مجله تحقیق در عملیات در کاربردهای آن، سال چهاردهم، شماره سوم (پیاپی ۵۴)، پاییز ۹۶، ص ص ۱۱۵-۹۹
شاپا ۷۲۸۶-۲۲۵۱

ارایه یک مدل مسیریابی اتوبوس مدرسه (SBRP) با در نظر گرفتن امکان برون‌سپاری دانش‌آموزان

سید پارسا پرواسی[۱]، امیرحسین پاطوقی[۲]، میلاد رحیمی مقدم[۲]، عماد روغنیان*[۳]
۱- دانشجوی دکتری، دانشگاه تهران، گروه مهندسی صنایع، تهران، ایران
۲- فارغ‌التحصیل کارشناسی ارشد، دانشگاه صنعتی خواجه نصیر طوسی، گروه مهندسی صنایع، تهران، ایران
۳- دانشیار، دانشگاه صنعتی خواجه نصیر طوسی، گروه مهندسی صنایع، تهران، ایران

رسید مقاله: ۱۷ دی ۱۳۹۵
پذیرش مقاله: ۲۵ خرداد ۱۳۹۶

چکیده
مقاله‌های موجود در باب مسیریابی اتوبوس مدرسه، اساسا بر پایه‌ی کمینه کردن هزینه و زمان سفر استوار هستند. در این مقاله ما تمرکز خود را بر چالش‌های شرکت‌های حمل و نقل برای ساماندهی دانش‌آموزان به مدرسه خود به نحوی که سود شرکت ماکزیمم شود و همچنین هزینه‌های تخصیص دانش‌آموزان به ایستگاه‌ها مینیمم شود، معطوف کرده‌ایم. در این مطالعه ما برای اولین بار به شرکت حمل ونقل این اجازه را داده‌ایم تا با پرداخت جریمه‌ای به دانش‌آموزان از ارایه خدمت به آن‌ها اجتناب کند. در مساله مسیریابی اتوبوس مدرسه‌ی بررسی شده، سه هدف همزمان باهم در نظر گرفته خواهند شد. هدف اول فعال کردن ایستگاه‌های بالقوه (مکانیابی)، هدف دوم تعیین اینکه کدام دانش‌آموز به کدام ایستگاه تخصیص یابد و به کدام دانش‌آموز به علت خدمت ندادن توسط شرکت واحد جریمه پرداخت شود (تخصیص) و نهایتا هدف سوم تعیین مسیرهایی که از ایستگاه‌های منتخب عبور کنند به طوری که کل مسافت طی شده حداقل شود (مسیریابی)، است. یک مدل تک هدفه برنامه‌ریزی عدد صحیح مختلط (MIP) از این مساله توسعه داده شده‌است. در نهایت برای حل این مدل دو روش حل دقیق و فراابتکاری پیشنهاد شده‌است. نتایج حاصل از این دو رویکرد در ۵ نمونه تولید شده بررسی شده‌اند و نتایج حاصل حاکی از عملکرد خوب الگوریتم فراابتکاری می‌باشد.

کلمات کلیدی: مکانیابی، مسیریابی، تخصیص دانش‌آموزان، برنامه‌ریزی عددصحیح مختلط، جستجوی ممنوع.

۱ مقدمه
در دهه‌های اخیر، توسعه شهرها، افزایش تعداد وسایل نقلیه و مشکلاتی مانند ترافیک، آلودگی‌های صوتی و محیط زیستی را به همراه داشته است. به کارگیری رویکردهای مختلف در مواجهه با این مشکلات، چالش‌های زیادی را پیش‌روی بشر قرار داده است. یکی از این رویکردها مسیریابی بهتر وسایل نقلیه جهت کاهش هزینه‌ها و

* عهده‌دار مکاتبات
آدرس الکترونیکی: e_roghanian@kntu.ac.ir

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-05-13]
[DOR: 20.1001.1.22517286.2017.14.3.2.1]

بهبود سطح خدمات‌رسانی می‌باشد. از طرفی افزایش قیمت سوخت‌های فسیلی در سال‌های اخیر، لزوم توجه بیش‌تر در بهینه‌سازی مصرف سوخت را توجیه‌پذیر ساخته است. یکی از مسایل اولویت‌دار در این زمینه که همواره توجه بسیاری از برنامه‌ریزان شهری را به خود جلب کرده است، برنامه‌ریزی صحیح رفت و آمد دانش‌آموزان مدرسه می‌باشد. دلیل این امر سهم بالای سفرهای مدرسه‌ای از کل سفرها در ساعت اوج ترافیک شهری است؛ بنابراین برای مدارسی که برای رفت‌وآمد دانش‌آموزان سرویس حمل‌ونقل را در نظر گرفته‌اند، رضایت دانش‌آموزان از سرویس از اهمیت زیادی برخوردار است. همچنین در کنار رضایت دانش‌آموزان، مسیر حرکت اتوبوس باید منطقی باشد تا از به وجود آمدن ترافیک‌های شهری بی‌دلیل جلوگیری شود و همچنین سود شرکت واحدی که وظیفه‌ی حمل‌ونقلی را به عهده گرفته باید تامین شود.

در این تحقیق ما به بررسی مشکلات شرکت‌های واحد برای طراحی بهتر خطوط سرویس مدرسه می‌پردازیم. این مطالعه از مساله‌ی مسیریابی اتوبوس مدرسه برای حل این مشکل و برنامه‌ریزی صحیح‌تر کمک گرفته است. فرض کنید در منطقه‌ای انتقال دانش‌آموزان به مدرسه توسط یک شرکت حمل‌ونقلی سازمان‌دهی شده است. برای طراحی کارآمد مسیرها تعدادی ایستگاه اتوبوس بالقوه تعیین شده است با این فرض که هزینه تأسیس ایستگاه اتوبوس بالقوه در مناطق مختلف نسبت به هم متفاوت است و همچنین برای ایجاد ایستگاه اتوبوس این فرض را در نظر می‌گیریم که هر دانش‌آموز به حداقل یک ایستگاه اتوبوس بالقوه در شعاع ۷۵۰ متری خود دسترسی داشته باشد، به عبارتی سطح دسترسی هر دانش‌آموز به ایستگاه‌ها حداکثر در شعاع ۷۵۰ متری آن است؛ البته ما در مدل طراحی شده برای شرکت واحد این حق را قایل شدیم که به ازای هر دانش‌آموز که به مدرسه رسانده می‌شود، مبلغی پول دریافت شود و همچنین این فرض را قایل شدیم که شرکت واحد دلیلی ندارد که حتما همه‌ی دانش‌آموزان را به مدرسه برساند و می‌تواند با پرداخت جریمه‌ای به آن دسته از دانش‌آموزانی که از خدمات شرکت محروم هستند از سرویس‌دهی به آن ها صرف نظر کند و البته این تصمیم شرکت واحد در جهت مینیمم کردن هزینه‌های خود و همچنین ماکزیمم کردن سود خود است. در این مقاله مدل مکانیابی-مسیریابی-تخصیص به دنبال ماکزیمم کردن سود شرکت واحد از طریق سرویس‌دهی به دانش‌آموزان و تعیین مکان و مسیر بهینه می‌باشد و همچنین تابع هدف به دنبال این است که به کدام دانش‌آموزان سرویس دهد و به کدام دانش‌آموزان جریمه پرداخت کند تا در هزینه‌های خود صرفه‌جویی کند. برخلاف اکثر مدل‌های مسیریابی وسیله نقلیه، که در آن تعدادی ایستگاه داده شده و لازم است که مسیرهایی که از هر ایستگاه عبور می‌کنند، تعیین شوند. در این مقاله مدل مسیریابی وسیله نقلیه‌ای را بحث خواهیم کرد که در آن گروهی از ایستگاه‌های بالقوه داده شده‌اند و هدف از این مساله حل هم‌زمان موارد زیر است:

۱- تعیین کردن ایستگاه‌های بالقوه به نحوی که اتوبوس مدرسه از آن ایستگاه‌ها عبور کند (مکانیابی).

۲- تعیین اینکه کدام دانش‌آموز به کدام ایستگاه اتوبوس تخصیص یابد و به کدام دانش‌آموز به علت خدمت ندادن توسط شرکت واحد جریمه پرداخت شود (تخصیص).

