مجله تحقیق در عملیات در کاربردهای آن، سال هفدهم، شماره اول (پیاپی ۶۴)، بهار ۹۹، ص ص ۱۳۷-۱۱۹
شاپا ۷۲۸۶-۲۲۵۱

سیاست‌های انبساطی- انقباضی در شرکت‌های بورس با استفاده از بازده به مقیاس‌های چپ و راست در مدل‌های تحلیل پوششی داده‌ها

علی پایان[۱*] ، بیژن رحمانی پرچیکلایی[۲]
۱-استادیار، گروه ریاضی، واحد زاهدان، دانشگاه آزاد اسلامی، زاهدان، ایران
۲-استادیار، گروه ریاضی، واحد تهران مرکزی، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران

رسید مقاله: ۲۸ شهریور ۱۳۹۷
پذیرش مقاله: ۴ آبان ۱۳۹۸

چکیده

هدف این مقاله ارزیابی بازده به مقیاس شرکت‌های بورس تهران بر اساس مدل‌های جدید در تحلیل پوششی داده‌ها می‌باشد. به کمک این ارزیابی می‌توان درخصوص اعمال سیاست‌های انقباضی یا انبساطی در شرکت‌های بورس قضاوت کرد. به این منظور نیاز به مدل‌هایی در تحلیل پوششی داده‌ها است که بتوانند بازده به مقیاس چپ و راست واحدهای تصمیم‌گیرنده را ارزیابی کنند. در این مقاله دو مدل برنامه‌ریزی خطی برای ارزیابی عملکرد و بازده به مقیاس‌های چپ و راست در تحلیل پوششی داده‌ها پیشنهاد می‌شود. مزیت اصلی روش در خطی بودن هر دو مدل می‌باشد در حالی که مدل‌های قبلی برای تعیین بازده به مقیاس‌های چپ و راست مشکل نشدنی بودن، غیرخطی بودن یا پارامتریک بودن را داشته‌اند. علاوه بر این با حل یک مدل تحلیل بازده به مقیاس چپ و با مدل دیگر تحلیل بازده به مقیاس راست را می‌توان انجام داد. نتایج تعیین بازده به مقیاس‌های چپ و راست شرکت‌های بورس تهران در سال ۱۳۹۵ نشان می‌دهد که مدل‌ها به راحتی قابل کاربرد به منظور تحلیل اعمال سیاست‌های انقباضی یا انبساطی در شرکت‌های بورس هستند.

کلمات کلیدی: ارزیابی عملکرد، برنامه‌ریزی خطی، تحلیل بازده به مقیاس، بورس تهران.

۱ مقدمه

تحلیل پوششی داده‌ها (DEA) تکنیکی غیرپارامتری برای اندازه‌گیری کارایی نسبی مجموعه‌ای از واحدهای تصمیم‌گیرنده (DMU) با چند ورودی و چند خروجی متجانس بر پایه برنامه‌ریزی خطی است [۲،۱]. مشخصات بازده به مقیاس (RTS) یکی از مهم‌ترین مقولات در DEA است که به عنوان نسبت تغییرات متناسب در خروجی‌ها به تغییرات متناسب در ورودی‌ها تعریف می‌شود. برای شناخت اندازه بهین واحد تحت ارزیابی می‌توان از رفتار RTS آن استفاده کرد. تحقیقات انجام‌شده بر روی بازده به مقیاس به دو دسته کلی تقسیم می‌شود: در دسته اول بازده به مقیاس واحدهای کارا تحلیل شده است که در این مقاله نیز با توجه به اهمیت

* عهده‌دار مکاتبات
آدرس الکترونیکی: payan_iauz@yahoo.com

[DOR: 20.1001.1.22517286.2020.17.1.4.0]

واحدهای کارا به بررسی بازده به مقیاس چنین واحدهایی پرداخته می‌شود. در دسته دوم بازده به مقیاس واحدهای ناکارا مورد بررسی قرار می‌گیرند که از جمله تحقیقاتی که اخیرا انجام شده است می‌توان به مقاله خریونسکو و همکاران [۳] اشاره نمود.

نخستین بار بنکر [۴] بازده به مقیاس (افزایشی، کاهشی و ثابت) را با استفاده از مدل CCR معرفی نمود. مفهوم بیشترین مقیاس بهره‌وری (MPSS) توسط بنکر و همکاران [۲] با مدل CCR معرفی شد. بنکر و همکاران [۵] روشی‌هایی معادل را برای برآورد بازده به مقیاس ارایه دادند. فار و گروسکف [۶] روش دیگری برای تعیین بازده به مقیاس بر پایه جواب بهین مدل‌های CCR، BCC و CCR–BCC ذکر کردند. خدابخشی و همکاران [۷] بر پایه مدل جمعی، بازده به مقیاس را در تحلیل پوششی داده‌های نادقیق معرفی نمودند. روش‌های دیگری نیز برای برآورد بازده به مقیاس توسط دیگر پژوهشگران ارایه شده است. جهانشاهلو و سلیمانی دامنه [۸]، زارع پیشه و همکاران [۹]، حسین زاده لطفی و همکاران [۱۰]، فوکویاما و ماتوسک [۱۱] و... را ببینید.

به همراه و موازی این پژوهش‌ها، مفاهیم بازده به مقیاس‌های راست و چپ معرفی شد. این مفاهیم شامل اطلاعاتی دقیق‌تر و کامل‌تر از مفهوم بازده به مقیاس هستند. بنکر و ترال [۱۲] روشی برای برآورد بازده به مقیاس راست و چپ ارایه نمودند. گلانی و یو [۱۳] نماد RTS راست و چپ را برای واحد تحت ارزیابی معرفی کردند. آن‌ها به کمک مدل‌های خاص فرم پوششی DEA، نوع RTS راست و چپ را تعیین نمودند. روش آن‌ها دارای این مشکل است که برای تمام واحد های تصمیم‌گیرنده تحت ارزیابی همیشه شدنی نیست.

روش‌هایی برای برآورد بازده به مقیاس راست و چپ توسط جهانشاهلو و همکاران [۱۴] و زارع پیشه و سلیمانی–دامنه [۱۵] ارایه شد. پودینوفسکی و همکاران [۱۶] یک برنامه خطی مناسب برای محاسبه الاستیسیته راست و –چپ روی کل مرز تکنولوژی VRS به دست آوردند. اسلامی و خوینی [۱۷] بر اساس مدل‌های مضربی در تحلیل پوششی داده‌ها، روشی برای برآورد بازده به مقیاس راست و چپ معرفی کردند. الهیار و رستمی مال خلیفه [۱۸] نیز روشی دیگر ارایه دادند. آن‌ها نیز نخست با حل مدل‌های دو مرحله‌ای واحدهای کارای قوی تکنولوژی بازده به مقیاس متغیر را شناسایی و سپس با حل مدل‌های دو مرحله‌ای دیگر بازده به مقیاس‌های راست و چپ واحدهای کارای قوی را تعیین می‌نمایند. همچنین امیدی و همکاران [۱۹] با استفاده از قید $\sum_{j=1}^{n}\lambda_j = 1$ مدل‌های برنامه‌ریزی پارامتریک برای بررسی بازده به مقیاس‌های راست و چپ پیشنهاد دادند. اگر چه روش‌های ذکرشده همیشه شدنی هستند و ضعف نشدنی بودن مدل‌های روش گلانی و یو [۱۳] را ندارند، اما یک ضعف مشترک دارند که مدل‌های آن‌ها پارامتریک است. برای رفع این مشکل، میربلوکی و الهیار [۲۰] مدل‌های برنامه‌ریزی غیر پارامتریک ارایه کردند که متاسفانه روش آنها منجر به مدل‌های برنامه‌ریزی صحیح شد. این مقاله برای رفع مشکلات بیان‌شده، دو مدل برنامه‌ریزی خطی پیشنهاد می‌کند که یکی بازده به مقیاس راست و دیگری بازده به مقیاس چپ هر واحد تحت ارزیابی را بررسی می‌کند.

در خصوص ارزیابی عملکرد شرکت‌های بورس تحقیقات نسبتا گسترده‌ای در ایران انجام شده است که بخش زیادی از آنها با استفاده از تحلیل پوششی داده‌ها بوده است. سینایی و مهار لویی [۲۱] به ارزیابی عملکرد

[DOR: 20.1001.1.22517286.2020.17.1.4.0]

شرکت‌های بورس با استفاده از مدل‌های CCR و BCC و مقایسه نتایج آنها پرداختند. یوسفی زنوز و راجی [۲۲] در مقاله‌ای شرکت‌های دارویی حاضر در بورس تهران را با استفاده از تحلیل پوششی داده‌ها و کارت امتیازی متوازن مورد ارزیابی قرار دادند. میردامادیان و همکاران [۲۳] به محاسبه کارایی ۵۰ شرکت بورس تهران بر اساس شاخص‌های مالی پرداختند. امیری و همکاران [۲۴] از روش وزن‌های مشترک در DEA برای ارزیابی عملکرد شرکت‌های غذایی و آشامیدنی پذیرفته‌شده در سازمان بورس و اوراق بهادار استفاده نمودند. رهنما رودپشتی و همکاران [۲۵] با استفاده از رویکرد تحلیل پوششی داده‌ها بررسی ریسک در بانک های عضو اوراق بهادار تهران را انجام دادند. اما در مورد بازده به مقیاس شرکت‌های بورس تاکنون تحقیقی صورت نگرفته است. اهمیت بررسی بازده به مقیاس سیستم‌های مالی مانند شرکت‌های بورس به واسطه تاثیرپذیری آنها از تغییرات بازار سرمایه است. اگر اطلاعات بازده به مقیاس شرکت‌های بورس را داشته باشیم می‌توانیم در خصوص جلوگیری از زیان‌دهی یا ایجاد فرصت‌های سودآوری بیشتر، تحلیل‌های علمی و منطقی داشته باشیم. لذا، روش پیشنهادی در این مقاله برای بررسی بازده به مقیاس‌های چپ و راست بر روی شرکت‌های منتخب بورس تهران اعمال می‌شود و نتایج به‌دست آمده تحلیل می‌شوند.

بر این اساس بخش‌های زیر برای مقاله معرفی می‌شوند: در بخش دوم مفهوم اقتصادی بازده به مقیاس و تبدیل آن مفاهیم به فرمول‌های ریاضی مرور می‌شوند. بخش سوم به معرفی مدل‌هایی برای تعیین بازده به مقیاس‌های چپ و راست و بررسی اعتبارسنجی مدل‌ها بر اساس قضایایی می‌پردازد. در بخش بعد توسط یک مثال روش تشریح می‌شود. در نهایت از این روش برای بررسی سیاست های انقباضی یا انبساطی بر روی شرکت‌های بورس تهران استفاده می‌گردد. مقاله با نتایج به‌دست آمده پایان می‌پذیرد.

