مجله تحقیق در عملیات در کاربردهای آن، سال بیستم، شماره سوم (پیاپی ۷۸)،پاییز ۰۲، ص ص ۱۰۷-۸۷
شاپا ۷۲۸۶-۲۲۵۱

# حل یک مساله تخصیص دو سطحی با استفاده از روش یادگیری ماشین خود نظارتی

**محمود صدرا[۱]، مهدی زعفرانیه[۲*]**

۱- دانشجوی کارشناسی ارشد، گروه علوم کامپیوتر، دانشکده ریاضی و علوم کامپیوتر، دانشگاه حکیم سبزواری، سبزوار، ایران

۲- دانشیار، گروه ریاضی، دانشکده ریاضی و علوم کامپیوتر، دانشگاه حکیم سبزواری، سبزوار، ایران

رسید مقاله: ۱۸ دی ۱۴۰۱

پذیرش مقاله: ۷ خرداد ۱۴۰۲

## چکیده

در این پژوهش یک مساله بهینه‌سازی دوسطحی طراحی شبکه حمل و نقل گسسته بررسی‌شده و از یک روش ترکیبی بهینه‌سازی-یادگیری ماشین برخط برای حل آن استفاده شده است. به دلیل ماهیت NP-سخت مسایل دوسطحی، یافتن پاسخ مناسب و موثر برای آنها امری دشوار است و ارایه روش‌های جدید و موثر برای حل این مسایل مورد توجه محققان قرار دارد. هدف در این مساله انتخاب بهینه یال‌های جدید جهت احداث در یک شبکه حمل و نقل شهری است که موثرترین سهم را در روان‌سازی شبکه ترافیکی داشته باشند. تابع هدف سطح بالا شامل مساله کمینه‌کردن زمان سفر کل شبکه و هزینه احداث یال‌های جدید در شبکه است. تابع هدف سطح پایین نیز مساله کمینه کردن زمان سفر هر کدام از کاربران شبکه را مورد بررسی قرار می‌دهد. تعدادی مثال عددی در محیط برنامه‌نویسی پایتون جهت بررسی اعتبار مدل و روش حل، ارایه شده است.

**کلمات کلیدی:** برنامه‌ریزی دوسطحی، یادگیری ماشین نظارت‌شده، مساله تخصیص ترافیک، مساله طراحی شبکه.

## ۱ مقدمه و پیشینه پژوهش

امروزه مسایل مرتبط با حمل و نقل به دلیل پیامدهای اجتماعی و اقتصادی فراوان اهمیت زیادی در بین محققان و مدیران حوزه تخصیص منابع پیدا کرده است [۱، ۲]. به طور کلی در مهندسی حمل و نقل شبکه‌های شهری، دو مساله مرتبط با هم شامل طراحی اولیه شبکه و توسعه و نگهداری آن مورد توجه و تاکید قرار دارد. توسعه معابر شهری امری پرهزینه و حساس است که بر روی زندگی روزمره بخش زیادی از جمعیت مجاور و مسافرانی که از مسیرهای جدید استفاده می‌کنند تاثیرگذار است. از این رو شبیه‌سازی آن با استفاده از مدل‌های ریاضی می‌تواند

* عهده‌دار مکاتبات

آدرس الکترونیکی: m.zafenieh@hsu.ac.ir ،mehdi.zaferanieh@gmail.com



[ Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-05-14 ]

[ DOI: 10.22034/20.3.87 ]

موجب صرفه‌جویی‌های کلان اقتصادی شود و سهم ارزنده‌ای در رضایت کاربران از سیاست گذاران حوزه حمل و نقل شهری داشته باشد [۱، ۳].

بسیاری از مدل‌های حمل و نقل مانند مدل جریان در شبکه به دلیل ماهیت سلسله مراتبی آنها می‌توانند به صورت مدل‌های دوسطحی فرمول‌بندی شوند[۵، ۴]. مسایل برنامه‌ریزی دو سطحی در دسته مسایل NP-سخت دسته‌بندی می‌شوند و با توجه به ماهیت تابع هدف، محدودیت‌ها و متغیرهای مساله، می‌توان راه حل‌های متنوعی برای آنها ارایه کرد [۶]. در این نوع از مسایل متغیرها به دو دسته متغیرهای سطح بالا و پایین تقسیم می‌شوند. متغیرهای سطح بالا در اختیار تصمیم‌گیرنده سطح بالا قرار می‌گیرد که در نظریه بازی به آن بازیکن رهبراطلاق می‌شود و دسته دوم متغیرها در اختیار تصمیم‌گیرنده سطح پایین قرار دارد که اصطلاحا به آن بازیکن پیرو اطلاق می‌شود. در شکل ۱ ارتباط بین مساله دوسطحی و سایر حوزه‌های علوم و مهندسی آورده شده است. در مدل‌های حمل و نقل می‌توان یک نگرش دوسطحی برای طراحی مساله در نظر گرفت. در سطح بالا یک نگاه عمومی (ماکروسکوپیک) وجود دارد که زمان کل سفر در شبکه را بررسی و بهینه می‌کند. در سطح پایین نیز یک نگاه فردی (میکروسکوپیک) وجود دارد که زمان سفر هر کدام ازکاربران را به صورت مجزا بررسی و بهینه می‌کند ([۷، ۸]).

مساله سطح بالا یا پایین در مدل‌های دوسطحی با توجه به شرایط تابع هدف و محدودیت‌های متناظر می‌توانند در دسته مسایل محدب یا نامحدب قرار بگیرند. همچنین متغیرها نیز می‌توانند به شکل گسسته یا پیوسته تعریف شوند [۱۰، ۹]. در هر کدام از این حالت‌ها رویکرد حل مساله متفاوت است و روش‌های متنوعی مانند استفاده از شرایط اولیه-دوگان و یا استفاده از روش‌های ابتکاری و فراابتکاری برای حل آنها پیشنهاد می‌شود[۱۱]. مساله طراحی حمل و نقل شبکه گسسته در سطح بالا دارای متغیرهای گسسته با تابع هدف غیرخطی محدب و در سطح پایین نیز دارای متغیرهای پیوسته با یک تابع هدف غیرخطی محدب است و از این رو در دسته مسایل غیر خطی با متغیرهای آمیخته قرار دارد [۷]. برای حل این دسته از مسایل اخیرا محققان از روش یادگیری ماشین استفاده کرده‌اند[۳، ۲]. روش یادگیری ماشین بدون در نظر گرفتن خواص توابع هدف و محدودیت‌ها از جمله مشتق‌پذیری و تحدب و با استفاده از یک سری داده‌های آموزشی که جهت یادگیری از آنها استفاده می‌شود رفتار تابع هدف را پیش‌بینی می‌کند[۱۲]. کاربردهای روش‌های یادگیری ماشین به شکل فزاینده‌ای در حوزه‌های مربوط به شناخت الگوی رفتار انسان گسترش یافته است به عنوان مثال [۱۳] با استفاده از روش‌های یادگیری ماشین الگوی خلق و خوی افراد سالمند را با توجه به فعالیت‌های روزمره آنها مورد بررسی قرار دادند.

