مجله تحقیق در عملیات و کاربردهای آن، سال نهم، شماره اول (پیاپی ۳۲)، بهار ۹۱، ص ص ۱۱۷-۱۰۷
شاپا ۷۲۸۶-۲۲۵۱

چند روش برای رتبه‌بندی واحدهای تصمیم‌گیری به کمک مجموعه مشترک وزن‌ها در تحلیل پوششی داده‌ها

صابر ساعتی*[۱]، علیرضا شایسته[۲]
[۱] گروه ریاضی، دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران شمال
[۲] دانشکده علوم پایه و کشاورزی، دانشگاه پیام نور مرکز تهران

رسید مقاله: ۳ شهریور ۱۳۹۰
پذیرش مقاله: ۱ دی ۱۳۹۰

چکیده

تحلیل پوششی داده‌ها اطلاعات زیادی در مورد واحدهای تصمیم‌گیری کارا ارایه نمی‌دهد. یکی از روش‌ها برای رتبه‌بندی واحدهای تصمیم‌گیری کارا استفاده از مجموعه مشترک وزن‌ها است. در این مقاله به منظور رتبه‌بندی واحدهای کارا چند روش ساده جهت تعیین مجموعه مشترک وزن‌ها ارایه شده است. در این روش‌ها، مجموعه مشترک وزن‌ها با استفاده از نتایج مدل‌های استاندارد تحلیل پوششی داده‌ها حاصل می‌شود. بر خلاف بسیاری از روش‌ها، بدون حذف و گرد کردن وزن‌ها و دخالت دادن تمام وزن‌ها در محاسبات، مجموعه مشترک وزن‌ها تعیین می‌شود.

کلمات کلیدی: رتبه‌بندی، کارایی، مجموعه مشترک وزن‌ها، واحد تصمیم‌گیری، تحلیل پوششی داده‌ها.

۱ مقدمه

اندازه‌گیری کارایی به خاطر اهمیت آن در ارزیابی عملکرد یک شرکت یا سازمان یا هر واحد تصمیم‌گیری (DMU) مورد توجه محققین قرار داشته است. اولین بار در سال ۱۹۵۷ فارل برای اندازه‌گیری کارایی، مدل خود را با دو ورودی و یک خروجی طراحی کرد [۱] که به دلیل محدود بودن ورودی و خروجی مدل موفقی نبود. در سال ۱۹۷۸، Charnes، Cooper و Rhodes در مقاله‌ای مدل CCR را ارایه کردند [۲] که هدف این مدل اندازه‌گیری و مقایسه کارایی نسبی واحدهای سازمانی بود که دارای چندین ورودی و خروجی هستند که این مزیت بزرگی نسبت به مدل فارل بود.

مهم‌ترین مساله، تحلیل و رتبه‌بندی واحدهای کارا بود که دارای کارائی یکسان بودند. Andersen و Petersen در سال ۱۹۹۳، روش AP را ارایه کردند [۳] که با وجود نارسایی در بعضی از موارد روش‌های دیگری ارایه شد.

* عهده دار مکاتبات
آدرس الکترونیکی: s_saatim@iau-tnb.ac.ir

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-10-31]

دو روش دیگر نیز برای رتبه‌بندی واحدهای کارا توسط جهانشاهلو، علیرضایی و محرابیان [۴] و سپس روش کامل‌تر توسط ساعتی و همکاران [۵] ارایه شد. دسته دیگری از روش‌های رتبه‌بندی، بر مبنای محدود کردن وزن‌ها می‌باشد. اگر برای وزن‌های ورودی و خروجی، کران بالا و پایین را طوری در نظر بگیریم که تغییرات وزن‌ها با کمترین مقدار و نهایتاً به یک عدد محدود شود، مجموعه مشترک وزن‌ها CSW به دست می‌آید. در بسیاری از روش‌های یافتن مجموعه مشترک وزن‌ها، ابتدا کران بالا و پایین وزن‌های ورودی و خروجی را پیدا می‌کنیم و سپس مجموعه مشترک وزن‌ها را پیدا می‌کنیم. در بعضی از روش‌ها کران بالا را با گرد کردن و حذف بیشترین وزن و کران پایین را با حذف وزن‌های صفر و گرد کردن کوچکترین وزن به‌دست می‌آورند [۶].

