

## ارایه مدل جدید هدف گذاری در محیط تصمیم گیری متمرکز با ساختار شبکه‌ای چندمولفه‌ای

علیرضا امیر تیموری<sup>۱</sup>، منصور صوفی<sup>۲\*</sup>

۱- استاد، گروه ریاضی، واحد رشت، دانشگاه آزاد اسلامی، رشت، ایران

۲- استادیار، گروه مدیریت صنعتی، واحد رشت، دانشگاه آزاد اسلامی، رشت، ایران

رسید مقاله: ۲۷ دی ۱۳۹۵

پذیرش مقاله: ۱ شهریور ۱۳۹۶

### چکیده

این تحقیق به دنبال توسعه‌ی مدل‌های برنامه‌ریزی تخصیص منابع و اهداف در محیط تصمیم‌گیری متمرکز با ساختار شبکه‌ای چند مولفه‌ای موازی در یک مطالعه‌ی موردی است. در چنین محیطی مساله‌ی برنامه‌ریزی تخصیص منابع و اهداف، تعیین میزان ورودی و خروجی هر یک از واحدهای تصمیم‌گیری در دست‌یابی به اهداف کلان سیستم است به گونه‌ای که اندازه‌ی بزرگی واحدها در نظر گرفته شود و کارایی مولفه‌ها و کل سیستم رو به بهبود باشد. برای طراحی چنین مدلی واحدهای استانی دانشگاه آزاد اسلامی مورد مطالعه قرار گرفتند و در نهایت با استفاده از برنامه‌ریزی خطی چند هدفه مبتنی بر تحلیل پوششی داده‌ها، مدلی طراحی گردید که ضمن افزایش کارایی واحدهای استانی و دانشگاه آزاد اسلامی با شش ورودی و هشت خروجی، دو ورودی غیرقابل کنترل و خروجی نامطلوب، منجر به تخصیص منابع و تعیین اهداف کمی متناسب با اندازه بزرگی واحدها شود.

**واژه‌های کلیدی:** برنامه‌ریزی تخصیص منابع و اهداف، تحلیل پوششی داده‌ها، برنامه‌ریزی خطی چند هدفه، سیستم‌های تولیدی / خدماتی چند مولفه‌ای موازی.

### ۱ مقدمه

برنامه‌ریزی تولید را می‌توان به عنوان یک فرآیند سلسله مراتبی در نظر گرفت. سلسله مراتب عملیات برنامه‌ریزی و کنترل در تولید که از منشور شرکت آغاز شده و به سمت جنبه‌های زمان حقیقی و بلادرنگ گسترش می‌یابد [۱]. از طرفی عملکرد یک سیستم تحت تأثیر عوامل گوناگونی قرار دارد و مؤسسات تولیدی با استفاده از ابزارهای مختلف به دنبال بهبود بخشیدن به آن می‌باشند. بسیاری از سازمان‌ها برای تحقق این امر راه‌های اشتباه را

\*- عهده‌دار مکاتبات

آدرس الکترونیکی: msoufi45@gmail.com

پیموده و برای افزایش عملکرد خود به جای پرداختن به بهره‌وری، به کارایی تولید آن هم به صورت بهینه‌سازی محلی توجه می‌نمایند و اثربخشی سیستم را فدای کارایی می‌نمایند [۲]. اتخاذ چنین تصمیماتی عملکرد سیستم را ارتقا نمی‌بخشد و با ایجاد رشد ناموزون احتمال عدم انطباق سازمان را با تغییرات محیط کلان و متعاقب آن محیط برنامه‌ریزی تولید افزایش داده و دسترسی به اهداف اصلی سازمانی (بقا، توسعه، رقابت) را دستخوش خطر می‌نمایند [۳]. با توجه به اینکه امروزه توجه به تولید، فرآیندهای آن و کارایی سیستم‌های گوناگون تولیدی به صورت چشم‌گیری افزایش یافته است، مقالات و نوشته‌های زیادی به این مباحث اختصاص یافته که میزان تقاضای فعالیت علمی را برای بررسی محیط تولیدی مناسب بر اجرای سیستم‌های مدیریت تولید طلب می‌نماید. در این تحقیق به صورت تخصصی برای ارایه یک مدل برنامه‌ریزی، تأثیر انطباق محیط برنامه‌ریزی تولید با روش برنامه‌ریزی تخصیص منابع و اهداف که یکی از مهم‌ترین اجزای سیستم تولیدی می‌باشد مورد توجه قرار می‌گیرد [۴]. تحلیل پوششی داده‌ها، رویکردی برای سنجش کارایی نسبی مجموعه‌ای از واحدهای مشابه است که معمولاً با عنوان واحد تصمیم‌گیرنده شناخته می‌شود و چندین ورودی و چندین خروجی دارد. در حالی که تحلیل پوششی داده‌های استاندارد، یک فرایند ساده را مورد توجه قرار می‌دهد که در آن مصرف ورودی‌ها باعث تولید خروجی‌ها می‌شود، تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای یک توالی از فرایندها را مورد توجه قرار می‌دهد که هر کدام از آنها مجموعه ورودی‌های خود را مصرف می‌نمایند تا مجموعه خروجی‌های خود را تولید کند. خروجی‌های یک مرحله از فرایند که به عنوان ورودی‌های مرحله بعد مورد استفاده قرار می‌گیرد، واسطه نامیده می‌شود [۵]. کورنون و سیرجانن [۶] رویکردی برای حل مسایل تخصیص منابع در محیط‌های تصمیم‌گیری متمرکز ارایه نمودند. جهانشاهلو و همکاران [۷] از یک مثال عددی برای نشان دادن اینکه اصل حداقلی پارتو در رویکرد کوک و کریس [۸] نقض شدنی است، استفاده کردند و تنها از یک فرمول ساده برای تخصیص هزینه، بدون حل مسایل برنامه‌ریزی خطی بهره بردند. لوزانو و ویلا [۹] بیان داشتند که در سناریوهای سازمانی که یک تصمیم‌گیرنده متمرکز، "مالک" یا ناظر بر همه واحدهای عملیاتی است، حداکثرسازی کارایی واحدها همزمان با حداقل‌سازی مصرف ورودی‌ها و حداکثرسازی تولید خروجی‌ها مورد توجه است. در مقاله آن‌ها دو مدل جدید تحلیل پوششی داده‌ها برای هر تخصیص منبع ارایه شده است. گومز و ویلا [۱۰] یک مدل هیبریدی مبتنی بر تحلیل پوششی داده‌ها را برای تخصیص منابع مورد استفاده قرار دادند. آن‌ها از مدل ZSG-DEA<sup>۱</sup> ارایه شده در مقاله [۱۱] لینز و همکاران و الگوریتم متوالی تخصیص منابع سوارس و همکاران [۱۲] استفاده کردند. لی و همکاران [۱۳] رابطه میان هزینه‌های تخصیص داده شده و امتیاز کارایی را بررسی نمودند و یک رویکرد مبتنی بر تحلیل پوششی داده‌ها برای تخصیص هزینه ثابت میان واحدهای تصمیم‌گیرنده مختلف ارایه کردند. امیر تیموری و تبار [۱۴] یک رویکرد عملی برای تخصیص هزینه‌های ثابت یا منابع، بین مجموعه‌ای از واحدهای تصمیم‌گیرنده ارایه کردند. ملونی و همکاران [۱۵] یک مدل پارامتریک تحلیل پوششی داده‌ها با نام مدل مرزی بیضوی<sup>۲</sup> برای تخصیص ورودی‌ها ارایه دادند. آن‌ها با فرض وجود یک هدلولی از پیش تعریف شده از نقاطی که مرز تحلیل

<sup>1</sup>Zero Sum Gains DEA model

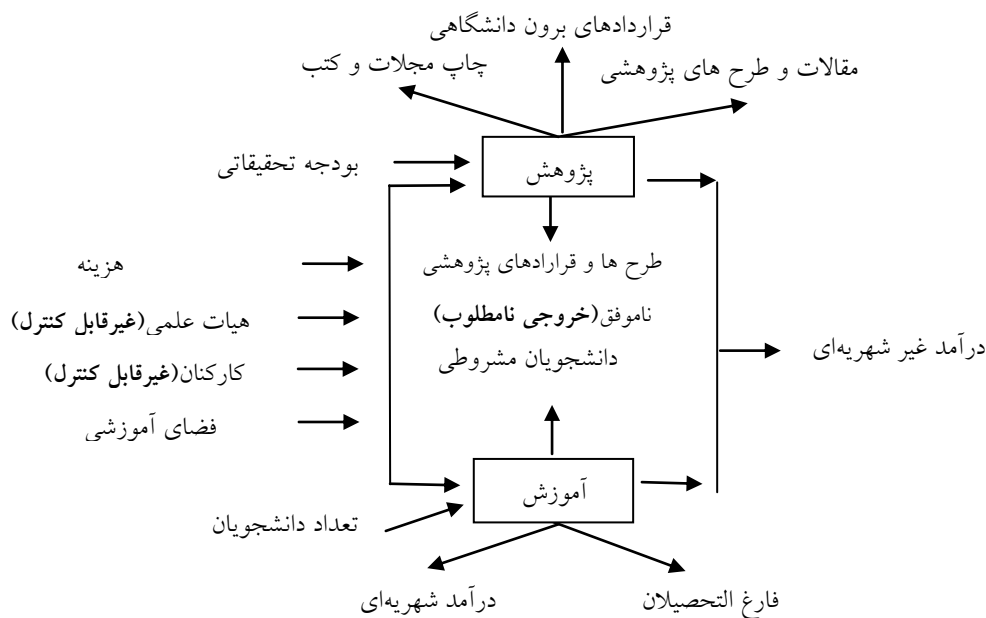
<sup>2</sup>Ellipsoidal Frontier Model

پوششی داده‌ها را مشخص می‌کنند، مساله تخصیص بخش‌های یک خروجی ثابت جدید به گروهی از واحدهای تصمیم‌گیری‌ها را مورد بررسی قرار دادند. لین [۱۶] روش‌های جدید مبتنی بر تحلیل پوششی داده‌ها را برای تخصیص هزینه‌های ثابت و توزیع درآمد مشترک میان واحدهای تصمیم‌گیری ارایه نمود، به طوری که کارایی نسبی همه آن‌ها بدون تغییر باقی بماند. حسین زاده لطفی و همکاران [۱۷] تخصیص منابع متمرکز تصادفی را برای تخصیص منابع متمرکز که در آن ورودی‌ها و خروجی‌ها مقادیر تصادفی دارند، ارایه نمودند. سیلوا و ملونی [۱۸] مدل ASF-M-LP را بر اساس فرض "شکل کروی از پیش تعریف شده از مرز کارایی" برای تخصیص منابع معرفی کردند. مدل آن‌ها به این مساله توجه دارد که تخصیص عادلانه ورودی‌ها، تخصیصی است که کارایی-های CCR را حداکثر سازد. مارمولینرو و همکاران [۱۹] نسخه ساده شده‌ای از مدل لوزانو و ویلا [۹] را برای تخصیص منابع در سازمان‌های دارای محیط تصمیم‌گیری متمرکز ارایه دادند. حسین زاده لطفی و همکاران [۲۰] یک مکانیزم تخصیص مبتنی بر رویکرد وزن‌های ثانویه مشترک ارایه نمودند. وو و همکاران [۲۱] چند مدل جدید تحلیل پوششی داده‌ها ارایه کردند که عوامل اقتصادی و محیطی را در تخصیص منابع معین در نظر می‌گیرد. در رویکرد آن‌ها، سه سناریو از منابع معین و دو سناریو از تابع هدف در نظر گرفته شده است. لی و همکاران [۲۲] از تکنیک تحلیل پوششی داده‌ها برای حل مساله تخصیص یک هزینه ثابت بین مجموعه‌ای از واحدهای تصمیم‌گیری متجانس، به شیوه‌ای عادلانه، استفاده کردند. سی و همکاران [۲۳] رابطه بین روش اشتراک‌گذاری متناسب و تحلیل پوششی داده‌ها را در حل مساله تخصیص هزینه‌های ثابت مورد بررسی قرار دادند. ورمز و همکاران [۲۴] بر اساس کار بوگیتوفت [۲۵]، رویکرد جدیدی برای اندازه‌گیری عملکرد هر یک از واحدهای تصمیم‌گیری و برنامه‌ریزی متمرکز منابع ارایه نمودند. فنگگ [۲۶] یک مدل عمومی تخصیص منبع متمرکز ارایه داد که مدل‌های لوزانو و ویلا [۹] و اسمیلد و همکاران [۲۷] را در قالب مدلی عمومی‌تر بسط می‌دهد. مدل آن‌ها متغیرهای ورودی غیرقابل تعدیل و متغیرهای خروجی غیر قابل تبدیل را در مدل‌سازی دخالت می‌دهد.

کیوون و لی [۲۸] از مدل دو مرحله‌ای برای ارزیابی بانک‌های ایالات متحده استفاده نمودند. شفییعی و همکاران [۲۹] از تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای برای ارزیابی عملکرد زنجیره‌ی تامین استفاده کردند. آزادی و همکاران [۳۰] با استفاده از تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای دو مرحله‌ای به برنامه‌ریزی نواحی امکان‌پذیر برای تهیه‌کنندگان حمل و نقل عمومی در زنجیره‌ی تامین سبز پرداختند. لپیتیت و نزونگن [۳۱] از تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای چندمرحله‌ای برای ارزیابی ثبات مالی یا توسعه‌ی فقر در بانک‌های روستایی کامرون استفاده کردند. ویگمنز و دکر [۳۲] مدل تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای دو مرحله‌ای را برای ایجاد یک شرکت الگوی تولیدکننده‌ی دستگاه‌های عمق‌سنج در بنادر هامبورگ توسعه دادند. دبستانی و همکاران [۳۳] برای خوشه‌بندی ابعاد کیفیت خدمات، مدل تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای سری را طراحی نمودند.

مقالات بسیاری در زمینه تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای منتشر شده است؛ ولی اغلب آن‌ها ساختارهای داخلی با فرآیندهای سری دو مرحله‌ای را بررسی کرده‌اند. در حالی که در سازمان‌هایی مانند دانشگاه‌ها، فرآیندها به صورت موازی است و ورودی‌هایی هم هستند که غیرقابل کنترل می‌باشند. دانشگاه آزاد اسلامی که از ساختار

مدیریتی متمرکز برخوردار است، هر ساله اهدافی کمی برای واحدهای (شعبات) تحت پوشش خود تعیین و ابلاغ می‌نماید. این دانشگاه برای کسب مدارج بالاتر در مجامع بین المللی و ایران، چشم‌اندازی در افق ۱۴۰۴ در دو برنامه‌ی ۱۰ ساله تدوین نموده است، آنچه که مدیریت دانشگاه بیش از پیش بر آن صحنه گذارده است جهانی شدن و کسب رتبه بر اساس استانداردهای جهانی است. بر اساس این دیدگاه، باید اهداف کمی شده‌ای برای واحدهای دانشگاهی در نظر گرفت تا متناسب با آن، منابع تخصیص یابند. ساختار دانشگاه همانند سیستم‌های تولیدی چند مولفه‌ای است که در شکل ۱ مشاهده می‌شود. با توجه به اینکه برنامه‌ریزی تخصیص منابع و هدف-گذاری و به ویژه محیط برنامه‌ریزی، از جمله ارکان اساسی مدیریت تولید و عملیات است و تمامی واحدهای تولیدی/خدماتی برای نیل به اهداف خود می‌باید در افق زمانی کوتاه مدت، میان مدت و بلند مدت دارای استراتژی و برنامه‌های مشخصی باشند، این پژوهش درصدد است تا بر اساس مدل‌های برنامه‌ریزی آرمانی برای کلیه واحدهای تولیدی مشابه، ضرایب تخصیصی مبتنی بر اندازه‌ی واحدها تعیین و انحراف از آرمان آن‌ها را به حداقل برساند، با این محدودیت که کارایی واحدها افزایش یابد. پیش از این مدل سنجش کارایی واحدهای دانشگاهی و در نتیجه کل دانشگاه به عنوان گام نخست، طراحی و اجرا گردیده بود (محقق و همکاران، ۱۳۹۵)، در این مقاله با استفاده از تحلیل پوششی داده‌ها، مساله برنامه‌ریزی تخصیص منابع و هدف گذاری از دیدگاه بهره‌وری و کارایی در واحدهای دانشگاه آزاد اسلامی مورد بررسی قرار می‌گیرد.