در این مقاله یک مدل طراحی حمل و نقل گسسته دوسطحی تخصیص ترافیک مورد بررسی قرار گرفته است که با استفاده از یک روش بهینه سازی-یادگیری ماشین و به کمک روش رگرسیون حل شده است. این روش حل می‌تواند برای حل سایر مسایل بهینه‌سازی دوسطحی نیز مورد استفاده قرار گیرد. نوآوری این پژوهش علاوه بر استفاده از روش یادگیری ماشین برخط برای حل مساله تخصیص ترافیک دوسطحی، استفاده از کتابخانه‌های بهینه‌سازی در محیط pyomo از زبان برنامه‌نویسی پایتون است. پیاده‌سازی جدید و یکپارچه در محیط پایتون که در این مقاله صورت گرفته، به طور چشم‌گیری زمان اجرای الگوریتم را کاهش داده است.



[ Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-05-14 ]

[ DOI: 10.22034/20.3.87 ]

همچنین در این پژوهش، برخلاف پژوهش‌های پیشین که صرفا مقدار بهینه تابع هدف به‌دست آمده از دو روش شمارشی و یادگیری ماشین مقایسه می‌شد، رفتار تابع هدف اصلی و جایگزین هم بررسی و گزارش شده است. علاوه بر آن زمان اجرای قسمت‌های مختلف برنامه مورد مطالعه قرار گرفته و مشخص شد که قسمت یادگیری ماشین سهم اندکی در اجرای زمان کل برنامه دارد.

سازماندهی این مقاله به شرح زیر است. در بخش ۲ به بررسی مدل‌های دوسطحی و راه حل‌های آنها پرداخته می‌شود. در بخش ۳ مساله یادگیری ماشین و انواع روش‌های یادگیری شامل روش‌های نظارت‌شده، بدون نظارت، خودیادگیری و روش‌های تقویتی معرفی می‌شوند. در بخش ۴ مدل ریاضی مساله تخصیص ترافیک و مساله طراحی شبکه دوسطحی معرفی‌شده و نمادها و فرمول بندی‌های لازم ارایه می‌شود. در بخش ۵ استفاده از روش یادگیری ماشین نظارت‌شده برخط برای حل مساله طراحی شبکه دوسطحی مورد بررسی قرار گرفته و جزییات پیاده‌سازی آن ارایه شده است. در بخش ۶ مثال‌های عددی و پیاده‌سازی الگوریتم روش یادگیری برخط در محیط برنامه‌نویسی پایتون ارایه شده است. در بخش ۷ نیز نتیجه‌گیری و پیشنهادهایی برای انجام کارهای آتی ارایه شده است.

## ۲ معرفی مدل‌های بهینه‌سازی دوسطحی و روش حل آنها

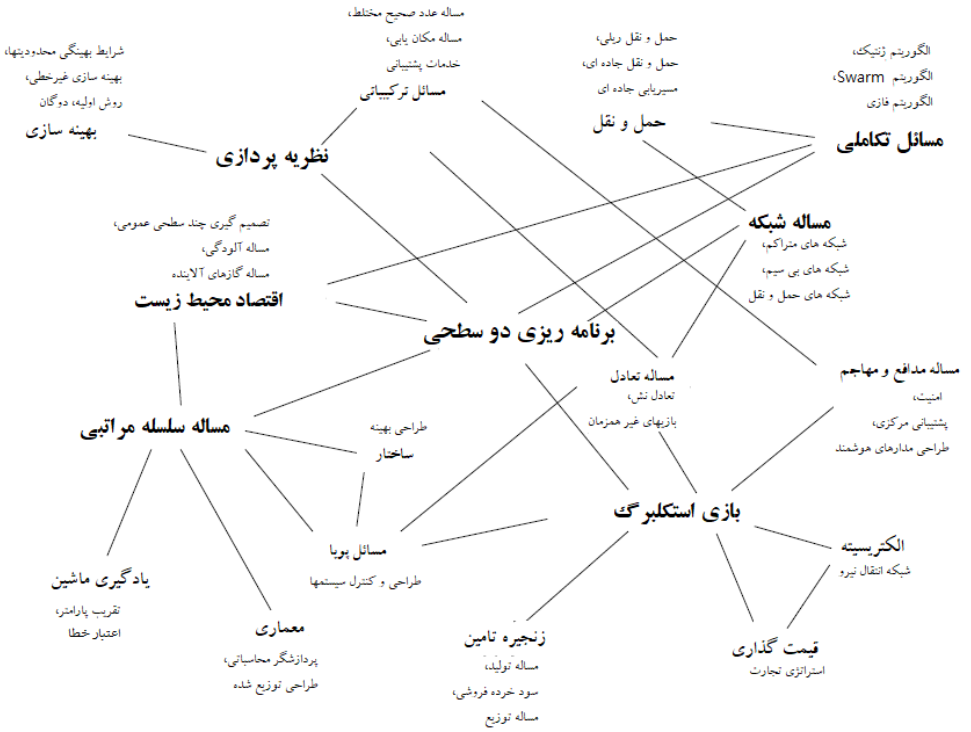
ساختار کلی مسایل برنامه‌ریزی دو سطحی به شکل زیر است:

$$\text{GBLP: } \min_{x\in X, y\in Y} F(x,y)$$
$$s.t.\quad G(x,y) \le 0$$
$$\min_{y\in Y} f(x,y)$$
$$s.t.\quad g(x,y) \le 0$$

که در آن $x$ متغیر تصمیم مساله سطح بالا، $F$ و $G$ به ترتیب توابع هدف و محدودیت‌های مساله سطح بالا، $y$ متغیر تصمیم مساله سطح پایین و توابع $f$ و $g$ به ترتیب توابع هدف و محدودیت‌های مساله سطح پایین هستند. ویژگی اصلی مساله GBLP آن است که از دو مساله بهینه‌سازی در سطوح بالا و پایین تشکیل شده است. در این مدل، مساله سطح پایین به همراه تابع هدف، قیود و متغیرهای تصمیم، بخشی از قیود مساله سطح بالا است. روش حل مساله دوسطحی GBLP به صورت نظری شامل مشخص کردن جواب‌های مساله سطح بالا و سپس دریافت جواب از مساله سطح پایین است [۱۴، ۵].

[ Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-05-14 ]

[ DOI: 10.22034/20.3.87 ]




**شکل ۱.** ارتباط میان مسایل دوسطحی و سایر نظریه ها و کاربردها[۴]

**جدول ۱.** معرفی برخی روش‌های حل مسایل دوسطحی در حالت‌های مختلف

| روش حل | کاربرد |
|---|---|
| تبدیل به مساله یک سطحی | زمانی که مساله سطح پایین محدب و منظم باشد، می‌توان آن‌را با شرایط KKT[1] جایگزین کرد و مساله به یک مساله یک سطحی تبدیل شود [۶، ۴]. |
| روش نقطه راسی: | برای مسایل دو سطحی خطی با جواب بهینه متناهی که تمام معادلات و توابع خطی هستند و جواب بهینه آنها در یکی از راس‌های چند وجهی X حاصل از محدودیت‌ها قرار دارد[۶]. |
| روش محور گیری مکمل: | بر اساس فرمول بندی مجدد مساله سطح پایین و با استفاده از شرایط KKT عمل می‌کند[۶]. |
| روش تابع جریمه: | در این روش، تابع سطح پایین یا بالا یا هردو با یک تابع جریمه جایگزین می‌شود این روش برای حل مسایل نامحدب استفاده می‌شود [۴]. |
| روش ناحیه ایمن: | این روش مبتنی بر تکرار است و برای حل مسایل دوسطحی در حالت کلی استفاده می‌شوند. در آنها ابتدا یک ناحیه برای تقریب تابع هدف در نظر گرفته می‌شود. اگر تقریب خوب بود، مدل توسعه داده می‌شود وگرنه کنار گذاشته می‌شود [۶، ۴]. |
| روش یادگیری ماشین | این روش‌ها با استفاده از داده‌های آموزشی سعی در پیش بینی و یادگیری رفتار تابع هدف و محدودیت‌های مدل‌های ریاضی دارند. اعتبار این روش‌ها با استفاده از داده‌های آزمایشی تحقیق می‌شود [۱۵، ۱۲]. |

مسایل برنامه‌ریزی دوسطحی در دسته مسایل NP–سخت قرار دارند، حتی در ساده‌ترین نوع مساله که هر دو مساله سطح بالا و پایین مساله برنامه‌ریزی خطی باشند، به‌دست آوردن جواب بهینه یا نزدیک به بهینه یک مساله

[1] Karush-Kuhn-Tucker conditions



[ Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-05-14 ]

[ DOI: 10.22034/20.3.87 ]

NP-سخت است[۱۶]. به دلیل گستردگی و تنوع این مسایل، راه حل کلی برای آنها وجود ندارد و بسته به ویژگی‌های مساله برای آنها راه حل‌های اختصاصی ارایه می‌شود. برخی از این راه حل‌ها در جدول ۱ آمده است.

## ۳ معرفی مساله یادگیری ماشین

روش‌های یادگیری ماشین، عموما با کمک رایانه و استفاده از الگوریتم های یادگیری بدون استفاده از فرمول‌های صریح در مورد یک موضوع خاص اطلاعات جدیدی از رفتار سیستم به دست می‌آورند. الگوریتم‌های یادگیری ماشینی یک مدل ریاضی را بر اساس داده‌های نمونه یا داده‌های آموزشی به کار می‌گیرند و از آن به منظور پیش‌بینی یا تصمیم‌گیری در مورد نمونه‌هایی که بعدا با آنها برخورد می‌کنند و با عنوان داده‌های آزمایشی از آنها یاد می‌شود، بهره می‌برند. یادگیری ماشین در بسیاری زمینه‌ها از جمله مهندسی، کسب و کار، زبان‌شناسی و پزشکی کاربرد دارد. روش‌های یادگیری شامل یادگیری نظارت‌شده، یادگیری نظارت‌نشده، یادگیری خودنظارتی و یادگیری تقویتی [۱۷] است که در ادامه به اختصار به معرفی آنها می‌پردازیم.

**جدول ۲.** انوع روش‌های یادگیری ماشین و کاربردهای آنها

| روش یادگیری | توضیح و کاربرد |
|---|---|
| یادگیری نظارت‌شده | این روش رایج‌ترین نوع یادگیری ماشین می‌باشد و هدف آن اختصاص دادن ورودی‌ها به برچسب‌های از قبل شناخته شده است[۱۷]. دو روش اصلی یادگیری نظارت‌شده شامل روش رگرسیون برای داده‌های پیوسته و روش طبقه‌بندی برای داده‌های گسسته هستند[۱۲]. |
| یادگیری نظارت نشده | این شاخه از یادگیری ماشین شامل یافتن روابط میان داده‌های ورودی‌ها بدون استفاده از برچسب‌های از قبل مشخص شده است[۱۲]. |
| یادگیری خودنظارتی | یادگیری نظارت شده‌ای است که در آن از برچسب‌گذاری ایجادشده توسط انسان استفاده نمی‌شود. در این روش از برچسب‌هایی استفاده می‌شود که بر اساس داده‌های ورودی و معمولا با استفاده از الگوریتم‌های ابتکاری تولید می‌شود[۱۲]. |
| یادگیری تقویتی | در یادگیری تقویتی یک عامل، با استفاده از اطلاعاتی که از محیط پیرامون دریافت می‌کند، یاد می‌گیرد بهترین واکنش جهت دریافت حداکثر پاداش ممکن را انجام دهد[۱۲]. |

## ٤ فرمول‌بندی مساله تخصیص ترافیک(TAP) و مساله طراحی شبکه دوسطحی(BL-NDP)

در این بخش مساله تخصیص ترافیک مورد بررسی قرار می‌گیرد و مدل ریاضی آن ارایه می‌شود. در ادامه مساله دوسطحی تخصیص ترافیک نیز معرفی می‌شود. در ادامه به معرفی مفاهیم اساسی در مبحث حمل و نقل خصوصا حمل ونقل درون شهری پرداخته می‌شود. برای طراحی یک سیستم حمل و نقل شهری، ابتدا نقاطی از شبکه شهری که مبدا یا مقصد سفر هستند، انتخاب می‌شوند و سپس مدل‌های ریاضی معادل در چهار مرحله شامل تولید سفر، توزیع سفر، تنوع سفر، تخصیص ترافیک [۲] طراحی می‌شوند. در یک شبکه حمل و نقل شهری، مسافران مسیری را انتخاب کنند که زمان سفر آنها را کمینه کند. نتیجه چنین تصمیمات فردی، در نهایت منجر به حالتی می‌شود که در آن هیچ مسافری نمی‌تواند با انتخاب یک مسیر جایگزین، زمان سفر خودرا کم‌تر کند. به این

[ Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-05-14 ]

[ DOI: 10.22034/20.3.87 ]

وضعیت، نقطه کاربر متعادل[1] اطلاق می‌شود. در این حالت تمام مسیرهای استفاده‌شده توسط کاربران، بین مبداء و مقصدهای یکسان، دارای زمان سفر یکسانی هستند[۱۸، ۲].