در این مقاله، به روش‌های نوین رتبه‌بندی واحدهای کارا به کمک مجموعه مشترک وزن‌ها در تحلیل پوششی داده‌ها می‌پردازیم. در این روش‌ها، با محدود کردن کران وزن‌ها و رسیدن به وزن مشترک از بین مجموعه وزن‌ها، می‌توان به کارائی واقعی‌تری رسید.

ساختار این مقاله به این شکل است که، بعد از تعاریف اولیه، در بخش ۳ روش‌های پیشنهادی و در بخش ۴ چند مثال عددی و سپس در بخش انتهایی، نتیجه‌گیری و جداول آورده می‌شود.

۲ تعاریف اولیه

در این بخش بعضی از تعاریف اساسی مورد نیاز مطرح می‌گردند.

تعریف ۱. کارایی یک واحد تصمیم‌گیری به صورت نسبت خروجی بر ورودی تعریف می‌شود. در حالتی که یک واحد تصمیم‌گیری چندین ورودی را برای تولید چندین خروجی مصرف می‌کنند کارایی به صورت:

$$e_j = \frac{\sum_{r=1}^{s} u_r y_{rj}}{\sum_{i=1}^{m} v_i x_{ij}} \qquad \forall j$$

تعریف می‌شود که در این رابطه، $e_j \ (j = 1,...,n)$ کارایی DMU_j، $y_{rj} \ (r = 1,...,s)$ خروجی r ام، $x_{ij} \ (i = 1,...,m)$ ورودی i ام، $u_r \ (r = 1,...,s)$ وزن خروجی r ام و $v_i \ (i = 1,...,m)$ وزن ورودی i ام می‌باشد.

تعریف ۲. چارنز، کوپر و رودز بر اساس تعریف کارایی، مدل مضربی CCR را به شکل ذیل تعریف کردند [۲]:

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-10-31]

$$
\begin{aligned}
\text{Max} \quad & \sum_{r=1}^{s} u_r y_{rp} \\
\text{s.t.} \quad & \sum_{i=1}^{m} v_i x_{ip} = 1 \\
& \sum_{r=1}^{s} u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^{m} v_i x_{ij} \le 0 \quad \forall j, \\
& u_r, v_i \ge 0 \qquad\qquad \forall r, i.
\end{aligned} \tag{1}
$$

اصلاح روش CCR در سال ۱۹۷۹ توسط چارنز، کوپر و رودز انجام شد [۷] و متغیرهای وزن u_r و v_i بزرگتر از صفر در نظر گرفته شدند تا در نامساوی فوق دیگر وزن‌ها مساوی صفر نشوند. برای این‌که مساله از حالت خطی خارج نشود، وزن‌ها را بزرگتر یا مساوی یک عدد غیر ارشمیدسی مثبت ε در نظر گرفتند.

۳ روش‌های پیشنهادی

در تحلیل پوششی داده‌ها بعد از ارزیابی واحدهای تصمیم‌گیری با مدل CCR، رتبه‌بندی واحدهای کارا با روش‌های متعددی انجام می‌شود. در روش‌های پیشنهادی این مقاله، بدون نیاز به حل مدل جدیدی، تنها با استفاده از مدل CCR و نتایج آن، روش‌های نوینی بدون محاسبات پیچیده ارایه می‌شود. این مهم‌ترین ویژگی این روش‌ها می‌باشد که باعث تمایز این روش‌ها از روش‌های دیگر می‌باشد.

۳-۱ روش وزن مشخصه برای دستیابی به بهترین واحد کارا

برای دستیابی به یک وزن مشترک از مجموعه وزن‌های ورودی و خروجی باید به رابطه منطقی بین وزن‌ها رسید. در این روش بر خلاف روش‌های دیگر کارایی واحدها به عنوان عامل برتری یک وزن نسبت به وزن دیگر می‌باشد.

در مرحله اول، وزن‌ها و کارایی تمام واحدهای تصمیم‌گیری را با مدل CCR به‌دست می‌آوریم. در مرحله دوم مجموعه وزن‌های ورودی‌ها و خروجی‌ها را که در مرحله اول با مدل CCR به‌دست آوردیم مورد بررسی قرار داده و مجموعه مشترک وزن‌های ورودی را از رابطه زیر به‌دست می‌آوریم:

$$
v_i^* = \frac{\sum_{j=1}^{n} v_{ij} e_j}{\sum_{j=1}^{n} e_j} \qquad \forall i
$$