شکل ۱. شاخص‌های ورودی و خروجی همراه با خروجی‌های نامطلوب و ورودی‌های غیر قابل کنترل (محقق و همکاران، ۱۳۹۵)

## ۲ مدل تخصیص منابع و اهداف در سیستم‌های تولید چندمولفه‌ای با خروجی نامطلوب و ورودی غیر قابل کنترل

فرض کنید مجموعه‌ای از  $n$  واحد تصمیم‌گیرنده چندمولفه‌ای وجود دارد که هر یک از آنها با  $DMU_j$  ( $j=1, 2, \dots, n$ ) نشان داده می‌شود. به‌علاوه  $\bar{x}_{zj}^{(si)}$  ورودی غیر قابل کنترل مشترک  $z$  ام واحد  $j$ ،  $\bar{y}_{tj}^{(i)}$  خروجی نامطلوب مستقل  $t$  ام واحد  $j$ ،  $y_{rj}^{(i)}$  خروجی مستقل  $r$  ام واحد  $j$ ،  $y_{kj}^{(si)}$  خروجی مشترک  $k$  ام واحد  $j$ ،  $x_{dj}^{(i)}$  ورودی مستقل  $d$  ام واحد  $j$  و  $x_{pj}^{(si)}$  ورودی مشترک  $p$  ام واحد  $j$  باشد. بر اساس مدل (۱)، کارایی CCR هر یک از واحدهای تحت ارزیابی را می‌توان با استفاده از مدل زیر محاسبه نمود:

$$E_o^{(a)} = \frac{\sum_{r=1}^s u_r^{(i)} y_{ro}^{(i)} + \sum_{k=1}^K u_k^{(si)} (\beta_i y_{ko}^{(si)}) - \sum_{z=1}^Z \rho_z^{(si)} (\gamma_i \bar{x}_{zo}^{(si)})}{\sum_{d=1}^D v_d^{(i)} x_{do}^{(i)} + \sum_{p=1}^P v_p^{(si)} (\alpha_i x_{po}^{(si)}) + \sum_{t=1}^T w_t^{(i)} \bar{y}_{to}^{(i)}}$$

$$s.t. \frac{\sum_{r=1}^s u_r^{(i)} y_{rj}^{(i)} + \sum_{k=1}^K u_k^{(si)} (\beta_i y_{kj}^{(si)}) - \sum_{z=1}^Z \rho_z^{(si)} (\gamma_i \bar{x}_{zj}^{(si)})}{\sum_{d=1}^D v_d^{(i)} x_{dj}^{(i)} + \sum_{p=1}^P v_p^{(si)} (\alpha_i x_{pj}^{(si)}) + \sum_{t=1}^T w_t^{(i)} \bar{y}_{tj}^{(i)}} \leq 1,$$

$$\frac{u_r^{(i)} y_{rj}^{(i)} + u_k^{(si)} (\beta_i y_{kj}^{(si)}) - \rho_z^{(si)} (\gamma_i \bar{x}_{zj}^{(si)})}{v_d^{(i)} x_{dj}^{(i)} + v_p^{(si)} (\alpha_i x_{pj}^{(si)}) + w_t^{(i)} \bar{y}_{tj}^{(i)}} \leq 1,$$

$$\sum_{i=1}^b \alpha_i = 1,$$

$$\sum_{i=1}^b \beta_i = 1,$$

$$\sum_{i=1}^b \gamma_i = 1,$$

$$u_r^{(i)}, u_k^{(si)}, \rho_z^{(si)}, v_d^{(i)}, v_p^{(si)}, w_t^{(i)} \geq \varepsilon. \quad (1)$$

- فرض کنید تغییر در ورودی غیر قابل کنترل مشترک  $z$  ام  $G_z$  ( $i=1, \dots, Z$ )، خروجی نامطلوب مستقل  $t$  ام  $\Theta_t$  ( $t=1, \dots, T$ )، خروجی مستقل  $r$  ام  $D_r$  ( $r=1, \dots, s$ )، خروجی مشترک  $k$  ام  $P_k$  ( $k=1, \dots, K$ )، ورودی مستقل  $d$  ام  $F_d$  ( $d=1, \dots, D$ ) و ورودی مشترک  $p$  ام  $C_p$  ( $p=1, \dots, P$ ) قابل پیش‌بینی/تعیین باشد.

- فرض کنید که سهم  $DMU_j$  از تغییر در ورودی غیر قابل کنترل مشترک  $i$  ام  $G_z$  با  $g_{zj}$  نشان داده شود که می‌تواند مثبت یا منفی باشد  $\left( \sum_{j=1}^n g_{zj} = G_z \right)$ ؛ بنابراین، انتظار داریم  $\hat{x}_{zj}^{(si)} = \bar{x}_{zj}^{(si)} + g_{zj}$  ورودی غیر قابل کنترل مشترک  $z$  ام  $DMU_j$  در فصل بعدی تولید باشد

- فرض کنید که سهم DMU<sub>j</sub> از تغییر در خروجی نامطلوب مستقل  $t$  ام  $(\Theta_t)$  با  $\theta_{ij}$  نشان داده شود که می‌تواند مثبت یا منفی باشد  $\left(\sum_{j=1}^n \theta_{ij} = \Theta_t\right)$ ؛ بنابراین انتظار داریم  $\hat{y}_{ij}^{(i)} = \bar{y}_{ij}^{(i)} + \theta_{ij}$  خروجی نامطلوب مستقل  $t$  ام DMU<sub>j</sub> در فصل بعدی تولید باشد.
  - فرض کنید که سهم DMU<sub>j</sub> از تغییر در خروجی مستقل  $r$  ام  $(D_r)$  با  $d_{rj}$  نشان داده شود که می‌تواند مثبت یا منفی باشد  $\left(\sum_{j=1}^n d_{rj} = D_r\right)$ ؛ بنابراین انتظار داریم  $\hat{y}_{rj}^{(i)} = y_{rj}^{(i)} + d_{rj}$  خروجی مستقل  $r$  ام DMU<sub>j</sub> در فصل بعدی تولید باشد.
  - فرض کنید که سهم DMU<sub>j</sub> از تغییر در خروجی مشترک  $k$  ام  $(P_k)$  با  $\rho_{kj}$  نشان داده شود که می‌تواند مثبت یا منفی باشد  $\left(\sum_{j=1}^n \rho_{kj} = P_k\right)$ ؛ بنابراین انتظار داریم  $\hat{y}_{kj}^{(si)} = y_{kj}^{(si)} + \rho_{kj}$  خروجی مشترک  $k$  ام DMU<sub>j</sub> در فصل بعدی تولید باشد.
  - فرض کنید که سهم DMU<sub>j</sub> از تغییر در ورودی مستقل  $d$  ام  $(F_d)$  با  $f_{dj}$  نشان داده شود که می‌تواند مثبت یا منفی باشد  $\left(\sum_{j=1}^n f_{dj} = F_d\right)$ ؛ بنابراین انتظار داریم  $\hat{x}_{dj}^{(i)} = x_{dj}^{(i)} + f_{dj}$  ورودی مستقل  $d$  ام DMU<sub>j</sub> در فصل بعدی تولید باشد.
  - نهایتاً، فرض کنید که سهم DMU<sub>j</sub> از تغییر در ورودی مشترک  $p$  ام  $(C_p)$  با  $c_{pj}$  نشان داده شود که می‌تواند مثبت یا منفی باشد  $\left(\sum_{j=1}^n c_{pj} = C_p\right)$ ؛ بنابراین انتظار داریم  $\hat{x}_{pj}^{(si)} = x_{pj}^{(si)} + c_{pj}$  ورودی مستقل  $p$  ام DMU<sub>j</sub> در فصل بعدی تولید باشد.
- در رویکرد ارایه شده، ورودی‌ها و خروجی‌های دوره بعد تولید باید به صورتی تغییر یابند که کارایی هر یک از واحدها نسبت به کارایی حاضر بهبود پیدا کند؛ بنابراین خواهیم داشت:

$$\frac{\sum_{r=1}^S u_r^{(i)} (y_{rj}^{(i)} + d_{rj}) + \sum_{k=1}^K u_k^{(si)} (\beta_i (y_{kj}^{(si)} + \rho_{kj})) - \sum_{z=1}^Z \rho_z^{(si)} (\gamma_i (\bar{x}_{zj}^{(si)} + g_{zj}))}{\sum_{d=1}^D v_d^{(i)} (x_{dj}^{(i)} + f_{dj}) + \sum_{p=1}^P v_p^{(si)} (\alpha_i (x_{pj}^{(si)} + c_{pj})) + \sum_{t=1}^T w_t^{(i)} (\bar{y}_{tj}^{(i)} + \theta_{tj})} \geq E_j^{(a)},$$

$$\sum_{j=1}^n g_{zj} = G_z,$$

$$\sum_{j=1}^n \theta_{tj} = \Theta_t, \tag{۲}$$

$$\sum_{j=1}^n d_{rj} = D_r,$$

$$\sum_{j=1}^n \rho_{kj} = P_k,$$

$$\sum_{j=1}^n f_{dj} = F_d$$

$$\sum_{j=1}^n c_{pj} = C_p$$

$$\sum_{i=1}^b \alpha_i = 1$$

$$\sum_{i=1}^b \beta_i = 1$$

$$\sum_{i=1}^b \gamma_i = 1$$

$$u_r^{(i)}, u_k^{(si)}, \rho_z^{(si)}, v_d^{(i)}, v_p^{(si)}, w_t^{(i)} \geq \varepsilon$$

$$g_{zj} \geq 0 \text{ when } G_z \geq 0 \quad \& \quad g_{zj} \leq 0 \text{ when } G_z \leq 0$$

$$\theta_{ij} \geq 0 \text{ when } \Theta_t \geq 0 \quad \& \quad \theta_{ij} \leq 0 \text{ when } \Theta_t \leq 0$$

$$d_{rj} \geq 0 \text{ when } D_r \geq 0 \quad \& \quad d_{rj} \leq 0 \text{ when } D_r \leq 0$$

$$\rho_{kj} \geq 0 \text{ when } P_k \geq 0 \quad \& \quad \rho_{kj} \leq 0 \text{ when } P_k \leq 0$$

$$f_{dj} \geq 0 \text{ when } F_d \geq 0 \quad \& \quad f_{dj} \leq 0 \text{ when } F_d \leq 0$$

$$c_{pj} \geq 0 \text{ when } C_p \geq 0 \quad \& \quad c_{pj} \leq 0 \text{ when } C_p \leq 0$$

از آنجایی که  $u_r^{(i)}, u_k^{(si)}, \rho_z^{(si)}, v_d^{(i)}, v_p^{(si)}, w_t^{(i)}$  متغیرهای تصمیم هستند، نامعادله فوق غیرخطی است. چنانچه تغییر متغیر  $\bar{c}_{pj} = v_p^{(si)} c_{pj}$ ،  $\bar{f}_{dj} = v_d^{(i)} f_{dj}$ ،  $\bar{g}_{zj} = \rho_z^{(si)} g_{zj}$ ،  $\bar{\rho}_{kj} = u_k^{(si)} \rho_{kj}$ ،  $\bar{d}_{rj} = u_r^{(i)} d_{rj}$ ،  $\bar{\theta}_{ij} = w_t^{(i)} \theta_{ij}$  را در نامعادله فوق اعمال کنیم، خواهیم داشت:

$$\frac{(\sum_{r=1}^s u_r^{(i)} y_{rj}^{(i)} + \sum_{r=1}^s \bar{d}_{rj}) + (\sum_{k=1}^K u_k^{(si)} \beta_i (y_{kj}^{(si)})) + \sum_{k=1}^K \bar{\rho}_{kj} - (\sum_{z=1}^Z \rho_z^{(si)} \gamma_i (\bar{x}_{zj}^{(si)})) + \sum_{z=1}^Z \bar{g}_{zj}}{(\sum_{d=1}^D v_d^{(i)} x_{dj}^{(i)} + \sum_{d=1}^D \bar{f}_{dj}) + (\sum_{p=1}^P v_p^{(si)} (\alpha_i x_{pj}^{(si)})) + \sum_{p=1}^P \bar{c}_{pj} + (\sum_{t=1}^T w_t^{(i)} \bar{y}_{tj}^{(i)} + \sum_{t=1}^T \bar{\theta}_{tj})} \geq E_j^{(a)} \quad (۳)$$

$$\sum_{j=1}^n \bar{g}_{zj} = \rho_z^{(si)} G_z$$

$$\sum_{j=1}^n \bar{\theta}_{tj} = w_t^{(i)} \Theta_t$$

$$\sum_{j=1}^n \bar{d}_{rj} = u_r^{(i)} D_r$$

$$\sum_{j=1}^n \bar{\rho}_{kj} = u_k^{(si)} P_k$$

$$\sum_{j=1}^n \bar{f}_{dj} = v_d^{(i)} F_d$$

$$\sum_{j=1}^n \bar{c}_{pj} = v_p^{(si)} C_p$$

$$\sum_{i=1}^b \alpha_i = 1$$

$$\sum_{i=1}^b \beta_i = 1$$

$$\sum_{i=1}^b \gamma_i = 1$$

$$u_r^{(i)}, u_k^{(si)}, \rho_z^{(si)}, v_d^{(i)}, v_p^{(si)}, w_t^{(i)} \geq \varepsilon$$

$$\bar{g}_{zj} \geq 0 \text{ when } G_z \geq 0 \quad \& \quad \bar{g}_{zj} \leq 0 \text{ when } G_z \leq 0$$

$$\bar{\theta}_{ij} \geq 0 \text{ when } \Theta_t \geq 0 \quad \& \quad \bar{\theta}_{ij} \leq 0 \text{ when } \Theta_t \leq 0$$

$$\bar{d}_{rj} \geq 0 \text{ when } D_r \geq 0 \quad \& \quad \bar{d}_{rj} \leq 0 \text{ when } D_r \leq 0$$

$$\bar{\rho}_{kj} \geq 0 \text{ when } P_k \geq 0 \quad \& \quad \bar{\rho}_{kj} \leq 0 \text{ when } P_k \leq 0$$

$$\bar{f}_{dj} \geq 0 \text{ when } F_d \geq 0 \quad \& \quad \bar{f}_{dj} \leq 0 \text{ when } F_d \leq 0$$

$$\bar{c}_{pj} \geq 0 \text{ when } C_p \geq 0 \quad \& \quad \bar{c}_{pj} \leq 0 \text{ when } C_p \leq 0$$

فرض کنید که سهم DMU<sub>j</sub> از تغییر در ورودی غیر قابل کنترل مشترک  $z$  ام  $(G_z)$  با  $\Delta_j^z G_z$  ، سهم DMU<sub>j</sub> از تغییر در خروجی نامطلوب مستقل  $t$  ام  $(\Theta_t)$  با  $\Delta_j^t \Theta_t$  ، سهم DMU<sub>j</sub> از تغییر در خروجی مستقل  $r$  ام  $(D_r)$  با  $\Delta_j^r D_r$  ، سهم DMU<sub>j</sub> از تغییر در خروجی مشترک  $k$  ام  $(P_k)$  با  $\Delta_j^k P_k$  ، سهم DMU<sub>j</sub> از تغییر در ورودی مستقل  $d$  ام  $(F_d)$  با  $\Delta_j^d F_d$  و سهم DMU<sub>j</sub> از تغییر در ورودی مشترک  $p$  ام  $(C_p)$  با  $\Delta_j^p C_p$  نشان داده شود. ما  $\Delta_j^z$  ،  $\Delta_j^t$  ،  $\Delta_j^r$  ،  $\Delta_j^k$  ،  $\Delta_j^d$  و  $\Delta_j^p$  را متناسب با پتانسیل واحد، تحت عنوان مقادیر نرمالایز شده درجه بزرگی ورودی‌ها (MSI) و درجه بزرگی خروجی‌ها (MSO) به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

### اندازه بزرگی ورودی‌ها:

• تعریف ۳-۱- اندازه بزرگی  $DMU_o$  از نظر ورودی غیر قابل کنترل مشترک  $z$  ام  $(G_z)$  که با  $MSI_o^z$  نشان داده شده، به عنوان مقدار بهینه تابع هدف برنامه‌ریزی خطی زیر تعریف می‌شود:

$$MSI_o^z = \text{Max} \sum_{z=1}^Z \rho_z^{(si)} x_{zo}^{(si)}$$

s.t.

$$\sum_{z=1}^Z \rho_z^{(si)} x_{zj}^{(si)} \leq 1, \quad (j = 1, \dots, n)$$

$$\rho_z^{(si)} \geq \varepsilon, \quad (z = 1, \dots, Z).$$

(۴)

بر اساس تعریف فوق،  $DMU_o$  از نظر ورودی غیر قابل کنترل مشترک بزرگتر از  $DMU_k$  خواهد بود، اگر و فقط اگر  $MSI_o^z > MSI_k^z$  باشد.