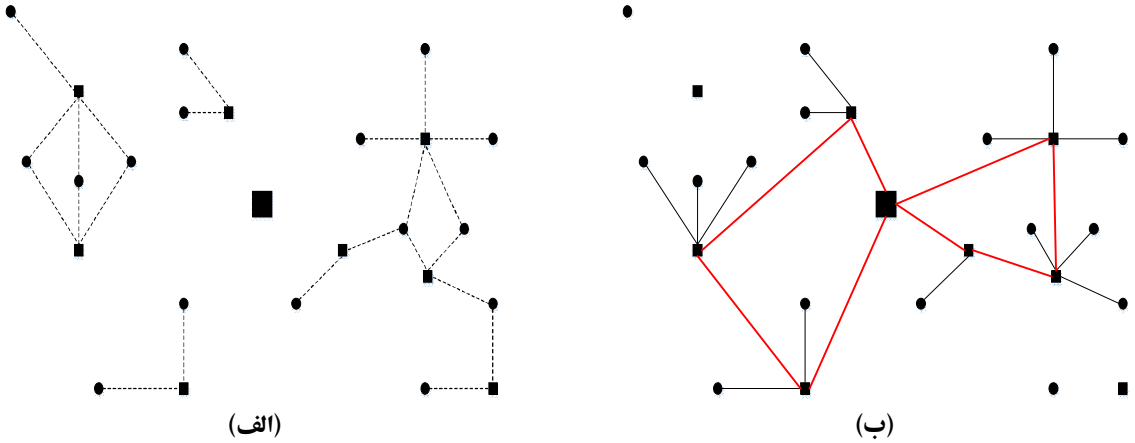
۳- تعیین مسیرهایی که از ایستگاه‌های اتوبوس منتخب عبور می‌کنند به طوری که کل مسافت طی شده حداقل شود (مسیریابی).

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-05-13]

[DOR: 20.1001.1.22517286.2017.14.3.2.1]

شکل ۱ نمونه‌ای از چنین مساله‌ی مسیریابی اتوبوس مدرسه را نشان می‌دهد.

در قسمت الف شکل (۱)، نقطه‌ها دانش‌آموزان، مربع‌های کوچک ایستگاه‌های بالقوه و مربع بزرگ مدرسه را نشان می‌دهد و نقطه‌چین‌ها بیانگر این هستند که هر دانش‌آموز به کدام ایستگاه‌ها دسترسی دارد. با فرض اینکه ظرفیت اتوبوس‌ها ۸ نفره باشند، یک راه حل ممکن (نه لزوما بهینه) برای این مساله در قسمت ب شکل (۱) نشان داده شده است.



شکل ۱. یک مثال نمونه برای مساله اتوبوس مدرسه

همان‌طور که در شکل (۱) مشاهده می‌شود، بعضی از ایستگاه‌های بالقوه فعال نشده‌اند و همچنین بعضی از دانش‌آموزان هم به ایستگاه‌ها تخصیص داده نشده‌اند. این امر می‌تواند به این علت رخ داده باشد که این امکان وجود دارد که با بررسی‌هایی که شرکت واحد انجام داده‌است، توجیه اقتصادی وجود ندارد که برای برخی از دانش‌آموزان که در مکان دوری از مدرسه قرار گرفته‌اند، ایستگاه بالقوه‌ای را فعال کند. به همین علت با پرداخت جریمه‌ای از هزینه‌های تاسیس ایستگاه و همچنین سفر به آن ایستگاه جلوگیری می‌کند.

در مساله‌ی طرح شده در این مقاله فرض می‌شود که ظرفیت اتوبوس‌ها به گونه‌ای باشد که تمامی دانش‌آموزان را بتواند به مدرسه برساند. مساله مسیریابی اتوبوس مدرسه جزو مسایل NP-hard است. حال اضافه کردن مفروضاتی مانند پرداخت جریمه به کارکنانی که تخصیص داده نشده‌اند و تخصیص دانش‌آموزان به ایستگاه‌ها و همچنین مکانیابی ایستگاه‌هایی که اتوبوس‌ها می‌توانند از آن ها عبور کنند، یک سطح تصمیم‌گیری بسیار بزرگی برای مساله به وجود می‌آورد که مساله را برای حل سخت‌تر می‌کند. علاوه بر این‌ها در این مساله دانش‌آموزان باید به گونه‌ای به ایستگاه‌های اتوبوس تخصیص داده شوند که از ظرفیت هر وسیله نقلیه تجاوز نشود. همچنین ذکر این موضوع اهمیت دارد که هدف این مقاله تعریف مساله‌ی مسیریابی اتوبوس مدرسه از دیدگاه شرکت واحد به عنوان یک مساله برنامه‌ریزی مختلط عدد صحیح-خطی و حل آن با استفاده از دو روش قطعی و فراابتکاری است.

در ادامه مقاله، مباحث به این موارد اختصاص داده شده است. در بخش ۲ به مرور ادبیات موضوع پرداخته

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-05-13]

[DOR: 20.1001.1.22517286.2017.14.3.2.1]

شده است. همچنین در بخش ۳ یک مدل برنامه‌ریزی عدد صحیح-خطی برای مساله پیشنهاد گردیده است. در بخش ۴، دو روش حل برای مدل پیشنهادی ارایه گردیده است. سپس در بخش ۵ روش‌های حل، برای ۵ مساله نمونه با داده‌های تصادفی پیاده‌سازی گردیده است، همچنین در این بخش برای اعتبارسنجی مدل آنالیز حساسیت انجام گرفته‌است. بخش ۶ نیز به ارایه نتایج و پیشنهادات تحقیقات آتی تخصیص یافته است.

۲ مروری بر ادبیات

مساله مسیریابی سرویس مدارس، اولین بار توسط نیوتن و توماس [۱] مطرح گردید. مساله مسیریابی اتوبوس مدرسه زیرمجموعه‌ای از کلاس بزرگ‌تری از مسایل که از آن‌ها به مساله مسیریابی وسایل نقلیه یاد می‌شود، می باشد. به دلیل کاربردی بودن موضوع و وجود شرایط متفاوت حاکم بر مسایل واقعی، فرضیات و محدودیت‌های متنوعی در این زمینه به کار گرفته شده است. از این رو لی و فو به این نکته اشاره کرده‌اند که بیش از یک رویکرد برای مساله (School Bus Routing Problem) SBRP وجود دارد [۲]. با توجه به این تنوع، دسته‌بندی‌های مختلفی را می‌توان در این زمینه در نظر گرفت. مسایل SBRP با توجه به تفکیکی که توسط دسروسیرز و همکاران (۱۹۸۶) انجام شد [۳]، به پنج زیرمساله تفکیک می‌گردند: جمع‌آوری داده‌ها، مکان‌یابی ایستگاه‌های اتوبوس، مسیریابی اتوبوس‌ها، تعدیل زمان شروع به کار مدارس و زمان بندی مسیرها. زیرمساله مسیریابی را می‌توان مهم‌ترین بخش از مساله SBRP در نظر گرفت که اکثر مقالات اساس کار خود را بر آن نهاده‌اند. (مانند نیوتن و توماس [۱]، لی و فو [۲]، هودا و همکاران [۴]، دولاک و همکاران [۵]، استیچکات و همکاران [۶ و ۷]، بودین و برمن [۸] و پرواسی و همکاران [۹])؛ البته تعداد معدودی از مطالعات نیز وجود دارند که با فرض معلوم بودن مسیرها، به زمان‌بندی آن‌ها می‌پردازند (دسروسیز و همکاران [۳] و فوگنچاه [۱۰]. بنت و گازیس یک مساله‌ی تک هدفه‌ی مسیریابی اتوبوس مدرسه را با در نظر گرفتن ظرفیت برای اتوبوس‌ها ارایه داده‌اند [۱۱]. انجل و همکاران و نیوتون و توماس مساله‌ی دو هدفه مسیریابی اتوبوس مدرسه را با در نظر گرفتن ایجاد مسیر و زمان‌بندی آن هنگامی که حد بالایی برای زمان سفر دانش‌آموزان و ظرفیت وسیله نقلیه وجود دارد، مورد بررسی قرار دادند [۱۲ و ۱۳]. لی و فو مساله چند هدفه‌ای را بیان کردند که در آن زمان سفر دانش‌آموزان، تعداد وسایل نقلیه و زمان سفر اتوبوس حداقل می‌شود [۲] و همچنین عدم قطعیت در تقاضا در مقاله قاسمی و شجاعی دیده شده است [۱۴]. ترکیب مسایل انتخاب نقاط توقف و ایجاد مسیر، زیرشاخه‌ای از مساله‌ی مکانیابی مسیریابی (LRP) می‌باشد. دولاک و همکاران مساله‌ی مسیریابی اتوبوس مدرسه را یک فرآیند دو مرحله‌ای تعریف کردند که در آن نقاط توقف و مسیرها ابتدا ایجاد می‌شوند و بعد از آن دانش‌آموزان به نقاط توقف تخصیص داده می‌شوند [۵]. لدسام و گنزلز مدلی برای مسیریابی اتوبوس مدرسه ارایه دادند که شامل انتخاب نقاط توقف و ایجاد مسیر با محدودیت‌هایی بر روی هر مسیر می‌باشد [۱۵]. اسچیتکات و همکاران انتخاب مسیر و نقاط توقف را هم‌زمان در مدل خود دیده‌اند [۶]. مدل آن‌ها نقاط توقفی که باید سرزده شوند و این که هر دانش آموز به کدام ایستگاه برود را مشخص می‌کند. همچنین رزمی و یوسفی برخلاف بسیاری از مدل‌های ارایه شده در این زمینه، مکانیابی و مسیریابی ایستگاه‌ها را به صورت همزمان بیان کردند و همچنین خودروها را غیرهمگن