که در آن، $v_i^* \; (i = 1, \cdots, m)$ وزن‌های مشخصه ورودی و $v_{ij} \; (i = 1, \cdots, m)$ وزن ورودی i ام متعلق به DMU_j و $e_j \; (j = 1, \cdots, n)$ کارایی DMU_j می‌باشدکه از مدل (۱) به‌دست آمده است. در این روش وزن مشخصه، یک میانگین از وزن‌های ورودی می‌باشد که سهم هر وزن در این نسبت به میزان کارایی می‌باشد. در

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-10-31]

نتیجه هر وزن که متناظر با کارایی بیشتری باشد اثر بیشتری در وزن مشخصه خواهد داشت. به طور مشابه، مجموعه وزن مشترک خروجی‌ها را از رابطه زیر به‌دست می‌آوریم:

$$u_r^* = \frac{\sum_{j=1}^{n} u_{rj} e_j}{\sum_{j=1}^{n} e_j} \qquad \forall r$$

که در آن، $u_r^* \; (r = 1,\cdots,m)$ وزن مشخصه خروجی، $u_{rj} \; (r = 1,\cdots,m)$ وزن خروجی rام متعلق به DMU_j و $e_j \; (j = 1,\cdots,n)$ کارایی DMU_j می‌باشد. در وزن مشخصه خروجی‌ها نیز نسبت تشکیل یافته به میزان کارایی بستگی دارد.

مزایای این روش این است که بدون حل مدل جدیدی و با استفاده از نتایج مدل CCR، مجموعه مشترک وزن‌ها را به‌دست می‌آوریم. مجموعه مشترک وزن‌ها در این روش، تناسب مناسبی را از عوامل وزن و کارایی در نظر می‌گیرد. در این روش نه از وزنی صرف نظر و نه گرد می‌شود بلکه یک وزن مشترک با نزدیک‌ترین ویژگی به تمام واحدها در نظر گرفته می‌شود. بعد از این‌که مجموعه مشترک وزن‌ها را به‌دست آوردیم، باید کارایی واحدهای تصمیم‌گیری را توسط رابطه زیر محاسبه کنیم:

$$e_j^* = \frac{\sum_{r=1}^{s} u_r^* y_{rj}}{\sum_{i=1}^{m} v_i^* x_{ij}} \qquad \forall j$$

که در این رابطه، $e_j^* \; (j = 1,...,n)$ کارایی مشخصه DMU_j می‌باشد. بعد از محاسبه کارایی مشخصه واحدهای تصمیم‌گیری، رتبه‌بندی واحدها تغییر کرده و تنها یک واحد به عنوان بهترین واحد کارا انتخاب می‌شود.

۳-۲ روش نماینده وزن‌ها در فاصله‌های مساوی

برای دستیابی به مجموعه مشترک وزن‌ها بهتر است که در مرحله اول با کران‌دار کردن و ایجاد محدودیت برای وزن‌ها راه را برای پیدا کردن وزن مشترک هموار کرد. در این روش، برای مجموعه وزن‌های ورودی و خروجی، کران‌های بالا و پایین را با روش تقسیم فاصله وزنی محاسبه می‌کنیم و سپس با دو روش به دو مجموعه مشترک وزن‌ها می‌رسیم. برای دستیابی به کران بالا و پایین مجموعه وزن‌ها، روش‌های متعددی وجود دارد که در بعضی از آن‌ها حذف و گرد کردن وزن‌ها انجام می‌شود که به دلیل چشم پوشی از بعضی از وزن‌ها، روش‌های مناسبی نیستند [۸]. در روش تقسیم فاصله وزنی، به جای حذف و گرد کردن وزن‌ها، وزن‌هایی که به هم نزدیک هستند با هم در یک زیر بازه قرار می‌گیرند، میانگین این زیر بازه، دارای مقداری بسیار نزدیک به تمام اعضای این زیر بازه است. میانگین این زیر بازه‌ها جایگزین مناسبی برای اعضای این زیر بازه است، پس وزن‌ها محدودتر

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-10-31]

شدند بدون این‌که حذف و گرد شوند. با توجه به این‌که تعداد وزن‌ها به ورودی‌ها و خروجی‌های واحدهای تصمیم‌گیری بستگی دارد، با افزایش تعداد واحدهای تصمیم‌گیری، به تناسب، مجموعه وزن‌ها نیز افزایش پیدا می‌کنند.