۲ مفاهیم اولیه

بازده به مقیاس مفهومی در اقتصاد خرد است که منعکس‌کننده نسبت افزایش در خروجی به ازای افزایش در میزان ورودی‌هاست. این نسبت می‌تواند ثابت، افزایشی و یا کاهشی باشد. نسبت بازده به مقیاس ثابت زمانی صادق است که افزایش در ورودی‌ها به همان نسبت موجب افزایش خروجی‌ها شود. بازده به مقیاس افزایشی آن‌است که میزان خروجی به نسبتی بیش از میزان افزایش در ورودی‌ها، افزایش یابد و در صورتی‌که میزان افزایش در خروجی‌ها کمتر از نسبتی باشد که ورودی‌ها افزایش داده شوند، بازده به مقیاس کاهشی ایجاد شده است. به بیان دیگر کارایی مقیاس توسعه‌ای یا انبساطی است که یک سازمان می‌تواند از مزایای بازده به مقیاس با تغییر اندازه‌اش به دست آورد. با فرض وجود بازده به مقیاس ثابت در یک مدل می‌توان فهمید که اندازه سازمان در تشخیص کارایی نسبی مورد توجه قرار نمی‌گیرد یعنی یک سازمان کوچک می‌تواند خروجی‌ها را با همان نسبت خروجی به ورودی ایجاد نماید که سازمان بزرگ‌تر توانایی آن را داراست. در این سازمان‌ها صرفه‌های ناشی از مقیاس ظاهر نمی‌شود به طوری که دو برابر کردن تمامی ورودی‌ها عموما منجر به دو برابر شدن خروجی‌ها می‌شود. اما در عمل بر اثر افزایش اندازه و مقیاس یک واحد، هزینه‌ها کاهش می‌یابد و از این راه عوایدی به دست می‌آید. در شرایط مساعد مقیاس بزرگ منجر به صرفه جویی‌های مهمی در نیروی کار، استفاده

[DOR: 20.1001.1.22517286.2020.17.1.4.0]

کامل از ظرفیت‌ها و سهولت در تامین مالی و...می‌گردد. در بنگاه‌هایی که صرفه‌های ناشی از مقیاس وجود دارد فرض بازده به مقیاس ثابت ظاهر نمی‌شود. در این گونه بنگاه‌ها، بازده به مقیاس متغیر درنظر گرفته می‌شود که ممکن است ثابت، کاهشی یا افزایشی باشد.

با توجه به موارد یاد شده، بهترین حالت برای یک شرکت یا سازمان آن است که بازده به مقیاس افزایشی باشد. اما علم اقتصاد این را تایید نمی‌کند. بر اساس منحنی‌های تولید، در مرحله اقتصادی تولید، بازده به مقیاس کاهشی است. در بحث بازده به مقیاس با توجه به این‌که می‌توان تاثیر کاهش ورودی‌ها بر خروجی‌ها را نیز مدنظر قرار داد که از نظر اقتصادی بیان‌گر سیاست‌های محدودکننده یا انقباضی است؛ لذا مفاهیم بازده به مقیاس‌های چپ و راست مطرح شده است.

بررسی تاثیر افزایش متغیرهای مستقل بر متغیرهای وابسته را ارزیابی بازده به مقیاس راست و بررسی تاثیر کاهش متغیرهای مستقل بر متغیرهای وابسته را ارزیابی بازده به مقیاس چپ می‌گویند. بر اساس مفاهیم اقتصادی ممکن است افزایش (کاهش) متغیرهای مستقل منجر به افزایش بیشتر متغیرهای وابسته شود که در این حالت گفته می‌شود بازده به مقیاس راست (بازده به مقیاس چپ) افزایشی است. در حالت دیگر افزایش (کاهش) متغیرهای مستقل منجر به افزایش کمتر متغیرهای وابسته شود که در این حالت گفته می‌شود بازده به مقیاس راست (بازده به مقیاس چپ) کاهشی است. حالت دیگر آن است که افزایش (کاهش) متغیرهای مستقل منجر به افزایش یکسان متغیرهای وابسته شود که در این حالت بازده به مقیاس راست (بازده به مقیاس چپ) ثابت است.

فرض کنید DMU_o یک واحد کارا و ξ یک اسکالر باشد که در شرط $\xi \geq 0$ صدق می‌کند، قرار دهید:

$$\alpha(\xi) = max\left\{\alpha \middle| (\xi x_o, \alpha y_o) \in T_v\right\}$$

$$\gamma^- = \lim_{\xi \to ۱^-} \frac{\alpha(\xi) - ۱}{\xi - ۱} \quad , \quad \gamma^+ = \lim_{\xi \to ۱^+} \frac{\alpha(\xi) - ۱}{\xi - ۱}$$

تعریف ۱. اگر DMU_o کارا باشد، آنگاه در مورد بازده به مقیاس چپ و بازده به مقیاس راست مربوط به DMU_o داریم:

۱- اگر $\gamma^+ > ۱$ آنگاه بازده به مقیاس راست افزایشی است.

۲- اگر $\gamma^+ < ۱$ آنگاه بازده به مقیاس راست کاهشی است.

۳- اگر $\gamma^+ = ۱$ آنگاه بازده به مقیاس راست ثابت است.

۴- اگر $\gamma^- > ۱$ یا γ^- موجود نباشد آنگاه بازده به مقیاس چپ افزایشی است.

۵- اگر $\gamma^- < ۱$ آنگاه بازده به مقیاس چپ کاهشی است.

۶- اگر $\gamma^- = ۱$ آنگاه بازده به مقیاس چپ ثابت است.

[DOR: 20.1001.1.22517286.2020.17.1.4.0]

۳ مدل‌های برنامه‌ریزی خطی برای تعیین بازده به مقیاس‌های چپ و راست

بر اساس تعریف ۱، تفکیک بازده به مقیاس به بازده به مقیاس‌های چپ و راست در اصل وابسته به موقعیت امتداد واحد تحت ارزیابی است. اگر این امتداد به سمت مبدا باشد (کاهش نسبی ورودی‌ها و خروجی‌ها) بازده به مقیاس چپ بررسی می‌شود و اگر در خلاف آن جهت باشد (افزایش نسبی ورودی‌ها و خروجی‌ها) بازده به مقیاس راست بررسی می‌گردد. لذا بسته به اینکه واحد به‌دست آمده در اثر افزایش یا کاهش نسبی هم‌زمان ورودی‌ها و خروجی‌ها، داخل یا خارج از مجموعه امکان تولید یا روی مرز این مجموعه باشد نوع افزایشی، ثابت یا کاهشی بازده به مقیاس‌های راست و یا چپ تعیین می‌شوند. به این ترتیب برای تعیین نوع بازده به مقیاس‌های چپ و راست واحد تحت ارزیابی باید به دو سوال زیر پاسخ داده شود:

سوال اول: آیا حرکت در امتداد خواسته‌شده (به سمت مبدا یا بلعکس) امکان‌پذیر است؟

سوال دوم: اگر این حرکت امکان‌پذیر است آیا نقطه جدید روی مرز کارایی یا داخل آن قرار دارد؟

فرض کنید n واحد تصمیم‌گیرنده وجود دارند که واحد j ام $(j=1,...,n)$ با بردار ورودی m مولفه‌ای $x_j=(x_{1j},...,x_{mj})$ بردار s مولفه‌ای $y_j=(y_{1j},...,y_{sj})$ را تولید می‌کند. بر اساس مفاهیم DEA، مجموعه امکان تولید تحت بازده به مقیاس متغیر به صورت زیر می‌باشد:

$$T_v=\left\{(x,y)\,|\,\sum_{j=1}^{n}\lambda_j x_j\le x,\sum_{j=1}^{n}\lambda_j y_j\ge y,\lambda_j\ge 0,\ j=1,...,n\right\}$$

بر اساس مجموعه امکان تولید T_v، مدل BCC برای ارزیابی عملکرد DMU_o به صورت زیر است:

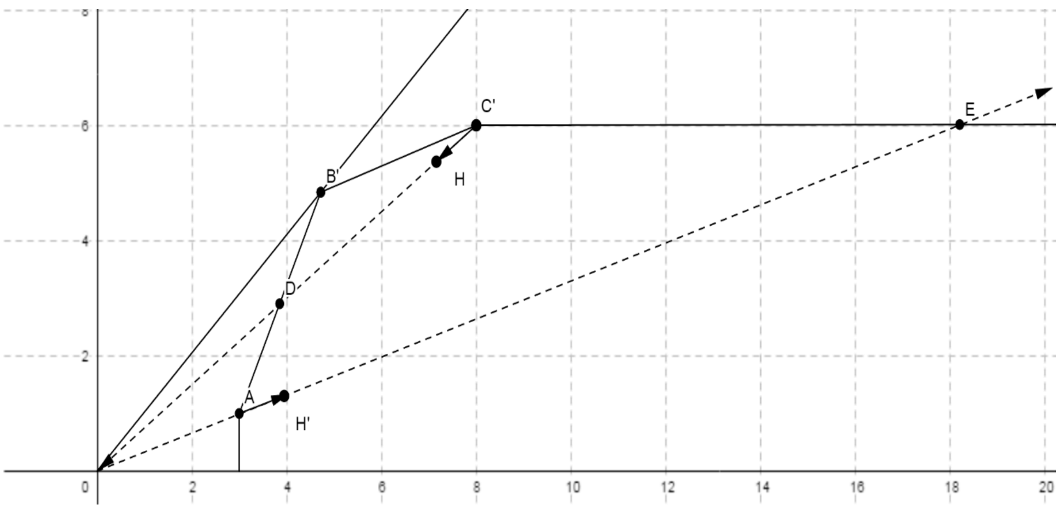
$$\begin{aligned}
&\min\ \theta\\
&s.t.\ \sum_{j=1}^{n}\lambda_j x_j+S^-=\theta x_o,\\
&\qquad \sum_{j=1}^{n}\lambda_j y_j-S^+=y_o,\\
&\qquad \sum_{j=1}^{n}\lambda_j=1,\\
&\lambda=(\lambda_1,...,\lambda_n)\ge 0,S^-=(S_1^-,...,S_m^-),S^+=(S_1^+,...,S_s^+).
\end{aligned}\tag{1}$$

تعریف ۲. DMU_o کارا است اگر مقدار بهین مدل (۱) برابر با عدد یک و مقادیر تمام متغیرهای کمکی در هر جواب بهین صفر باشد و در غیر این صورت ناکارا است.

