۷. مقدار $E(Z_s)$ به ازای ورودی‌های مختلف فرآیند در

احتمال سناریوها	زمان تشخیص	$(\overline{Cm}, \overline{Lm}, \overline{ym})$	زمان‌بندی اولیه مبتنی بر				
			تمام سناریوها	میانگین	سناریو ۱	سناریو ۲	سناریو ۳
(۰/۳۳, ۰/۳۳, ۰/۳۳)	۹۴	(۰ ,۰ ,۰)	۴۸۵۷۱	۵۱۱۹۷	۵۲۷۹۰	۵۱۱۲۰	۵۴۵۷۹
		(۱ ,۱ ,۱)	۴۷۰۹۴	۴۸۴۸۳	۵۰۵۵۳	۵۰۷۳۷	۵۱۳۲۷
		(۲ ,۲ ,۲)	۴۶۹۷۰	۴۷۹۵۲	۴۹۴۷۳	۴۸۸۴۷	۵۰۷۳۵
	۱۱۸	(۰ ,۰ ,۰)	۴۸۵۷۱	۵۱۱۹۷	۵۳۰۰۶	۵۱۱۲۰	۵۴۵۷۹
		(۱ ,۱ ,۱)	۴۷۱۹۵	۴۹۵۰۷	۵۱۸۴۵	۵۰۷۳۷	۵۴۳۳۴
		(۲ ,۲ ,۲)	۴۷۰۰۲	۴۸۹۸۶	۵۱۰۷۸	۴۹۳۸۶	۵۳۲۷۷
	۱۴۲	(۰ ,۰ ,۰)	۴۸۵۷۱	۵۲۲۳۵	۵۳۰۰۶	۵۱۷۳۸	۵۴۵۷۹
		(۱ ,۱ ,۱)	۴۸۲۹۶	۵۱۱۲۱	۵۱۸۴۵	۵۱۵۷۶	۵۴۳۳۴
		(۲ ,۲ ,۲)	۴۸۲۲۰	۵۰۲۶۳	۵۱۰۷۸	۵۱۱۴۱	۵۴۱۸۴

٦ نتیجه‌گیری و جمع‌بندی

در این مقاله با توجه به سناریو و حالت‌های مختلف برای تقاضای روزانه مشتریان که از قبل در شرایط واقعی (شرکت پخش فرآورده‌های نفتی) موجود است بهترین شیوه استفاده از نظریه احتمال و برنامه‌ریزی تصادفی در مدل‌سازی مساله است لذا ابتدا یک مدل‌سازی تصادفی برای مساله خط لوله چند فرآورده‌ای ارایه کردیم سپس برای مقایسه زمان‌بندی اولیه حاصله از برنامه‌ریزی تصادفی با رویکرد دیگر محققین در شرایط مختلف تقاضای روزانه، چارچوبی مشخص ارایه کرده و سه روش برای تولید زمان‌بندی‌های اولیه و یک مدل واکنشی برای اصلاح زمان‌بندی اولیه جهت اصلاح زمان‌بندی معرفی شد و در انتها با چند مثال عددی آن‌چه ارایه شده در بوته آزمایش قرار گرفت البته با توجه به محدودیت تعداد صفحات تنها یک مثال در مقاله ارایه شد، در این مثال طول مدت برنامه‌ریزی را طولانی انتخاب کردیم تا عامل طول افق زمانی را نیز بررسی کرده باشیم. در تمام حالات زمان تشخیص و تغییرات ممکن مختلف در زمان‌بندی اولیه، زمان‌بندی مبتنی بر تمام سناریوها (زمان‌بندی که از مدل تصادفی حاصل می‌شود) از نظر هزینه عملیاتی بهترین زمان‌بندی موجود بوده است. با بررسی‌های صورت گرفته متوجه شدیم هر چه افق زمانی طولانی‌تر باشد استفاده و به کارگیری زمان‌بندی مبتنی بر تمام سناریوها از نظر اقتصادی و هزینه عملیاتی با صرفه‌تر از تمام روش‌های ارایه شده قبلی است و همان‌طور که می‌دانیم زمان‌بندی مبتنی بر تمام سناریو توسط مدل تصادفی ارایه شده در این مقاله تولید می‌شود و لذا در

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-10-31]

شرایط واقعی می‌توان از مدل تصادفی برای تولید زمان‌بندی اولیه استفاده کرد و با کمترین هزینه عملیاتی هرگونه اختلال و تغییر در تقاضای روزانه مشتریان را (این تغییر می‌تواند جز سناریوها باشد یا حتی خارج از سناریوهای در نظرگرفته شده) پشتیبانی کرد.

منابع

[1] Rejowski, R. Jr., Pinto. J. M., (2003). Scheduling of a multiproduct pipeline system. Computers and Chemical Engineering 27. 1229-1246.

[2] Rejowski, R. Jr., Pinto, J. M., (2004). Efficient MILP formulations and valid cuts for multiproduct pipeline scheduling. Computers and Chemical Engineering 28. 1511-1528.

[3] MirHassani, S. A., Ghorbanalizadeh, M., (2008). The Multi-product Pipeline Scheduling System. Computers and Mathematics with Applications 56, 891-897.

[4] Cafaro, D. C, Cerda, J., (2004). Optimal scheduling of multiproduct pipeline systems using a non-discrete MILP formulation. Computers and Chemical Engineering, 2053–2068.

[5] Cafaro, D. C., Cerda, J., (2008). Dynamic scheduling of multiproduct pipelines with multiple delivery due dates. Computers and Chemical Engineering 28. PP 728-753.

[6] Relvas, S., Matos, H. A., Barbosa-Po ´voa, A. F. D., Fialho, J. O., Pinheiro, A. N. S., (2006). Pipeline Scheduling and Inventory Management of a Multiproduct Distribution Oil System. Ind. Eng. Chem. Res 45, 7841-7855.

[7] Relvas, S., Matos, H. A., Barbosa-Po ´voa, A. F. D., Fialho, J. O., (2007). Reactive Scheduling Framework for a Multiproduct Pipeline with Inventory Management. Ind. Eng. Chem. Res 46. 5659-5672.

[8] Cafaro, D. C., Cerda, J., (2008). Efficient Tool for the Scheduling of Multiproduct Pipelines and TerminalOperations, Industrial &Engineering Chemical Research 47, 9941-9956.

[9] Relvas, S., Matos, H. A., Barbosa-Povoa, A. F. D., (2009). Huristic batch sequencing on a multiproduct oil distributio system,Computers & Chemical Engineering 33, Issue 3, 712-730.

[10] Cafaro, D. C., Cerda, J., (2009). Optimal Scheduling of Refined Products Pipelines with Multiple Sources, Industrial & Engineering Chemical Research 48, 6675–6689.

[11] MirHassani, S. A., Fani, H., (2010). Scheduling multi-product tree-structure pipelines, Computers and Chemical Engineering,Vol. 35, pp 165-176.

[12] MirHassani, S. A., Moradi, S., Taghinezhad, N., (2011). An algorithm for long-term scheduling of multi-product pipelines. Industrial & Engineering Chemistry Research. 50 (24), 13899-13910.

[13] Taghinezhad, N., Nasseri, S.H., Moradi, S., (2012). Reactive Scheduling Framework for a Multiproduct Pipeline with Inventory Management According to Conditions of the National Iranian Oil Products Distribution Company,IIEC2012, Amirkabir, Tehran.(iiec2012.aut.ac.ir).

[14] AIMMS, version 3.9. In: B. V. Haarlem, Editor, Paragon decision technology (2009) The Netherlands. www.aimms.com.

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-10-31]