در روش تقسیم فاصله وزنی مراحل زیر طی می‌شود:

۱ – هدف ما در این مرحله، تقسیم فاصله بین کران بالا و پایین است و وزن‌ها در این تقسیمات دخالتی ندارند. روش تقسیم فاصله وزنی از شکل یک ماتریس گرفته شده است که تعداد سطرها با تعداد واحدهای تصمیم‌گیری و تعداد ستون‌ها، مجموع تعداد ورودی‌ها و خروجی‌ها می‌باشد. مجموعه وزن‌هایی که از حل مدل CCR به‌دست آمده است را مجموعه وزن‌های ورودی و خروجی نامیده و عوامل غیر صفر وزن‌های ورودی و خروجی را از بزرگ به کوچک مرتب کرده و بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین عامل غیر صفر وزن‌ها کران بالا و پایین فاصله وزنی را تشکیل می‌دهند. در ماتریس تقسیم فاصله وزنی، با توجه به این‌که مجموع تعداد ورودی‌ها و خروجی‌ها، تعداد ستون‌ها می‌باشد، این ستون‌ها را فاصله وزنی می‌نامیم. که به ازای m ورودی و s خروجی، $(m+s)$ فاصله وزنی تشکیل می‌شود. سطرها در ماتریس تقسیم فاصله وزنی تعداد واحدهای تصمیم‌گیری می‌باشد، پس با افزایش سطرها (واحدهای تصمیم‌گیری) فاصله وزنی به تعداد بیشتری تقسیم می‌شود. پس به n زیر بازه با اندازه‌های مساوی تقسیم می‌شود و به ازای n سطر و $(m+s)$ ستون تمام مجموعه وزن‌ها به یکی از $n(m+s)$ زیر بازه تعلق می‌گیرند.

۲- هر فاصله وزنی شامل یک زیر بازه است که بزرگترین وزن این فاصله وزنی را شامل شده است، میانگین اعضای این زیر بازه، کران بالای این فاصله وزنی را تشکیل می‌دهد.

۳ـ در هر فاصله وزنی، کمترین وزن غیر صفر نیز در یک زیر بازه قرار گرفته است که میانگین اعضای این زیر بازه کران پایین این فاصله وزنی را تشکیل می‌دهد. میانگین اعضای هر زیر بازه نماینده آن زیر بازه را تشکیل می‌دهد و زیر بازه هایی که شامل هیچ عضوی نمی‌باشد نماینده‌ای ندارد و در محاسبات نقشی ندارد.

برای این‌که مساله شدنی باشد باید به رابطه‌های زیر که کران بالای وزن‌ها را محاسبه می‌کنند [۸] توجه کرد:

$$u_r^* = \frac{1}{\max\{y_{rj}\}} \quad \forall r, j \qquad v_i^* = \frac{1}{\max\{x_{ij}\}} \quad \forall i, j$$

باید توجه کرد که کران پایین از u_r^* و v_i^* که تعریف شده‌اند بیشتر نباشد که در غیر اینصورت با این روش نمی‌توان مجموعه مشترک وزن‌ها را پیدا کرد.

روش نماینده وزن‌ها در فاصله‌های مساوی به دو روش دنبال می‌شود:

روش اول (میانگین کران‌ها): در این روش میانگین کران بالا و پایین وزن مشترک را تشکیل می‌دهد.

روش دوم (میانگین): میانگین تمام نماینده‌های غیر صفر زیر بازه‌ها، وزن مشترک را تشکیل می‌دهند.

در هر دو روش بالا با استفاده از مجموعه وزن‌های مشترک به‌دست آمده کارایی جدید را مطابق تعریف کارایی به‌دست می‌آوریم.

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-10-31]

مزایای این روش این است که از تعدادی وزن‌ها صرف نظر نمی‌شود و تمام وزن‌ها در کران بالا و پایین و میانگین نقش دارند و دیگر وزن‌ها گرد نمی‌شوند و ما از مجموعه وزن‌های صفر صرف نظر می‌کنیم و این دلیلش این است که انحراف ما از میانگین وزن‌ها تحت تاثیر وزن‌های صفر قرار نگیرد و در هر دو روش برخلاف روش‌های پیشنهاد شده در مقاله‌های دیگر ما به یک وزن مشترک می‌رسیم که کارایی ما را به مقدار واقعی‌تری می‌رساند و تمام وزن‌ها در این کران بالا و پایین و میانگین نقش دارند.