برای بررسی بازده به مقیاس چپ $\mathrm{DMU_o}$ که کارا می‌باشد ابتدا باید امکان حرکت (x_o,y_o) در امتداد خودش به سمت مبدا بررسی شود. لذا باید نقطه‌ای مانند $(\eta x_o,\eta y_o)\in T_v$ به‌دست آید که $\eta<1$ باشد. حال می‌خواهیم بدانیم که آیا امکان کاهش ورودی بیشتر از مقدار کاهش خروجی وجود دارد؟ برای این کار باید نقطه‌ای مانند $(\eta x_o-S^-,\eta y_o)\in T_v$ به‌دست آید که $S^->0$ باشد. در این صورت امکان کاهش ورودی به نسبت بیشتر از

[DOR: 20.1001.1.22517286.2020.17.1.4.0]

کاهش خروجی وجود دارد و لذا بازده به مقیاس چپ کاهشی است. برای توضیح بیشتر مطلب شکل ۱ را در نظر بگیرید:



شکل ۱. حرکت واحد های A و C در جهت مبدا و عکس مبدا برای تعیین بازده به مقیاس‌های چپ و راست

اگر از نقطه C در امتداد خودش به سمت مبدا و درون مجموعه امکان تولید حرکت کنیم هر یک از نقاط پاره‌خط CD مانند H می‌تواند به‌دست آید. به غیر از نقاط C و D، تمام نقاط روی پاره خط CD مانند H به گونه‌ای هستند که امکان کاهش ورودی آنها امکان‌پذیر است. در این حالت امکان کاهش ورودی واحد **C** به نسبت بیشتر از کاهش خروجی آن امکان‌پذیر است. بنا بر تعریف ۱، $\gamma^- > 1$ خواهد شد و لذا بازده به مقیاس چپ این واحد کاهشی است که در شکل ۱ نیز این مطلب را می‌توان مشاهده کرد. از طرف دیگر، همان‌گونه که در شکل هم دیده می‌شود ما به دنبال پیدا کردن حداکثر مقدار η نیستیم زیرا در این صورت به نقطه‌ای مانند D می‌رسیم که امکان کاهش ورودی در آن وجود ندارد. لذا اولویت افزایش S^- از اولویت کاهش η بیشتر است. به این ترتیب مساله برنامه‌ریزی خطی زیر پیشنهاد می‌شود:

$$\begin{aligned} &\max\ 1S^- - \varepsilon\eta \\ &s.t.\ \sum_{j=1}^{n}\lambda_j x_j + S^- = \eta x_o, \\ &\quad \sum_{j=1}^{n}\lambda_j y_j \geq \eta y_o, \\ &\quad \sum_{j=1}^{n}\lambda_j = 1, \\ &\ (\lambda, S^-, \eta) \geq 0, \\ &\ \eta \leq 1 \end{aligned} \tag{۲}$$

مقدار کوچک ε در مساله فوق نشان‌دهنده اولویت افزایش $S^- > 0$ نسبت به $-\eta$ (کاهش η) است.

بحث مشابهی می‌توان در مورد بازده به مقیاس راست انجام داد. فرض کنید $\mathrm{DMU_o}$ کارا است. ابتدا باید امکان حرکت $\left(x_o, y_o\right)$ در امتداد خودش به سمت افزایش هم‌زمان ورودی‌ها و خروجی‌ها بررسی شود. لذا باید نقطه‌ای مانند $\left(\xi x_o, \xi y_o\right) \in T_v$ به‌دست آید که $1 < \xi$ باشد. حال می‌خواهیم بدانیم که آیا امکان افزایش خروجی بیشتر از مقدار افزایش ورودی وجود دارد؟ برای این کار باید نقطه‌ای مانند $\left(\xi x_o, \xi y_o + S^+\right)$ در مجموعه امکان تولید وجود داشته باشد که $S^+ > 0$ باشد. در این صورت امکان افزایش خروجی بیشتر از مقدار افزایش ورودی وجود دارد و لذا بازده به مقیاس راست افزایشی است. برای توضیح بیشتر مطلب مجددا شکل ۱ را در نظر بگیرید. اگر از نقطه A در امتداد خودش به سمت عکس مبدا درون مجموعه امکان تولید حرکت کنیم هر یک از نقاط پاره‌خط AE مانند H' می‌تواند به‌دست آید. به غیر از نقاط A و E، تمام نقاط روی پاره خط AE به گونه‌ای هستند که افزایش خروجی آن‌ها امکان‌پذیر است. بنابراین ما به دنبال پیداکردن حداکثر مقدار ξ نیستیم زیرا در این صورت به نقطه E می‌رسیم که امکان افزایش خروجی در آن وجود ندارد. لذا اولویت افزایش S^+ از اولویت افزایش ξ بیشتر است. به این ترتیب مساله برنامه‌ریزی خطی زیر پیشنهاد می‌شود:

$$
\begin{aligned}
& \max\ 1S^+ + \varepsilon\xi \\
& s.t.\ \ \sum_{j=1}^{n}\lambda_j x_j \le \xi x_o, \\
& \qquad \sum_{j=1}^{n}\lambda_j y_j - S^+ = \xi y_o, \\
& \qquad \sum_{j=1}^{n}\lambda_j = 1, \\
& \qquad \left(\lambda, S^+, \xi\right) \ge 0, \\
& \qquad \xi \ge 1 .
\end{aligned}
\tag{3}
$$

قضایای زیر ویژگی‌های مدل‌های ارایه شده در بالا را برای تعیین نوع بازده به مقیاس‌های چپ و راست واحدهای کارا مشخص می‌کند.

لم ۱. اگر در مدل (۲) $\forall i\ S_i^{-*} > 0$ و $\mathrm{DMU_o}$ کارا باشد، آنگاه $1 > \eta^*$ است.

برهان. فرض کنید چنین نباشد، یعنی $1 \le \eta^*$. با توجه به قید نهایی مدل (۲) $\eta^* = 1$ خواهد شد. با توجه به اینکه فرض مساله می‌گوید $\forall i\ S_i^{-*} > 0$، لذا $\mathrm{DMU_o}$ ناکارا است. در نتیجه فرض خلف باطل است و بنابراین $\eta^* < 1$.

قضیه ۱ . اگر $\mathrm{DMU_o}$ کارا باشد و $\forall i\ S_i^{-*} > 0$ ، آنگاه بازده به مقیاس چپ کاهشی است.

برهان. می‌دانیم که $(\eta^* x_o - S^-, \eta^* y_o) \in \partial T_v$ ، چون $0 < \eta^* x_o - S_i^{-*} < \eta^* x_o$ لذا $(\eta^* x_o, \eta^* y_o) \in int\, T_v$. با توجه به تحدب T_v داریم که $\forall \eta \left(\eta \in [\eta^*, 1) \Rightarrow \left(\eta x_o, \eta y_o\right) \in int\, T_v\right)$. فرض‌کنید $1 > \bar{\eta}$ عددی دلخواه و نزدیک به عدد یک باشد. حال قراردهید $\alpha\left(\bar{\eta}\right) = max\left\{\alpha | \left(\bar{\eta} x_o, \alpha y_o\right) \in T_v\right\}$ پس $\left(\bar{\eta} x_o, \alpha\left(\bar{\eta}\right) y_o\right) \in \partial T_v$.

[DOR: 20.1001.1.22517286.2020.17.1.4.0]

چون $(\bar{\eta}x_o,\bar{\eta}y_o)\in int T_v$ لذا $\alpha(\bar{\eta})>\bar{\eta}$ و در نتیجه $\frac{\alpha(\bar{\eta})-1}{\bar{\eta}-1}>1$. بنابراین γ^- وجود دارد و $\gamma^- >1$ پس بازده به مقیاس چپ $\mathrm{DMU_o}$ کاهشی است.

قضیه ۲. اگر بازده به مقیاس چپ $\mathrm{DMU_o}$ کاهشی باشد بازده به مقیاس راست هم کاهشی است.

برهان. فرض کنید بازده به مقیاس چپ $\mathrm{DMU_o}$ (کارا) کاهشی است، پس $\gamma^- >1$. بنابراین عددی معلوم و کوچکتر از عدد یک مانند Δ وجود دارد به‌طوری‌که: $\forall\beta\left(\beta\in(\Delta,1]\Rightarrow\frac{\alpha(\beta)-1}{\beta-1}>1\right)$. پس اگر $\beta\in(1,\Delta]$ آنگاه $\alpha(\beta)>\beta$. از طرفی چون $(\beta x_o,\alpha(\beta)y_o)\in\partial T_v$. لذا از اصل امکان‌پذیری T_v داریم که $\forall\beta\left(\beta\in(\Delta,1]\Rightarrow(\beta x_o,\beta y_o)\in int T_v\right)$.

نشان می‌دهیم که بازده به مقیاس راست $\mathrm{DMU_o}$ کاهشی است. فرض کنید $\beta>1$. ثابت می‌کنیم $(\beta x_o,\beta y_o)\notin T_v$.

فرض کنید چنین نباشد لذا یکی از دو حالت زیر وجود دارد:

الف) $(\beta x_o,\beta y_o)\in int T_v$ چون T_v محدب است لذا $(x_o,y_o)\in int T_v$ و این تناقض است.

ب) فرض کنید $(\beta x_o,\beta y_o)\in\partial T_v$ آنگاه $(x_o,y_o)\in int T_v$ و این تناقض است.

از (الف)و (ب) ثابت می‌شود که $(\beta x_o,\beta y_o)\notin T_v$. لذا اگر $\Delta>1$ باشد آنگاه

$$\forall\beta\left(\beta\in(1,\Delta]\Rightarrow(\beta x_o,\beta y_o)\notin T_v\right)$$

فرض کنید $\bar{\beta}$ عددی دلخواه و نزدیک به عدد یک باشد که $\bar{\beta}>1$، پس اگر $\bar{\beta}\in(1,\Delta]$ و لذا $(\bar{\beta}x_o,\bar{\beta}y_o)\notin T_v$ حال قراردهید: $\alpha(\bar{\beta})=max\{\alpha|(\bar{\beta}x_o,\alpha y_o)\in T_v\}$. چون $(x_o,y_o)\in T_v$ و در T_v اصل امکان‌پذیری برقرار است پس $\alpha(\bar{\beta})$ تعریف شده است. از طرفی چون $(\bar{\beta}x_o,\alpha(\bar{\beta})y_o)\in\partial T_v$ و چون $(\bar{\beta}x_o,\bar{\beta}y_o)\notin T_v$ پس $\alpha(\bar{\beta})<\bar{\beta}$ و لذا $\frac{\alpha(\bar{\beta})-1}{\bar{\beta}-1}<1$. لذا γ^+ موجود است و $\gamma^+<1$، پس بازده به مقیاس راست نیز کاهشی است.

قضیه ۳. اگر $\mathrm{DMU_o}$ کارا باشد و $\exists i\ S_i^{-*}=0$، $\eta^*<1$ باشد آنگاه $\mathrm{DMU_o}$ دارای بازده به مقیاس چپ ثابت است.

برهان. واضح است که $(\eta^*x_o,\eta^*y_o)\in\partial T_v$. نشان می دهیم :

$$\forall\beta\left(\beta\in[\eta^*,1)\Rightarrow(\beta x_o,\beta y_o)\in\partial T_v\right)$$

فرض کنید که چنین نباشد. لذا $\beta\in[\eta^*,1)$ وجود دارد که $(\beta x_o,\beta y_o)\in int T_v$. لذا برای چنین نقطه‌ای امکان کاهش تمام ورودی‌ها وجود دارد. این مطلب با فرض مساله که در جواب بهین حداقل یکی از متغیرهای کمکی ورودی صفر است در تناقض می‌باشد. بنابراین $\forall\beta\left(\beta\in[\eta^*,1)\Rightarrow(\beta x_o,\beta y_o)\in\partial T_v\right)$ بر قرار است. فرض‌کنید $\bar{\beta}$ عددی دلخواه و نزدیک به عدد یک باشد که $\bar{\beta}<1$، پس $\beta\in[\eta^*,1)$ و لذا $(\bar{\beta}x_o,\bar{\beta}y_o)\in\partial T_v$ حال قرار دهید: $\alpha(\bar{\beta})=max\{\alpha|(\bar{\beta}x_o,\alpha y_o)\in T_v\}$ پس $\alpha(\bar{\beta})=\bar{\beta}$ و لذا

[DOR: 20.1001.1.22517286.2020.17.1.4.0]

$\frac{\alpha(\bar{\beta})-1}{\bar{\beta}-1}=1$. بنابراین، γ^- موجود است و $\gamma^-=1$ لذا نتیجه می‌شود که بازده به مقیاس چپ $\mathrm{DMU_o}$ ثابت است.