- تعریف ۳-۲- اندازه بزرگی  $DMU_o$  از نظر ورودی مستقل  $d$ م ( $F_d$ ) که با  $MSI_o^d$  نشان داده شده، به عنوان مقدار بهینه تابع هدف برنامه‌ریزی خطی زیر تعریف می‌شود:

$$MSI_o^d = \text{Max} \sum_{d=1}^D v_d^{(i)} x_{do}^{(i)}$$

*s.t.*

$$\sum_{d=1}^D v_d^{(i)} x_{dj}^{(i)} \leq 1 \quad (j = 1, \dots, n)$$

$$v_d^{(i)} \geq \varepsilon, \quad (d = 1, \dots, D).$$
(۵)

بر اساس تعریف فوق،  $DMU_o$  از نظر ورودی مستقل بزرگتر از  $DMU_k$  خواهد بود، اگر و فقط اگر  $MSI_o^d > MSI_k^d$  باشد.

- تعریف ۳-۳- اندازه بزرگی  $DMU_o$  از نظر ورودی غیر قابل کنترل مشترک  $p$ م ( $C_p$ ) که با  $MSI_o^p$  نشان داده شده، به عنوان مقدار بهینه تابع هدف برنامه‌ریزی خطی زیر تعریف می‌شود:

$$MSI_o^p = \text{Max} \sum_{p=1}^P v_p^{(si)} x_{po}^{(si)}$$

*s.t.*

$$\sum_{p=1}^P v_p^{(si)} x_{pj}^{(si)} \leq 1 \quad (j = 1, \dots, n),$$

$$v_p^{(si)} \geq \varepsilon, \quad (p = 1, \dots, P).$$
(۶)

بر اساس تعریف فوق،  $DMU_o$  از نظر ورودی غیر قابل کنترل مشترک بزرگتر از  $DMU_k$  خواهد بود، اگر و فقط اگر  $MSI_o^p > MSI_k^p$  باشد.

### اندازه بزرگی خروجی‌ها:

- تعریف ۳-۴- اندازه بزرگی  $DMU_o$  از نظر خروجی نامطلوب مستقل  $t$ م ( $\Theta_t$ ) که با  $MSO_o^t$  نشان داده شده، به عنوان مقدار بهینه تابع هدف برنامه‌ریزی خطی زیر تعریف می‌شود:

$$MSO_o^t = \text{Max} \sum_{t=1}^T w_t^{(i)} y_{to}^{(i)}$$

s.t.

$$\sum_{t=1}^T w_t^{(i)} y_{tj}^{(i)} \leq 1 \quad (j = 1, \dots, n)$$

$$w_t^{(i)} \geq \varepsilon, \quad (t = 1, \dots, T).$$
(۷)

بر اساس تعریف فوق،  $DMU_o$  از نظر خروجی نامطلوب مستقل بزرگ‌تر از  $DMU_k$  خواهد بود، اگر و فقط اگر  $MSO_o^t > MSO_k^t$  باشد.

- تعریف ۳-۵- اندازه بزرگی  $DMU_o$  از نظر خروجی مستقل  $r$  ام  $(D_r)$  که با  $MSO_o^r$  نشان داده شده، به عنوان مقدار بهینه تابع هدف برنامه‌ریزی خطی زیر تعریف می‌شود:

$$MSO_o^r = \text{Max} \sum_{r=1}^s u_r^{(i)} y_{ro}^{(i)}$$

s.t.

$$\sum_{r=1}^s u_r^{(i)} y_{rj}^{(i)} \leq 1 \quad (j = 1, \dots, n)$$

$$u_r^{(i)} \geq \varepsilon, \quad (r = 1, \dots, s)$$
(۸)

بر اساس تعریف فوق،  $DMU_o$  از نظر خروجی مستقل بزرگ‌تر از  $DMU_k$  خواهد بود، اگر و فقط اگر  $MSO_o^r > MSO_k^r$  باشد.

- تعریف ۳-۶- اندازه بزرگی  $DMU_o$  از نظر خروجی مشترک  $k$  ام  $(P_k)$  که با  $MSO_o^k$  نشان داده شده، به عنوان مقدار بهینه تابع هدف برنامه‌ریزی خطی زیر تعریف می‌شود:

$$MSO_o^k = \text{Max} \sum_{k=1}^K u_k^{(si)} y_{kj}^{(si)}$$

s.t.

$$\sum_{k=1}^K u_k^{(si)} y_{kj}^{(si)} \leq 1 \quad (j = 1, \dots, n)$$

$$u_k^{(si)} \geq \varepsilon, \quad (k = 1, \dots, K).$$
(۹)

به طور مشابه،  $DMU_o$  از نظر خروجی مشترک بزرگ‌تر از  $DMU_k$  خواهد بود، اگر و فقط اگر  $MSO_o^k > MSO_k^k$  باشد برای هر  $DMU$  مقادیر نرمالایز شده ورودی‌ها،  $\Delta_o^z = MSI_o^z / \sum_{j=1}^n MSI_j^z$  و

در نظر گرفته می‌شود، به طوری که رابطه  $\Delta_o^p = MSI_o^p / \sum_{j=1}^n MSI_j^p$  و  $\Delta_o^d = MSI_o^d / \sum_{j=1}^n MSI_j^d$

برای هر DMU مقادیر نرمالایز شده خروجی‌ها،  $\sum_{j=1}^n \Delta_j^z = \sum_{j=1}^n \Delta_j^d = \sum_{j=1}^n \Delta_j^p = 1$  برقرار است.  $\Delta_o^k = MSO_o^k / \sum_{j=1}^n MSO_j^k$  و  $\Delta_o^r = MSO_o^r / \sum_{j=1}^n MSO_j^r$  و  $\Delta_o^t = MSO_o^t / \sum_{j=1}^n MSO_j^t$  در نظر گرفته می‌شود، به طوری که رابطه  $\sum_{j=1}^n \Delta_j^t = \sum_{j=1}^n \Delta_j^r = \sum_{j=1}^n \Delta_j^k = 1$  برقرار است. با توجه به اندازه بزرگی واحدها از نظر ورودی‌ها و خروجی‌ها، ضروری است که حتی‌الامکان اندازه‌های فوق مبنای تخصیص ورودی‌ها و هدف‌گذاری خروجی‌ها باشد. مساله قابل تامل در رابطه با  $\bar{v}_d^{(i)}$ ،  $\bar{v}_p^{(si)}$ ،  $\bar{w}_t^{(i)}$ ،  $\bar{\rho}_z^{(si)}$ ،  $\bar{u}_r^{(i)}$  و  $\bar{u}_k^{(si)}$  آن است که هیچ تضمینی در برآورده شدن معادلات مربوط به آن‌ها در مدل وجود ندارد. در غیاب چنین برنامه‌ای، منطقی است که متغیرهای انحراف از آرمان را برای سطوح کارایی ورودی‌ها و خروجی‌های واحدها تعریف کنیم. فرض کنید:  $\bar{g}_{zj} - \Delta_j^z \rho_z^{(si)} G_z = a_{zj}^+ - a_{zj}^-$ ،  $\bar{\theta}_{ij} = \Delta_j^t w_t^{(i)} \Theta = a_{ij}^+ - a_{ij}^-$ ،  $\bar{d}_{rj} = \Delta_j^r u_r^{(i)} D_r = a_{rj}^+ - a_{rj}^-$ ،  $\bar{\rho}_{kj} = \Delta_j^k u_k^{(si)} P_k = a_{kj}^+ - a_{kj}^-$ ،  $\bar{f}_{dj} = \Delta_j^d v_d^{(i)} F_d = a_{dj}^+ - a_{dj}^-$ ،  $\bar{c}_{pj} = \Delta_j^p v_p^{(si)} C_p = a_{pj}^+ - a_{pj}^-$  باشند. متغیرهای  $a_{zj}^-$ ،  $a_{zj}^+$ ،  $a_{ij}^-$ ،  $a_{ij}^+$ ،  $a_{rj}^-$ ،  $a_{rj}^+$ ،  $a_{kj}^-$ ،  $a_{kj}^+$ ،  $a_{dj}^-$ ،  $a_{dj}^+$ ،  $a_{pj}^-$ ،  $a_{pj}^+$  متغیرهای انحراف نامیده می‌شوند که انحرافات پایین و بالای اهداف را نشان می‌دهند. برای تضمین شدنی بودن مدل و اطمینان از اینکه هر واحد سطح کارایی قبلی خود را حفظ کند، خواهیم داشت:

$$\left[ \left( \sum_{r=1}^s u_r^{(i)} y_{rj}^{(i)} + \sum_{r=1}^s \bar{d}_{rj} \right) + \left( \sum_{k=1}^K u_k^{(si)} \beta_i \left( y_{kj}^{(si)} \right) + \sum_{k=1}^K \bar{\rho}_{kj} \right) - \left( \sum_{z=1}^Z \rho_z^{(si)} \gamma_i \left( \bar{x}_{zj}^{(si)} \right) + \sum_{z=1}^Z \bar{g}_{zj} \right) \right] - E_j^{(a)} \left[ \left( \sum_{d=1}^D v_d^{(i)} x_{dj}^{(i)} + \sum_{d=1}^D \bar{f}_{dj} \right) + \left( \sum_{p=1}^P v_p^{(si)} \left( \alpha_i x_{pj}^{(si)} \right) + \sum_{p=1}^P \bar{c}_{pj} \right) + \left( \sum_{t=1}^T w_t^{(i)} \bar{y}_{tj}^{(i)} + \sum_{t=1}^T \bar{\theta}_{tj} \right) \right] \geq 0 \quad (10)$$

$$\left[ \left( \sum_{r=1}^s u_r^{(i)} y_{rj}^{(i)} + \sum_{r=1}^s \bar{d}_{rj} \right) + \left( \sum_{k=1}^K u_k^{(si)} \beta_i \left( y_{kj}^{(si)} \right) + \sum_{k=1}^K \bar{\rho}_{kj} \right) - \left( \sum_{z=1}^Z \rho_z^{(si)} \gamma_i \left( \bar{x}_{zj}^{(si)} \right) + \sum_{z=1}^Z \bar{g}_{zj} \right) \right] - E_j^{(a)} \left[ \left( \sum_{d=1}^D v_d^{(i)} x_{dj}^{(i)} + \sum_{d=1}^D \bar{f}_{dj} \right) + \left( \sum_{p=1}^P v_p^{(si)} \left( \alpha_i x_{pj}^{(si)} \right) + \sum_{p=1}^P \bar{c}_{pj} \right) + \left( \sum_{t=1}^T w_t^{(i)} \bar{y}_{tj}^{(i)} + \sum_{t=1}^T \bar{\theta}_{tj} \right) \right] = b_j^+ - b_j^-$$

$$\bar{g}_{zj} - \Delta_j^z \rho_z^{(si)} G_z = a_{zj}^+ - a_{zj}^-$$

$$\bar{\theta}_{ij} = \Delta_j^t w_t^{(i)} \Theta = a_{ij}^+ - a_{ij}^-$$

$$\bar{d}_{rj} = \Delta_j^r u_r^{(i)} D_r = a_{rj}^+ - a_{rj}^-$$

$$\bar{\rho}_{kj} = \Delta_j^k u_k^{(si)} P_k = a_{kj}^+ - a_{kj}^-$$

$$\bar{f}_{dj} = \Delta_j^d v_d^{(i)} F_d = a_{dj}^+ - a_{dj}^-$$

$$\bar{c}_{pj} = \Delta_j^p v_p^{(si)} C_p = a_{pj}^+ - a_{pj}^-$$

$$\sum_{i=1}^b \alpha_i = 1$$

$$\sum_{i=1}^b \beta_i = 1$$

$$\sum_{i=1}^b \gamma_i = 1$$

$$u_r^{(i)}, u_k^{(si)}, \rho_z^{(si)}, v_d^{(i)}, v_p^{(si)}, w_t^{(i)} \geq \varepsilon$$

$$\bar{g}_{zj} \geq 0 \text{ when } G_z \geq 0 \quad \& \quad \bar{g}_{zj} \leq 0 \text{ when } G_z \leq 0$$

$$\bar{\theta}_{ij} \geq 0 \text{ when } \Theta_t \geq 0 \quad \& \quad \bar{\theta}_{ij} \leq 0 \text{ when } \Theta_t \leq 0$$

$$\bar{d}_{rj} \geq 0 \text{ when } D_r \geq 0 \quad \& \quad \bar{d}_{rj} \leq 0 \text{ when } D_r \leq 0$$

$$\bar{\rho}_{kj} \geq 0 \text{ when } P_k \geq 0 \quad \& \quad \bar{\rho}_{kj} \leq 0 \text{ when } P_k \leq 0$$

$$\bar{f}_{dj} \geq 0 \text{ when } F_d \geq 0 \quad \& \quad \bar{f}_{dj} \leq 0 \text{ when } F_d \leq 0$$

$$\bar{c}_{pj} \geq 0 \text{ when } C_p \geq 0 \quad \& \quad \bar{c}_{pj} \leq 0 \text{ when } C_p \leq 0$$