۳-۳ روش برترین وزن میانگین برای انتخاب بهترین واحد کارا

هدف از ارایه این روش مقایسه نتایج دو روش بالا با روش برترین وزین میانگین می‌باشد، در این روش، بدون محاسبه مجموعه مشترک وزن‌ها، با استفاده از نتایج مدل CCR، میانگین وزین شده خروجی‌ها و ورودی‌ها را محاسبه می‌کنیم و تنها واحدهای کارا را رتبه‌بندی می‌کنیم. این روش بدون محاسبات پیچیده ما را به بهترین واحد کارا می‌رساند و نشان می‌دهد که دو روش مطرح شده نیز دارای نتایج یکسان با این روش هستند و بدون محاسبه CSW نیز می‌توان بهترین واحد کارا را انتخاب کرد.

در این روش با توجه به این‌که هدف ما رتبه‌بندی واحدهای کارا می‌باشد در ابتدا مجموعه E را به صورت زیر تعریف می‌کنیم.

E={مجموعه واحدهای کارا که در مدل CCR دارای کارایی یک هستند}

در این روش میانگین وزین شده خروجی‌ها و ورودی‌ها برای واحدهای کارا توسط روابط زیر تعریف می‌کنیم.

$$\bar{x}_j = \frac{\sum_{i=1}^{m} v_{ij} x_{ij}}{m}, \qquad \bar{y}_j = \frac{\sum_{r=1}^{s} u_{rj} y_{rj}}{s} \quad \forall j \in E$$

مرحله اول) بعد از این‌که $\{\bar{y}_j\}$ به ازای $\forall j \in E$ محاسبه شد بیشترین مقدار این مجموعه را توسط رابطه زیر به‌دست می‌آوریم:

$$\bar{y}_p = \max\{\bar{y}_j\} \quad j \in E$$

اگر p منحصر به فرد بود پس DMU_P بهترین واحد کارا می‌باشد زیرا بهترین واحد بیشترین خروجی را دارد و میانگین وزین شده واحدهای کارا، نماینده خروجی هر واحد تصمیم‌گیری می‌باشد. در غیر این‌صورت به مرحله دوم بروید.

مرحله دوم) اگر p منحصر به فرد نبود $\{\bar{x}_j\}$ به ازای $\forall j \in E$ محاسبه می‌کنیم و سپس کمترین مقدار این مجموعه را محاسبه می‌کنیم.

F ={مجموعه واحدهای عضو مجموعه E که دارای $\bar{y}_j$ یکسان هستند}

$$\bar{x}_{\tilde{p}} = \min\{\bar{x}_j\}\ j \in F$$

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-10-31]

در این‌صورت $\mathrm{DMU}_{\tilde{p}}$ بهترین واحد کارا است و اگر $\tilde{p}$ نیز منحصر به فرد نبود می‌توان این واحدها را دارای شرایط یکسان در ارزیابی کارایی دانست. در این روش بعد از به‌دست آوردن بهترین واحد کارا می‌توان بدون در نظر گرفتن این واحد، مجدداً مراحل بالا را طی کرد و به رتبه‌بندی واحدهای کارا پرداخت.

٤ چند مثال عددی

مثال ۱ در این مثال ۱۰ واحد تصمیم‌گیری با ۴ ورودی و ۳ خروجی در نظر گرفته شده است. در جدول (۱) ورودی‌ها و خروجی‌ها می‌باشد که از مقاله [۸] مورد استفاده قرار گرفته است. در جدول ۲ وزن‌های ورودی و خروجی به همراه کارآیی واحدها نوشته شده است.

در جدول (۲) درستون ۱، واحدهای تصمیم‌گیری، در ستون ۲ کارایی واحدهای تصمیم‌گیری با مدل CCR توسط رابطه (۱) و در ستون ۳ با استفاده از روش وزن مشخصه کارایی جدید واحدهای تصمیم‌گیری آورده شده است. سطر آخر جدول (۲) وزن مشخصه می‌باشد که وزن‌های جدید برای به‌دست آوردن کارایی می‌باشد. مجموعه وزن‌های v_1، v_2، v_3 و v_4 وزن‌های ورودی واحدهای تصمیم‌گیری می‌باشد که با استفاده از مدل (۱) به‌دست آمده‌اند که در ستون‌های ۵، ۶، ۷ و ۸ آورده شده‌اند. مجموعه وزن‌های u_1، u_2 و u_3 مجموعه وزن‌های خروجی واحدهای تصمیم‌گیری می‌باشد که با استفاده از مدل (۱) به‌دست آمده‌اند که در ستون‌های ۹، ۱۰ و ۱۱ آورده شده‌اند.