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-05-13]

[DOR: 20.1001.1.22517286.2017.14.3.2.1]

در نظر گرفته‌اند [۱۶]. در مقاله‌ی چاپلو و همکاران با به کارگیری الگوریتمی ابتدا دانش‌آموزان خوشه‌بندی می شوند، بعد از آن برای هر خوشه نقاط توقف و مسیرهایی بین این نقاط توقف مشخص می‌شوند [۱۷]. اسچیتکات و همکاران در مقاله‌ی خود یک مدل تک مدرسه‌ای را مورد بررسی قرار داده‌است که در آن ایستگاه‌ها از میان نقاط بالقوه‌ی توقف انتخاب می‌شوند و بعد از آن مسیر بهینه ایجاد می‌شود [۷]. بودین و برمن مساله‌ی مسیریابی اتوبوس مدرسه‌ای را در نظر گرفتند که در آن انتخاب نقاط توقف، ایجاد مسیر اتوبوس و زمان‌بندی آن در یک مساله‌ی حداقل‌سازی زمان سفر اتوبوس مد نظر قرار داده‌شده‌اند، هم چنین محدودیت‌های ظرفیت اتوبوس و زمان سفر دانش‌آموزان در مدل‌سازی آن‌ها مد نظر قرار داده‌شده‌اند [۸]. در مقاله‌ی بومن هم چنین مساله انتخاب نقاط توقف و ایجاد مسیر بررسی شده است که در آن سعی بر حداقل کردن تعداد اتوبوس‌ها (مسیرها) وکل مسیر آن‌ها می‌باشد [۱۸].

تعدادی از مطالعات در زمینه مسیریابی اتوبوس مدرسه مسایلی هستند که در آن‌ها دانش‌آموزان از مدارس مختلف می‌توانند با یک وسیله نقلیه حمل شوند؛ مانند اسپادا و همکاران [۱۹] و پارک و همکاران [۲۰]. براکا و همکاران مسیریابی اتوبوس مدرسه با محدودیت‌های ظرفیت اتوبوس و پنجره زمانی و محدودیت زودترین زمان برداشت را در شهر نیویورک مطرح کردند [۲۱]، در مدل آن‌ها بارترکیبی نیز مجاز می‌باشد. کمپبل و همکاران و الگود و همکاران مساله‌ی مسیریابی اتوبوس مدرسه را در یک ناحیه روستایی مطالعه کردند که بارترکیبی در مدل‌سازی آن‌ها مجاز می‌باشد [۲۲ و ۲۳]. آن‌ها از یک مدل تقریب پیوسته برای ارزیابی این موضوع که بارترکیبی در چه شرایطی سودمند می‌باشد، استفاده کردند. فوگنچاه یک مدل عدد صحیح برای هماهنگی و یکپارچه‌سازی زمان شروع مدرسه و سرویس‌دهی حمل و نقل عمومی هنگامی که چند مدرسه در یک منطقه روستایی مدنظر هستند ارایه داد [۱۰]. لدسام و گنزلز یک روش دقیق را برای حل مساله مسیریابی اتوبوس مدرسه توسعه دادند که در آن محدودیت ظرفیت اتوبوس و حد بالایی از تعداد ایستگاه‌ها در هر مسیر اعمال می‌شود [۲۴]. مینوچا و تریپاتی از یک الگوریتم ژنتیک ترکیبی برای توسعه‌ی مسیرها و برنامه‌ریزی آن‌ها به طریقی که حداکثر استفاده از ظرفیت وسیله نقلیه به عمل آید استفاده کردند [۲۵].

۳ ارایه مدل

در این قسمت یک مدل برنامه‌ریزی عددصحیح از مساله تک هدفه مسیریابی اتوبوس مدرسه را ارایه خواهد شد. قابل توجه است که مساله ارایه شده با فرض وجود یک مدرسه، یک نوع اتوبوس وهمچنین یک نوع دانش‌آموز (یعنی بین دانش‌آموزان تفاوت اهمیتی نداریم) در نظر گرفته شده است. همچنین این فرض در نظر گرفته شده است که هزینه تأسیس ایستگاه‌های بالقوه اتوبوس در مکان‌های مختلف باهم تفاوت دارد و همچنین یک مقدار ثابت درآمد به ازای سرویس‌دهی به هر دانش‌آموز و یک هزینه‌ی جریمه‌ای به علت عدم تخصیص هر دانش‌آموز به ایستگاه‌ها در نظر گرفته‌ایم. به علاوه فرض شده که این مساله دارای گراف‌های غیرجهت‌دار است.

معیار بهینه‌سازی در مساله استاندارد مسیریابی وسیله‌نقلیه کلاسیک، کل مسافت پیموده شده توسط وسیله‌نقلیه است و همچین این نکته قابل ذکر است که مسیریابی وسیله‌نقلیه کلاسیک از نوع مسایل NP-HARD

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-05-13]

[DOR: 20.1001.1.22517286.2017.14.3.2.1]

هستند. واضح است که مساله تک هدفه مسیریابی اتوبوس مدرسه، تعمیم یافته مساله مسیریابی وسیله‌نقلیه کلاسیک است، این امر به این علت است که همزمان مکانیابی-مسیریابی-تخصیص را داریم؛ بنابراین این مساله از نوع مسایل NP-HARD می‌باشد. همچنین لازم به ذکر است که مدل ارایه شده بر پایه‌ی مدل ارایه شده توسط توس و ویگو [۲۶] است.

جدول ۱. مجموعه‌ها

V	مجموعه ایستگاه‌های بالقوه (شامل دپو هم می‌شود) و اندیس‌های $\|i, j \in V\|$
E	مجموعه کمان‌های بین ایستگاه‌ها
K	مجموعه اتوبوس‌های ناوگان حمل و نقل و اندیس $k \in K \|(k = ۱,۲,...,n)\|$
S	مجموعه دانش‌آموزان و اندیس $l \in S$

جدول ۲. پارامترها

g_i	هزینه احداث ایستگاه در مکان بالقوه i ام
CB	ظرفیت اتوبوس
d_{il}	فاصله دانش‌آموز l ام از ایستگاه بالقوه i ام (در صورت عدم امکان دسترسی فاصله $Big-M$ در نظر گرفته می‌شود)
S_{il}	اگر دانش‌آموز l ام به ایستگاه بالقوه i ام دسترسی داشته باشد ۱ و در غیر این صورت صفر
C_{ij}	هزینه سفر در طول کمان (i, j)
CI	درآمد حاصل از سرویس‌دهی به هر دانش‌آموز
CW	هزینه (جریمه) پیاده‌روی دانش‌آموزان به ازای هر واحد طول
CO	هزینه برون سپاری یا جریمه عدم خدمت‌رسانی به هر دانش‌آموز
$i = ۰$	اندیس مربوط به مدرسه