قضیه ٤. اگر $\mathrm{DMU_o}$ کارا باشد و $\exists i\, S_i^{-*}=0$ و $\eta^*=1$ باشد، آنگاه $\mathrm{DMU_o}$ بازده به مقیاس چپ افزایشی دارد.

برهان. چون $\eta^*=1$ است لذا حرکت در امتداد $\mathrm{DMU_o}$ با شرط $\eta<1$ وجود ندارد. یعنی اگر $\bar{\eta}<1$ آنگاه $\forall\beta\ \left(\beta\in(\bar{\eta},1]\Rightarrow(\beta x_o,\beta y_o)\notin T_v\right)$ فرض کنید $\bar{\beta}$ عددی دلخواه و نزدیک به عدد یک باشد که $\bar{\beta}<1$، پس $\bar{\beta}\in(\bar{\eta},1]$ و لذا $(\bar{\beta}x_o,\bar{\beta}y_o)\notin T_v$ حالا قراردهید: $\alpha(\bar{\beta})=max\{\alpha|(\bar{\beta}x_o,\alpha y_o)\in T_v\}$. اگر $\alpha(\bar{\beta})$ موجود نباشد پس $\lim\limits_{\beta\to 1^-}\frac{\alpha(\beta)-1}{\beta-1}$ تعریف نشده‌است و لذا γ^- وجود ندارد که نتیجه می‌دهد بازده به مقیاس چپ افزایشی است. اگر $\alpha(\bar{\beta})$ موجود باشد چون $(\bar{\beta}x_o,\alpha(\bar{\beta})y_o)\in\partial T_v$ و $(\bar{\beta}x_o,\bar{\beta}y_o)\notin T_v$ پس $\alpha(\bar{\beta})<\bar{\beta}$ و لذا $\frac{\alpha(\bar{\beta})-1}{\bar{\beta}-1}>1$ بنابراین، γ^- موجود است و لذا $\gamma^->1$ و این نتیجه می‌دهد که بازده به مقیاس چپ افزایشی است.

لم۲. اگر در مدل (۳)، $\forall r\ S_r^{+*}>0$ و $\mathrm{DMU_o}$ کارا باشد، آنگاه $\xi^*>1$ است.

برهان. فرض کنید چنین نباشد، پس $\xi^*\le 1$. با توجه به قید آخر مدل (۳) داریم $\xi^*=1$ است. از طرفی مفروضات می‌گویند $\forall r\ S_r^{+*}>0$ لذا $\mathrm{DMU_o}$ ناکارا است. در نتیجه فرض خلف باطل است و داریم که $\xi^*>1$.

قضیه۵. اگر در مدل (۳) $\forall r\ S_r^{+*}>0$، و $\mathrm{DMU_o}$ کارا باشد، بازده به مقیاس راست افزایشی دارد.

برهان. با توجه به جواب بهین مدل (۳) داریم که $(\xi^*x_o,\xi^*y_o+S^{+*})\in\partial T_v$ چون برای هر r داریم $S_r^{+*}>0$ پس $\xi^*y_{ro}<\xi^*y_{ro}+S_r^{+*}$. بنابراین $(\xi^*x_o,\xi^*y_o)\in int\,T_v$. با توجه به تحدب T_v داریم که

$$\forall\xi\left(\xi\in(1,\xi^*]\Rightarrow(\xi x_o,\xi y_o)\in int\,T_v\right)$$

فرض کنید $\bar{\xi}>1$ عددی دلخواه و نزدیک به عدد یک باشد. حال قراردهید $\alpha(\bar{\xi})=max\{\alpha|(\bar{\xi}x_o,\alpha y_o)\in T_v\}$ پس $(\bar{\xi}x_o,\alpha(\bar{\xi})y_o)\in\partial T_v$. چون $(\bar{\xi}x_o,\bar{\xi}y_o)\in int\,T_v$ پس $\alpha(\bar{\xi})>\bar{\xi}$ و لذا $\frac{\alpha(\bar{\xi})-1}{\bar{\xi}-1}>1$. بنابراین $\gamma^+>1$ و لذا بازده به مقیاس راست $\mathrm{DMU_o}$ افزایشی است.

قضیه ٦ . اگر بازده به مقیاس راست $\mathrm{DMU_o}$ که کارا است افزایشی باشد بازده به مقیاس چپ آن نیز افزایشی است.

برهان. فرض کنید بازده به مقیاس راست $\mathrm{DMU_o}$ افزایشی است، پس $\gamma^+>1$. بنابراین عددی معلوم و بزرگتر از عدد یک مانند Δ وجود دارد به‌طوری‌که: $\forall\beta\left(\beta\in(1,\Delta]\Rightarrow\frac{\alpha(\beta)-1}{\beta-1}>1\right)$. حال اگر $\beta\in(1,\Delta]$ آنگاه

$\alpha(\beta)>\beta$. از طرفی چون $(\beta x_o,\alpha(\beta)y_o)\in\partial T_v$. از اصل امکان‌پذیری T_v داریم که $\forall\beta\left(\beta\in(1,\Delta]\Rightarrow(\beta x_o,\beta y_o)\in int\,T_v\right)$.

نشان می‌دهیم که بازده به مقیاس چپ DMU_o افزایشی است. فرض کنید $1>\beta$. ثابت می کنیم $(\beta x_o,\beta y_o)\notin T_v$.
فرض کنید چنین نباشد لذا یکی از دو حالت زیر وجود دارد

الف) $(\beta x_o,\beta y_o)\in intT_v$ چون T_v محدب است لذا $(x_o,y_o)\in intT_v$ و این تناقض است.

ب) فرض کنید $(\beta x_o,\beta y_o)\in\partial T_v$ آن‌گاه $(x_o,y_o)\in intT_v$ و این تناقض است.

از الف و ب ثابت می‌شود که $(\beta x_o,\beta y_o)\notin T_v$. پس اگر $1>\Delta>0$ آنگاه

$$\forall\beta\left(\beta\in(\Delta,1]\Rightarrow(\beta x_o,\beta y_o)\notin T_v\right)$$

فرض کنید $\bar\beta$ عددی دلخواه و نزدیک به عدد یک باشد که $1>\bar\beta$، در این صورت $\bar\beta\in[\Delta,1)$ و لذا $(\bar\beta x_o,\bar\beta y_o)\notin T_v$ حال قراردهید: $\alpha(\bar\beta)=max\{\alpha|(\bar\beta x_o,\alpha y_o)\in T_v\}$. اگر $\alpha(\bar\beta)$ موجود نباشد پس $\lim\limits_{\beta\to1^-}\frac{\alpha(\beta)-1}{\beta-1}$ تعریف نشده‌است و لذا γ^- وجود ندارد و در این صورت بازده به مقیاس چپ افزایشی است. اما اگر $\alpha(\bar\beta)$ موجود باشد دراین‌صورت چون $(\bar\beta x_o,\alpha(\bar\beta)y_o)\in\partial T_v$ و $(\beta x_o,\beta y_o)\notin T_v$ پس $\alpha(\bar\beta)<\bar\beta$ و لذا $1<\frac{\alpha(\bar\beta)-1}{\bar\beta-1}$. بنابراین، γ^- موجود است و $1<\gamma^-$. در این صورت نیز بازده به مقیاس چپ افزایشی است.

قضیه۷. اگر DMU_o کارا و $\exists r\ S_r^{+*}=0$ و $1<\xi^*$ باشد، آنگاه DMU_o دارای بازده به مقیاس راست ثابت است.

برهان. چون حداقل یکی از متغیرهای کمکی برابر صفر است لذا $(\xi^* x_o,\xi^* y_o)\notin intT_v$. بنابراین $(\xi^* x_o,\xi^* y_o)\in\partial T_v$. نشان می دهیم که

$$\forall\beta\left(\beta\in(1,\xi^*]\Rightarrow(\beta x_o,\beta y_o)\in\partial T_v\right)$$

فرض کنید که چنین نباشد. لذا $\beta\in(1,\xi^*]$ وجود دارد که $(\beta x_o,\beta y_o)\in intT_v$. پس برای چنین نقطه‌ای امکان افزایش تمام خروجی‌ها وجود دارد. این مطلب با فرض مساله که در جواب بهین حداقل یکی از متغیرهای خروجی صفر است در تناقض می‌باشد. بنابراین $\forall\beta\left(\beta\in(1,\xi^*]\Rightarrow(\beta x_o,\beta y_o)\in\partial T_v\right)$ بر قرار است. فرض کنید $\bar\beta$ عددی دلخواه و نزدیک به عدد یک باشد که $1<\bar\beta$ ، پس $\bar\beta\in(1,\xi^*]$ و لذا $(\bar\beta x_o,\bar\beta y_o)\in\partial T_v$ حال قرار دهید: $\alpha(\bar\beta)=max\{\alpha|(\bar\beta x_o,\alpha y_o)\in T_v\}$ پس $\alpha(\bar\beta)=\bar\beta$ و لذا $1=\frac{\alpha(\bar\beta)-1}{\bar\beta-1}$. در نتیجه، γ^+ موجود است و $\gamma^+=1$ نتیجه می‌شود که بازده به مقیاس راست DMU_o ثابت است.

قضیه۸. اگر DMU_o کارا و $\exists r\ S_r^{+*}=0$ و $\xi^*=1$ باشد، DMU_o دارای بازده به مقیاس راست کاهشی است.

برهان. چون $\xi^*=1$ لذا حرکت در امتداد DMU_o با شرط $1<\xi$ وجود ندارد. یعنی اگر $1<\bar\xi$ آن گاه $\forall\beta\left(\beta\in(1,\bar\xi]\Rightarrow(\beta x_o,\beta y_o)\notin T_v\right)$. فرض‌کنید $\bar\beta$ عددی دلخواه و نزدیک به عدد یک باشد که $1<\bar\beta$، پس $1<\bar\beta$ و لذا $(\bar\beta x_o,\bar\beta y_o)\notin T_v$ اکنون قرار دهید: $\alpha(\bar\beta)=max\{\alpha|(\bar\beta x_o,\alpha y_o)\in T_v\}$ و چون

[DOR: 20.1001.1.22517286.2020.17.1.4.0]

$(x_o,y_o)\in T_v$ پس $\alpha(\bar{\beta})$ تعریف شده است. از طرفی چون $(\bar{\beta}x_o,\alpha(\bar{\beta})y_o)\in\partial T_v$ و چون $(\bar{\beta}x_o,\bar{\beta}y_o)\notin T_v$ پس $\alpha(\bar{\beta})<\bar{\beta}$ و لذا $\frac{\alpha(\bar{\beta})-1}{\bar{\beta}-1}<1$. پس γ^+ موجود است و لذا $\gamma^+<1$ که نتیجه می‌دهد که بازده به مقیاس راست کاهشی است.

٤ مثال

٤-١ مثال توصیفی

در این بخش مثالی شامل ۶ واحد کارا با یک ورودی و یک خروجی به منظور تشریح روش پیشنهادی ارایه شده است. جدول ۱ داده‌ها و نتایج مدل‌های (۲) و (۳) برای تعیین نوع بازده به مقیاس چپ و راست واحدها را نشان می‌دهد.