در روش وزن مشخصه D_2 از بین واحدهای کارا به عنوان بهترین واحد کارا انتخاب می‌شود. می‌توان رتبه‌بندی تمام واحدهای کارا را نیز مشاهده کرد. همان‌طور که مشاهده شد، با وجود تعداد زیاد واحدهای کارا، روش وزن مشخصه قابلیت تشخیص بهترین واحد کارا را از بین هفت واحد کارا را دارد.

مثال ۲ در این مثال باتوجه به جدول‌های (۱) و (۲) به بررسی روش نماینده وزن‌ها در فاصله‌های مساوی می‌پردازیم.

در جدول (۳) تمام مجموعه وزن‌های ورودی و خروجی در ۷۰ زیر بازه وزنی قرار گرفته‌اند. مجموعه وزن‌های v_1، v_2، v_3 و v_4 و u_1، u_2 و u_3 توسط مدل (۱) به‌دست آمده است که در جدول (۲) نیز می‌باشد که مطابق با روش نماینده وزن‌ها ستون‌های جدول ۳ به ده قسمت تقسیم شده‌اند. تمام وزن‌های غیر صفر در این تقسیمات قرار گرفته‌اند.

در جدول (۴) در هر ستون میانگین اعضای هر زیر بازه در همان ستون می‌باشد و در هر ستون زیر بازه‌هایی که عضوی نداشته باشند در این روش نقشی ندارند.

در جدول (۵) نیز کران بالا و پایین نماینده وزن‌ها که در جدول (۴) آورده شده است در ردیف‌های اول و دوم آورده شده است. در ردیف‌های سوم میانگین کران بالا و پایین و در ردیف چهارم میانگین تمام نماینده‌های وزن‌ها آورده شده است. در جدول (۶) کارایی با روش میانگین کران‌ها و در جدول (۷) کارایی با روش میانگین آورده شده است.

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-10-31]

در این روش‌ها نیز مانند روش وزن مشخصه بهترین واحد کارا از بین هفت واحد کارا، D_2 می‌باشد.

مثال ۳ در این مثال با استفاده از جداول (۱) و (۲) روش برترین وزن میانگین را بررسی می‌کنیم. در جدول (۸) در ستون اول واحدهای تصمیم‌گیری کارا (در مدل CCR) در ستون دوم کارایی واحدهای تصمیم‌گیری کارا در مدل CCR و در ستون سوم مقدار میانگین وزین شده خروجی‌ها می‌باشد که بیشترین مقدار این ستون بیانگر بهترین واحد کارا می‌باشد.

در این روش نیز D_2، به عنوان بهترین واحد کارا انتخاب شده است. همان‌طور که مشاهده شد تمام روش‌های موجود ما را به یک واحد کارا می‌رساند.

٦ نتیجه گیری

در هر سه روش بررسی شده ما به بهترین واحد کارا از بین هفت واحد کارا نیاز داریم که در هر سه روش D_2 به‌عنوان بهترین واحدکارا انتخاب شده است، که روش‌های پیشنهادی این مقاله دارای محاسبات کمتری و دقت مناسبی هستند، علت این موضوع این است که انتخاب مجموعه وزن‌های مشترک بدون حذف و گرد کردن وزن‌ها می‌باشد و انتخاب کران‌ها با در نظر گرفتن تمام وزن‌ها می‌باشد و این مجموعه وزن‌های تعریف شده این امکان را می‌دهد که تمام واحدهای تصمیم‌گیری را رتبه‌بندی و تنها یک واحد کارا داشته باشیم. روش‌های پیشنهادی بدون حل مدل جدیدی تنها با استفاده از نتایج مدل CCR ما را به بهترین واحد کارا می‌رساند.

جدول ۱. داده‌های مثال عددی

DMU	I_1	I_2	I_3	I_4	O_1	O_2	O_3
D۱	۱۲/۵۸	۸/۶۷	۱/۵۲	۱/۹۳	۶۶۹	۱/۷۳	۷۸
D۲	۷/۵۱	۵/۵۸	۱/۱۰	۲/۴۳	۴۲۰	۲/۷۴	۹۷
D۳	۸/۳۴	۳/۸۳	۱/۲۷	۲/۰۰	۱۰۳	۱/۹۸	۰
D۴	۶/۷۶	۳/۸۳	۱/۳۰	۲/۷۶	۱۹۶	۱/۹۶	۸
D۵	۶/۹۹	۵/۵۸	۱/۱۷	۱/۵۲	۴۴۳	۲/۱۷	۳۲
D۶	۵/۷۴	۳/۸۳	۱/۰۷	۲/۳۳	۲۳۹	۲/۶۴	۰
D۷	۶/۴۴	۴/۵۰	۱/۲۲	۱/۶۴	۳۴۲	۲/۲۲	۱۵
D۸	۱۰/۲۳	۳/۵۸	۱/۱۰	۲/۱۲	۲۷۵	۲/۲۵	۸
D۹	۵/۴۹	۳/۵۸	۱/۳۲	۱/۵۴	۲۰۲	۱/۹۲	۴۵
D۱۰	۴/۸۸	۳/۸۳	۱/۴۵	۱/۶۱	۱۶۷	۱/۶۵	۷