جدول ۳. متغیرهای تصمیم

x_{ijk}	اگر اتوبوس kام از کمان (i, j) عبور کند ۱ و در غیر این صورت صفر
y_{ik}	اگر اتوبوس kام از ایستگاه بالقوه iام عبور کند ۱ و در غیر این صورت صفر
z_{ilk}	اگر دانش‌آموز Jام در ایستگاه iام سوار اتوبوس kام شود ۱ و در غیر این صورت صفر

$$MaxZ = CI \times \sum_{i \in V} \sum_{l \in S} \sum_{k=۱}^{n} z_{ilk} - \sum_{i \in V} \sum_{j \in V} c_{ij} \sum_{k=۱}^{n} x_{ijk} - \sum_{i \in V} \sum_{k=۱}^{n} g_i y_{ik} + \left(CW \times \sum_{i \in V} \sum_{l \in S} d_{il} \sum_{k=۱}^{n} z_{ilk} \right) +$$

$$CO \times \sum_{l \in S} \left(۱ - \sum_{i \in V} \sum_{k=۱}^{n} z_{ilk} \right)$$

$s.t.$

$$\sum_{j \in V} x_{ijk} = \sum_{j \in V} x_{jik} = y_{ik}, \qquad \forall i \in V, \quad k = ۱,۲,\ldots,n, \tag{۱}$$

$$\sum_{i,j \in Q} x_{ijk} \le |Q| - ۱, \qquad \forall Q \subseteq V \setminus \{v_.\}, k = ۱,۲,\ldots,n, \tag{۲}$$

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-05-13]

[DOR: 20.1001.1.22517286.2017.14.3.2.1]

$$\sum_{k=1}^{n} y_{ik} \le 1, \qquad \forall i \in V \setminus \{0\}, \tag{۳}$$

$$\sum_{i \in V} \sum_{k=1}^{n} z_{ilk} \le 1, \qquad \forall l \in S, \tag{۴}$$

$$\sum_{i \in V} \sum_{l \in S} z_{ilk} \le CB, \qquad \forall k = 1,2,3,\ldots,n, \tag{۵}$$

$$\sum_{k=1}^{n} z_{ilk} \le S_{il}, \qquad \forall i \in V, l \in S, \tag{۶}$$

$$z_{ilk} \le y_{ik}, \qquad \forall i \in V, l \in S, k = 1,2,\ldots,n, \tag{۷}$$

$$z_{ilk} \in \{0,1\}, \qquad \forall i \in V, l \in S, k = 1,2,\ldots,n, \tag{۸}$$

$$x_{ijk} \in \{0,1\}, \qquad \forall i,j \in V, i \ne j, k = 1,2,\ldots,n, \tag{۹}$$

$$y_{ik} \in \{0,1\}, \qquad \forall i \in V, k = 1,2,\ldots,n. \tag{۱۰}$$

تابع هدف از پنج قسمت تشکیل شده است. قسمت اول شامل مجموعه درآمد حاصل از سرویس‌دهی به دانش‌آموزان است. قسمت دوم شامل مجموعه هزینه‌های ناشی از سفر اتوبوس‌ها در مسیر است و قسمت سوم هزینه‌های ناشی از احداث ایستگاه‌های بالقوه است. قسمت چهارم شامل مجموعه هزینه‌های خدمت‌رسانی به دانش‌آموزان از طریق اتوبوس‌های داخل سیستم می‌باشد. برون‌سپاری تقاضا زمانی اتفاق خواهد افتاد که به دلایلی مانند بعد فاصله، تأمین تقاضا از داخل سیستم صرف نداشته باشد. قسمت پنجم تابع هدف هزینه‌های برون‌سپاری تقاضا تخصیص داده نشده را محاسبه می‌کند.

محدودیت (۱) تاکید می‌کند که اگر اتوبوس k وارد ایستگاه i شده باشد، باید یک مسیر واحد با ورود به ایستگاه i و خروج از آن طی شود تا زمانی که محدودیت (۲) اتصال مسیر طی شده با اتوبوس k را اجرا کند. محدودیت (۲) محدودیت شکننده زیرتور است. محدودیت (۳) تضمین می‌کند که از هر ایستگاه حداکثر یک بار می‌توان عبور کرد به جز ایستگاه مربوط به مدرسه. محدودیت (۴) تضمین می‌کند که هر دانش‌آموز حداکثر به یک ایستگاه تخصیص داده می‌شود. محدودیت (۵) تضمین می‌کنند ظرفیت اتوبوس‌ها از حد مجاز تجاوز نکند. محدودیت (۶) تضمین می‌کند هر دانش‌آموز در ایستگاهی که می‌تواند به آن دسترسی داشته باشد، برداشته می‌شود. محدودیت (۷) این محدودیت تضمین می‌کند که اگر اتوبوس kبه ایستگاه iام نرود، آنگاه دانش‌آموز lام در ایستگاه iام برداشته نخواهد شد. در نهایت محدودیت‌های (۸) الی (۱۰) نشان می‌دهند که همه‌ی متغیرهای تصمیم باینری هستند.

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-05-13]

[DOR: 20.1001.1.22517286.2017.14.3.2.1]

٤ حل مدل و رویکرد حل

در این مقاله برای حل مساله پیشنهاد شده دو روش ارایه گردیده است. از آنجا که مدل پیشنهاد شده فقط دارای متغیرهای باینری است؛ بنابراین یک مساله برنامه‌ریزی عدد صحیح مختلط می‌باشد. از این‌رو می‌توان جواب دقیق مساله را با استفاده از نرم افزار GAMS به کمک حل‌کننده CPLEX به دست آورد؛ اما از آنجا که مساله پیشنهاد شده از نوع مسایل NP-HARD است، با افزایش ابعاد مساله زمان حل مساله به صورت نمایی افزایش می‌یابد، از این رو یک الگوریتم فراابتکاری بر پایه‌ی الگوریتم جستجوی ممنوع پیشنهاد شده است. جواب دقیق ارایه شده می‌تواند مبنای مقایسه عملکرد روش فراابتکاری در مثال‌های کوچک قرار گیرد.

٤-١ روش حل الگوریتم فراابتکاری جستجوی ممنوع

جستجوی ممنوع (TS) یکی از معروف‌ترین الگوریتم‌های فراابتکاری است که برای حل بسیاری از مسایل واقعی نیز به کار گرفته شده است. جستجوی ممنوع توسط فرد گلوور در سال ۱۹۸۶ ارایه گردیده‌است [۲۷]. اصل اولیه در جستجوی ممنوع این است که زمانی که الگوریتم به یک بهینه محلی رسید، یک سری از حرکات که در تابع هدف بهبود ایجاد نمی‌کند برای ادامه جستجوی محلی، مجاز بداند؛ البته با این شرط که این حرکات در لیست ممنوع الگوریتم قرار نداشته باشند. در روش مذکور حافظه‌ای به نام لیست ممنوع وجود دارد که کار این حافظه اساسا ضبط جواب‌ها و حرکات‌های اخیر الگوریتم است. پارامتر تعداد همسایگی‌ها یکی دیگر از مهم ترین بخش‌های الگوریتم جستجوی ممنوع است. در این مقاله برای بررسی همسایگی‌ها از دو استراتژی استفاده شده است؛ که در هر مرحله به طور تصادفی یکی از آن‌ها مورد استفاده قرار می‌گیرد. این دو استراتژی عبارتند از: استراتژی تعویض معکوس (REVERSE) و تعویض دوتایی (SWAP). در استراتژی معکوس گره‌های ما بین دو گره انتخاب شده جابه‌جا می‌شوند؛ ولی در استراتژی تعویض دوتایی تنها دو گره انتخاب شده با یکدیگر جابه‌جا می‌شوند شکل (۲).