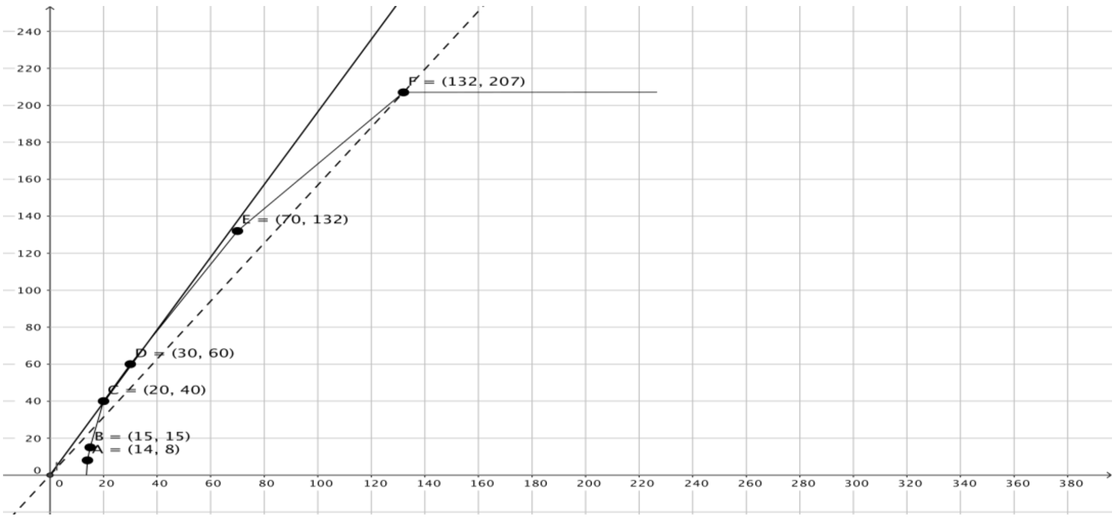
جدول ۱. نتایج تحلیل روش با ۶ واحد تصمیم‌گیرنده در حضور یک ورودی و یک خروجی

DMU	I	O	نتایج حل مدل (۳)			نتایج حل مدل (۲)		
			S_1^{+*}	ξ^*	بازده به مقیاس راست	S_1^{-*}	η^*	بازده به مقیاس چپ
A	۱۴	۸	۱۳۱/۵۷	۹/۴۲	افزایشی	۰	۱	افزایشی
B	۱۵	۱۵	۷۵	۸/۸	افزایشی	۰	۱	افزایشی
C	۲۰	۴۰	۰	۱/۵	ثابت	۰	۱	افزایشی
D	۳۰	۶۰	۰	۱	کاهشی	۰	۰/۶۶	ثابت
E	۷۰	۱۳۲	۰	۱	کاهشی	۱/۸۱۸	۰/۴۵	کاهشی
F	۱۳۲	۲۰۷	۰	۱	کاهشی	۱۴/۱۷	۰/۶۳	کاهشی

شکل زیر نتایج به‌دست آمده از حل مدل‌های (۲) و (۳) را تایید می‌کند. همان‌گونه که از شکل بر می‌آید واحدهای A وB بازده به مقیاس‌های چپ و راست افزایشی دارند. واحد C با آنکه دارای بازده به مقیاس چپ افزایشی است دارای بازده به مقیاس راست ثابت می‌باشد. برای نقطه‌ای مانند C حرکت در امتداد خودش به سمت مبدا وجود ندارد لذا انتظار داریم که مقدار η^* در مدل (۲) برابر با عدد یک باشد و تمام متغیرهای کمکی صفر باشند که نتایج جدول ۱ این مطلب را تایید می‌کند. همچنین واضح است که حرکت در امتداد C به منظور افزایش آن و جود دارد بدون اینکه از مجموعه امکان تولید و حتی مرز کارایی خارج شویم و این بدان معنی است که با حل مدل (۳) باید مقدار ξ^* بزرگ‌تر از عدد یک باشد در حالی که افزایش خروجی برای رسیدن به مرز نیاز ندارد به این معنی که متغیر خروجی صفر خواهد بود که با نتایج جدول ۱ سازگار است. همچنین از شکل (۲) واضح است که واحد D بازده به مقیاس چپ ثابت و راست نزولی دارد که با نتایج جدول ۱ سازگار می‌باشد. بر همین اساس واحد E بازده به مقیاس چپ و راست کاهشی دارد. در خصوص واحد F که بر اساس نتایج

[DOR: 20.1001.1.22517286.2020.17.1.4.0]

جدول ۱ دارای بازده به مقیاس چپ و راست کاهشی است، از روی شکل ۲ واضح است که امکان افزایش هم‌زمان ورودی و خروجی این واحد در امتداد خودش امکان‌پذیر نیست؛ لذا مقدار بهین ξ در مدل (۳) برابر با عدد یک است و متغیر کمکی خروجی برابر با صفر می‌باشد که نتایج جدول ۱ نیز این مطلب را تایید می‌کند. اگر از روی شکل در امتداد واحد F به سمت مبدا حرکت کنیم داخل مجموعه امکان تولید قرار خواهیم گرفت. لذا برای رسیدن به مرز کارایی باید ورودی کم شود که با نتایج جدول ۱ که می‌گوید $\eta^* =$ ۰/۶۳ و $S_1^{-*} =$ ۱۴/۱۷ هستند، مطابقت دارد.



شکل ۲. بررسی شهودی بازده به مقیاس‌های چپ و راست ۶ واحد جدول ۱

۴-۲ مثال مقایسه‌ای

در این بخش مثالی شامل ۹ واحد تصمیم‌گیرنده که هریک دو ورودی و یک خروجی دارند ارایه می‌شود. این داده‌ها قبل از این توسط گلانی و یو [۱۳] و اسلامی و خوینی [۱۷] مورد مطالعه قرار گرفته‌اند. از بین این ۹ واحد که اطلاعات آنها در جدول ۲ آمده است واحدهای ۲، ۴ و ۹ ناکارا و سایر واحدها کارا هستند.

جدول ۲. داده‌های مربوط به ۶ واحد تصمیم‌گیرنده با دو ورودی و یک خروجی

DMU	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹
ورودی اول	۱/۱	۱/۴	۲	۲/۱	۳	۴/۲	۵/۵	۷	۵
ورودی دوم	۱/۱	۱/۳	۲	۲/۲	۳	۵	۶/۵	۸/۵	۵
خروجی	۱	۰/۹۵	۲	۱/۹	۳	۴	۵	۶	۳/۹

جدول ۳ نتایج حاصل از بررسی بازده به مقیاس‌های چپ و راست واحد های کارا را با استفاده از روش‌های گلانی و یو [۱۳]، اسلامی و خوینی [۱۷] و روش ارایه شده در این مقاله نشان می‌دهد. نتایج روش گلانی و یو [۱۳] نشان می‌دهد که مدل ارایه شده برای تعیین بازده به مقیاس چپ واحد یک و بازده به مقیاس راست واحد ۸

نشدنی است. این مثال نشان می‌دهد که در حالت کلی روش آنها قادر به تعیین نوع بازده به مقیاس‌های چپ و راست واحدهای کارا نیست. از طرف دیگر با مراجعه به جدول ۳ مشخص است که نتایج تعیین بازده به مقیاس‌های چپ و راست با استفاده از روش پیشنهادی این مقاله و روش اسلامی و خوینی [۱۷] یکسان است. اما این مطلب دارای اهمیت است که در روش اسلامی و خوینی [۱۷] نتایج با استفاده از حل مدل‌های برنامه‌ریزی غیرخطی به‌دست می‌آیند در حالی که همان‌گونه که مشاهده شد مدل‌های ارایه شده در این مقاله برای تعیین بازده به مقیاس‌های چپ و راست، مساله‌های برنامه‌ریزی خطی هستند.

جدول ۳. نتایج حاصل از بررسی بازده به مقیاس‌های چپ و راست واحدهای کارا را با استفاده از روش‌های مختلف

نتایج روش این مقاله		نتایج روش اسلامی و خوینی [۱۷]		نتایج روش گلانی و یو [۱۳]		DMU
بازده به مقیاس راست	بازده به مقیاس چپ	بازده به مقیاس راست	بازده به مقیاس چپ	بازده به مقیاس راست	بازده به مقیاس چپ	
افزایشی	افزایشی	افزایشی	افزایشی	افزایشی	نشدنی	۱
ثابت	افزایشی	ثابت	افزایشی	ثابت	افزایشی	۳
کاهشی	ثابت	کاهشی	ثابت	کاهشی	ثابت	۵
کاهشی	کاهشی	کاهشی	کاهشی	کاهشی	کاهشی	۶
کاهشی	کاهشی	کاهشی	کاهشی	کاهشی	کاهشی	۷
کاهشی	کاهشی	کاهشی	کاهشی	نشدنی	کاهشی	۸

٤-٣ بررسی سیاست‌های انبساطی- انقباضی در شرکت‌های بورس تهران

از ۱۵۹ شرکت حاضر در بورس تهران، ۳۰ شرکت هستند که محصولات تولیدی آنها در شرکت‌های دیگر استفاده می‌شوند. به عبارت دیگر این شرکت‌ها مواد اولیه شرکت‌های دیگر را تولید می‌کنند. لذا سهم آنها در تولید دارای اهمیت بالایی است. بر این اساس، اطلاعات ۳۰ شرکت که مربوط به سال ۱۳۹۵ می‌باشد از جدول داده‌های بورس تهران استخراج شده‌اند. شاخص‌های در نظر گرفته شده شامل وجوه نقد (x_1)، خالص دارایی‌ها (x_2)، هزینه‌های مالی (x_3)، هزینه‌های عمومی (x_4) به عنوان ورودی‌ها و فروش (y_1)، تعداد سهام (y_2) و قیمت پایانی (y_3) به عنوان خروجی‌ها می‌باشند. وجوه نقد در واقع مجموع تمام سپرده‌های نزد بانک‌ها می‌باشد. ارزش خالص دارایی‌ها که به آن ناو سهم (Net Asset Value) گفته می‌شود مطابق تعریف عبارت است از خالص ارزش دارایی‌های یک شرکت و به عبارت دیگر، ارزش کل دارایی‌های شرکت پس از کسر بدهی‌ها می‌باشد. هزینه‌های مالی گروهی از هزینه‌ها شامل هزینه‌های دریافت وام و تامین مالی شرکت است که بر عهده آن خواهد بود. این هزینه‌ها اهمیت خاصی دارند لذا طبقه‌بندی مستقلی نسبت به سایر هزینه‌ها دارند. بخش بزرگی از این هزینه‌ها شامل هزینه بهره و سایر هزینه‌های مرتبط با تحصیل وام است. در نهایت هزینه‌های عمومی شامل هزینه‌های اداری شرکت می‌باشد. از بین شاخص‌های خروجی مقدار فروش در واقع معادل ریالی سهام فروخته شده است. در مورد قیمت پایانی باید گفت که این قیمت برابر بامتوسط قیمت یک سهم از شرکت در یک سال

مالی است. به این ترتیب داده‌های مربوط به ۳۰ شرکت با خصوصیات بیان‌شده در بالا و بر اساس شاخص‌های در نظر گرفته شده در جدول ۴ خلاصه شده‌اند.