اما اگر از دیدگاه مدیران شبکه که نگاه کلی (ماکروسکوپیک) به شبکه دارند جریان ترافیک مورد بررسی قرار گیرد، زمانی ترافیک شبکه در حالت بهینه قرار دارد که میانگین زمان تمام سفرهای شبکه در حالت کمینه باشد. این نقطه، نقطه بهینه جریان سیستم نامیده می‌شود. زمان کل سفر در سیستم معمولا با الگوی سفر کاربر متعادل بهینه نمی‌شود، مگر زمانی که در هیچ مسیری تراکم وجود نداشته باشد. در سیستم‌های ترافیک شهری، ترافیک واقعی مشاهده‌شده در خیابان‌ها به نقطه کاربر متعادل (کمینه شدن زمان سفر یک مسافر) نزدیک‌تر است تا به نقطه بهینه سیستم (کمینه شدن میانگین زمان سفر درشبکه) [۱۸، ۲]. با داشتن توابع مشخص‌کننده رابطه حجم ترافیک، زمان سفر و تقاضای سفر، می‌توان بر اساس قانون یکسان بودن زمان سفرها و قانون حداقل کردن هزینه کل، ترافیک را به شبکه حمل و نقل اختصاص داد [۱۸، ۲]. تقاضای سفر معمولا به عنوان میانگین نرخ سفر تعریف می‌شود که عبارت است از میانگین تعداد سفرهای واردشده به شبکه در یک بازه زمانی خاص است. دوقانون رفتاری ذکر شده در بالا به اصول دوگانه وردراپ[2]معروف هستند و مطابق تعاریف زیر بیان می‌شوند[۱۸، ۲].

**اصل اول وردراپ:** زمان سفر در تمام مسیرهایی که بین یک زوج مبداء و مقصد استفاده می‌شوند، کمتر یا مساوی زمانی است که در مسیرهای بلااستفاده با آن روبه‌رو می‌شویم.

**اصل دوم وردراپ:** میانگین زمان سفر در کل شبکه کمینه است.

مساله تخصیص ترافیک که بر اساس اصل اول وردراپ مدل‌سازی می‌شود، می‌تواند به عنوان یک نقطه تعادل نش در نظریه بازی مطرح شود [۱۸، ۲].

### ٤-١ مدل ریاضی مساله تخصیص ترافیک

برای معرفی مدل ریاضی مساله تخصیص ترافیک یک سطحی و دوسطحی نمادهای لازم را در جدول ۳ معرفی کرده‌ایم. مدل ریاضی مساله تخصیص ترافیک به صورت مساله محدب زیر بیان می‌شود.

$$TAP: \qquad \text{Min} \sum \int_{0}^{x_a} t_a(x_a)\,dx \qquad (۱)$$

$$\sum_{p \in P_k} h_{p_K} = r_k, \qquad \forall k \qquad (۲)$$

$$\sum_{k} \sum_{p \in P_k} \delta_{kap} h_{p_K} = x_a, \qquad \forall a \in A \qquad (۳)$$

$$x_a \geq 0, \qquad \forall a \in A \qquad (۴)$$

در مساله بالا تابع هدف (۱) جهت کمینه کردن زمان سفر از دیدگاه مسافران ارایه شده است. محدودیت (۲) بیان می‌کند، که مجموع سفرهایی که ازتمام مسیرهای موجود میان یک زوج مبدا-مقصد انجام می‌شود، برابر با کل

[1]User equilibrium
[2]Wardrop's conditions



[ Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-05-14 ]

[ DOI: 10.22034/20.3.87 ]

تقاضای سفر بین آن زوج مبداء-مقصد است. محدودیت (۳) بیان می‌کند که جریان ترافیک یک یال برابر با مجموع جریان روی تمام مسیرهایی است که بین زوج‌های مبدا-مقصد مختلف قرار دارند و شامل این یال نیز هستند.

**جدول ۳.** نمادهای استفاده شده در متن و مدل های ریاضی

| | |
|---|---|
| $G=(A,N)$ | یک شبکه با مجموعه N از گره‌ها و مجموعه A از یال‌ها |
| $K \subseteq N \times N$ | مجموعه زوج‌های مبدا-مقصد شبکه G |
| $P_k$ | مجموعه مسیرهای بین راس ابتدایی و انتهایی kامین زوج |
| $h_{pk}$ | جریان موجود در مسیر pام از مجموعه $P_k$ |
| $x_a$ | جریان یال a |
| $t_a(x_a)$ | زمان سفر بر روی یال a |
| $t_a^0$ | زمان سفر در یال a بدون ترافیک که به آن زمان جریان آزاد[1] می‌گویند |
| $c_a$ | ظرفیت یال a |
| $r_k$ | تقاضای سفر بین Kامین زوج |
| $\Delta=\left[\delta_{kap}\right]$ | ماتریس واقع شدن یک یال در یک مسیر که در آن $\delta_{kap}$، یک است اگر مسیر pام از kامین زوج شامل یال a باشد و در غیر این‌صورت صفر است. |
| $A'$ | مجموعه یال‌های کاندیدا برای احداث |
| $y_a$ | متغیر تصمیم صفر و یک برای احداث یال‌های جدید از مجموعه $A'$ |
| $z$ | تابع هدف مساله اصلی |
| $\overline{z}$ | تابع هدف مساله جایگزین |
| $Z$ | بردار تمام مقادیر تابع هدف اصلی (z) درتکرارهای اجرای الگوریتم B-ML |

محدودیت (۴) هم تصدیق می‌کند که جریان روی تمام یال‌ها بزرگ‌تر یا مساوی صفر است. تابع $t_a(x_a)$زمان سفر روی یال $a$ را مشخص می‌کند که با استفاده از فرمول BPR[2] [۲] مطابق رابطه $t_a(x_a)=t_a^{\circ}\left(1+\beta\left(\frac{x_a}{c_a}\right)^{\alpha}\right)$ به دست می‌آید. پارامترهای $\alpha$ و $\beta$ ثابت و مثبت هستند و در اکثر تحقیقات $\alpha=4$, $\beta=0/15$ در نظر گرفته می‌شوند.