گره‌های انتخاب شده								گره‌های انتخاب شده							
۳	۹	٨	٤	٦	٥	٢	١	۳	۹	٥	٤	٦	٨	٢	١
ب) استراتژی تعویض دوتایی								الف) استراتژی تعویض معکوس							

شکل ۲. عملکرد استراتژی تعویض معکوس و دوتایی

یکی از مشکلاتی که محققان در حل مسایل با روش‌های ابتکاری با آن مواجه می‌شوند، تولید جواب‌های غیرقابل‌قبول یا نشدنی می‌باشد. این جواب‌ها در صورتی که رویکرد مشخصی برای حل آن‌ها به جواب شدنی وجود نداشته باشد و یا در طی اجرای الگوریتم با استفاده از مکانیزم‌های خاص به جواب شدنی نرسند، می‌توانند

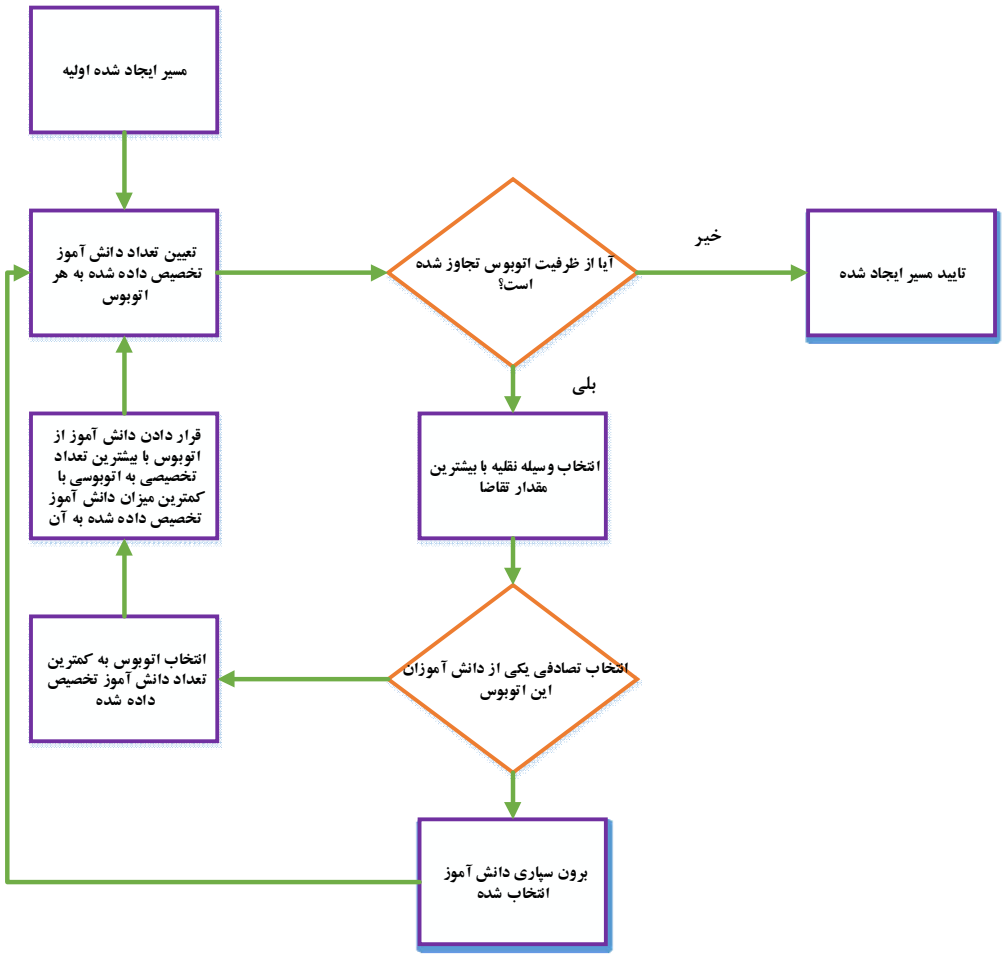
[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-05-13]

[DOR: 20.1001.1.22517286.2017.14.3.2.1]

جواب‌های نادرستی برای مساله ایجاد نماید. بدین منظور، با توجه به ماهیت باینری متغیرهای تصمیم‌گیری ایجاد ایستگاه‌ها در مکان‌های بالقوه (y_i) یک رشته باینری به طول تعداد مکان‌های بالقوه جهت نمایش ساختار جواب در نظر گرفته شده است. برای هر مکان مقدار صفر به معنی عدم انتخاب و عدد یک نشان‌دهنده باز شدن یک ایستگاه در آن مکان است. سپس برای ایجاد جواب اولیه در مساله مورد بررسی ابتدا یک توالی تصادفی از مکان‌های فعال شده ایجاد می‌کنیم. برای درک بهتر موضوع مثالی در شکل (۳) آورده شده‌است. در این شکل فرض برآن است که مساله دارای ۸ مکان بالقوه و ۲ اتوبوس می‌باشد.

مکان‌های بالقوه	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸
یک جواب تصادفی برای ایجاد مکان‌ها	۱	۰	۱	۱	۱	۰	۱	۱
یک توالی تصادفی به‌منظور مسیریابی بین ایستگاه‌ها	۱	۳	۴	۹	۵	۷	۸	

شکل ۳. ایجاد یک توالی تصادفی برای مسیر حرکت اتوبوس‌ها



شکل ٤. فرآیند دستیابی به جواب شدنی برای الگوریتم جستجوی ممنوع پیشنهادی

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-05-13]

[DOR: 20.1001.1.22517286.2017.14.3.2.1]

همان‌طور که مشاهده می‌کنید عدد ۹ در این توالی جز مکان‌های بالقوه نمی‌باشد، بلکه شاخصی است که با توجه به آن مسیر اتوبوس‌ها معین می‌شود. براین اساس اتوبوس ۱ از ایستگاه‌های ۴-۳-۱ و اتوبوس ۲ از ایستگاه‌های ۸-۷-۵ گذر می‌کند. برای تضمین توالی به دست آمده یک توالی شدنی برای مساله باشد، لازم است تا محدودیت ظرفیت وسیله نقلیه بررسی شود. برای به دست آوردن یک جواب شدنی می‌توان از رویکرد نشان داده‌شده در شکل (۴) استفاده نمود.

جهت تعیین شایستگی هر جواب از تابع هدف پیشنهاد شده استفاده می‌گردد. مراحل و روند کامل اجرای الگوریتم در شبه کد شکل (۵) بیان شده است.

Initialize Facility's fix charge matrix (g), Bus's capacity matrix (CB), Income (CI), Penalty walk (CW), cost outsourcing (CO),
Generate a primal solution
$y^* = y_\circ$;
$f(z^*) = f(z_\circ)$;
Input
$frequency$: $\frac{N(N-1)}{2}$
$Tabu\ list$: $N/6$
$MaxIter$: $10N$
$iter = iter + 1$;
While stopping criteria satisfied
  Repeat
    Generate $frequency$;
    For $y \in frequency$
      Calculate objective;
    end
    Find best admissible neighbor y' from $frequency$;
    If $y' \in TabuList$
      Then if $f(z') > f(z^*)$ **Select** next neighbor /*Aspirant criteria*/
        Else $y^* = y', f(z^*) = f(z')$;
    Update $TabuList$ and $LongTermMemories$;
    If diversification criterion holds **Then** diversification;
  $iter = iter + 1$;
  Until $iter < MaxIter$
End
Output Best solution found

شکل ۵. شبه کد الگوریتم جستجوی ممنوع پیشنهادی

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-05-13]
[DOR: 20.1001.1.22517286.2017.14.3.2.1]

۵ نتایج محاسباتی

هدف از انجام آزمایش‌های محاسباتی، اعتبارسنجی مدل است. از آنجایی که مسایل نمونه برای استناد در مورد مدل پیشنهادی در ادبیات موضوع وجود ندارد، تعدادی مساله نمونه به طور تصادفی تولید شدند. مدل پیشنهادی برای حل فراابتکاری، برروی نرم‌افزار MATLAB 2012 کدنویسی شد. همچنین جهت حل دقیق از نرم‌افزار GAMS 24.1.3 با حل کننده Cplex استفاده گردیده است. کدهای نوشته شده روی رایانه با پردازنده 2/8 GHz Intel Core i7 و حافظه داخلی 4 GB 1333 MHz DDR3 و سیستم عامل Windows 7 اجرا شده‌اند.

۵-۱ ایجاد مساله نمونه

ایجاد تصادفی پارامترهای مساله بر اساس رویکرد به کار گرفته شده در مقاله استیچکات و همکاران، پرواسی وهمکاران و جانلو وهمکاران صورت پذیرفته است [۶ و ۲۸ و ۲۹]. سپس برای ۱ تا ۵ اتوبوس نمونه تصادفی تولید گردید. به عنوان مثال نمونه $m = ۵$، یک مساله با ۵ اتوبوس، ۴۰ دانش‌آموز می‌باشد و برای ایجاد فضای جواب و نمونه مصنوعی مطابق جدول‌های ۴ و ۵ عمل شده است.