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-10-31]

جدول ۲. نتایج حاصل از اجرای مدل‌ها

	Efficiencies			Input Weights				Output Weights		
DMU	CCR	CSW	روش وزن مشخصه	v_1	v_2	v_3	v_4	u_1	u_2	u_3
D۱	۱/۰۰۰	۰/۷۱۳	/۶۳۴	۰/۰۶۱	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	۰/۱۲۳	۰/۰۰۱	۰/۰۰۰	۰/۰۰۳
D۲	۱/۰۰۰	۱/۰۰۰	۰/۸۸۰	۰/۰۸۰	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	۰/۱۶۳	۰/۰۰۲	۰/۰۰۰	۰/۰۰۳
D۳	۰/۸۳۴	۳/۳۵۶	۰/۵۳۰	۰/۰۰۰	۰/۰۸۴	۰/۰۰۰	۰/۳۳۸	۰/۰۰۰	۰/۴۲۱	۰/۰۰۰
D۴	۰/۷۸۱	۰/۴۱۷	۰/۶۱۱	۰/۰۰۰	۰/۲۶۱	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	۰/۰۰۱	۰/۳۰۳	۰/۰۰۳
D۵	۱/۰۰۰	۰/۷۶۶	۰/۸۲۰	۰/۰۰۸	۰/۱۶۹	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰	۰/۰۰۲	۰/۰۷۶	۰/۰۰۰
D۶	۱/۰۰۰	۰/۵۸۴	۰/۸۴۰	۰/۰۱۷	۰/۲۳۵	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	۰/۰۰۲	۰/۱۶۸	۰/۰۰۰
D۷	۱/۰۰۰	۰/۶۵۸	۰/۸۵۰	۰/۰۱۵	۰/۲۰۱	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	۰/۰۰۲	۰/۱۴۴	۰/۰۰۰
D۸	۱/۰۰۰	۰/۵۲۴	۰/۷۵۰	۰/۰۱۷	۰/۲۳۱	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	۰/۰۰۲	۰/۱۶۵	۰/۰۰۰
D۹	۱/۰۰۰	۰/۶۹۸	۰/۸۰۵	۰/۰۰۰	۰/۲۴۶	۰/۰۰۰	۰/۰۷۷	۰/۰۰۰	۰/۴۲۵	۰/۰۰۴
D۱۰	۰/۸۴۴	۰/۴۲۳	۰/۶۵۰	۰/۰۸۴	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	۰/۳۶۷	۰/۰۰۰	۰/۵۰۶	۰/۰۰۱
	وزن‌های مشخصه			۰/۰۲۸	۰/۱۴۰	۰/۰۰۰	۰/۱۰۰	۰/۰۰۱	۰/۲۱	۰/۰۰۱

جدول ۳. مجموعه وزن‌های واقع در زیر بازه‌های وزنی

v_1	v_2	v_3	v_4	u_1	u_2	u_3
.۰/۰۸	۰/۲۴۶		۰/۳۳۸	۰/۰۰۲	۰/۵۰۶	۰/۰۰۴
.۰/۰۸۴	۰/۲۶۱		۰/۳۶۷	۰/۰۰۲		
				۰/۰۰۲		
				۰/ ۰۰۲		
				۰/۰۰۲		
	۰/۲۳۵.					
	۰/۲۳۱					
۰/۰۶۱	۰/۲۰۱				۰/۴۲۱	۰/۰۰۳
					۰/۴۲۵	
	۰/۱۶۹				.۰/۳۰۳	
			۰/۱۶۳	۰/۰۰۱		
				۰/۰۰۱		
			۰/۱۲۳		۰/۱۶۸	
					۰/۱۶۵.	
	۰/۰۸۴		۰/۰۷۷		۰/۱۴۴	۰/۰۰۱
۰/۰۱۵					۰/۰۷۶	
۰/۰۱۷						
۰/۰۱۷						
۰/۰۰۸						