## ۲-٤ مدل ریاضی مساله تخصیص ترافیک دوسطحی

مساله طراحی شبکه گسسسته[3] DNDP، به مساله انتخاب یک سبد بهینه از میان چندین یال کاندید برای اضافه شدن به مجموعه یال‌های شبکه شهری اشاره می‌کند، به طوری که بیشترین اثر را در کاهش بار ترافیکی معابر داشته باشد[۱۹]. مساله DNDP یک مساله برنامه‌ریزی دو سطحی است که در سطح بالا مدیران شبکه شهری اقدام

[1] Free flow time
[2] Bureau public of road
[3] Discrete network design problem



[ Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-05-14 ]
[ DOI: 10.22034/20.3.87 ]

به انتخاب یال‌های جدید (خیابان‌های جدید) جهت احداث می‌کنند و بر اساس اصل دوم وردراپ، جریان ترافیک را از دید سیستم بهینه می‌کنند. در این صورت میانگین زمان سفر روی سیستم کمینه می‌شود. سپس کاربران شبکه با توجه به شرایط جدید شبکه و براساس اصل اول وردراپ سعی می‌کنند زمان سفر خودشان را کمینه کنند و اقدام به انتخاب مسیرها نموده و جریان ترافیک معابر را شکل می‌دهند.

در مدل کلاسیک DNDP هدف انتخاب یک سبد بهینه از مجموعه یال‌های شبکه با توجه به محدودیت بودجه است. در این مقاله محدودیت بودجه به عنوان قسمتی از تابع هدف سطح بالا درنظر گرفته شده است. تابع هدف عبارت از مجموع زمان سفر کل شبکه و هزینه کل احداث یال‌های انتخابی است. در این مدل، زمان سفر را تبدیل به هزینه زمان سفر کرده‌ایم و از یک ضریب $\lambda$ برای متناسب‌سازی تاثیر دو جمله استفاده کرده‌ایم.

$$BLP:$$

$$\underset{x_a, y_a}{\text{Min}}\left(x_a, y_a\right) = \lambda.\text{VOT}.\sum_{a\in A\cup A'} x_a t_a(x_a) + \sum_{a\in A'} c_a y_a \qquad (۵)$$

$$s.t.$$

$$y_a \in \{۰,۱\}, \qquad a \in A', \qquad (۶)$$

$$\text{Min}\sum\int_{۰}^{x_a} t_a\left(x_a\right)dx, \qquad (۷)$$

$$\text{s.t.}\ \sum_{p\in P_k} h_{p_k} = r_k, \forall k, \qquad (۸)$$

$$\sum_k \sum_{p\in P_k} \delta_{kap} h_{P_K} = x_a, \quad \forall a \in A, \qquad (۹)$$

$$x_a \geq ۰, \qquad \forall a \in A, \qquad (۱۰)$$

رابطه (۵) تابع هدف اصلی(BLP)[1] مساله دوسطحی است. در تابع هدف یک ضریب ثابت VOT قرار دارد که به ارزش زمان اشاره می‌کند. در ادامه در بخش ۳-۴ در مورد این موضوع توضیحات لازم ارایه می‌شود. محدودیت (۶) بیان می‌کند که متغیر تصمیم سطح بالا یک متغیر صفر و یک است. اگر یال $a$ جهت احداث انتخاب شود مقدار این متغیر برابر یک است در غیر این صورت برابر با صفر است. روابط (۷) تا (۱۰) مساله سطح پایین را بیان می‌کنند که همان مساله تخصیص ترافیک (TAP) است.

## ۳-٤ برآورد ارزش زمان سفر

برای برآورد ارزش اقتصادی زمان سفر بسته به مبانی نظری و فرض‌های مختلف، روش‌های زیادی توسط محققان مورد بررسی قرار گرفته است[۲۰،۲۱]. در این پژوهش از روش تولید محور که عبارت از $VOT = \frac{GDP}{TW}$ استفاده شده است. در این رابطه VOT ارزش اقتصادی زمان سفر، GDP سرانه تولید ناخالص داخلی و TW متوسط ساعات فعالیت سالانه افراد است.

[1] Bi-level problem



[ Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-05-14 ]

[ DOI: 10.22034/20.3.87 ]

## ۵ روش یادگیری ماشین برای حل مساله طراحی شبکه دوسطحی

در حل مساله دوسطحیBLP از روش رگرسیون خطی که یکی از روش‌های مهم یادگیری ماشین نظارت‌شده است، استفاده کرده‌ایم. روش رگرسیون خطی نوعی تابع پیش‌بینی‌کننده خطی است که در آن متغیر وابسته (متغیری که قرار است پیش‌بینی شود) به صورت ترکیبی خطی از متغیرهای مستقل فرمول‌بندی می‌شود. به عنوان مثال اگر متغیر وابسته $z$ و متغیرهای مستقل $y_1,.....,y_n$باشند رابطه زیر را برای تقریب متغیر وابسته استفاده می‌کنیم.

$$z = b_1 y_1 + b_2 y_2 + \ldots + b_n y_n$$

و به این ترتیب الگوریتم یادگیری ماشین سعی می‌کند با استفاده از داده‌های آموزشی که جهت یادگیری از آنها استفاده می‌شود، مقادیر مناسبی برای $b_i$ها به دست آورد و رابطه میان متغیرهای مستقل و متغیر وابسته را با دقت بالا مشخص کند.

در این پژوهش، از روش یادگیری نظارت‌شده برخط[1] برای تقریب مدل استفاده شده است. مفهوم برخط به این موضوع اشاره می‌کند که داده های آموزشی از قبل تولید نشده‌اند و در حین اجرای برنامه تولید و به مجموعه داده‌های قبلی اضافه می‌شوند. در تبیین مدلBLP فرض کرده‌ایم که ابتدا مدیران شهری در سطح بالا از میان $n$ خیابان کاندید برای احداث تعدادی از آنها را انتخاب کنند تا میانگین زمان سفر کل سیستم کمینه شود. سپس با استفاده از تابع سطح پایین (TAP) مقدار جریان بر روی یال‌های شبکه( $x_a$ها) مجددا محاسبه می‌شود و در نهایت مقدار تابع سطح بالا ( $z$ ) محاسبه می‌شود. توجه کنید که در روش شمارشی $2^n$مساله باید حل شود، که بسیار زمان بر است. با توجه به این‌که متغیرهای تصمیم سطح بالا $y$ ها هستند لذا تابع هدف اصلیBLP (رابطه (۵)) را با تابع هدف خطی که ضریب تسهیلات از روش یادگیری ماشین برخط به دست آمده است جایگزین می‌کنیم.