جدول ٤. تنظیم فضای جواب مساله

پارامتر	مقدار
m	$\{۱,۲,۳,۴,۵\}$
فضای جواب	$(m\times۱۵۰۰)\times(m\times۱۵۰۰)$

جدول ۵. ایجاد مساله نمونه برای مدل طرح شده

پارامتر	مقدار
$\lvert E\rvert$	$\{۱,۲,۳,۴,۵\}$
$\lvert K\rvert$	m
$\lvert S\rvert$	$۸\times m$
$\lvert v\rvert$	$\begin{pmatrix} Random\{(۲\times m)+۱,(۲\times m)+۲,...,(۲\times m)+۳\} for\ \ m=۱,۲,۳, \\ and\ Random\{(۲\times m)+۱,(۲\times m)+۲,...,(۲\times m)+۱۰\} for\ m=۴,۵ \end{pmatrix}$
$\lvert E\rvert$	$\frac{\lvert V\rvert\times(\lvert V\rvert-۱)}{۲}$
g_i	$Random\{۱۰۰,۲۰۰,۳۰۰,...,۸۰۰۰\} and\ g_{۰}=۰$
CB	۸
N	$\left[\left(x_l-x_i\right)^{۲}+\left(y_l-y_i\right)^{۲}\right]^{\frac{۱}{۲}}$
S_{il}	$if\ d_{il}<۷۵۰\ s_{il}\ equal\ ۱\ else\ s_{il}\ equal\ ۰$

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-05-13]

[DOR: 20.1001.1.22517286.2017.14.3.2.1]

پارامتر	مقدار
C_{ij}	$\left(\circ/1\times\left[\left(x_i-x_j\right)^2+\left(y_i-y_j\right)^2\right]^{\frac{1}{2}}\right)$
CI	۶۰۰۰
CW	۰/۰۲
CO	۶۰۰۰

۵-۲ مقایسه نتایج

پس از ایجاد ۵ مساله نمونه تصادفی در ۵ اندازه مختلف، ابتدا بر اساس رویکرد دقیق جواب بهینه سراسری هر یک آن‌ها محاسبه گردید و سپس رویکرد فراابتکاری برای حل نمونه‌ها به کار گرفته شد. مقدار بهینه تابع هدف، جواب بهینه متغیرها و زمان CPU در جدول (۶) برای هر یک از نمونه‌ها نمایش داده شده است. همچنین درصد اختلاف جواب روش فراابتکاری نسبت به دقیق (ΔZ) در شکل (۶) به تصویر کشیده شده است. همچنین برای تنظیم پارامترهای الگوریتم فراابتکاری مساله، با مقایسه عملکرد حالت‌های مختلف، مقادیر جدول (۷) برای پارامترهای مساله پیشنهاد می‌گردد؛ البته ذکر این نکته حایز اهمیت است که در جدول (۷) منظور از N همان تعداد ایستگاه‌های بالقوه همراه با مدرسه (دپو) می‌باشد.

جدول ٦. ارایه نتایج محاسباتی برای رویکردهای حل دقیق و فراابتکاری

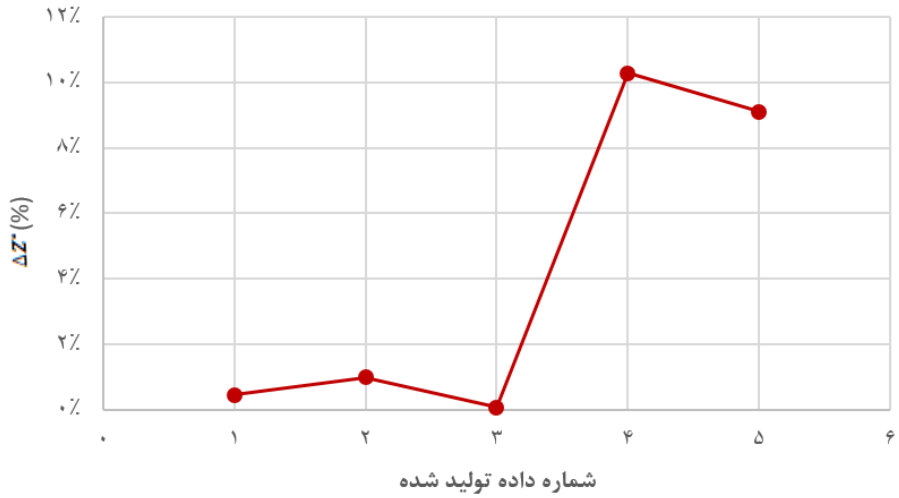
شماره داده تولید شده	تعداد اتوبوس	تعداد مکانهای بالقوه با احتساب مدرسه (دپو)	تعداد دانش آموزان	مسیر های تولید شده توسط اتوبوس ها		جواب دقیق	CPU time (Sec)	جواب فراابتکاری	CPU time (Sec)	ΔZ^*(%)
۱	۱	۴	۸	اتوبوس ۱	۱-۲-۴-۱	۴۵۵۸۶/۸۰۶	۶۷	۴۵۷۸۸/۸۱۵	۰/۸	۰/۴۴
۲	۲	۵	۱۶	اتوبوس ۱	۱-۲-۱	۶۸۹۵۴/۳۱۸	۲۴۳	۶۹۶۴۰/۸۴۹	۱	۰/۹۹
				اتوبوس ۲	۱-۴-۵-۳-۱					
۳	۳	۷	۲۴	اتوبوس ۱	۱-۶-۴-۱	۱۰۸۸۲۷/۱۹۹	۶۵۳	۱۰۸۹۰۵/۲۲۹	۲	۰/۰۷
				اتوبوس ۲	۱-۳-۱					
				اتوبوس ۳	۱-۲-۷-۱					
۴	۴	۹	۳۲	اتوبوس ۱	۱-۶-۲-۱	۱۳۶۷۳۹/۴۴۹	۱۰۲۳	۱۵۰۸۰۶/۱۲۴	۴	۱۰/۲۸
				اتوبوس ۲	۱-۸-۱					
				اتوبوس ۳	۱-۴-۵-۱					
				اتوبوس ۴	۱-۳-۹-۱					
۵	۵	۱۲	۴۰	اتوبوس ۱	۱-۳-۱	۱۶۵۸۳۲/۲۱۸	۱۸۰۲	۱۸۰۹۳۲/۲۴۴	۹	۹/۱
				اتوبوس ۲	۱-۲-۱					
				اتوبوس ۳	۱-۴-۹-۱					
				اتوبوس ۴	۱-۶-۱۲-۱					
				اتوبوس ۵	۱-۱۰-۷-۵-۱					

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-05-13]

[DOR: 20.1001.1.22517286.2017.14.3.2.1]

جدول ۷. پارامترهای پیشنهاد شده برای الگوریتم فراابتکاری جستجوی ممنوع

M	Parameters		
	تعداد همسایگی‌ها	طول لیست ممنوعه	حداکثر تعداد تکرار
۱, ۲, ۳, ۴, ۵	$\frac{N(N-1)}{2}$	$\frac{N}{6}$	$10N$