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-10-31]

جدول ٤. میانگین اعضای زیر بازه‌های وزنی

v_1	v_2	v_3	v_4	u_1	u_2	u_3
۰/۰۸۲	۰/۲۵۳		۰/۳۵۲	۰/۰۲۰	۰/۵۰۶	۰/۰۰۴
	۰/۲۳۳					
۰/۰۶۱	۰/۲۰۱				۰/۴۲۳	۰/۰۰۳
	۰/۱۶۹				۰/۳۰۳	
			۰/۱۶۳	۰/۰۰۱		
			۰/۱۲۳		۰/۱۶۶	
	۰/۰۸۴		۰/۰۷۷		۰/۱۴۴	۰/۰۰۱
۰/۰۱۶					۰/۰۷۶	
۰/۰۰۸						

جدول ٥. کران بالا و پایین نماینده وزن‌ها

Weights	v_1	v_2	v_3	v_4	u_1	u_2	u_3
Upper bound	۰/۰۸۲	۰/۲۵۳	۰	۰/۳۵۲	۰/۰۰۲	۰/۵۰۶	۰/۰۰۴
lower bound	۰/۰۱۶	۰/۰۸۴	۰	۰/۰۷۷	۰/۰۰۱	۰/۰۷۶	۰/۰۰۱
Method Averag	۰/۰۴۹	۰/۱۶۸	۰	۰/۲۱۴	۰/۰۰۱۵	۰/۲۹۱	۰/۰۰۲۵
Bournbd Method Average	۰/۰۴۲	۰/۱۸۸	۰	۰/۱۷۹	۰/۰۰۱۵	۰/۲۱۹	۰/۰۰۲۷

جدول ٦. کارایی با روش میانگین کران‌ها

e_1 =۰/۶۸	e_2 =۰/۹۲	e_3 =۰/۶۹	e_4 =۰/۵۶	e_5 =۰/۸۶	e_6 =۰/۸۰	e_7 =۰/۸۴	e_8 =۰/۷۲	e_9 =۰/۸۱	e_{10} =۰/۶۳

جدول ۷. کارایی با روش میانگین

e_1 =۰/۶۴	e_2 =۰/۸۴	e_3 =۰/۴۷	e_4 =۰/۴۱	e_5 =۰/۷۶	e_6 =۰/۸۱	e_7 =۰/۷۳	e_8 =۰/۶۴	e_9 =۰/۵۶	e_{10} =۰/۵۱

جدول ۸. مقدار میانگین وزین شده خروجی‌ها

DMU	CCR	روش برترین وزن میانگین
D۱	۱/۰۰۰	۰/۹۰۳
D۲	۱/۰۰۰	۱/۱۳۱
D۳	۱/۰۰۰	۱/۰۵
D۴	۱/۰۰۰	۰/۸۹
D۵	۱/۰۰۰	۱/۰۰
D۶	۱/۰۰۰	۰/۹۲
D۷	۱/۰۰۰	۰/۹۹۶

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-10-31]

منابع

[1] Farrell, M. J., (1957). The measuring of productive efficiency, Journal of the royal statistical, series A 120, 253-28.
[2] Charnes, A., Cooper, W. W., Rhodes, E., (1978). Measuring the efficiency of decision making units, European journal of operational research 2,429-444.
[3] Andersen, P., Petersen, N. C., (1993). A procedure for ranking efficient units in data envelopment analysis. Management science, 39(10):1261-4.
[4] Mehrabian, S., Alirezaee, M. R., Jahanshahloo, G. R., (1999). A complete efficiency ranking decision making units in data envelopment analysis", Computational optimization and applications, 4, 261-266.
[5] Saati, S., Zarafat Angizl, M., Memariani, A., Jahanshahloo, G. R., (1999). A model for ranking decision making units in data envelopment analysis, Riceria operative, 31(97).
[6] Golany, B., (1988). A note on including ordinal relations among multipliers in DEA, Management science, 34(8), 1029-1033.
[7] Charnes, A., Cooper, W. W., Rhodes, E., (1979). Short Communication: Measuring the efficiency of decision making units, European journal of operational research 3, 339.
[8] Saati, S., (2008). Determining a common set of weights in DEA by Solving a linear programming", Journal of industial engineering international, 4(6), 51-56.

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-10-31]