اولین نامعادله فوق تضمین می‌کند که سطح کارایی هر واحد حفظ شود یا بهبود یابد و دومین نامعادله موجب انتقال کارایی به سمت ۱ می‌شود. با توجه به مطالب فوق، مدل MOLP زیر به دنبال حداقل سازی انحرافات از آرمان‌ها، برای هدف گذاری ورودی‌ها و خروجی‌ها در سیستم‌های چند مولفه‌ای ارایه می‌شود:

$$\begin{aligned} & \text{Min} \sum_{j=1}^n [b_j^+ - b_j^-] \\ & \text{Min} \sum_{z=1}^Z \sum_{j=1}^n [a_{zj}^+ - a_{zj}^-] \\ & \text{Min} \sum_{t=1}^T \sum_{j=1}^n [a_{tj}^+ - a_{tj}^-] \\ & \text{Min} \sum_{r=1}^s \sum_{j=1}^n [a_{rj}^+ - a_{rj}^-] \\ & \text{Min} \sum_{k=1}^K \sum_{j=1}^n [a_{kj}^+ - a_{kj}^-] \\ & \text{Min} \sum_{d=1}^D \sum_{j=1}^n [a_{dj}^+ - a_{dj}^-] \\ & \text{Min} \sum_{p=1}^P \sum_{j=1}^n [a_{pj}^+ - a_{pj}^-] \end{aligned} \quad (11)$$

و یا:

$$\begin{aligned}
 & \text{Min} \sum_{j=1}^n [b_j^+ - b_j^-] + \sum_{z=1}^Z \sum_{j=1}^n [a_{zj}^+ - a_{zj}^-] + \sum_{t=1}^T \sum_{j=1}^n [a_{tj}^+ - a_{tj}^-] + \sum_{r=1}^S \sum_{j=1}^n [a_{rj}^+ - a_{rj}^-] \\
 & + \sum_{k=1}^K \sum_{j=1}^n [a_{kj}^+ - a_{kj}^-] + \sum_{d=1}^D \sum_{j=1}^n [a_{dj}^+ - a_{dj}^-] + \sum_{p=1}^P \sum_{j=1}^n [a_{pj}^+ - a_{pj}^-] \\
 & \text{s.t.} \\
 & \left[ \left( \sum_{r=1}^S u_r^{(i)} y_{rj}^{(i)} + \sum_{r=1}^S \bar{d}_{rj} \right) + \left( \sum_{k=1}^K u_k^{(si)} \beta_i \left( y_{kj}^{(si)} \right) + \sum_{k=1}^K \bar{\rho}_{kj} \right) - \left( \sum_{z=1}^Z \rho_z^{(si)} \gamma_i \left( \bar{x}_{zj}^{(si)} \right) + \sum_{z=1}^Z \bar{g}_{zj} \right) \right. \\
 & \left. - E_j^{(a)} \left[ \left( \sum_{d=1}^D v_d^{(i)} x_{dj}^{(i)} + \sum_{d=1}^D \bar{f}_{dj} \right) + \left( \sum_{p=1}^P v_p^{(si)} \left( \alpha_i x_{pj}^{(si)} \right) + \sum_{p=1}^P \bar{c}_{pj} \right) + \left( \sum_{t=1}^T w_t^{(i)} \bar{y}_{tj}^{(i)} + \sum_{t=1}^T \bar{\theta}_{tj} \right) \right] \right] \geq 0, \\
 & \left[ \left( \sum_{r=1}^S u_r^{(i)} y_{rj}^{(i)} + \sum_{r=1}^S \bar{d}_{rj} \right) + \left( \sum_{k=1}^K u_k^{(si)} \beta_i \left( y_{kj}^{(si)} \right) + \sum_{k=1}^K \bar{\rho}_{kj} \right) - \left( \sum_{z=1}^Z \rho_z^{(si)} \gamma_i \left( \bar{x}_{zj}^{(si)} \right) + \sum_{z=1}^Z \bar{g}_{zj} \right) \right. \\
 & \left. - E_j^{(a)} \left[ \left( \sum_{d=1}^D v_d^{(i)} x_{dj}^{(i)} + \sum_{d=1}^D \bar{f}_{dj} \right) + \left( \sum_{p=1}^P v_p^{(si)} \left( \alpha_i x_{pj}^{(si)} \right) + \sum_{p=1}^P \bar{c}_{pj} \right) + \left( \sum_{t=1}^T w_t^{(i)} \bar{y}_{tj}^{(i)} + \sum_{t=1}^T \bar{\theta}_{tj} \right) \right] \right] = b_j^+ - b_j^-
 \end{aligned} \tag{12}$$

$$\bar{g}_{zj} - \Delta_j^z \rho_z^{(si)} G_z = a_{zj}^+ - a_{zj}^-$$

$$\bar{\theta}_{tj} = \Delta_j^t w_t^{(i)} \Theta_t = a_{tj}^+ - a_{tj}^-$$

$$\bar{d}_{rj} = \Delta_j^r u_r^{(i)} D_r = a_{rj}^+ - a_{rj}^-$$

$$\bar{\rho}_{kj} = \Delta_j^k u_k^{(si)} P_k = a_{kj}^+ - a_{kj}^-$$

$$\bar{f}_{dj} = \Delta_j^d v_d^{(i)} F_d = a_{dj}^+ - a_{dj}^-$$

$$\bar{c}_{pj} = \Delta_j^p v_p^{(si)} C_p = a_{pj}^+ - a_{pj}^-$$

$$\sum_{i=1}^b \alpha_i = 1$$

$$\sum_{i=1}^b \beta_i = 1$$

$$\sum_{i=1}^b \gamma_i = 1$$

$$u_r^{(i)}, u_k^{(si)}, \rho_z^{(si)}, v_d^{(i)}, v_p^{(si)}, w_t^{(i)} \geq \varepsilon$$

$$\bar{g}_{zj} \geq 0 \text{ when } G_z \geq 0 \quad \& \quad \bar{g}_{zj} \leq 0 \text{ when } G_z \leq 0$$

$$\bar{\theta}_{tj} \geq 0 \text{ when } \Theta_t \geq 0 \quad \& \quad \bar{\theta}_{tj} \leq 0 \text{ when } \Theta_t \leq 0$$

$$\bar{d}_{rj} \geq 0 \text{ when } D_r \geq 0 \quad \& \quad \bar{d}_{rj} \leq 0 \text{ when } D_r \leq 0$$

$$\bar{\rho}_{kj} \geq 0 \text{ when } P_k \geq 0 \quad \& \quad \bar{\rho}_{kj} \leq 0 \text{ when } P_k \leq 0$$

$$\bar{f}_{dj} \geq 0 \text{ when } F_d \geq 0 \quad \& \quad \bar{f}_{dj} \leq 0 \text{ when } F_d \leq 0$$

$$\bar{c}_{pj} \geq 0 \text{ when } C_p \geq 0 \quad \& \quad \bar{c}_{pj} \leq 0 \text{ when } C_p \leq 0$$

به علاوه، می توان از  $\varepsilon_z$  به عنوان ضرایب تعریف شده توسط تصمیم گیرنده که نشان دهنده اهمیت اهداف می-

باشند  $\left( \sum_{l=1}^L \varepsilon_z = 1 \right)$  در تابع هدف مدل استفاده نمود. باید توجه داشت که بر اساس برنامه ارایه شده، تغییر در

خروجی های مطلوب و نامطلوب تولید شده توسط هر واحد و نیز مصرف کل ورودی ها بر مبنای درجه بزرگی

واحد، به صورتی میان واحدهای مختلف تسهیم خواهد شد که کارایی هیچ واحدی کاهش پیدا نکند. مجموعه امکان تولید جدید، مرجع قابل اعتمادی برای تصمیم گیری‌های آتی خواهد بود.

جدول ۱. ورودی‌ها و خروجی‌های ۳۱ واحد دانشگاهی آزاد در سال ۱۳۹۴

واحد‌های استانی	ورودی مشترک		ورودی مستقل		خروجی مستقل				خروجی مشترک		خروجی نامطلوب		
	قابل کنترل		غیر قابل کنترل		پژوهشی		آموزشی		پژوهشی	آموزشی	کمیته پژوهش	کمیته آموزش	
	مهریه جاری (میلیارد ریال)	مساحت کل ساختمان‌ها (متر مربع)	کل بیانات به وقت (مجموعه)	تعداد کارکنان	عنوان کتاب تالیف شده (در سال)	شرح‌های تحقیقاتی برون دانشگاهی	تعداد مقالات پژوهشی	شهریه (میلیارد ریال)					فارغ التحصیلان
۱	۲۶۶۷	۵۴۶۵۴۹	۱۹۵۷	۲۲۱۲	۲۶۳	۸۶۲۷۸	۱۵	۱۲۳۴	۲۶۲۷	۱۵۸۸۱	۱۷۵	۱۶۳۰۷	۲۴
۲	۱۰۴۸	۲۳۰۸۷۳	۸۸۷	۸۷۱	۱۱۴	۴۴۴۸۱	۷	۲۹۲	۱۱۳۸	۷۵۶۸	۷۹	۸۳۸۸	۲۵
۳	۶۴۴	۱۳۶۱۵۹	۴۷۹	۶۰۳	۶۶	۲۲۱۴۳	۴	۲۷۶	۶۵۹	۴۱۰۵	۳۱	۴۲۹۸	۸
۴	۲۹۵۳	۱۱۵۰۴۲۱	۲۲۹۵	۱۹۵۸	۲۷۴	۸۹۹۶۳	۶۰	۱۷۶۱	۲۷۴۲	۱۶۴۶۵	۲۶۰	۱۷۰۰۳	۴۴
۵	۹۵۸	۱۶۸۰۸۸	۶۹۵	۷۵۹	۹۷	۳۷۸۰۲	۱	۴۰۶	۹۶۹	۶۴۹۴	۴۴	۷۱۴۵	۱۸
۶	۲۸۴	۵۰۱۷۷	۲۳۵	۲۴۹	۳۶	۹۰۷۴	۳	۹۵	۳۵۷	۱۶۳۴	۵	۱۷۱۵	۷
۷	۶۴۷	۱۴۶۵۲۷	۳۴۶	۴۶۴	۶۷	۲۷۸۳۲	۱۶	۲۸۲	۶۷۳	۴۹۰۹	۷۷	۵۲۴۱	۱۲
۸	۱۰۲۷۱	۱۴۵۱۰۷۷	۶۷۹۴	۸۶۰۷	۱۱۰۵	۳۷۵۷۶۵	۵۱	۸۱۰۷	۱۱۰۴۶	۶۷۵۰۶	۹۸۷	۷۱۰۲۰	۸۴
۹	۳۴۷	۱۲۲۵۱۷	۳۲۵	۲۳۲	۳۴	۱۱۷۰۱	۱	۱۳۱	۳۴۳	۲۰۶۶	۴۳	۲۲۱۱	۶
۱۰	۳۲۰	۱۳۵۷۶۶	۲۰۱	۲۶۸	۲۹	۱۰۳۲۱	۲	۱۳۴	۲۹۴	۱۹۶۵	۳۱	۱۹۵۱	۱
۱۱	۱۹۳۷	۵۷۱۴۹۵	۱۳۸۰	۱۷۰۷	۱۹۲	۶۳۳۳۵	۷	۱۰۵۱	۱۹۲۱	۱۱۹۲۴	۱۵۶	۱۱۹۷۰	۱۴
۱۲	۲۷۶	۸۴۵۷۵	۲۴۷	۲۵۸	۲۵	۸۲۶۱	۱	۹۵	۲۵۳	۱۴۵۲	۲۴	۱۵۶۱	۸
۱۳	۳۰۱۷	۷۸۰۴۵۳	۲۱۰۵	۲۶۰۶	۲۹۶	۱۰۵۰۷۵	۱۴	۸۸۳	۲۹۵۸	۱۷۹۴۰	۲۱۸	۱۹۸۵۹	۴۶
۱۴	۶۴۸	۲۱۸۳۶۸	۶۴۴	۵۹۳	۶۲	۲۰۰۷۹	۳	۳۲۲	۶۲۳	۳۸۲۵	۴۷	۳۷۹۵	۱۵
۱۵	۱۲۸۲	۳۳۹۱۰۵	۸۷۸	۱۰۱۸	۱۰۰	۲۹۹۹۰	۳	۷۲۸	۱۰۰۴	۵۹۳۷	۱۵۴	۵۶۶۸	۱۰
۱۶	۵۹۳	۱۶۳۰۰۳	۳۵۹	۶۱۴	۶۶	۲۹۱۵۹	۳	۱۸	۶۶۳	۴۸۷۵	۵۲	۵۵۱۱	۷
۱۷	۲۶۵۳	۸۶۱۶۰۲	۲۲۴۸	۲۲۸۳	۲۶۴	۱۰۰۵۵۲	۲۹	۹۳۱	۲۶۳۷	۱۷۲۹۷	۱۸۴	۱۹۰۰۴	۳۱
۱۸	۱۲۱۱	۲۴۳۲۱۰	۷۴۲	۹۹۹	۱۲۲	۳۸۲۶۵	۳	۶۰۵	۱۲۱۷	۶۹۸۲	۱۳۷	۷۳۳۲	۱۷
۱۹	۳۲۰	۶۲۰۵۰	۲۰۹	۲۵۷	۳۰	۱۰۶۰۸	۳	۵	۳۵۹	۲۹۶	۱۹۹۰	۲۰۰۵	۶
۲۰	۶۱۹	۱۱۱۵۴۰	۵۲۸	۴۲۷	۶۱	۱۹۸۶۳	۲	۲۰۳	۶۱۲	۳۴۴۲	۶۱	۳۷۵۴	۱۲
۲۱	۱۲۷۹	۴۱۲۳۵۸	۸۶۶	۱۲۹۲	۱۴۴	۴۶۷۹۸	۷	۷۰۰	۱۴۳۸	۸۹۱۳	۱۱۳	۸۸۴۵	۱۶
۲۲	۸۲۹	۱۳۸۹۷۴	۵۶۵	۴۸۳	۸۶	۳۰۶۲۸	۲	۳۵۹	۸۶۳	۵۳۷۷	۶۹	۵۷۸۹	۱۷
۲۳	۴۹۶	۷۹۹۷۹	۳۱۴	۴۰۷	۶۰	۱۷۹۹۲	۲	۲۴۸	۶۰۱	۳۳۳۴	۴۳	۳۴۰۰	۸
۲۴	۷۷۶	۱۹۸۸۶۵	۷۰۰	۵۷۶	۸۷	۳۰۵۱۶	۶	۴۲۵	۸۷۵	۵۵۲۲	۲۷	۵۷۶۸	۱۰
۲۵	۱۲۵۹	۱۹۰۳۷۴	۹۸۴	۱۰۳۱	۱۳۳	۴۵۲۸۹	۶	۵۲۴	۱۳۳۳	۸۰۴۴	۵۸	۸۵۶۰	۲۱
۲۶	۸۳۶	۲۶۶۷۰۷	۵۴۴	۶۹۷	۸۸	۳۳۴۰۴	۱	۳۵۴	۸۷۶	۵۹۳۷	۸۱	۶۳۱۳	۲۳
۲۷	۲۳۵۳	۴۸۰۰۳۶	۱۷۸۴	۱۹۲۶	۲۲۵	۶۳۶۶۵	۵	۱۱۸۸	۲۲۴۹	۱۲۳۴۹	۱۷۳	۱۲۰۳۳	۶۴
۲۸	۱۵۹۸	۵۱۲۰۵۰	۱۰۰۸	۱۴۰۱	۱۴۸	۴۲۹۹۳	۹	۱۱۳۹	۱۴۸۲	۸۵۷۳	۱۳۱	۸۱۲۶	۱۸
۲۹	۷۹۸	۱۴۶۴۰۰	۳۴۱	۶۱۷	۱۱۹	۳۷۶۳۹	۳	۵۳۲	۱۱۹۴	۷۰۰۷	۱۵۶	۷۱۱۴	۸
۳۰	۷۶۰	۲۰۰۵۵۱	۷۱۶	۶۱۵	۷۵	۲۴۵۷۵	۶	۳۳۰	۷۵۴	۴۴۹۰	۴۲	۴۶۴۵	۱۳
۳۱	۸۳۳	۳۲۰۱۴۱	۴۷۲	۸۸۹	۷۹	۲۳۴۱۲	۱۲	۵۲۱	۷۸۵	۴۹۲۸	۹۳	۴۴۲۵	۹
جمع	۴۴۰۵۰۴	۱۰۰۵۲۰۰۰۰	۳۱۸۵۰	۳۶۹۱۹	۴۰۵۴۸	۱۰۵۳۷۸۵۸	۳۳۹	۴۵۹	۲۴۰۴۱۵	۴۰۵۴۸۱	۳۷۷۵	۲۹۰۶۵۵	۶۰۲