$$\text{Min } Z' = \sum_{a \in A'} b_a y_a + b_0 \qquad (11)$$

در این تابع هدف، $b_a$ها وزن یال‌های کاندید برای احداث در شبکه شهری هستند. با توجه به این که مساله کمینه کردن مقدار تابع هدف است، احتمال انتخاب یال‌هایی که دارای وزن کمتر هستند، بیشتر خواهد بود. ضریب ثابت $b_0$ هم که در واقع عرض از مبدا تابع خطی است، به جهت افزایش دقت انطباق $\bar{Z}$ و $Z$ اضافه‌شده است. اکنون بدون درنظر گرفتن مساله سطح پایین که شامل متغیرهای پیوسته است، مساله سطح بالا را با مساله بهینه‌سازی خطی(LP)یک سطحی زیر جایگزین می‌کنیم:

[1] Online



[ Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-05-14 ]

[ DOI: 10.22034/20.3.87 ]

$$LPF: \text{Min}\, \bar{Z} = \sum_{a \in A} b_a . y_a \qquad (۱۲)$$

*s.t.*

$$y_a \in \{۰,۱\}, \quad a \in A' \qquad (۱۳)$$

$$\sum_{a \in Y_۱^k} y_a - \sum_{a \in Y_۰^k} y_a \leq |Y_۱^k| - ۱, \quad \text{where} \quad Y_۱^k = \{a \mid y_a^k = ۱\}; Y_۰^k = \{a \mid y_a^k = ۰\}, \quad \text{k=۱,...,i,} \qquad (۱۴)$$

که در آن تابع هدف (۱۲) همان تابع خطی جایگزین است. از آن جا که $b_0$ عددی ثابت است و تاثیری در جواب مساله بهینه سازی LP ندارد از تابع هدف رابطه (۱۲) حذف شده است. محدودیت (۱۳) نیز به انتخاب یا عدم انتخاب یک یال اشاره می‌کند. محدودیت (۱۴) هم جهت تضمین عدم انتخاب مجموعه یال‌های تکراری به مدل اضافه شده است. اکنون باید $b_a$ها مقداردهی شوند. این کار وظیفه بخش یادگیری ماشین است که در آن روش یادگیری نظارت شده است، به صورت برخط استفاده شده است.

## ۵-۱ تحلیل رفتار مدل یادگیری ماشین

از آنجاکه مساله LOF تقریبی از مساله دوسطحی BLP است، بنابراین انتظار داریم پس از آموزش درست و کامل، رفتاری مشابه با تابع هدف اصلیBLP (رابطه (۵)) داشته باشد. بنابراین اگر در نقطه‌ای مقدار تابع هدف LOF در رابطه (۱۲) کمینه است انتظار داریم در همان نقطه مقدار تابع هدف اصلی هم بهینه یا با تقریب خوبی نزدیک به بهینه باشد. برای این منظور از روش رگرسیون خطی در روش یادگیری ماشین نظارت‌شده استفاده شده است. اما هدف، استفاده از خروجی رگرسیون به عنوان یک طبقه بند نیست، بلکه از پارامترهایی که در مرحله آموزش یادگیری ماشین به‌دست می‌آید برای انتخاب یال‌های کاندید در مساله LOF استفاده می‌کنیم. الگوریتم بهینه سازی-یادگیری ماشین که به اختصار آن‌را B-ML[1] می‌نامیم، در ادامه معرفی شده است.

## ۵-۲ الگوریتم ترکیبی بهینه سازی-یادگیری ماشین (B-ML)

(گام آماده‌سازی) در مساله سطح بالایBLP یک جواب شدنی اولیه برای متغیرهای تصمیم ( $y$ها) در نظر می‌گیریم که از بردار صفر (Y=0) استفاده کرده‌ایم.

۱- (گام یک) با استفاده از بردارY، مساله سطح پایین(TAP) را حل کرده وجریان یال‌ها ($x_a$ها) را محاسبه می‌کنیم و در مساله سطح بالا (رابطه (۵)) قرار می‌دهیم و با استفاده از آن مقدار z را محاسبه می‌کنیم.

۲- (گام دو) در این مرحله بردار Y و مقدار z (رابطه (۵)) به‌دست آمده از آن در مرحله فعلی و همین‌طور تمام بردارهای Y و zهای متناظر آنها که در تکرارهای قبل محاسبه شده‌اند را برای آموزش رگرسیون رابطه (۱۱) استفاده می‌کنیم. پس از اینکه مرحله آموزش رگرسیون انجام شد، ضرایب ($b_a$)های رابطه (۱۱) مشخص می‌شوند.

[1] Bi-level Machine Learning



[ Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-05-14 ]

[ DOI: 10.22034/20.3.87 ]

۳- (گام سه) مقادیری که برای پارامترها ($b_a$)ها به‌دست آمده را در مساله LOF قرار داده و آنرا حل می‌کنیم. در نتیجه بردار Y جدید به‌دست می‌آوریم و از قرار دادن آن در تابع هدف مساله اصلی (رابطه (۵)) مقدارz متناظر آن را محاسبه می‌کنیم.

۴- (گام چهار) اگر شرط اتمام الگوریتم (تعداد تکرار مشخص یا عدم تغییرتابع هدف در تکرارهای متوالی) به دست آمده است از حلقه خارج می‌شویم و بهترین جواب به دست آمده را گزارش می‌کنیم. در غیراین‌صورت به مرحله ۲ می‌رویم.

## ٦ پیاده‌سازی الگوریتم ترکیبی بهینه‌سازی-یادگیری ماشین و مثال‌های عددی

برای بررسی درستی الگوریتم ترکیبی بهینه‌سازی-یادگیری ماشین (B-ML) که جزییات آن در بخش‌های قبلی ارایه شد، دو مثال مورد بررسی قرار گرفته است. ابتدا یک شبکه با ۹ راس و در ادامه شبکه شهری سیوکس فالز[1] مورد بررسی و تحلیل قرار گرفته است. چهار حالت شامل۶، ۷، ۸ و ۹ یال کاندید هم با استفاده از الگوریتم B-ML و هم به روش شمارش کامل حل شدند و نتایج به‌دست آمده اعتبار روش B-ML را تایید می‌کند.

لازم به ذکر است که مراحل حل یک مساله واقعی BLP شامل تهیه داده‌های اولیه از جمله نقشه شبکه حمل و نقل است. علاوه بر آن حل مساله TAP، محاسبه جریان یال‌ها، حل مساله بهینه‌سازی خطی، حل مساله رگرسیون، انتخاب یال‌های کاندید و ساخت مجدد شبکه و اطلاعات آن بر اساس تغییرات جدید شبکه به صورت پویا و در حین اجرای برنامه انجام می‌شود.