جدول ٤. اطلاعات مربوط به ۳۰ شرکت حاضر در بورس تهران

ردیف	نام شرکت	x_1	x_2	x_3	x_4	y_1	y_2	y_3
۱	الیاف مصنوعی	۲,۸۱۶	۴۲,۶۹۸	۳۵,۶۱۵	۴۷,۰۱۰	۲۷۶,۲۸۲	۱۴۳,۴۸۸,۰۰۰	۳,۷۴۷
۲	ایران تایر	۶۷,۹۹۴	۲۸۵,۳۴۹	۸۵,۹۵۲	۱۳۹,۵۹۳	۱,۷۷۲,۷۶۸	۲۸۶,۴۶۸,۸۱۸	۳,۹۰۸
۳	ایران ترانسفو	۹,۶۰۴	۲۹۰,۵۹۱	۹۵۶,۵۱۵	۲۵۶,۳۵۱	۵,۲۸۷,۰۴۸	۳,۷۵۰,۰۰۰,۰۰۰	۱۳,۶۱۳
۴	ایران یاسا	۶۰,۹۸۶	۲۳۰,۸۳۵	۱۶۶,۸۷۵	۸۰,۳۷۹	۱,۲۴۴,۷۴۵	۶۰۰,۰۰۰,۰۰۰	۱,۷۵۳
۵	بهسرام	۲,۵۶۵	۶۹,۱۴۱	۱۲,۸۶۰	۱۹,۸۳۳	۱۳۰,۵۴۳	۷۵,۰۰۰,۰۰۰	۲,۱۴۶
۶	پارس خزر	۷۳,۴۴۹	۳۸۳,۱۸۳	۶۵,۱۸۴	۱۲۶,۰۴۷	۱,۷۷۷,۱۴۴	۱۵۱,۲۰۰,۰۰۰	۱۰,۷۶۶
۷	پارس سرام	۱,۰۴۷	۱۹,۴۱۲	۲,۶۲۷	۱۴,۴۴۰	۱۲۴,۹۱۲	۶۰,۰۰۰,۰۰۰	۳,۰۰۳
۸	پارس سوئیچ	۵۷,۷۷۹	۶۲,۲۳۰	۲۵,۴۹۵	۵۵,۵۳۰	۱,۰۳۹,۶۴۱	۲۵۰,۰۰۰,۰۰۰	۹,۱۳۴
۹	پشم شیشه	۲۸,۸۰۸	۱۲۹,۱۱۸	۱۳,۳۹۸	۴۳,۴۱۸	۴۱۹,۱۱۳	۶۷,۱۴۰,۰۰۰	۹,۱۵۵
۱۰	پلی اکریل	۱۰,۵۲۶	۲,۶۰۲,۷۶۹	۳۲۵,۵۱۴	۱۸۳,۹۳۷	۹۶۱,۳۸۷	۳,۵۷۰,۹۷۹,۰۰۰	۴۹۷
۱۱	تجهیزات سدید	۳۸,۵۱۹	۶۱۷,۶۱۴	۹۶۲,۹۱۲	۸۲,۹۰۶	۸۸۶,۸۰۴	۹۷,۸۰۰,۰۰۰	۲,۴۶۴
۱۲	جوشکاب یزد	۳۶۸	۴۶,۷۳۷	۲,۴۹۶	۱۳,۷۸۶	۷۶,۷۵۸	۱۵,۴۰۰,۰۰۰	۱۰,۸۵۹
۱۳	چرخشگر	۳۶,۸۹۹	۹۱۷,۹۲۷	۶۴,۰۰۵	۵۴,۱۶۴	۱,۰۰۷,۴۲۰	۹۵۲,۰۹۴,۷۴۹	۲,۱۴۴
۱۴	خاک چینی ایران	۵۶,۴۳۸	۲۲۳,۵۸۱	۵,۳۶۰	۴۴,۰۳۳	۵۶۹,۹۵۸	۱۷۵,۰۰۰,۰۰۰	۱۱,۸۲۸
۱۵	رینگ سازی مشهد	۴۰,۲۳۲	۳۷۴,۹۹۰	۷۵,۶۷۸	۵۹,۹۱۲	۳,۲۰۶,۱۳۸	۴۴۵,۰۰۰,۰۰۰	۸۵۹
۱۶	زاگرس فارمد پارس	۲,۱۲۴	۱۹۶,۵۶۳	۲۶۵,۲۳۴	۵۵,۸۴۵	۵۴۱,۲۸۲	۱۰۶,۲۰۰,۰۰۰	۴,۵۴۴
۱۷	سرامیک اردکان	۱,۰۳۴	۵۰۸,۵۴۲	۸,۲۲۰	۱۸,۰۶۸	۳۱۳,۷۴۲	۵۰۹,۰۰۰,۰۰۰	۳,۱۸۶
۱۸	سرماآفرین	۱۸,۳۲۴	۲۲,۶۲۰	۱۴,۰۵۱	۳۶,۹۲۸	۲۱۴,۶۴۱	۱۴۸,۰۰۰,۰۰۰	۳,۵۳۰
۱۹	شیشه و گاز	۴,۰۳۳	۴۹۷,۱۶۹	۳۰,۷۷۱	۵۰,۹۶۵	۴۹۰,۶۱۰	۲۵۰,۰۰۰,۰۰۰	۴,۲۱۴
۲۰	شیشه همدان	۸۱,۴۹۵	۴۵۵,۴۴۴	۳,۹۹۰	۵۲,۲۹۳	۹۷۱,۱۴۸	۲۸۸,۰۰۰,۰۰۰	۸,۰۸۰
۲۱	فراورده نسوز ایران	۲۵,۷۶۱	۴۴۵,۸۱۷	۲۵,۳۱۵	۸۴,۲۱۷	۷۸۶,۸۶۷	۳۷۲,۸۸۵,۷۵۴	۲,۵۹۴
۲۲	فرآورده نسوز آذر	۵,۴۰۴	۳۹,۳۸۱	۳۲,۹۱۰	۸۰,۵۴۹	۵۶۸,۵۵۲	۳۰۰,۰۰۰,۰۰۰	۱,۹۷۲
۲۳	قطعات اتومبیل	۵۳,۰۸۸	۳۴,۱۷۵	۴,۳۱۵	۶۸,۷۰۸	۸,۶۸۶	۶۵۰,۰۰۰,۰۰۰	۱,۷۱۷
۲۴	کابل البرز	۳۵,۵۶۰	۱۵۴,۶۷۴	۷۰,۱۳۱	۷۴,۸۷۳	۹۸۳,۱۶۹	۳۱۶,۹۲۰,۰۰۰	۱,۹۴۳
۲۵	کمک فنر ایندامین	۴,۶۸۵	۲۷۳,۶۷۸	۱۸,۴۱۶	۷۲,۴۷۷	۱,۱۶۳,۸۳۰	۳۲۰,۸۵۷,۰۰۰	۹۵۸
۲۶	لامپ پارس شهاب	۲۷,۰۰۷	۴۳,۵۹۸	۱۹۳,۶۳۳	۱۲۸,۵۴۴	۱,۴۸۰,۸۸۳	۱۶۲,۰۰۰,۰۰۰	۶,۷۰۷
۲۷	لعابیران	۲۲,۴۷۲	۲۷,۸۷۳	۷۰,۴۶۰	۱۶,۶۸۳	۳۵۴,۳۷۹	۱۰۰,۰۰۰,۰۰۰	۳,۶۱۶
۲۸	لنت ترمز	۲,۴۶۰	۲۵,۰۹۶	۱۴,۷۹۹	۱۷,۲۲۲	۱۳۵,۵۴۵	۸۸,۰۰۰,۰۰۰	۲,۶۴۹
۲۹	مارگارین	۱۸۸,۳۲۵	۴۹۳,۳۲۹	۴۴۷,۲۷۴	۱۹۹,۵۹۲	۶,۶۸۹,۸۸۷	۳۶۰,۰۰۰,۰۰۰	۶,۷۴۹
۳۰	لاستیک سهند	۷,۴۷۶	۳۲۳,۲۹۳	۵۰۳	۲۹,۳۶۲	۲۱۱,۸۷۲	۳۵۰,۰۰۰,۰۰۰	۲,۱۹۰
	میانگین	۳۲,۲۴۲.۶	۳۲۷,۹۱۴.۲۳	۱۳۳,۳۵۰.۲۶	۷۳,۵۸۸.۸۳	۱,۱۲۳,۱۹۱.۸	۴۹۸,۷۱۴,۴۴۴.۰۳	۴,۶۸۴.۱۶
	ماکزیمم	۱۸۸,۳۲۵	۲,۶۰۲,۷۶۹	۹۶۲,۹۱۲	۲۵۶,۳۵۱	۶,۶۸۹,۸۸۷	۳,۷۵۰,۰۰۰,۰۰۰	۱۳,۶۱۳
	مینیمم	۳۶۸	۱۹,۴۱۲	۵۰۳	۱۳,۷۸۶	۸,۶۸۶	۱۵,۴۰۰,۰۰۰	۴۹۷

[DOR: 20.1001.1.22517286.2020.17.1.4.0]

نتایج حاصل از اجرای مدل‌های (۲) و (۳) برای این مجموعه از داده‌ها در جدول ۵ گزارش شده است.