جدول ۲. ورودی‌ها و خروجی‌های ۳۱ واحد دانشگاه آزاد اسلامی در سال ۱۳۹۶

ردیف	خروجی نامطلوب		خروجی مشترک	خروجی مستقل				ورودی مستقل		ورودی مشترک			
	تجهیزات	تجهیزات		آموزشی	پژوهشی			پژوهشی	پژوهشی	غیر قابل کنترل		قابل کنترل	
					تعداد مقالات پژوهشی	شهریه (میلیارد ریال)	فایزغ التحصیلان			تعداد کارکنان	مساحت کل ساختمان‌ها (متر مربع)	هزینه جاری (میلیارد ریال)	
۱	۱۷۶۰۸	۸۸۳	۱۴۰۸۵	۴۰۱۶	۱۶۱۹	۴۶	۱۲	۹۳۱۶۶	۴۴۲	۱۹۸۳	۲۳۴۹	۵۷۷۵۳۳	۴۱۷۲
۲	۹۴۹۴	۴۰۲	۷۶۰۸	۱۷۴۲	۵۱۲	۲۶	۱۱	۵۰۳۳۳	۱۹۲	۷۸۸	۱۱۴۷	۲۴۱۷۹۹	۱۶۷۲
۳	۴۴۲۳	۲۳۷	۳۵۳۵	۱۰۲۷	۴۳۰	۲۷	۸	۲۳۳۰۰	۱۱۳	۵۳۸	۵۷۲	۱۵۷۰۲۲	۱۰۵۷
۴	۱۷۳۴۵	۸۶۶	۱۳۹۱۵	۴۱۴۵	۲۷۰۰	۹۳	۲۵	۹۱۷۷۲	۴۵۶	۱۶۸۱	۲۷۳۳	۱۱۵۵۰۸۸	۴۶۳۴
۵	۶۷۶۷	۳۵۷	۵۴۱۶	۱۴۷۵	۴۶۹	۳	۶	۳۵۸۰۵	۱۶۲	۶۹۸	۸۹۱	۱۸۸۲۹۶	۱۴۸۸
۶	۱۸۷۷	۱۳۹	۱۵۰۴	۵۴۹	۱۲۹	۱۴	۳	۹۹۳۰	۶۰	۲۲۶	۳۲۰	۵۲۰۳۸	۵۰۰
۷	۵۷۶۴	۲۴۲	۴۶۱۵	۱۱۰۰	۴۴۶	۳۲	۸	۳۰۵۰۰	۱۲۱	۴۲۹	۵۶۹	۱۶۶۸۳۶	۱۰۷۷
۸	۷۲۶۹۸	۴۲۲۶	۵۸۲۰۲	۱۷۴۶۲	۹۹۷۲	۱۳۷	۱۰۰	۳۸۶۶۷	۱۹۲۱	۷۴۹۸	۹۸۳۵	۱۹۰۷۰۰۸	۱۵۸۹۵
۹	۲۴۹۷	۱۱۳	۲۰۱۱	۵۱۲	۲۴۱	۶	۳	۱۳۲۰۹	۵۶	۲۱۱	۴۷۵	۱۱۹۱۹۸	۵۶۲
۱۰	۲۱۵۲	۱۰۶	۱۷۲۵	۴۸۰	۲۸۰	۹	۲	۱۱۳۸۴	۵۳	۲۲۵	۳۴۲	۱۴۰۸۸۱	۵۳۶
۱۱	۱۲۲۶۴	۶۶۸	۹۸۰۴	۳۰۳۸	۱۴۹۲	۲۷	۹	۶۶۸۱۷	۳۳۴	۱۵۰۳	۱۶۴۷	۶۱۷۷۳۳	۳۱۲۶
۱۲	۱۸۵۳	۹۴	۱۴۸۹	۴۲۵	۱۷۴	۴	۱	۹۸۰۲	۴۷	۲۲۱	۴۱۲	۸۹۳۰۰	۴۶۳
۱۳	۲۱۹۲۶	۹۶۳	۱۷۵۳۷	۴۳۷۷	۱۴۹۱	۹۹	۱۶	۱۱۶۰۱۰	۴۸۱	۲۲۴۴	۲۶۲۲	۷۸۶۳۰۲	۴۸۰۷
۱۴	۳۸۴۷	۲۰۵	۳۰۸۸	۹۳۲	۴۱۹	۱۰	۴	۲۰۳۵۵	۱۰۲	۴۵۰	۷۶۶	۲۲۷۰۵۲	۱۰۵۱
۱۵	۵۵۴۵	۳۴۶	۴۴۳۶	۱۶۵۶	۹۳۸	۳۸	۴	۲۹۴۰	۱۸۲	۹۰۷	۱۰۷۵	۳۵۳۳۵۳	۱۹۱۷
۱۶	۵۹۱۴	۲۲۲	۴۷۲۸	۱۰۰۹	۳۶۵	۵۵	۴	۳۱۲۹۰	۱۱۱	۵۵۹	۶۲۰	۱۶۵۵۰۶	۹۸۸
۱۷	۱۹۴۳۰	۸۷۴	۱۵۵۵۴	۳۹۷۳	۱۳۲۹	۴۳	۳۲	۱۰۲۸۰۳	۴۳۷	۱۸۹۸	۲۴۵۷	۹۷۹۰۱۲	۴۰۸۸
۱۸	۶۸۲۲	۴۰۵	۵۴۵۷	۱۷۵۳	۸۸۴	۱۴	۱۶	۳۶۰۹۶	۱۹۳	۷۶۶	۸۹۷	۲۴۷۴۱۹	۱۸۵۵
۱۹	۲۲۲۱	۹۹	۱۷۷۹	۴۷۲	۴۰۴	۱۶	۳	۱۱۷۵۲	۵۲	۲۲۰	۳۰۶	۶۵۷۰۰	۴۶۲
۲۰	۴۲۲۷	۲۲۳	۳۳۹۳	۹۶۴	۲۷۴	۲۳	۲	۲۲۳۶۵	۱۰۶	۳۸۱	۶۵۷	۱۱۵۳۱۴	۱۰۰۱
۲۱	۹۱۹۳	۴۷۴	۷۳۶۱	۲۱۵۴	۹۹۵	۴۷	۸	۴۸۶۴۲	۲۳۷	۹۳۷	۱۲۴۵	۴۵۶۳۵۶	۲۱۵۲
۲۲	۵۹۶۱	۲۸۲	۴۷۸۱	۱۲۲۰	۵۳۴	۱۴	۴	۳۱۵۴۱	۱۳۴	۴۴۴	۶۹۵	۱۴۱۳۰۹	۱۱۸۳
۲۳	۳۵۰۱	۱۹۷	۲۸۰۸	۸۵۱	۳۵۴	۲۴	۴	۱۸۵۲۵	۹۴	۳۰۸	۴۸۰	۹۳۹۸۰	۸۳۳
۲۴	۶۵۲۹	۲۹۷	۵۲۴۰	۱۳۴۸	۷۷۶	۲۰	۶	۳۴۵۴۵	۱۴۸	۵۲۳	۸۸۲	۲۰۹۳۲۹	۱۲۶۷
۲۵	۸۹۱۱	۴۲۲	۷۱۳۵	۲۰۱۸	۷۷۷	۳۱	۱۰	۴۷۱۴۹	۲۲۲	۸۹۰	۱۱۸۱	۲۰۰۹۴۰	۱۹۷۶
۲۶	۶۲۰۰	۳۱۰	۴۹۶۹	۱۳۴۲	۵۵۵	۲۳	۴	۳۲۸۰۳	۱۴۸	۶۲۷	۹۳۷	۲۸۱۲۳۶	۱۳۴۱
۲۷	۱۱۱۱۰	۷۱۵	۸۸۸۵	۳۴۲۱	۱۷۰۴	۸۸	۸	۵۸۷۸۳	۳۷۶	۱۶۹۸	۱۹۳۹	۴۸۵۱۰۰	۳۸۲۵
۲۸	۸۴۵۰	۴۸۷	۶۷۵۳	۲۳۲۹	۱۵۱۹	۱۷	۸	۴۴۷۰۸	۲۵۶	۱۱۸۴	۱۲۴۹	۵۱۸۹۹۰	۲۵۳۵
۲۹	۷۴۳۳	۳۹۸	۵۹۳۹	۱۸۰۸	۷۱۵	۲۸	۷	۳۹۳۲۶	۱۹۹	۵۶۳	۵۷۴	۱۷۰۴۴۰	۱۳۰۶
۳۰	۴۷۹۸	۲۶۸	۲۸۴۹	۱۰۱۷	۵۳۳	۷	۶	۲۵۳۸۵	۱۱۲	۵۱۳	۸۴۳	۲۰۵۱۷۸	۱۱۶۷
۳۱	۴۶۰۲	۲۵۷	۳۶۷۱	۱۲۳۰	۶۴۵	۲۸	۱۲	۲۴۳۵۱	۱۳۵	۷۶۲	۵۸۹	۳۳۳۴۹	۱۲۵۴
جمع	۳۰۱,۳۶۱	۱۵,۷۷۵	۲۴۱,۲۷۲	۶۹,۸۴۳	۳۳,۶۷۳	۱,۰۴۹	۳۴۸	۱,۵۹۴,۵۰۵	۷,۶۸۳	۳۱,۸۷۵	۴۱,۳۰۶	۱۱,۴۴۹,۴۸۵	۷۰,۱۹۲

### ۳ برنامه‌ریزی تخصیص منابع و اهداف

از ویژگی‌های برنامه‌ی تخصیص مورد نظر این است که از طرفی با دو هدف متضاد افزایش خروجی‌ها و کاهش ورودی‌ها و از طرف دیگر با واحدهای استانی‌ای که از نظر بزرگی و کوچکی متفاوت هستند و در تخصیص باید

مدنظر قرار گیرند، مواجه می‌باشیم؛ بنابراین، برای تخصیص بهینه، باید با استفاده از برنامه‌ریزی چندهدفه و در نظر گرفتن بزرگی و کوچکی واحدها مدل مناسبی طراحی شود. داده‌های جداول ۱ و ۲ ورودی‌ها و خروجی‌های واحدهای دانشگاه آزاد کشور را در سال‌های ۱۳۹۴ و ۱۳۹۶ که یکی بر اساس عملکرد واقعی و دیگری بر اساس پیش‌بینی است نشان می‌دهند. جدول ۳ محاسبه‌ی کارایی واحدهای تصمیم‌گیرنده در سال‌های ۱۳۹۴ تا ۱۳۹۶ بر اساس مدل (۳) می‌باشد (برای کسب اطلاعات بیش‌تر به مقاله محقر و همکاران (۱۳۹۵) مراجعه نمایید).

جدول ۳. کارایی واحدهای استانی دانشگاه آزاد اسلامی در سال‌های ۹۴ تا ۹۶

واحد‌های استانی	کارایی آموزشی			کارایی پژوهشی			کارایی کل		
	۱۳۹۶	۱۳۹۵	۱۳۹۴	۱۳۹۶	۱۳۹۵	۱۳۹۴	۱۳۹۶	۱۳۹۵	۱۳۹۴
۱	۰/۹۲۷	۰/۹۰۴	۰/۹۹۶	۰/۱۲۳	۰/۵۷۲	۰/۲۴۷	۰/۹۹۵	۰/۹۰۳	۰/۹۹۵
۲	۰/۹۳۰	۰/۹۰۵	۰/۹۹۷	۰/۱۴۵	۰/۶۲۹	۰/۳۶۶	۰/۹۹۷	۰/۹۰۴	۰/۹۹۷
۳	۰/۵۸۹	۰/۷۸۱	۰/۴۳۸	۱	۱	۱	۱	۱	۱
۴	۰/۴۹۱	۰/۷۵۷	۰/۹۸۶	۱	۱	۱	۰/۹۹۹	۰/۹۹۹	۰/۹۹۹
۵	۰/۹۱۲	۰/۸۸۷	۰/۹۹۶	۰/۴۹۷	۰/۷۲۸	۰/۳۴۸	۰/۹۹۶	۰/۸۸۶	۰/۹۹۶
۶	۰/۷۸۷	۱	۰/۶۵۵	۱	۰/۲۱۵	۱	۱	۱	۱
۷	۰/۹۸۹	۰/۸۴۷	۰/۵۶۲	۱	۱	۱	۱	۱	۱
۸	۰/۹۴۰	۰/۹۴۲	۰/۹۹۷	۰/۴۱۴	۰/۷۵۵	۰/۵۱۲	۰/۹۹۵	۰/۹۴۱	۰/۹۹۵
۹	۱	۱	۱	۰/۸۲۳	۰/۳۳۸	۰/۲۷۸	۱	۱	۱
۱۰	۱	۱	۰/۹۹۱	۰/۸۸۰	۰/۸۳۱	۱	۱	۱	۱
۱۱	۱	۰/۹۸۴	۰/۹۷۶	۰/۸۳۸	۱	۱	۱	۱	۱
۱۲	۰/۹۵۴	۰/۹۷۸	۱	۰/۲۶۲	۰/۴۹۹	۰/۲۹۰	۱	۰/۹۷۸	۱
۱۳	۰/۹۶۷	۰/۹۵۵	۰/۹۹۷	۰/۲۳۵	۰/۷۲۲	۰/۴۴۲	۰/۹۹۵	۰/۹۵۳	۰/۹۹۵
۱۴	۱	۰/۹۹۶	۰/۹۹۹	۰/۲۳۹	۰/۶۰۸	۰/۶۶۵	۰/۹۹۸	۰/۹۹۵	۰/۹۹۸
۱۵	۱	۱	۱	۰/۹۶۲	۰/۹۴۹	۰/۹۷۶	۱	۱	۱
۱۶	۰/۹۷۱	۰/۹۷۹	۰/۷۴۸	۱	۱	۱	۱	۱	۱
۱۷	۰/۹۴۰	۰/۹۴۲	۰/۹۹۷	۰/۴۹۳	۰/۶۶۱	۰/۴۹۵	۰/۹۹۵	۰/۹۴۱	۰/۹۹۵
۱۸	۱	۰/۹۳۹	۱	۰/۵۹۳	۱	۰/۹۴۲	۱	۰/۹۷۴	۱
۱۹	۰/۷۹۰	۰/۹۶۴	۰/۸۸۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱
۲۰	۰/۹۷۵	۰/۹۸۲	۱	۰/۳۰۹	۰/۹۳۰	۰/۹۲۹	۱	۰/۹۸۲	۱
۲۱	۱	۰/۹۹۶	۰/۸۴۰	۰/۶۸۵	۱	۱	۰/۹۹۹	۱	۰/۹۹۹
۲۲	۱	۱	۰/۹۴۳	۰/۲۶۴	۰/۹۲۴	۱	۱	۱	۱
۲۳	۱	۱	۱	۰/۹۶۵	۰/۸۸۴	۰/۸۸۷	۱	۰/۹۸۰	۱
۲۴	۰/۹۹۹	۰/۹۹۷	۱	۱	۱	۰/۹۴۷	۱	۰/۹۹۹	۱
۲۵	۰/۹۸۲	۱	۰/۹۸۴	۰/۴۵۶	۰/۹۹۹	۱	۱	۰/۹۴۱	۱
۲۶	۱	۰/۹۹۳	۰/۹۹۸	۰/۴۶۴	۰/۹۹۰	۰/۹۱۳	۰/۹۹۸	۰/۹۹۳	۰/۹۹۸
۲۷	۰/۹۴۵	۰/۹۵۰	۰/۹۹۷	۰/۲۴۴	۰/۷۰۸	۰/۴۳۸	۰/۹۹۵	۰/۹۴۸	۰/۹۹۵
۲۸	۰/۹۳۹	۰/۹۴۲	۰/۹۹۷	۰/۲۳۹	۰/۶۹۲	۰/۳۳۲	۰/۹۹۴	۰/۹۴۰	۰/۹۹۴
۲۹	۱	۱	۱	۰/۹۹۸	۰/۹۶۹	۰/۹۶۸	۱	۱	۱
۳۰	۰/۹۶۵	۰/۹۸۳	۱	۰/۲۹۷	۱	۰/۹۹۲	۱	۱	۱
۳۱	۰/۹۴۰	۰/۹۴۲	۰/۹۹۷	۰/۴۲۶	۰/۷۵۵	۰/۵۱۲	۰/۹۹۵	۰/۹۴۱	۰/۹۹۵