**جدول ٤.** مقایسه پیاده‌سازی روش بهینه سازی-یادگیری ماشین در این پژوهش و مقاله بگلویی و همکاران

| مرحله | بگلویی و همکاران | صدرا-زعفرانیه |
|---|---|---|
| کد الگوریتم اصلی | Visual basic متصل به Excel | پایتون |
| اتصال و کار با پایگاه داده | Access | پایتون و Sql light |
| حل TAP | EMME3 | پایتون کتابخانه pyomo و حل کننده ipopt |
| حل مساله بهینه سازی خطی | GAMS | پایتون کتابخانه pyomo و حل کننده glpk |
| یادگیری ماشین | MATLAB | پایتون و کتابخانه sklearn |

پژوهشگران برای انجام مراحل ذکر شده، از چندین نرم افزار و روش پیاده سازی متفاوت استفاده کرده‌اند. به عنوان نمونه روش ارایه‌شده توسط بگلویی و همکاران[۳] و روش این پژوهش در جدول ۴ مقایسه شده‌اند. همان‌طور که در جدول ۴ مشخص شده است یکی از دستاوردهای این تحقیق یکپارچه کردن تمام قسمت‌های برنامه در محیط برنامه‌نویسی متن باز و پرقدرت پایتون است که باعث افزایش کیفیت، سرعت و دقت اجرای برنامه شده است. زیرا نیاز به استفاده از نرم افزارهای متعدد و غیریکپارچه را از بین می‌برد و با کاهش زمان مورد نیاز جهت انتقال نتایج از یک نرم افزار به نرم افزار دیگر، سرعت اجرای برنامه را افزایش داده و انعطاف‌پذیری اجرای برنامه و امکان آزمایش فرضیه‌های مختلف را فراهم می‌آورد. اجرای برنامه‌های روی یک سیستم با پردازنده Intel(R) Core(TM) i7 CPU @ 2.6 GHz 2.9 GHz با ۱۲ گیگابایت حافظه انجام شده است.

[1] Sioux Falls

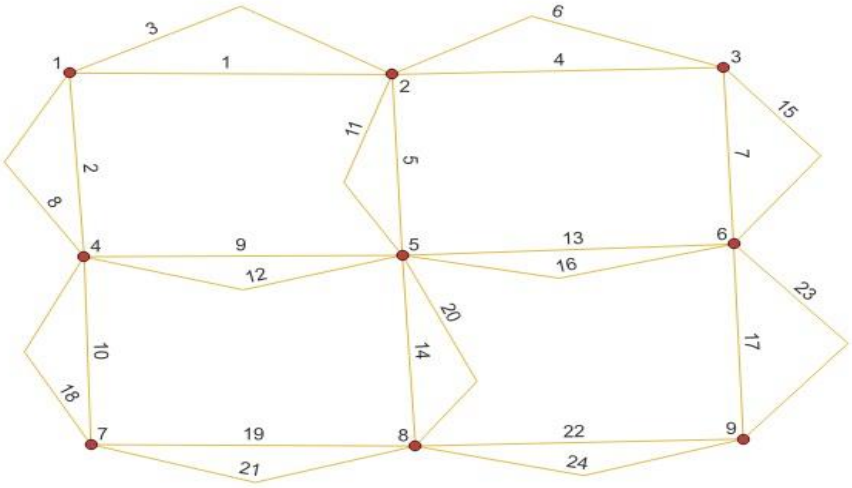


[ Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-05-14 ]

[ DOI: 10.22034/20.3.87 ]

## ٦-١ مثال (شبکه ۹ راسی)

در شبکه ۹ راسی شکل۲ تعداد ۶ یال کاندید مطابق با هزینه‌های جدول ۵ را در نظر گرفته‌ایم. در ادامه با استفاده از الگوریتم B-ML و در ۲۰ تکرار نتایج شکل ۳ و جدول ۶ به‌دست آمده است. ابتدا رابطه میان تابع هدف اصلی BLP (رابطه (۵)) و تابع هدف خطی جایگزین LOF (رابطه (۱۲)) را برای λهای مختلف بررسی کرده‌ایم. نتایج در شکل ۳ نمایش داده شده‌اند. همان‌طور که در نمودارهای به‌دست آمده مشاهده می‌شود، مقادیر دوتابع هدف به ازای یال‌های انتخاب شده، متفاوت است.

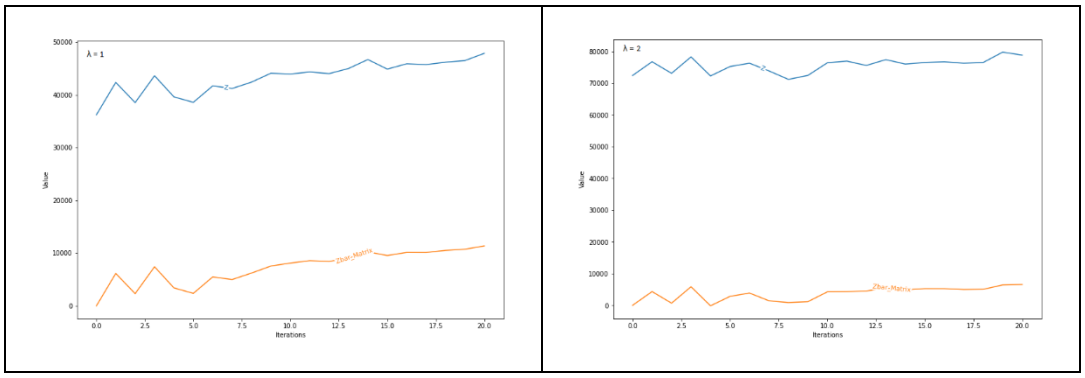



**شکل ۲.** شبکه ۹ راسی به همراه شماره راس‌ها و شماره یال‌ها

**جدول ۵.** هزینه ساخت یال‌های شبکه ۹ راسی

| شماره یال | ۴ | ۶ | ۹ | ۱۲ | ۱۴ | ۲۰ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| هزینه احداث | ۸۰۰۰ | ۴۰۰۰ | ۹۰۰۰ | ۷۰۰۰ | ۶۰۰۰ | ۶۵۰۰ |