جدول ۵. نتایج حاصل از حل مدل‌های (۱) و (۲) بر روی شرکت های بورس تهران

ردیف	نام شرکت	S_1^{-*}	S_2^{-*}	S_3^{-*}	S_4^{-*}	η^*	S_1^{+*}	S_2^{+*}	S_3^{+*}	ξ^*
۱	الیاف مصنوعی	۰.۰۰۸۲	۰.۰۰۵۲	۰.۰۰۴۷	۰.۰۹۹۰	۱.۰۰۰۰	۰.۰۲۰۴	۰.۰۲۲۸	۰.۱۵۴۲	۱.۱۴۲۳
۲	ایران تایر	۰.۲۲۹۷	۰.۰۲۵۱	۰.۰۴۵۴	۰.۳۸۲۰	۱.۰۰۰۰	۰	۰.۰۵۲۷	۰.۳۰۴۰	۱.۰۰۰۰
۳	ایران ترانسفو	۰	۰	۰	۰	۱.۰۰۰۰	۰	۰	۰	۱.۰۰۰۰
۴	ایران یاسا	۰/۲۸۲۴	۰/۰۴۷۹	۰/۰۲۹۵	۰/۱۰۷۸	۱/۰۰۰۰	۰/۰۱۷۶	۰/۰۴۸۶	۰/۷۶۰۳	۱/۰۱۸۸
۵	بهسرام	۰/۰۰۸۰	۰/۰۱۲۸	۰/۰۱۰۴	۰/۰۲۰۵	۱/۰۰۰۰	۰/۰۹۳۴	۰/۰۱۵۴	۰	۲/۶۳۶۶
۶	پارس خزر	۰/۱۸۵۴	۰/۰۳۶۱	۰/۰۱۵۸	۰/۲۱۳۶	۰/۶۷۵۲	۰	۰	۰	۱/۰۰۰۰
۷	پارس سرام	۰	۰	۰	۰	۱/۰۰۰۰	۰	۰	۰	۱/۰۰۰۰
۸	پارس سوئیچ	۰	۰	۰	۰	۱/۰۰۰۰	۰	۰	۰	۱/۰۰۰۰
۹	پشم شیشه	۰/۱۲۷۰	۰/۰۱۸۸	۰/۰۰۳۰	۰/۰۹۵۲	۱/۰۰۰۰	۰	۰/۰۴۳۱	۰	۱/۰۵۳۸
۱۰	پلی اکریل	۰/۰۰۲۷	۰	۰/۰۰۳۵	۰/۰۱۶۹	۰/۱۹۰۹	۰	۰	۰	۱/۰۰۰۰
۱۱	تجهیزات سدید	۰/۱۴۷۵	۰/۱۹۶۰	۰/۹۷۸۵	۰/۲۲۳۲	۱/۰۰۰۰	۰/۳۸۰۴	۰/۹۱۹۳	۰/۴۴۰۳	۳/۰۹۲۰
۱۲	جوشکاب یزد	۰	۰	۰	۰	۱/۰۰۰۰	۰	۰	۰	۱/۰۰۰۰
۱۳	چرخشگر	۰/۰۸۷۶	۰	۰/۰۱۸۹	۰/۰۲۷۳	۰/۵۷۱۸	۰	۰	۰	۱/۰۰۰۰
۱۴	خاک چینی ایران	۰	۰	۰	۰	۱/۰۰۰۰	۰	۰	۰	۱/۰۰۰۰
۱۵	رینگ سازی مشهد	۰	۰	۰	۰	۱/۰۰۰۰	۰	۰	۰	۱/۰۰۰۰
۱۶	زاگرس فارمد پارس	۰/۰۰۴۹	۰/۰۴۹۲	۰/۱۸۴۵	۰/۰۷۹۷	۱/۰۰۰۰	۰/۲۳۶۵	۰/۴۹۷۵	۰	۲/۷۳۷۲
۱۷	سرامیک اردکان	۰	۰	۰	۰	۱/۰۰۰۰	۰	۰	۰	۱/۰۰۰۰
۱۸	سرماآفرین	۰	۰	۰	۰	۱/۰۰۰۰	۰	۰	۰	۱/۰۰۰۰
۱۹	شیشه و گاز	۰/۰۱۰۶	۰/۱۰۰۹	۰/۰۲۲۵	۰/۰۶۸۰	۱/۰۰۰۰	۰/۰۱۱۹	۰/۰۸۲۱	۰	۱/۰۰۰۰
۲۰	شیشه همدان	۰	۰	۰	۰	۱/۰۰۰۰	۰	۰	۰	۱/۰۰۰۰
۲۱	فرآورده نسوز ایران	۰/۱۱۷۶	۰/۰۳۶۹	۰/۰۱۱۴	۰/۱۴۷۲	۱/۰۰۰۰	۰	۰	۰/۳۵۰۰	۱/۰۰۰۰
۲۲	فرآورده نسوز آذر	۰	۰	۰	۰	۱/۰۰۰۰	۰	۰	۰	۱/۰۰۰۰
۲۳	قطعات اتومبیل	۰	۰	۰	۰	۱/۰۰۰۰	۰	۰	۰	۱/۰۰۰۰
۲۴	کابل البرز	۰/۱۴۰۲	۰/۰۲۰۰	۰/۰۰۶۵	۰/۱۵۴۵	۱/۰۰۰۰	۰	۰/۰۱۵۰	۰/۶۱۵۶	۱/۰۰۰۰
۲۵	کمک فنر ایندامین	۰	۰	۰	۰	۱/۰۰۰۰	۰	۰	۰	۱/۰۰۰۰
۲۶	لامپ پارس شهاب	۰	۰	۰	۰	۱/۰۰۰۰	۰	۰	۰	۱/۰۰۰۰
۲۷	لعابیران	۰	۰	۰	۰	۱/۰۰۰۰	۰	۰	۰	۱/۰۰۰۰
۲۸	لنت ترمز	۰/۰۰۷۱	۰/۰۰۱۳۹	۰/۰۰۵۱	۰/۰۰۳۶	۰۰۰۰/۱	۰/۰۰۵۸	۰	۰/۲۵۹۲	۲/۰۲۳۴
۲۹	مارگارین	۰	۰	۰	۰	۱/۰۰۰۰	۰	۰	۰	۱/۰۰۰۰
۳۰	لاستیک سهند	۰	۰	۰	۰	۱/۰۰۰۰	۰	۰	۰	۱/۰۰۰۰

بر اساس نتایج جدول ۵ واحدهای ۱،۲، ۴،۵، ۹، ۱۱ ، ۱۶ ، ۱۹، ۲۱، ۲۴ و ۲۸ ناکارا هستند. برای سایر واحدها بازده به مقیاس‌های چپ و راست بر اساس روش این مقاله تعیین و به شرح ذیل در جدول ۶ ارایه شده است:

جدول ٦. تحلیل بازده به مقیاس‌های چپ و راست شرکت‌های بورس تهران

ردیف	نام شرکت	بازده به مقیاس چپ	بازده به مقیاس راست	بهترین تصمیم اقتصادی
۳	ایران ترانسفو	افزایشی	کاهشی	ثابت نگه داشتن شاخص‌های ورودی
۶	پارس خزر	کاهشی	کاهشی	سیاست‌های انبساطی نامناسب، سیاست‌های انقباضی مناسب
۷	پارس سرام	افزایشی	کاهشی	ثابت نگه داشتن شاخص‌های ورودی
۸	پارس سوئیچ	افزایشی	کاهشی	ثابت نگه داشتن شاخص‌های ورودی
۱۰	پلی اکریل	ثابت	کاهشی	سیاست‌های انبساطی نامناسب، سیاست‌های انقباضی بدون تاثیر
۱۲	جوشکاب یزد	افزایشی	کاهشی	ثابت نگه داشتن شاخص‌های ورودی
۱۳	چرخشگر	چپ ثابت	کاهشی	سیاست‌های انبساطی نامناسب، سیاست‌های انقباضی بدون تاثیر
۱۴	خاک چینی ایران	افزایشی	کاهشی	ثابت نگه داشتن شاخص‌های ورودی
۱۵	رینگ سازی مشهد	افزایشی	کاهشی	ثابت نگه داشتن شاخص‌های ورودی
۱۷	سرامیک اردکان	افزایشی	کاهشی	ثابت نگه داشتن شاخص‌های ورودی
۱۸	سرماآفرین	افزایشی	کاهشی	ثابت نگه داشتن شاخص‌های ورودی
۲۰	شیشه همدان	افزایشی	کاهشی	ثابت نگه داشتن شاخص‌های ورودی
۲۲	فرآورده نسوز آذر	افزایشی	کاهشی	ثابت نگه داشتن شاخص‌های ورودی
۲۳	قطعات اتومبیل	افزایشی	کاهشی	ثابت نگه داشتن شاخص‌های ورودی
۲۵	کمک فنر ایندامین	افزایشی	کاهشی	ثابت نگه داشتن شاخص‌های ورودی
۲۶	لامپ پارس شهاب	افزایشی	کاهشی	ثابت نگه داشتن شاخص‌های ورودی
۲۷	لعابیران	افزایشی	کاهشی	ثابت نگه داشتن شاخص‌های ورودی
۲۹	مارگارین	افزایشی	کاهشی	ثابت نگه داشتن شاخص‌های ورودی
۳۰	لاستیک سهند	افزایشی	کاهشی	ثابت نگه داشتن شاخص‌های ورودی

در جدول ۶ دیده می‌شود که روش پیشنهادی توانسته‌است فقط با حل دو مدل برنامه‌ریزی خطی، واحدهای کارا و ناکارا را تشخیص دهد و نوع بازده به مقیاس‌های چپ و راست واحدهای کارا را شناسایی‌کند. در بین این ۳۰ شرکت، ۱۹ شرکت کارا هستند. نکته قابل بحث آن است که تمام ۱۹ واحد کارا دارای بازده به مقایس راست کاهشی هستند. ۱۶ واحد از بین واحد های کارا بازده به مقیاس چپ افزایشی دارند و دو واحد کارای ۱۰ و ۱۳ دارای بازده به مقیاس چپ ثابت می‌باشند. این در حالی است که فقط واحد ششم است که بازده به مقیاس‌های چپ و راست آن کاهشی هستند.

با توجه به اینکه هر یک از این ۱۹ واحد کارا دارای بازده به مقیاس راست کاهشی هستند. بنابراین اگر یکی از این واحدها به‌صورت موضعی مجبور به افزایش متناسب ورودی‌هایش شود در این‌صورت خروجی‌های آن

[DOR: 20.1001.1.22517286.2020.17.1.4.0]

واحد در مقایسه با ورودهایش به نسبت کمتری قابل افزایش‌اند. این نتیجه نشان می دهد که افزایش هزینه‌ها و وجوه نقد منجر به افزایش فروش و افزایش تعداد سهام به نسبت کمتر از هزینه کرد خواهد شد. لذا افزایش ورودی‌ها در هیچ یک از واحدهای کارا پیشنهاد نمی‌شود. از طرف دیگر۱۶ واحدکارا دارای بازده به مقیاس چپ افزایشی هستند. بنابراین اگر یکی از این واحدها به‌صورت موضعی مجبور به کاهش متناسب ورودی‌هایش شود در این‌صورت خروجی‌های آن واحدها در مقایسه با ورودهایش به نسبت بیشتری قابل کاهش‌اند. این نشان می‌دهد که اگر سرمایه و هزینه را کاهش دهیم نسبت کاهش فروش بیشتر از کاهش هزینه است که مقرون به صرفه نمی‌باشد. با توجه به دو تحلیل بالا ۱۶ شرکت کارا هستند که هیچ یک از سیاست‌های انقباضی یا انبساطی قابل اعمال روی آنها نمی‌باشد و اگر به هر دلیلی مجبور به کاهش یا افزایش ورودی‌ها شوند انتظار داریم که نسبت کاهش یا افزایش خروجی‌ها بیشتر باشد که هیچ یک از این شرایط خوشایند شرکت‌ها نخواهد بود. به عبارت دیگر ثبات عملکرد در این شرکت‌ها بهترین تصمیم اقتصادی است. بنابراین اگر شرایط حاکم بر بازار، یکی از شرکت‌های این دسته را مجبور به تغییر متناسب ورودی‌هایش کند دراین‌صورت وضعیت جدیدی که این شرکت ها درآن قرار می گیرند از وضعیت قبلی بدتر خواهد بود.