با محاسبه‌ی تفاوت سطرهای جمع جداول ۱ و ۲ مشخص می‌شود که مقدار تغییر در خروجی نامطلوب آموزشی (دانشجویان مشروطی) برابر با  $10706$  ( $11\theta=10706$ ) مقدار تغییر در خروجی نامطلوب پژوهشی (طرح‌های ناموفق) برابر با  $50$  ( $21\theta=-50$ ) و مقدار تغییر در خروجی مشترک (درآمد غیر شهریه‌ای) برابر با  $12000$  ( $PK=12000$ ) می‌باشد. به علاوه، میزان تغییر در خروجی مستقل آموزشی (شهریه) برابر با  $24362$  ( $D11=24362$ )، میزان تغییر در خروجی مستقل آموزشی (فارغ التحصیلان) برابر با  $37456$  ( $D12=-37456$ )، میزان تغییر در خروجی مستقل اول پژوهشی (عنوان کتاب تألیف شده) برابر با  $109$  ( $D21=109$ )، میزان تغییر در خروجی مستقل دوم پژوهشی (طرح‌های تحقیقاتی برون دانشگاهی) برابر با  $590$  ( $D22=590$ ) و میزان تغییر در خروجی مستقل سوم پژوهشی (تعداد مقالات پژوهشی) برابر با  $9258$  ( $D23=9258$ ) می‌باشد. برای پاسخ‌گویی به تغییرات خروجی‌ها، مقدار تغییر در ورودی غیر قابل کنترل مشترک اول (کل هیأت علمی تمام وقت و نیمه وقت) برابر با  $9458$  ( $G11=9458$ )، تغییر در ورودی غیر قابل کنترل مشترک دوم (تعداد کارکنان) برابر با  $5042$  ( $-5042$ )، پیش‌بینی شده می‌باشد. همچنین، تغییر در ورودی مستقل آموزشی (کل دانشجویان) برابر با  $56647$  ( $G21=56647$ )، تغییر در ورودی مستقل پژوهشی برابر با  $3135$  ( $C21=3135$ )، تغییر در ورودی مشترک اول (هزینه جاری) برابر با  $25688$  ( $C11=25688$ ) و تغییر در ورودی مشترک دوم (مساحت کل ساختمان‌ها) برابر با  $929485$  ( $F21=929485$ ) می‌باشد. مساله اصلی واحد تصمیم‌گیرنده مرکزی آن است که چگونه تغییرات ورودی‌ها و خروجی‌ها را به شیوه‌ای میان تمام واحدها تسهیم نماید که ضمن پاسخ‌گویی به تغییرات محاسبه شده، کارایی هیچ واحدی کاهش پیدا نکند. به این منظور، مدل برنامه‌ریزی تولید (۱۱) و یا (۱۲) مورد استفاده قرار می‌گیرد. پیش از پیاده‌سازی این مدل‌ها، مقادیر کارایی سیستم و هر یک از واحدها (جدول ۷) محاسبه گردیده است. سپس درجه بزرگی ورودی‌ها و خروجی‌های هر یک از واحدها با استفاده از مدل‌های (۴) تا (۹) محاسبه شده است. اندازه بزرگی هر یک از واحدها در جدول ۴ و مقادیر نرمالایز شده‌ی اندازه بزرگی واحدها بر اساس نرم ساعتی در جدول ۵ نشان داده شده است.

مساله اصلی واحد تصمیم‌گیرنده مرکزی آن است که چگونه تغییرات ورودی‌ها و خروجی‌ها را میان تمام واحدها تسهیم نماید تا ضمن بهبود کارایی برخی از واحدها، کارایی هیچ یک از آن‌ها کاهش پیدا نکند. به این منظور، مدل جدید برنامه‌ریزی تخصیص منابع و هدف‌گذاری (مدل (۱۲)) مورد استفاده قرار می‌گیرد. ترکیب جدید ورودی‌ها و خروجی‌های واحدها در جدول ۶ و امتیاز کارایی جدید آن‌ها بر اساس برنامه تولید جدید در جدول ۷ ارائه شده است:

**جدول ۴.** ماتریس اندازه‌ی بزرگی ورودی و خروجی ۳۱ واحد استانی دانشگاه آزاد اسلامی در سال ۱۳۹۶

واحد‌های استانی	ورودی مشترک $MSI_j^P$	ورودی پژوهش $MSI_j^{d1}$	ورودی آموزشی $MSI_j^{d2}$	آموزشی نامطلوب $MSO_j^{t1}$	آموزشی خروجی مطلوب $MSO_j^{t1}$	پژوهشی نامطلوب $MSO_j^{t2}$	پژوهشی خروجی مطلوب $MSO_j^{t2}$	خروجی مشترک $MSO_j^k$
۱	۰/۳۸	۰/۲۴	۰/۲۳	۰/۲۳	۰/۲۴	۰/۲۹	۰/۲۶	۰/۱۸
۲	۰/۱۶	۰/۱۰	۰/۱۲	۰/۱۲	۰/۱۱	۰/۳۰	۰/۱۴	۰/۰۸
۳	۰/۰۹	۰/۰۶	۰/۰۶	۰/۰۶	۰/۰۶	۰/۱۰	۰/۱۶	۰/۰۳
۴	۰/۷۹	۰/۲۵	۰/۲۴	۰/۲۴	۰/۲۵	۰/۵۲	۱	۰/۲۶
۵	۰/۱۲	۰/۰۹	۰/۱۰	۰/۱۰	۰/۱۰	۰/۲۱	۰/۱۲	۰/۰۴
۶	۰/۰۳	۰/۰۳	۰/۰۲	۰/۰۲	۰/۰۳	۰/۰۸	۰/۰۶	۰/۰۱
۷	۰/۱۰	۰/۰۶	۰/۰۷	۰/۰۷	۰/۰۷	۰/۱۴	۰/۲۶	۰/۰۸
۸	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱
۹	۰/۰۸	۰/۰۳	۰/۰۳	۰/۰۳	۰/۰۳	۰/۰۷	۰/۰۵	۰/۰۴
۱۰	۰/۰۹	۰/۰۳	۰/۰۳	۰/۰۳	۰/۰۳	۰/۰۱	۰/۰۵	۰/۰۳
۱۱	۰/۳۹	۰/۱۷	۰/۱۷	۰/۱۷	۰/۱۸	۰/۱۷	۰/۳۵	۰/۱۶
۱۲	۰/۰۶	۰/۰۲	۰/۰۲	۰/۰۲	۰/۰۲	۰/۱۰	۰/۰۳	۰/۰۲
۱۳	۰/۵۴	۰/۲۷	۰/۲۸	۰/۲۸	۰/۲۷	۰/۵۵	۱	۰/۲۲
۱۴	۰/۱۵	۰/۰۶	۰/۰۵	۰/۰۵	۰/۰۶	۰/۱۸	۰/۰۶	۰/۰۵
۱۵	۰/۲۳	۰/۰۹	۰/۰۸	۰/۰۸	۰/۰۹	۰/۱۲	۰/۵۰	۰/۱۶
۱۶	۰/۱۱	۰/۰۶	۰/۰۸	۰/۰۸	۰/۰۷	۰/۰۸	۰/۳۰	۰/۰۵
۱۷	۰/۵۹	۰/۲۴	۰/۲۷	۰/۲۷	۰/۲۶	۰/۳۷	۰/۵۷	۰/۱۹
۱۸	۰/۱۷	۰/۱۱	۰/۱۰	۰/۱۰	۰/۱۱	۰/۲۰	۰/۰۷	۰/۱۴
۱۹	۰/۰۴	۰/۰۳	۰/۰۳	۰/۰۳	۰/۰۳	۰/۰۷	۰/۰۹	۰/۰۳
۲۰	۰/۰۸	۰/۰۶	۰/۰۵	۰/۰۵	۰/۰۶	۰/۱۴	۰/۱۲	۰/۰۶
۲۱	۰/۲۸	۰/۱۳	۰/۱۲	۰/۱۲	۰/۱۳	۰/۱۹	۰/۱۶	۰/۱۱
۲۲	۰/۱۰	۰/۰۸	۰/۰۸	۰/۰۸	۰/۰۸	۰/۲۰	۰/۱۰	۰/۰۷
۲۳	۰/۰۶	۰/۰۵	۰/۰۵	۰/۰۵	۰/۰۵	۰/۱۰	۰/۲۰	۰/۰۴
۲۴	۰/۱۴	۰/۰۸	۰/۰۸	۰/۰۸	۰/۰۸	۰/۱۲	۰/۱۶	۰/۰۳
۲۵	۰/۱۴	۰/۱۲	۰/۱۲	۰/۱۲	۰/۱۲	۰/۲۵	۰/۳۰	۰/۰۶
۲۶	۰/۱۸	۰/۰۸	۰/۰۹	۰/۰۹	۰/۰۹	۰/۲۷	۰/۱۵	۰/۰۸
۲۷	۰/۳۳	۰/۲۰	۰/۱۷	۰/۱۷	۰/۲۰	۰/۷۶	۰/۲۷	۰/۱۸
۲۸	۰/۳۵	۰/۱۳	۰/۱۱	۰/۱۱	۰/۱۳	۰/۲۱	۰/۲۳	۰/۱۳
۲۹	۰/۱۰	۰/۱۱	۰/۱۰	۰/۱۰	۰/۱۱	۰/۱۰	۰/۱۸	۰/۱۶
۳۰	۰/۱۴	۰/۰۷	۰/۰۷	۰/۰۷	۰/۰۷	۰/۱۵	۰/۱۲	۰/۰۴
۳۱	۰/۲۲	۰/۰۷	۰/۰۶	۰/۰۶	۰/۰۷	۰/۱۱	۰/۲۸	۰/۰۹

جدول ۵. ماتریس نرمالایز شده‌ی اندازه‌ی بزرگی ورودی و خروجی ۳۱ واحد استانی دانشگاه آزاد اسلامی در سال ۱۳۹۶

واحد‌های استانی	ورودی مشترک $\Delta_j^p$	ورودی پژوهشی $\Delta_j^{d1}$	ورودی آموزشی $\Delta_j^{d2}$	آموزشی نامطلوب $\Delta_j^{e1}$	آموزشی مطلوب $\Delta_j^{e1}$	پژوهشی نامطلوب $\Delta_j^{e2}$	پژوهشی مطلوب $\Delta_j^{e2}$	خروجی مشترک $\Delta_j^k$
۱	۰/۰۵۲	۰/۰۵۸	۰/۰۵۶	۰/۰۵۶	۰/۰۵۷	۰/۰۴۱	۰/۰۳۱	۰/۰۴۷
۲	۰/۰۲۲	۰/۰۲۴	۰/۰۲۹	۰/۰۲۹	۰/۰۲۶	۰/۰۴۲	۰/۰۱۷	۰/۰۲۱
۳	۰/۰۱۲	۰/۰۱۵	۰/۰۱۵	۰/۰۱۵	۰/۰۱۴	۰/۰۱۴	۰/۰۱۹	۰/۰۰۸
۴	۰/۱۰۹	۰/۰۶۱	۰/۰۵۹	۰/۰۵۹	۰/۰۶۰	۰/۰۷۳	۰/۱۲۰	۰/۰۶۸
۵	۰/۰۱۷	۰/۰۲۲	۰/۰۲۵	۰/۰۲۵	۰/۰۲۴	۰/۰۲۹	۰/۰۱۴	۰/۰۱۰
۶	۰/۰۰۴	۰/۰۰۷	۰/۰۰۵	۰/۰۰۵	۰/۰۰۷	۰/۰۱۱	۰/۰۰۷	۰/۰۰۳
۷	۰/۰۱۴	۰/۰۱۵	۰/۰۱۷	۰/۰۱۷	۰/۰۱۷	۰/۰۲۰	۰/۰۳۱	۰/۰۲۱
۸	۰/۱۳۸	۰/۲۴۳	۰/۲۴۵	۰/۲۴۵	۰/۲۳۸	۰/۱۴۰	۰/۱۲۰	۰/۲۶۲
۹	۰/۰۱۱	۰/۰۰۷	۰/۰۰۷	۰/۰۰۷	۰/۰۰۷	۰/۰۱۰	۰/۰۰۶	۰/۰۱۰
۱۰	۰/۰۱۲	۰/۰۰۷	۰/۰۰۷	۰/۰۰۷	۰/۰۰۷	۰/۰۰۱	۰/۰۰۶	۰/۰۰۸
۱۱	۰/۰۵۴	۰/۰۴۱	۰/۰۴۲	۰/۰۴۲	۰/۰۴۳	۰/۰۲۴	۰/۰۴۲	۰/۰۴۲
۱۲	۰/۰۰۸	۰/۰۰۵	۰/۰۰۵	۰/۰۰۵	۰/۰۰۵	۰/۰۱۴	۰/۰۰۴	۰/۰۰۵
۱۳	۰/۰۷۵	۰/۰۶۶	۰/۰۶۹	۰/۰۶۹	۰/۰۶۴	۰/۰۷۷	۰/۱۲۰	۰/۰۵۸
۱۴	۰/۰۲۱	۰/۰۱۵	۰/۰۱۲	۰/۰۱۲	۰/۰۱۴	۰/۰۲۵	۰/۰۰۷	۰/۰۱۳
۱۵	۰/۰۳۲	۰/۰۲۲	۰/۰۲۰	۰/۰۲۰	۰/۰۲۱	۰/۰۱۷	۰/۰۶۰	۰/۰۴۲
۱۶	۰/۰۱۵	۰/۰۱۵	۰/۰۲۰	۰/۰۲۰	۰/۰۱۷	۰/۰۱۱	۰/۰۳۶	۰/۰۱۳
۱۷	۰/۰۸۱	۰/۰۵۸	۰/۰۶۶	۰/۰۶۶	۰/۰۶۲	۰/۰۵۲	۰/۰۶۸	۰/۰۵۰
۱۸	۰/۰۲۳	۰/۰۲	۰/۰۲۵	۰/۰۲۵	۰/۰۲۶	۰/۰۲۸	۰/۰۰۸	۰/۰۳۷
۱۹	۰/۰۰۶	۰/۰۰۷	۰/۰۰۷	۰/۰۰۷	۰/۰۰۷	۰/۰۱۱	۰/۰۱۱	۰/۰۰۸
۲۰	۰/۰۱۱	۰/۰۱۵	۰/۰۱۲	۰/۰۱۲	۰/۰۱۴	۰/۰۲۰	۰/۰۱۴	۰/۰۱۶
۲۱	۰/۰۳۹	۰/۰۳۲	۰/۰۲۹	۰/۰۲۹	۰/۰۳۱	۰/۰۲۷	۰/۰۱۹	۰/۰۲۹
۲۲	۰/۰۱۴	۰/۰۱۹	۰/۰۲۰	۰/۰۲۰	۰/۰۱۹	۰/۰۲۸	۰/۰۱۲	۰/۰۱۸
۲۳	۰/۰۰۸	۰/۰۱۲	۰/۰۱۲	۰/۰۱۲	۰/۰۱۲	۰/۰۱۴	۰/۰۲۴	۰/۰۱۰
۲۴	۰/۰۱۹	۰/۰۱۹	۰/۰۲۰	۰/۰۲۰	۰/۰۱۹	۰/۰۱۷	۰/۰۱۹	۰/۰۰۸
۲۵	۰/۰۱۹	۰/۰۲۹	۰/۰۲۹	۰/۰۲۹	۰/۰۲۹	۰/۰۳۵	۰/۰۳۶	۰/۰۱۶
۲۶	۰/۰۲۵	۰/۰۱۹	۰/۰۲۲	۰/۰۲۲	۰/۰۲۱	۰/۰۳۸	۰/۰۱۸	۰/۰۲۱
۲۷	۰/۰۴۶	۰/۰۴۹	۰/۰۴۲	۰/۰۴۲	۰/۰۴۸	۰/۱۰۶	۰/۰۳۲	۰/۰۴۷
۲۸	۰/۰۴۸	۰/۰۳۲	۰/۰۲۷	۰/۰۲۷	۰/۰۳۱	۰/۰۲۹	۰/۰۲۸	۰/۰۳۴
۲۹	۰/۰۱۴	۰/۰۲۷	۰/۰۲۵	۰/۰۲۵	۰/۰۲۶	۰/۰۱۴	۰/۰۲۲	۰/۰۴۲
۳۰	۰/۰۱۹	۰/۰۱۷	۰/۰۱۷	۰/۰۱۷	۰/۰۱۷	۰/۰۲۱	۰/۰۱۴	۰/۰۱۰
۳۱	۰/۰۳۰	۰/۰۱۷	۰/۰۱۵	۰/۰۱۵	۰/۰۱۷	۰/۰۱۵	۰/۰۳۴	۰/۰۲۴