شکل ٦. درصد اختلاف جواب روش جستجوی ممنوع نسبت به جواب دقیق $m = ۵$

۵-۳ آنالیز حساسیت

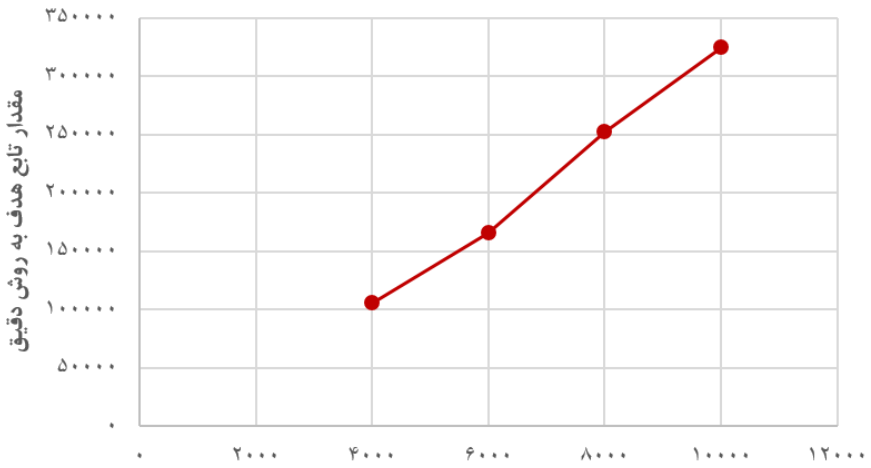
برای بررسی رفتار مدل ریاضی، تجزیه تحلیل حساسیت در مثال عددی انجام می‌شود. برای تجزیه و تحلیل حساسیت، اثرات تغییر پارامترهای درآمد حاصل از سرویس‌دهی به هر دانش‌آموز (CI)، هزینه برون‌سپاری یا جریمه عدم خدمت‌رسانی به هر دانش‌آموز(CO) و هزینه (جریمه) پیاده‌روی دانش‌آموزان به ازای هر واحد طول (CW) در تابع هدف در مساله‌ی $m = ۵$ (۱۲ مکان بالقوه، ۵ اتوبوس، ۴۰ دانش‌آموز) در نظر گرفته شده است. در این بخش، پارامترهای درآمد حاصل از سرویس‌دهی به هر دانش‌آموز(CI)، هزینه برون‌سپاری یا جریمه عدم خدمت‌رسانی به هر دانش‌آموز(CO) و هزینه (جریمه) پیاده‌روی دانش‌آموزان به ازای هر واحد طول (CW) به ترتیب در جداول (۸-۱۰) نشان داده شده است.

جدول ۸. تجزیه و تحلیل درآمد حاصل از سرویس‌دهی به هر دانش‌آموز(CI)

مقدار تابع هدف به روش دقیق	درآمد حاصل از سرویس‌دهی به هر دانش‌آموز(CI)
۱۰۵۸۸۳/۳۲۷	۴۰۰۰
۱۶۵۸۳۲/۲۱۸	۶۰۰۰
۲۵۲۲۶۹/۷۶۹	۸۰۰۰
۳۲۴۴۳۷/۰۵۰	۱۰۰۰۰

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-05-13]

[DOR: 20.1001.1.22517286.2017.14.3.2.1]



شکل ۷. تجزیه و تحلیل درآمد حاصل از سرویس‌دهی به هر دانش‌آموز(CI)

جدول (۸) نشان می‌دهد که با افزایش درآمد حاصل از سرویس‌دهی به هر دانش‌آموز، مقدار تابع هدف یا به عبارتی سود افزایش می‌یابد. این امر به این علت پدید می‌آید که با افزایش درآمد حاصل از سرویس‌دهی به هر دانش‌آموز، مقدار دریافتی کل شرکت واحد که از طریق دانش‌آموزان می‌گیرد افزایش می‌یابد. روند این تغییرات در شکل (۷) نشان داده شده است.

همچنین جدول (۹) نشان می‌دهد که با افزایش هزینه برون‌سپاری یا جریمه عدم خدمت‌رسانی به هر دانش‌آموز، تعداد ایستگاه‌های بالقوه فعال شده افزایش می‌یابد. این تغییر به این علت است که با افزایش هزینه برون‌سپاری یا جریمه عدم خدمت‌رسانی به هر دانش‌آموز، شرکت واحد باید برای اینکه متحمل هزینه زیاد جریمه نشود، ایستگاه‌های بیش‌تری را فعال کند تا بتواند دانش‌آموزان بیش‌تری سوار کند. این روند تغییرات در شکل (۸) قابل مشاهده است.

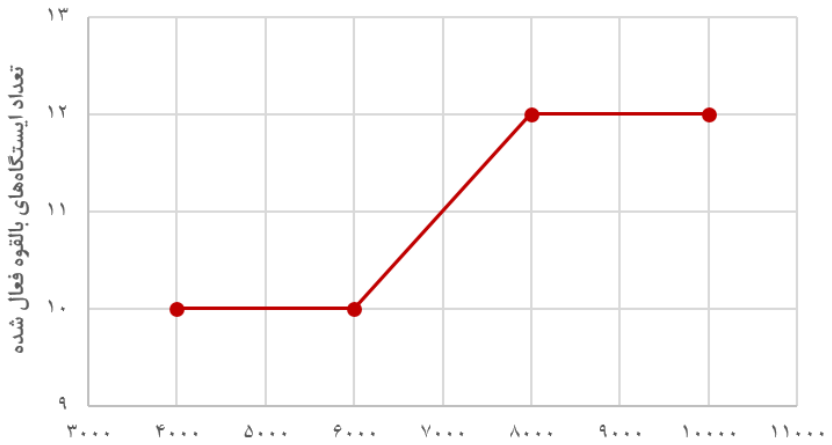
جدول ۹. تجزیه و تحلیل هزینه برونسپاری یا جریمه عدم خدمت‌رسانی به هر دانش‌آموز(CO)

تعداد ایستگاه‌های بالقوه فعال شده	هزینه برونسپاری یا جریمه عدم خدمت‌رسانی به هر دانش‌آموز(CO)
۱۰	۴۰۰۰
۱۰	۶۰۰۰
۱۲	۸۰۰۰
۱۲	۱۰۰۰۰

بر طبق جداول (۱۰) و (۱۱)، انتظار می‌رود که با افزایش هزینه (جریمه) پیاده‌روی دانش‌آموزان به ازای هر واحد طول، تابع هدف کاهش یابد. از آنجاکه هنگامی که هزینه (جریمه) پیاده‌روی دانش‌آموزان به ازای هر واحد طول افزایش یابد، قسمت چهارم تابع هدف هزینه‌اش بیش‌تر از قسمت پنجم تابع هدف می‌شود و دانش‌آموزان بیش‌تری برون‌سپاری می‌شوند که این امر موجب کاهش سود و به تبع آن تابع هدف می‌شود. شکل (۹) صحت این موارد را نشان می‌دهد.

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-05-13]

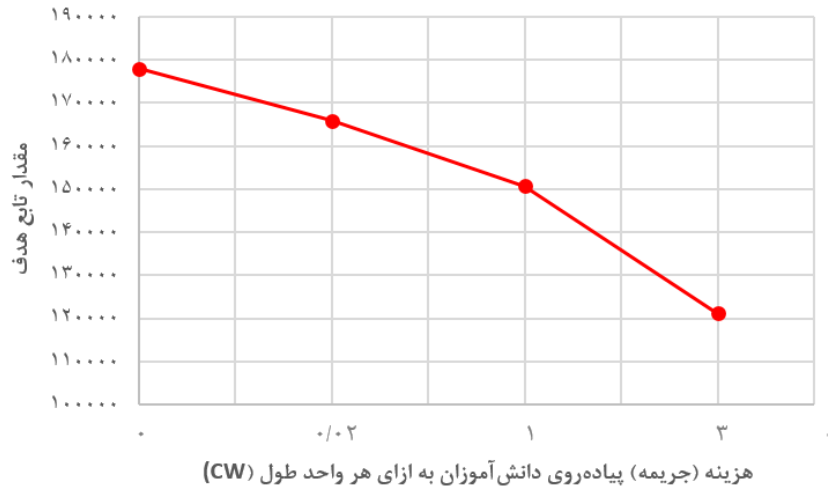
[DOR: 20.1001.1.22517286.2017.14.3.2.1]



شکل ۸. تجزیه و تحلیل هزینه برون سپاری یا جریمه عدم خدمت‌رسانی به هر دانش‌آموز(CO)

جدول ۱۰. تجزیه و تحلیل هزینه (جریمه) پیاده‌روی دانش‌آموزان به ازای هر واحد طول(CW)

مقدار تابع هدف	هزینه (جریمه) پیاده‌روی دانش‌آموزان به ازای هر واحد طول(CW)
۱۷۷۹۹۲/۰۱۸	۰
۱۶۵۸۳۲/۲۱۸	۰/۰۲
۱۵۰۷۴۹/۶۶۸	۱
۱۲۱۱۵۵/۸۴۰	۳



شکل ۹. تجزیه و تحلیل هزینه (جریمه) پیاده‌روی دانش‌آموزان به ازای هر واحد طول(CW)

جدول ۱۱. تجزیه و تحلیل هزینه (جریمه) پیاده‌روی دانش‌آموزان به ازای هر واحد طول(CW)