در خصوص واحدهای ۱۰ و ۱۳ که بازده به مقیاس‌های چپ ثابت و راست کاهشی دارند واضح است که سیاست‌های انبساطی به هیچ وجه مناسب این دو شرکت نیست اما اگر به هر دلیلی مجبور به کاهش سرمایه و هزینه شوند نسبت کاهش فروش و تعداد سهام ثابت باقی می‌ماند و بنابر این در این شرایط وضعیت بدتر نخواهد شد و نگرانی بابت این نوع تغییرات در بازار وجود ندارد. در مورد افزایش ورودی‌های واحد ۶ و تاثیر آن بر تغییرات خروجی در بالا بحث شد. اما در خصوص کاهش ورودی‌های واحد ۶ و تاثیر آن بر کاهش خروجی‌ها، بر این اساس که این واحد دارای بازده با مقیاس چپ کاهشی می‌باشد نسبت این تاثیر کمتر خواهد بود. به عبارت دیگر اعمال سیاست‌های انقباضی به هر دلیل باعث نگرانی مدیران این شرکت نخواهد شد. زیرا نسبت کاهش فروش و تعداد سهام کمتر از کاهش در هزینه‌ها و وجوه نقد شرکت است. لذا به نظر می‌رسد این شرکت که شرکت پارس خزر است در شرایطی که با منابع مالی کم‌تری روبه‌رو باشد وضعیتش در بازار بورس نه تنها بدتر نمی‌شود که بهتر نیز خواهد شد. لذا می‌توان پیشنهاد کرد که شرکت پارس خزر بعضی از سرمایه‌اش را در جای دیگر هزینه کند یا هزینه‌هایش را می‌تواند کاهش دهد بدون اینکه نگران موقعیتش در بازار بورس باشد.

ستون انتهایی جدول ۶ خلاصه تحلیل‌های فوق در خصوص نتایج اعمال سیاست های انبساطی و انقباضی بر روی ۱۹ شرکت کارا در بورس تهران را نشان می‌دهد. نتایج این ستون که از منظر تحلیل پوششی داده‌ها به‌دست آمد از نظر تئوری اقتصاد خرد نیز قابل توجیه می‌باشد که خود نشان‌دهنده قوت نتایج به‌دست آمده از تحلیل پوششی داده‌ها است. منحنی‌های تولید شامل سه نوع منحنی تولید کل، تولید متوسط و تولید نهایی است. وقتی تولید متوسط در حال افزایش باشد، تولید نهایی از تولید متوسط بیشتر است. وقتی تولید متوسط به میزان حداکثر خود برسد، تولید نهایی با تولید متوسط برابر و وقتی تولید متوسط در حال کاهش باشد، تولید نهایی کمتر از تولید متوسط است. یک سیستم در مرحله اول چون تولید متوسط افزایشی است، تولید نمی‌کند؛ همچنین در مرحله سوم نیز چون تولید نهایی کاهشی است، تولید نمی‌کند. در مرحله سوم حتی اگر عامل متغیر مجانی نیز باشد،

[DOR: 20.1001.1.22517286.2020.17.1.4.0]

سیستم تولیدی تا جایی منابع و نیروی انسانی استفاده می‌کند که تولید نهایی برابر با صفر یا تولید کل حداکثر گردد. بنابراین تولید فقط در مرحله دوم صورت می‌گیرد که به مرحله اقتصادی تولید نیز معروف می‌باشد. در این مرحله بازده به مقیاس کاهشی است.

۵ نتیجه‌گیری و پیشنهادها

در این مقاله دو مدل برنامه‌ریزی خطی برای ارزیابی عملکرد و بازده به مقیاس‌های چپ و راست در تحلیل پوششی داده‌ها ارایه شد. مزیت اصلی این روش در خطی بودن هر دو مدل پیشنهادی می‌باشد در حالی که مدل‌های قبلی برای تعیین بازده به مقیاس‌های چپ و راست مشکل نشدنی بودن یا غیرخطی بودن یا پارامتریک بودن را داشتند. علاوه بر این با حل یک مدل، تحلیل بازده به مقیاس چپ و با مدل دیگر تحلیل بازده به مقیاس راست را می‌توان انجام داد. نتایج به‌دست آمده از تعیین بازده به مقیاس‌های چپ و راست شرکت‌های بورس تهران در سال ۱۳۹۵ نشان می‌دهد که مدل‌ها به راحتی قابل کاربرد به منظور تحلیل اعمال سیاست های انقباضی و انبساطی در شرکت های بورس هستند. این تحلیل‌ها کمک می‌کنند تا قبل از اعمال این سیاست‌ها، بتوان تصویر درستی از نتایج آنها بر عملکرد شرکت‌ها داشت. به این معنی که اگر هدف یک شرکت توسعه امکانات و منابع به منظور دستیابی به سود بیشتر باشد قبل از انجام این توسعه می‌توان نتیجه آن را پیش‌بینی کرد و در صورت مثبت بودن نتیجه اقدام به توسعه نمود یا بلعکس در صورت منفی بودن نتایج از انجام آن خودداری کرد که این امر گاها باعث جلوگیری از خسارت‌های جبران‌ناپذیر می‌شود. همچنین اگر یک شرکت با توجه به سیاست‌های روز، شرایط بازار و یا اتفاقات پیش‌بینی نشده مجبور به کم کردن منابع و امکانات باشد روش ذکرشده در این مقاله می‌تواند در خصوص نتایج این محدودیت بر خروجی‌های سیستم قضاوت کند. پیشنهاد می‌شود تا با تجمیع اطلاعات شرکت‌ها از سال ۸۸ تا امروز به صورت داده‌های تصادفی و توسعه مدل‌های پیشنهادی این مقاله به مدل‌های نادقیق تصادفی، به تحلیل دقیق‌تری از بازده به مقیاس آنها دست یافت.

منابع

[۲۱] سینایی، ح.، گشتاسبی مهارلویی، ر.، (۱۳۹۱). ارزیابی کارایی و عملکرد نسبی شرکت ها با رویکرد تحلیل پوششی داده‌ها به منظور تشکیل سبد سهام. مجله دانش حسابداری، ۳(۱۱)، ۱۳۲-۱۰۵.

[۲۲] یوسفی زنوز، ر.، راجی، س.، (۱۳۹۶). بررسی کارایی مالی شرکت‌های دارویی پذیرفته شده در بورس اوراق بهادار تهران با استفاده از مدل ترکیبی تحلیل پوششی داده‌ها و کارت امتیازی متوازن. فصلنامه مهندسی تصمیم، ۵، ۶۵-۳۳.

[۲۴] امیری، م.، بامدادصوفی، ج.، منصوری محمدآبادی، س.، (۱۳۹۷). ارایه مدل ارزیابی عملکرد واحدهای تصمیم‌گیری با رویکرد تحلیل پوششی داده‌ها با وزن‌های مشترک (مورد مطالعه: شرکت‌های غذایی و آشامیدنی پذیرفته‌شده در سازمان بورس و اوراق بهادار. مجله تحقیق در عملیات در کاربردهای آن (ریاضی کاربردی سابق)، ۱۵(۱)، ۱۸-۱.

[۲۵] رهنما رودپشتی، ف.، امینی، م.ر.، شمسی، ح.، رضائی ، م.، (۱۳۹۸). طراحی شاخص ترکیبی ریسک در بانک ها- رویکرد تحلیل پوششی داده‌های چندلایه (مورد مطالعه: بانک های عضو بورس اوراق بهادار تهران). مجله تحقیق در عملیات در کاربردهای آن (ریاضی کاربردی سابق)، ۱۶(۲)، ۱۱۳-۹۷.

[DOR: 20.1001.1.22517286.2020.17.1.4.0]

[1] Charnes, A., Cooper, W. W., Rhodes, E., (1978). Measuring the efficiency of decision making units. European Journal of Operation Research, 2, 429-444.
[2] Banker, R. D., Charnes, A., Cooper, W.W., (1984). Some models for estimating technical and scale inefficiencies in data envelopment analysis. Management Science, 30, 1078–1092.
[3] Krivonozhkoa, V. E., Lycheva, A. V. , Førsund, F. R., (2017) Measurement of Returns to Scale in Radial DEA Models, Computational Mathematics and Mathematical Physics, 57(1), 83-93.
[4] Banker, R. D., (1984). Estimating most productive scale size using data envelopment analysis. European Journal of Operation Research, 17, 35–44.
[5] Banker, R. D., Chang, H., Cooper, W. W., (1996). Equivalence and implementation of alternative methods for determining returns to scale in data envelopment analysis. European Journal of Operational Research, 89, 473-481.
[6] Fare, R., Grosskopf, S., Lovell, C. A. K., (1994). Production Frontiers. Cambridge University Press.
[7] Khodabakhshi, M. Gholami,Y., Kheirollahi, H., (2010). An additive model approach for estimating returns to scale in imprecise data envelopment analysis. Applied Mathematical Modelling, 34, 1247–1257.
[8] Jahanshahloo, G. R., Soleimani-damaneh, M., (2004). Estimating returns-to-scale in data envelopment analysis: a new procedure. Applied Mathematics and Computation, 150 (1), 89-98.
[9] Zarepisheh, M., Soleimani-damaneh, M., Pourkarimi, L., (2006). Determination of returns to scale by CCR formulation without chasing down alternative optimal solutions. Applied Mathematics Letters, 19(9), 964-967.
[10] Hosseinzadeh Lotfi, F., Jahanshahloo, G. R., Esmaeili, M., (2007). An alternative approach in the estimation of returns to scale under weight restrictions. Applied Mathematics and Computation, 189(1), 719-724.
[11] Fukuyama, H., Matousek, R., (2011). Efficiency of Turkish banking: Two-stage network system. Variable returns to scale model. Journal of International Financial Markets, Institutions and Money, 21(1), 75-91.
[12] Banker, R. D., Thrall, R. M., (1992). Estimation of returns to scale using data envelopment analysis. European Journal of Operational Research, 62, 74–84.
[13] Golany, B., Yu, G., (1997). Estimating returns to scale in DEA. European Journal of Operational Research, 103, 28–37.
[14] Jahanshahloo, G.R., Soleimani-damaneh, M., Rostamy-malkhalifeh, M., (2005). An enhanced procedure for estimating returns-to-scale in DEA. Applied Mathematics and Computation, 171(2), 1226-1238.
[15] Zarepisheh, M., Soleimani-damaneh, M., (2009). A dual simplex-based method for determination of the right and left returns to scale in DEA. European Journal of Operational Research, 194(2), 585-591.
[16] Podinovski, V. V., Førsund, F. R., Krivonozhko, V. E., (2009). A simple derivation of scale elasticity in data envelopment analysis. European Journal of Operational Research, 197(1), 149-153.
[17] Eslami, R., Khoveyni, M., (2013). Right and left returns to scales in data analysis, Determining type and measuring value. Computers & Industrial Engineering, 65(3), 500–508.
[18] Allahyar, M., Rostamy-Malkhalifeh, M., (2014). An improved approach for estimating returns to scale in DEA. Bulletin of the Malaysian Mathematical Sciences Society, 37(4), 1185–1194.
[19] Omidi, M., Rostamy-Malkhalifeh, M., Payan, A., Hosseinzadeh Lotfi, F., (2019) Estimation of Overall Returns to Scale (RTS) of a Frontier Unit Using the Left and Right RTS, Computational Economics, 53(2), 633-655.
[20] Mirbolouki, M., Allahyar, M., (2019). A parameter-free approach for estimating the quality and quantity of the right and left returns to scale in Data Envelopment Analysis, Expert systems with Applications, 125, 170-180.
[23] Mirdamadian, B. S., Shirouyehzad, H., Rajabi, M., (2016). Performance evaluation of top 50 companies of Tehran Stock Exchange based on identified indices in 2012. International Journal of Productivity and Quality Management, 18(1), 19-33.

[DOR: 20.1001.1.22517286.2020.17.1.4.0]