جدول ۶. داده‌های مربوط به واحدهای دانشگاه آزاد اسلامی پس از اجرای برنامه تولید جدید

ورودی مشترک ۱	هزینه جاری (میلیارد ریال)	ورودی مشترک ۲	مساحت کل ساختمان‌ها (متر مربع) (مجموعی)	ورودی مشترک ۳ (غیر قابل کنترل)	کل هیات علمی وقت و نیمه وقت (مجموعی)	ورودی مشترک ۴ (غیر قابل کنترل)	تعداد کارکنان	ورودی غیر مشترک ۱ (موتله پژوهشی)	بودجه پژوهشی (میلیارد ریال)	ورودی غیر مشترک ۲ (موتله پژوهشی)	کل دانشجو (مجموعی)	خروجی ۱ (موتله پژوهشی)	عنوان کتاب تألیف شده (تعداد سال)	خروجی ۲ (موتله پژوهشی)	طرح‌های تحقیقاتی برون دانشگاهی	خروجی ۳ (موتله پژوهشی)	تعداد مقالات پژوهشی	خروجی ۴ (موتله پژوهشی)	شهریه (میلیارد ریال)	خروجی ۵ (موتله پژوهشی)	فازخ انحصاریان	خروجی ۶	درآمد غیر شهریه	خروجی ۷ (غیر مطلوب موتله پژوهشی)	دانشجویان مشروطی	طرح‌های ناموفق
۳۹۹۳	۱۶۲۸	۵۹۱۷۸۳	۲۵۰۳۲۲	۲۳۴۹	۱۱۴۷	۱۹۸۳	۱۹۸۳	۴۲۸	۱۸۶	۸۹۴۳۸	۶۸۰۲۴	۱۴	۱۰	۳۵	۱۰	۱۷۷۱	۴۷۵	۴۱۰۷	۱۳۸۵۶	۷۵۹	۱۶۸۹۸	۲۶	۸۶۸۷	۲۳		
۹۸۸	۵۴۰۹	۱۵۲۳۱۳	۱۱۸۸۲۶۴	۵۷۲	۲۷۳۳	۵۳۸	۱۶۸۱	۱۱۴	۴۵۶	۲۳۴۸۷	۹۲۳۰۵	۸	۲۸	۱۹	۱۰۹	۱۰۳۲	۲۷۵۳	۴۱۸۴	۱۴۰۰۴	۳۵۴۱	۱۵۷	۴۴۴۸	۹	۱۷۶۳۵	۴۲	
۱۴۲۵	۴۳۳	۱۸۵۸۸۹	۱۸۵۸۸۹	۸۹۱	۲۷۳۳	۶۹۸	۶۹۸	۱۶۹	۱۶۹	۳۸۲۱۸	۳۸۲۱۸	۷	۷	۱۵	۱۵	۱۵۶۴	۵۰۶	۱۵۶۴	۵۴۴۵	۲۱۲	۷۳۹۳	۲۲	۱۷۸۰	۷		
۱۰۱۱	۱۰۱۱	۱۶۹۵۴۰	۱۶۹۵۴۰	۵۶۹	۵۶۹	۴۲۹	۴۲۹	۱۱۸	۱۱۸	۲۹۶۹۵	۲۹۶۹۵	۶	۶	۳۴	۳۴	۱۰۹۹	۵۳۹	۱۰۹۹	۴۴۷۲	۲۹۲	۵۴۹۰	۱۲	۱۷۸۰	۷		
۱۴۵۸۲	۶۱۰	۱۹۴۱۲۷۵	۱۳۰۷۵۱	۹۸۳۵	۴۷۵	۷۴۹۸	۷۴۹۸	۱۸۹۸	۵۸	۳۸۹۵۸۷	۱۲۶۹۸	۳	۳	۷۲	۷۲	۱۶۹۴۴	۹۵۲۷	۱۶۹۴۴	۵۸۱۹۵	۴۱۹۹	۷۳۶۱۸	۷۶	۲۲۸۱	۶		
۶۰۸	۶۰۸	۱۴۳۹۳۰	۱۴۳۹۳۰	۳۴۲	۳۴۲	۲۲۵	۲۲۵	۵۳	۵۳	۱۰۹۱۸	۱۰۹۱۸	۲	۲	۹	۹	۲۳۱	۲۳۱	۴۷۲	۱۷۱۳	۱۲۰	۲۰۵۵	۱	۲۰۵۵	۱		
۳۲۶۷	۳۲۶۷	۶۱۹۷۶۶	۶۱۹۷۶۶	۱۶۴۷	۱۶۴۷	۱۵۰۳	۱۵۰۳	۳۲۶	۳۲۶	۶۵۴۱۷	۶۵۴۱۷	۱۲	۱۲	۴۶	۴۶	۲۹۸۹	۱۴۵۰	۲۹۸۹	۱۰۳۱۳	۶۶۰	۱۲۴۴۰	۱۱	۱۲۴۴۰	۱۱		
۴۶۵	۴۶۵	۸۹۷۰۶	۸۹۷۰۶	۴۱۲	۴۱۲	۲۲۱	۲۲۱	۴۹	۴۹	۸۹۴۴	۸۹۴۴	۳	۳	۶	۶	۱۶۲	۱۶۲	۳۹۱	۱۳۶۵	۹۴	۱۶۱۴	۶	۱۶۱۴	۶		
۴۷۴۴	۱۱۵۰	۶۲۴۱۶۴	۲۲۳۸۸۷	۲۶۲۲	۷۶۶	۲۲۴۴	۲۲۴۴	۴۹۱	۱۰۴	۱۱۳۹۸۴	۲۰۴۵۹	۲۴	۱۰	۲۴	۱۰	۱۷۸۸	۳۹۷	۹۵۴	۱۶۱۳۳	۹۳۲	۲۰۵۸۶	۴۳	۲۰۵۸۶	۴۳		
۲۰۰۴	۲۰۰۴	۳۶۰۸۴۹	۳۶۰۸۴۹	۱۰۷۵	۷۶۶	۹۰۷	۹۰۷	۱۷۹	۴۵۰	۳۰۴۲۳	۲۰۴۵۹	۶	۶	۶۱	۶۱	۱۰۰۶	۳۹۷	۹۵۴	۴۵۲۰	۵۴۸	۵۸۷۲	۷	۵۸۷۲	۷		
۹۷۸	۹۷۸	۱۷۲۷۴۵	۱۷۲۷۴۵	۶۲۰	۷۶۶	۵۵۹	۵۵۹	۱۱۵	۴۵۰	۳۱۱۹۲	۲۰۴۵۹	۶	۶	۴۳	۴۳	۴۸۲	۳۹۷	۹۵۴	۴۳۲۹	۲۱۵	۵۸۸۸	۷	۵۸۸۸	۷		
۴۵۳۴	۴۵۳۴	۹۲۴۸۹۰	۹۲۴۸۹۰	۲۴۵۷	۷۶۶	۱۸۹۸	۱۸۹۸	۴۴۰	۴۴۰	۱۰۴۲۹۱	۲۰۴۵۹	۳۳	۳۳	۶۳	۶۳	۱۶۴۹	۳۹۷	۹۵۴	۱۵۲۱۱	۸۰۴	۱۹۵۱۹	۲۸	۱۹۵۱۹	۲۸		
۱۸۰۲	۱۸۰۲	۲۵۸۵۸۸	۲۵۸۵۸۸	۸۹۷	۷۶۶	۷۶۶	۷۶۶	۲۰۰	۴۵۰	۳۸۹۸۱	۲۰۴۵۹	۷	۷	۱۱	۱۱	۱۸۱۸	۷۶۹	۱۸۱۸	۵۹۰۸	۵۸۱	۷۴۹۹	۹	۷۴۹۹	۹		
۴۷۴	۴۷۴	۶۷۶۲۷	۶۷۶۲۷	۳۰۶	۴۱۲	۲۲۰	۲۲۰	۵۴	۴۹	۱۱۶۰۵	۱۱۶۰۵	۴	۴	۱۴	۱۴	۴۶۱	۳۹۷	۹۵۴	۱۷۵۸	۱۲۱	۲۱۷۲	۶	۲۱۷۲	۶		
۹۲۲	۹۲۲	۱۱۷۷۶۴	۱۱۷۷۶۴	۶۵۷	۷۶۶	۳۸۱	۳۸۱	۱۰۷	۴۹	۲۱۶۴۳	۲۱۶۴۳	۴	۴	۱۷	۱۷	۳۱۵	۳۹۷	۹۵۴	۳۱۹۸	۲۴۸	۳۷۸۲	۱۳	۳۷۸۲	۱۳		
۲۱۸۱	۲۱۸۱	۴۳۸۶۰۸	۴۳۸۶۰۸	۱۲۴۵	۷۶۶	۹۳۷	۹۳۷	۲۴۰	۴۹	۴۸۴۴۱	۴۸۴۴۱	۹	۹	۳۰	۳۰	۸۷۶	۳۹۷	۹۵۴	۷۵۷۲	۴۷۱	۹۱۹۳	۱۴	۹۱۹۳	۱۴		
۱۱۸۹	۱۱۸۹	۱۴۸۹۸۷	۱۴۸۹۸۷	۶۹۵	۷۶۶	۴۴۴	۴۴۴	۱۳۹	۴۹	۳۱۷۶۱	۳۱۷۶۱	۵	۵	۱۳	۱۳	۴۸۷	۳۹۷	۹۵۴	۴۶۹۵	۲۸۵	۵۸۰۸	۱۶	۵۸۰۸	۱۶		
۷۴۲	۷۴۲	۹۰۴۱۵	۹۰۴۱۵	۴۸۰	۷۶۶	۳۰۸	۳۰۸	۹۸	۴۹	۱۸۶۷۲	۱۸۶۷۲	۴	۴	۲۶	۲۶	۴۴۸	۳۹۷	۹۵۴	۳۴۶۵	۱۷۸	۳۵۱۸	۸	۳۵۱۸	۸		
۱۲۶۴	۱۲۶۴	۲۱۶۵۲۵	۲۱۶۵۲۵	۸۸۲	۷۶۶	۵۲۳	۵۲۳	۱۴۸	۴۹	۳۳۶۴۹	۳۳۶۴۹	۸	۸	۲۲	۲۲	۷۰۴	۳۹۷	۹۵۴	۵۰۱۰	۱۵۴	۵۹۸۹	۹	۵۹۸۹	۹		
۱۷۴۷	۱۷۴۷	۲۰۸۰۳۴	۲۰۸۰۳۴	۱۱۸۱	۷۶۶	۸۹۰	۸۹۰	۲۱۲	۴۹	۴۶۹۳۲	۴۶۹۳۲	۱۰	۱۰	۳۴	۳۴	۷۸۵	۳۹۷	۹۵۴	۷۱۵۸	۲۷۳	۸۸۸۰	۱۸	۸۸۸۰	۱۸		
۱۴۳۸	۱۴۳۸	۲۷۹۹۴۴	۲۷۹۹۴۴	۹۳۷	۷۶۶	۶۲۷	۶۲۷	۱۴۸	۴۹	۳۴۲۵۰	۳۴۲۵۰	۵	۵	۲۲	۲۲	۵۳۳	۳۹۷	۹۵۴	۵۱۵۰	۳۳۳	۶۵۴۵	۱۸	۶۵۴۵	۱۸		
۳۶۳۵	۳۶۳۵	۵۲۱۷۹۲	۵۲۱۷۹۲	۱۹۳۹	۷۶۶	۱۶۹۸	۱۶۹۸	۳۷۹	۴۹	۵۶۴۰۴	۵۶۴۰۴	۸	۸	۴۳	۴۳	۱۵۴۸	۳۹۷	۹۵۴	۹۹۲۹	۷۳۷	۱۲۴۸۴	۵۹	۱۲۴۸۴	۵۹		
۲۶۳۵	۲۶۳۵	۵۶۶۶۴۴	۵۶۶۶۴۴	۱۲۴۹	۷۶۶	۱۱۸۴	۱۱۸۴	۲۴۳	۴۹	۴۴۵۲۷	۴۴۵۲۷	۱۲	۱۲	۳۳	۳۳	۱۴۳۹	۳۹۷	۹۵۴	۷۴۱۲	۵۲۹	۸۴۵۰	۱۶	۸۴۵۰	۱۶		
۱۲۴۸	۱۲۴۸	۱۷۴۳۴۹	۱۷۴۳۴۹	۵۷۴	۷۶۶	۵۶۳	۵۶۳	۲۰۴	۴۹	۳۹۲۰۶	۳۹۲۰۶	۶	۶	۲۵	۲۵	۷۳۶	۳۹۷	۹۵۴	۶۰۰۳	۵۵۸	۷۴۵۱	۷	۷۴۵۱	۷		
۱۲۴۸	۱۲۴۸	۲۱۴۲۱۱	۲۱۴۲۱۱	۸۴۳	۷۶۶	۵۱۳	۵۱۳	۱۳۰	۴۹	۲۵۵۳۸	۲۵۵۳۸	۷	۷	۱۱	۱۱	۴۸۰	۳۹۷	۹۵۴	۳۸۵۳	۱۷۲	۴۸۲۳	۱۳	۴۸۲۳	۱۳		
۱۵۶۷	۱۵۶۷	۳۴۳۰۲۶	۳۴۳۰۲۶	۵۸۹	۷۶۶	۷۶۲	۷۶۲	۱۳۶	۴۹	۲۴۲۶۲	۲۴۲۶۲	۱۴	۱۴	۲۹	۲۹	۷۴۸	۳۹۷	۹۵۴	۳۹۲۹	۳۴۴	۴۵۹۹	۸	۴۵۹۹	۸		
۷۰۱۹۰	۷۰۱۹۰	۱۱۴۴۹۴۸۵	۱۱۴۴۹۴۸۵	۴۱۳۰۶	۷۶۶	۳۱۸۷۵	۳۱۸۷۵	۷۶۸۲	۷۶۸۲	۱۵۹۴۵۰۵	۱۵۹۴۵۰۵	۳۵۰	۳۵۰	۱۰۴۸	۱۰۴۸	۳۳۶۷۲	۳۳۶۷۲	۶۹۸۴۴	۲۴۱۲۷۵	۱۵۷۷۶	۳۰۱۳۶۲	۵۵۲	۳۰۱۳۶۲	۵۵۲		