تعداد دانش‌آموزان برون‌سپاری شده	هزینه (جریمه) پیاده‌روی دانش‌آموزان به ازای هر واحد طول(CW)
۴	۰
۵	۰/۰۲
۵	۱
۵	۳

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-05-13]

[DOR: 20.1001.1.22517286.2017.14.3.2.1]

٦ نتیجه‌گیری و ارایه پیشنهادهای آتی

مساله مسیریابی اتوبوس مدرسه مرکب از یک مساله‌ی تخصیص دانش‌آموزان به ایستگاه‌ها و یک مساله‌ی مسیریابی است؛ ولی در مقاله‌ای که توسط ما ارایه شده‌است ما به دنبال مکانیابی-تخصیص-مسیریابی همزمان بودیم و مدلی در این باب پیشنهاد شده است. همچنین در این مدل، این فرض وجود دارد که دلیلی ندارد حتما همه‌ی دانش‌آموران را شرکت حمل و نقل سرویس دهد؛ بلکه با توجه به اینکه شرکت حمل‌ونقل به دنبال ماکزیمم کردن سود خود است، می‌تواند با پرداخت جریمه‌ای به آن دانش‌آموز از سرویس‌دهی به آن دانش‌آموز صرف نظر کند. برای حل مدل مطرح شده دو روش حل، که یکی مبتنی بر روش‌های دقیق و دیگری مبتنی بر الگوریتم‌های فراابتکاری است، پیشنهاد شده‌است. ما در این مقاله برای حل فراابتکاری مدل از روش جستجوی ممنوع استفاده‌کرده‌ایم که نتایج حاصل حاکی از عملکرد نسبتا مناسب این روش و معقول بودن زمان حل این روش برای مساله پیشنهاد شده می‌باشد. در ادامه برای بهتر آشکار شدن صحت و کارایی مدل، روی ۳ فاکتور مدل، آنالیز حساسیت انجام شده‌است که نتایج حاصل نشان دهنده منطقی بودن و کار کرد درست مدل مذبور است. برای تحقیقات آتی پیشنهاد می‌گردد که بحث‌های پنجره زمانی به مساله اضافه شود تا مساله به سمت واقعی‌تر شدن پیش رود. همچنین مدل را می‌توان به چند هدفه تبدیل کرد و اهدافی همچون حداقل کردن زمان حضور دانش‌آموز در سرویس مدرسه را پیشنهاد کرد.

منابع

[۱۴] قاسمی، پ.، شجاعی، ا. ع.، (۱۳۹۶). مکانیابی تسهیلات امدادی با شعاع پوشش متغیر تحت عدم قطعیت (مطالعه موردی: استان خراسان). مجله تحقیق در عملیات در کاربردهای آن، ۱۴(۱)، ۷۷-۹۳.

[۱۶] رزمی، ج.، یوسفی، م.، (۱۳۹۱). ارایه یک مدل جدید ریاضی برای مساله مسیریابی سرویس مدارس و حل آن توسط الگوریتم پیشنهادی. نشریه تخصصی مهندسی صنایع، ۴۶(۲)، ۱۸۵ -۱۹۴.

[۲۸] پرواسی، س. پ.، بشیرزاده، ر.، خوش الحان، ف.، (۲۰۱۷). ارایه یک مدل پوششی مستحکم‌سازی به‌منظور محافظت از تسهیلات در معرض اختلال در مسئلهٔ r-میانه ممانعتی با رویکرد بازی استکلبرگ. نشریه مهندسی صنایع، ۵۱(۱)، ۴۵-۵۸.

[1] Newton, R. M., Thomas, W. H., (1969). Design of school bus routes by computer. Socio-Economic Planning Sciences, 3(1), 75-85.

[2] Li, L. Y. O., Fu, Z., (2002). The school bus routing problem: a case study. Journal of the Operational Research Society, 552-558.

[3] Desrosiers, J., Soumis, F., Desrochers, M., SauveGerad, M., (1986). Methods for routing with time windows. European Journal of Operational Research, 23(2), 236-245.

[4] Derbel, H., Jarboui, B., Hanafi, S., Chabchoub, H., (2012). Genetic algorithm with iterated local search for solving a location-routing problem. Expert Systems with Applications, 39(3), 2865-2871.

[5] Dulac, G., Ferland, J. A., Forgues, P. A., (1980). School bus routes generator in urban surroundings. Computers & Operations Research, 7(3), 199-213.

[6] Schittekat, P., Kinable, J., Sörensen, K., Sevaux, M., Spieksma, F., Springael, J., (2013). A metaheuristic for the school bus routing problem with bus stop selection. European Journal of Operational Research, 229(2), 518-528.

[7] Schittekat, P., Sevaux, M., Sörensen, K., (2006). A mathematical formulation for a school bus routing problem. In Service Systems and Service Management, 2006 International Conference on. IEEE, 2, 1552-1557.

[8] Bodin, L. D., Berman, L., (1979). Routing and scheduling of school buses by

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-05-13]

[DOR: 20.1001.1.22517286.2017.14.3.2.1]

computer. Transportation Science, 13(2), 113-129.
[9] Parvasi, S. P., Mahmoodjanloo, M., Setak, M., (2017). A bi-level school bus routing problem with bus stops selection and possibility of demand outsourcing. Applied Soft Computing, 61, 222-238.
[10] Fügenschuh, A., (2009). Solving a school bus scheduling problem with integer programming. European Journal of Operational Research, 193(3), 867-884.
[11] Bennett, B. T., Gazis, D. C., (1972). School bus routing by computer. Transportation Research, 6(4), 317-325.
[12] Angel, R. D., Caudle, W. L., Noonan, R., Whinston, A. N. D. A., (1972). Computer-assisted school bus scheduling. Management Science, 18(6), B-279.
[13] Newton, R. M., Thomas, W. H., (1974). Bus routing in a multi-school system. Computers & Operations Research, 1(2), 213-222.
[15] Riera-Ledesma, J., Salazar-González, J. J., (2013). A column generation approach for a school bus routing problem with resource constraints. Computers & Operations Research, 40(2), 566-583.
[17] Chapleau, L., Ferland, J. A., Rousseau, J. M., (1985). Clustering for routing in densely populated areas. European Journal of Operational Research, 20(1), 48-57.
[18] Bowerman, R., Hall, B., Calamai, P., (1995). A multi-objective optimization approach to urban school bus routing: Formulation and solution method. Transportation Research Part A: Policy and Practice, 29(2), 107-123.
[19] Spada, M., Bierlaire, M., Liebling, T. M., (2005). Decision-aiding methodology for the school bus routing and scheduling problem. Transportation Science, 39(4), 477-490.
[20] Park, J., Tae, H., Kim, B. I., (2012). A post-improvement procedure for the mixed load school bus routing problem. European Journal of Operational Research, 217(1), 204-213.
[21] Braca, J., Bramel, J., Posner, B., Simchi-Levi, D., (1997). A computerized approach to the New York City school bus routing problem. IIE transactions, 29(8), 693-702.
[22] Campbell, J. F., North, J. W., Ellegood, W. A., (2015). Modeling mixed load school bus routing. In Quantitative Approaches in Logistics and Supply Chain Management, 3-30.
[23] Ellegood, W. A., Campbell, J. F., North, J., (2015). Continuous approximation models for mixed load school bus routing. Transportation Research Part B: Methodological, 77, 182-198.
[24] Riera-Ledesma, J., Salazar-González, J. J., (2012). Solving school bus routing using the multiple vehicle traveling purchaser problem: A branch-and-cut approach. Computers & Operations Research, 39(2), 391-404.
[25] Minocha, B., Tripathi, S., (2014). Solving school bus routing problem using hybrid genetic algorithm: a case study. Springer India, 93-103.
[26] Toth, P., Vigo, D., (2001). An overview of vehicle routing problems. Society for Industrial and Applied Mathematics, 1-26.
[27] Glover, F., (1986). Future paths for integer programming and links to artificial intelligence. Computers & operations research, 13(5), 533-549.
[29] Mahmoodjanloo, M., Parvasi, S. P., Ramezanian, R., (2016). A tri-level covering fortification model for facility protection against disturbance in r-interdiction median problem. Computers & Industrial Engineering, 102, 219-232.

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-05-13]

[DOR: 20.1001.1.22517286.2017.14.3.2.1]