جدول ۷. کارایی کل و مولفه‌های پژوهشی و آموزشی با برنامه تولید جدید در سال ۱۳۹۶

واحد	کارایی آموزشی	کارایی پژوهشی	کارایی کل	واحد	کارایی آموزشی	کارایی پژوهشی	کارایی کل
۱	۰/۹۹۷	۰/۳۵۳	۰/۹۹۸	۱۷	۰/۹۹۹	۰/۶۱۷	۰/۹۹۷
۲	۰/۹۹۹	۰/۴۶۷	۱	۱۸	۱	۰/۹۵۲	۱
۳	۰/۷۶۶	۱	۱	۱۹	۰/۸۵۹	۱	۱
۴	۰/۹۹۶	۱	۰/۹۹۹	۲۰	۱	۰/۹۵۱	۱
۵	۰/۹۹۹	۰/۳۷۳	۰/۹۹۹	۲۱	۰/۹۱۴	۱	۱
۶	۰/۷۶۲	۱	۱	۲۲	۰/۹۷۹	۱	۱
۷	۰/۵۹۲	۱	۱	۲۳	۱	۰/۹۴۲	۱
۸	۰/۹۹۹	۰/۷۲۳	۰/۹۹۷	۲۴	۱	۰/۹۶۰	۱
۹	۱	۰/۳۴۱	۱	۲۵	۰/۹۹۹	۱	۱
۱۰	۱	۱	۱	۲۶	۱	۰/۹۴۷	۰/۹۹۹
۱۱	۰/۹۸۷	۱	۱	۲۷	۰/۹۹۹	۰/۵۴۳	۰/۹۹۷
۱۲	۱	۰/۳۳۱	۱	۲۸	۱	۰/۴۸۸	۰/۹۹۶
۱۳	۱	۰/۵۶۷	۰/۹۹۶	۲۹	۱	۰/۹۸۹	۱
۱۴	۱	۰/۶۸۰	۰/۹۹۹	۳۰	۱	۰/۹۹۵	۱
۱۵	۱	۱	۱	۳۱	۰/۹۹۷	۰/۶۱۳	۰/۹۹۹
۱۶	۰/۷۷۰	۱	۱	میانگین	۰/۹۹۵	۰/۸۰۱	۰/۹۹۹

#### ۴ بحث و نتیجه گیری

جدول ۲ پیش‌بینی ورودی‌ها و خروجی‌های واحدهای استانی دانشگاه آزاد اسلامی را در سال ۱۳۹۶ نشان می‌دهد، جدول ۳ حاوی محاسبات کارایی کل و کارایی مولفه‌های آموزشی و پژوهشی سال‌های ۹۴ تا ۹۶ با استفاده از مدل (۳) است؛ داده‌های جدول ۶ مربوط به خروجی مدل برنامه‌ریزی تخصیص می‌باشند که در جدول ۷ کارایی استان‌ها بر اساس آنها محاسبه شده است. همان‌طور که در جدول ۷ نشان داده شده است، امتیاز جدید کارایی تمام واحدها، بین امتیاز کارایی قبلی آنها و یک قرار می‌گیرد. نتایج نشان‌دهنده آن است که بر اساس برنامه جدید، نمرات کارایی همه واحدها بهبود یافته است، به طوری که از نظر کارایی آموزشی، ۱۴ واحد روی مرز کارا قرار گرفته و ۶ واحد با کارایی ۰/۹۹۹، ۲ واحد با ۰/۹۹۷ و ۱ واحد با ۰/۹۹۶ نزدیک به مرز کارا می‌باشند. در مقایسه با کارایی آموزشی محاسبه شده بر اساس اطلاعات ورودی و خروجی پیش‌بینی شده برای سال ۱۳۹۶ (جدول ۳) نیز وضعیت کارایی استان‌ها با برنامه تخصیص جدید بهتر شده است. بر اساس پیش‌بینی سال ۹۶، تعداد ۹ واحد از نظر آموزشی روی مرز کارا قرار می‌گیرند و ۱۳ واحد نیز نزدیک مرز کارا خواهند بود. از نظر کارایی پژوهشی در برنامه‌ی جدید تولید (تخصیص)، ۱۲ واحد روی مرز کارا قرار می‌گیرند و در سایر موارد نیز نسبت به پیش‌بینی‌های سال‌های ۹۵ و ۹۶ و عملکرد واقعی سال ۹۴، به مراتب وضعیت بهتر می‌باشد. از نظر کارایی کل، در نتیجه اجرای برنامه‌ی تخصیص، تعداد ۲۰ واحد در سطح مرز کارا قرار می‌گیرند. مقایسه جدول ۷ (کارایی برنامه‌ی تخصیص) با جدول ۱ که کارایی سال‌های ۱۳۹۴ و ۱۳۹۵ را نشان می‌دهد نیز رویکرد

بهبود سازی واحدها توسط مدل پیشنهادی را آشکار می سازد. با ملاحظه جدول ۱ که در آن کارایی های استان ها بین سال های ۹۴ تا ۹۶ محاسبه شده است، متوجه می شویم که کارایی بسیاری از واحدهای استانی در سال ۱۳۹۵ کاهش یافته و در سال ۱۳۹۶ مجددا افزایش داشته است و یا برخی واحدها با افت کارایی مواجه بوده اند، در حالی که در مدل طراحی شده برنامه ریزی تخصیص منابع و اهداف، یکی از محدودیت ها، افزایش کارایی می باشد و همان طور که ملاحظه می شود، کارایی تمام واحدها در مقایسه با سال های ۹۴ تا ۹۶، بیش تر شده است؛ البته همانند نقاط تصویر به کارایی ۱۰۰٪ نمی رسند؛ ولی روند آن ها همواره رو به بهبود می باشد. با مقایسه جداول پیش بینی، نقاط تصویر و برنامه ی تولید (تخصیص) جدید متوجه می شویم که در اکثر موارد، ورودی ها و خروجی های به دست آمده از برنامه ی تولید، به ورودی ها و خروجی های نقاط تصویر نزدیک تر می باشند تا ورودی و خروجی های جدول پیش بینی و با توجه به اینکه در برنامه ی تولید، اندازه ی واحدها نیز در نظر گرفته شده است این امر تضمین کننده ی شدنی بودن نتایج است. مقایسه ورودی ها و خروجی های ۲ واحد استانی ۲ و ۲۱ که در پیش بینی سال ۹۶ نزدیک به مرز کارا می باشند ولی در برنامه ی تخصیص جدید به مرز کارا می رسند، نشان دهنده ی آن است که با ورودی های کمتر می توان به خروجی های بیشتر و کارایی ۱۰۰٪ دست یافت. مقایسه سایر ورودی ها و خروجی ها نیز نشان دهنده ی توزیع مناسب تر منابع و اهداف و بهبود وضعیت کارایی واحدهای استانی است. در این تخصیص اندازه ی بزرگی واحدها موجب اجرایی تر شدن اهداف و عادلانه تر شدن تامین اعتبار و تخصیص بودجه به استان ها می شود.

## منابع

- [۱] جعفرنژاد، احمد. مدیریت تولید و عملیات نوین. دانشگاه تهران، موسسه انتشارات، ۱۳۹۲.
- [۴] محقر، علی. صفری، حسین. امیر تیموری، علیرضا. صوفی، منصور. مدل جدید تحلیل پوششی داده ها برای سنجش کارایی واحدهای تصمیم گیرنده با ساختار شبکه ای موازی. تحقیق در عملیات در کاربردهای آن، پیاپی ۱۳، شماره ۳، صفحه ۲۶-۹. ۱۳۹۵.
- [2] M. Soufi and M. Panahandeh, The role of total quality management in patient-centered restructuring., *J. Soc. Health Syst.*, vol. 5, no. 1, pp. 63–71, 1995.
- [3] A. Jafarnejad, M. Soufi, and M. Ajalli, The Role of Management and Human Resource in implementing e-Factory by AHP method ( Case study of Guilan province Industries ), *J. Oper. Res. Soc. Japan*, vol. 3, no. 1, pp. 6691–6701, 2014.
- [5] S. Lozano, E. Gutiérrez, and P. Moreno, Network DEA approach to airports performance assessment considering undesirable outputs, *Appl. Math. Model.*, vol. 37, no. 4, pp. 1665–1676, 2013.
- [6] P. Korhonen and M. Syrjanen, Resource Allocation Based on Efficiency Analysis, *Manage. Sci.*, vol. 50, no. 8, pp. 1134–1144, 2004.
- [7] G. R. Jahanshahloo, F. H. Lotfi, N. Shoja, G. Tohidi, and S. Razavyan, The outputs estimation of a DMU according to improvement of its efficiency, *Applied Mathematics Comput.*, vol. 147, no. 2, pp. 409–413, 2004.
- [8] M. Cook, W.D. Kress, Characterizing an equitable allocation of shared costs: A DEA approach, *Eur. J. Oper. Res.*, vol. 119, pp. 652–661, 1999.
- [9] S. Lozano and G. Villa, Centralized Resource Allocation Using Data Envelopment Analysis, *J. Product. Anal.*, vol. 22, no. 1, pp. 143–161, 2004.
- [10] E. G. Gomes, J. C. Mello, and L. A. Meza, Large discreet resource allocation: a hybrid approach based on dea efficiency measurement, *Pesqui. Operacional*, vol. 28, no. 3, pp. 597–608, 2008.
- [11] M. P. E. Lins, E. G. Gomes, J. S. de Mello, and A. J. R. S. de Mello, Olympic ranking based on a

- zero sum gains DEA model, *Eur. J. Oper. Res.*, vol. 148, p. 312–322., 2003.
- [12] J. C. C. B. Soares deMello, E. G. Gomes, F. R. Leta, and M. H. C. Soares deMello, Algoritmo de alocação de recursos discretos com análise de envoltória de dados, *Pesqui. Operacional*, vol. 26, no. 2, pp. 225–239, 2006.
- [13] Y. Y. Li, F. Liang, and L. Hua, Allocating the fixed cost as a complement of other cost inputs: A DEA approach, *Eur. J. Oper. Res.*, vol. 197, pp. 389–401, 2009.
- [14] A. Amirteimoori and M. M. Tabar, Resource allocation and target setting in data envelopment analysis, *Expert Syst. Appl.*, vol. 37, no. 4, pp. 3036–3039, 2010.
- [15] A. Z. Milioni, J. V. G. Avellar, E. G. Gomes, and J. C. C. B. S. Mello, An ellipsoidal frontier model: allocating input via parametric DEA, *Eur. J. Oper. Res.*, vol. 209, pp. 113–121, 2011.
- [16] R. Lin, Allocating fixed costs and common revenue via data envelopment analysis, *Appl. Math. Comput.*, vol. 218, pp. 3680–3688, 2011.
- [17] Z. Hosseinzadeh-Lotfi, F. Nematollahi, N. Behzadi, M.H. Mirbolouki, M. Moghaddas, Centralized resource allocation with stochastic data, *J. Comput. Appl. Math.*, vol. 236, pp. 1783–1788, 2012.
- [18] R. C. Silva and A. Z. Milioni, The Adjusted Spherical Frontier Model with weight restrictions, *Eur. J. Oper. Res.*, vol. 220, pp. 729–735, 2012.
- [19] C. Mar-Molinero, D. Prior, M. M. Segovia, and F. Portillo, On centralized resource utilization and its reallocation by using DEA, *Ann. Oper. Res.*, vol. 11, pp. 1083–1088, 2012.
- [20] F. Hosseinzadeh-Lotfi, A. Hatami-Marbini, P. J. Agrell, N. Aghayi, and K. A. Gholami, Fixed resources and setting targets using a common-weights DEA approach, *Comput. Ind. Eng.*, vol. 64, pp. 631–640, 2013.
- [21] J. Wu, Q. An, S. Ali, and L. Liang, DEA based resource allocation considering environmental factors, *Math. Comput. Model.*, vol. 58, pp. 1128–1137, 2013.
- [22] Y. Li, M. Yang, Y. Chen, Q. Dai, and L. Liang, Allocating a fixed cost based on data envelopment analysis and satisfaction degree, *Omega*, vol. 41, pp. 55–60, 2013.
- [23] X. Si, L. Liang, G. Jia, L. Yang, H. Wu, and Y. Li, Proportional sharing and DEA in allocating the fixed cost, *Appl. Math. Comput.*, vol. 219, pp. 6580–6590, 2013.
- [24] A. Varmaz, A. Varwig, and T. Poddig, Centralized resource planning and Yardstick competition, *Omega*, vol. 41, pp. 112–118, 2013.
- [25] P. Bogetoft, DEA-based Yardstick competition: the optimality of best practice regulation, *Ann. Oper. Res.*, vol. 73, pp. 277–298, 1997.
- [26] L. Fang, A generalized DEA model for centralized resource allocation, *Eur. J. Oper. Res.*, vol. 228, pp. 405–412, 2013.
- [27] M. Asmild, T. Holvad, J. L. Hougaard, and D. Kronborg, Railway reforms: do they influence operating efficiency?, *Transp. J.*, vol. 36, no. 5, pp. 617–638, 2009.
- [28] H. B. Kwon and J. Lee, Two-stage production modeling of large U.S. banks: A DEA-neural network approach, *Expert Systems with Applications*, vol. 42, no. 19, pp. 6758–6766, 2015.
- [29] M. Shafiee, F. Hosseinzadeh Lotfi, and H. Saleh, Supply chain performance evaluation with data envelopment analysis and balanced scorecard approach, *Applied Mathematical Modelling*, vol. 38, no. 21–22, pp. 5092–5112, 2014.
- [30] M. Azadi, A. Shabani, M. Khodakarami, and R. Farzipoor Saen, Reprint of ‘Planning in feasible region by two-stage target-setting DEA methods: An application in green supply chain management of public transportation service providers,’ *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, vol. 74, pp. 22–36, 2015.
- [31] I. Piot-Lepetit and J. Nzongangb, Financial sustainability and poverty outreach within a network of village banks in Cameroon: A multi-DEA approach, *Eur. J. Oper. Res.*, vol. 234, pp. 319–330, 2014.
- [32] B. Wiegmans and S. Dekker, Benchmarking deep-sea port performance in the Hamburg-Le Havre range, *Benchmarking An Int. Journal*, <http://dx.doi.org/10.1108/BIJ-04-2013-0050>, vol. 23, no. 1, pp. 96–112, 2016.
- [33] R. Dabestani, A. Shahin, M. Saljoughian, and H. Shirouyehzad, Importance-performance analysis of service quality dimensions for the customer groups segmented by DEA - the case of four star hotels, *Int. J. Qual. Reliab. Manag. Importance-performance*, vol. 33, no. 2, 2016.