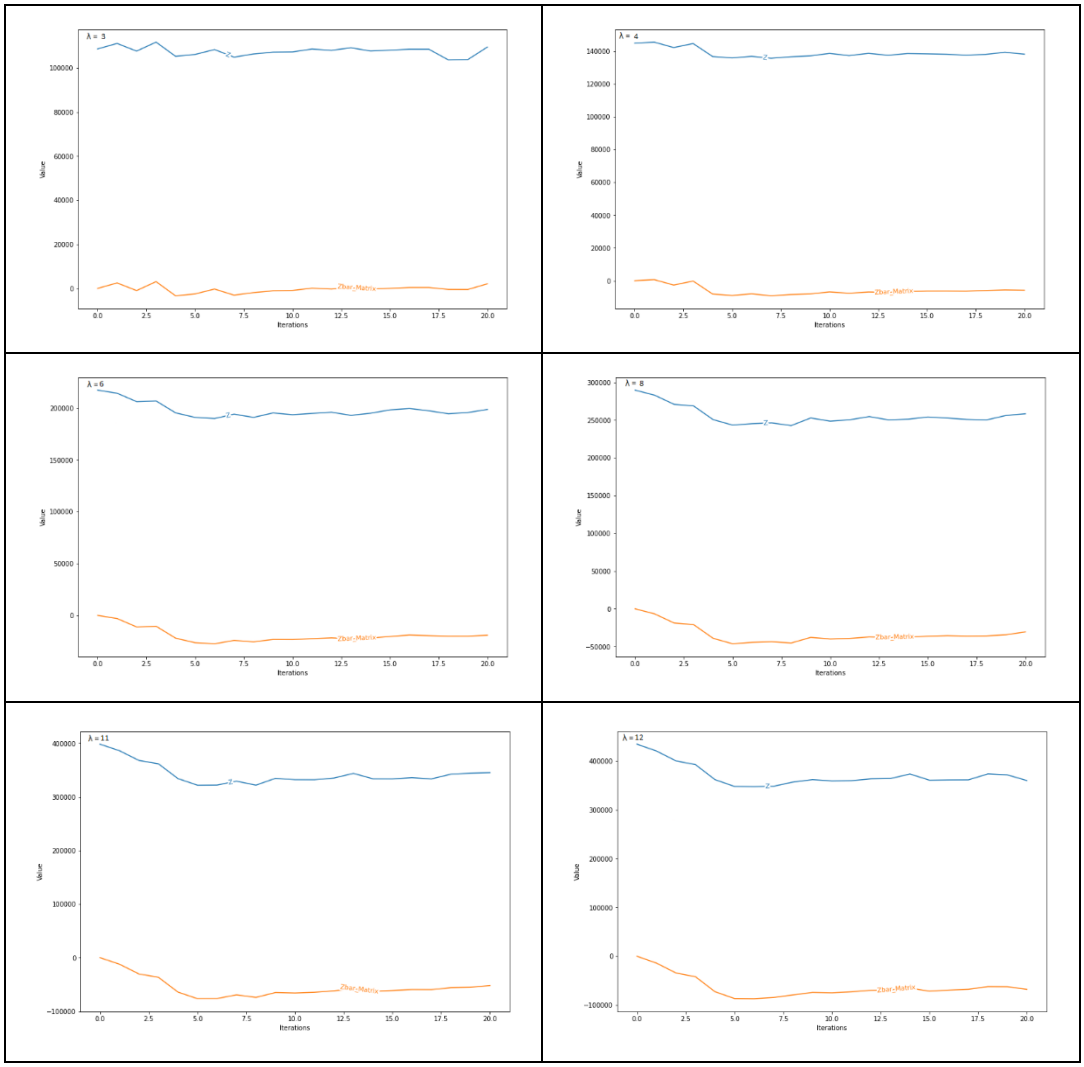
زیرا تابع اصلی مجموع زمان سفر تمام شبکه و تابع جایگزین صرف یک مجموع از yها با ضرایب متفاوت را نمایش می‌دهد، پس منطقی است که مقادیر دو تابع هدف کاملا متفاوت باشد. اما رفتار هر دو تابع شبیه به هم است به این مفهوم که تابع هدف جایگزین، روند کاهشی/افزایش منطبق بر روند کاهشی/افزایشی تابع اصلی دارد. از این رو می‌توانیم نقاط کمینه/بیشینه تابع اصلی را با استفاده از تابع جایگزین پیش‌بینی کنیم.






[ Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-05-14 ]

[ DOI: 10.22034/20.3.87 ]




**شکل ۳.** مقایسه توابع هدف **BLP** و **LOF** در شبکه ۹ راسی

**جدول ٦.** مقدار تابع هدف سطح بالا در مساله **BLP** و یالهای انتخاب شده به ازای مقادیر مختلف در شبکه ۹ راسی

| λ | شماره تکرار رسیدن مقدار کمینه Z | مقدار کمینه Z | شماره تکرار رسیدن به مقدار کمینه $\overline{Z}$ | یالهای انتخاب شده | مجموع هزینه لینکها |
|---|---|---|---|---|---|
| ۱ | ۰ | ۳۶۲۰۵ | ۰ | هیچ یالی | ۰ |
| ۲ | ۸ | ۷۱۱۸۳ | ۸ | ۱۴ | ۶۰۰۰ |
| ۳ | ۱۸ | ۱۰۳۶۳۹ | ۱۸ | ۶و۱۴ | ۱۰۰۰۰ |
| ۴ | ۷ | ۱۳۵۶۱۸ | ۷ | ۴و۶و۱۲و۱۴ | ۲۳۰۰۰ |
| ۵ | ۵ | ۱۶۳۲۷۳ | ۵ | ۴و۶و۱۲و۱۴ | ۲۳۰۰۰ |
| ۶ | ۵ | ۱۸۹۸۶۶ | ۶ | ۴و۶و۱۲و۱۴و۲۰ | ۲۹۵۰۰ |
| ۷ | ۸ | ۲۱۶۲۶۰ | ۸ | ۴و۶و۱۲و۱۴و۲۰ | ۲۹۵۰۰ |
| ۸ | ۸ | ۲۴۲۶۵۴ | ۸ | ۴و۶و۱۲و۱۴و۲۰ | ۲۹۵۰۰ |
| ۹ | ۸ | ۲۶۹۰۴۹ | ۸ | ۴و۶و۱۲و۱۴و۲۰ | ۲۹۵۰۰ |
| ۱۰ | ۸ | ۲۹۵۴۳۳ | ۸ | ۴و۶و۱۲و۱۴و۲۰ | ۲۹۵۰۰ |
| ۱۱ | ۸ | ۳۲۱۷۶۲ | ۵ | ۴و۶و۱۲و۱۴و۹ | ۳۲۰۰۰ |
| ۱۲ | ۶ | ۳۴۷۵۶۸ | ۶ | ۴و۶و۱۲و۱۴و۹و۲۰ | ۳۸۵۰۰ |



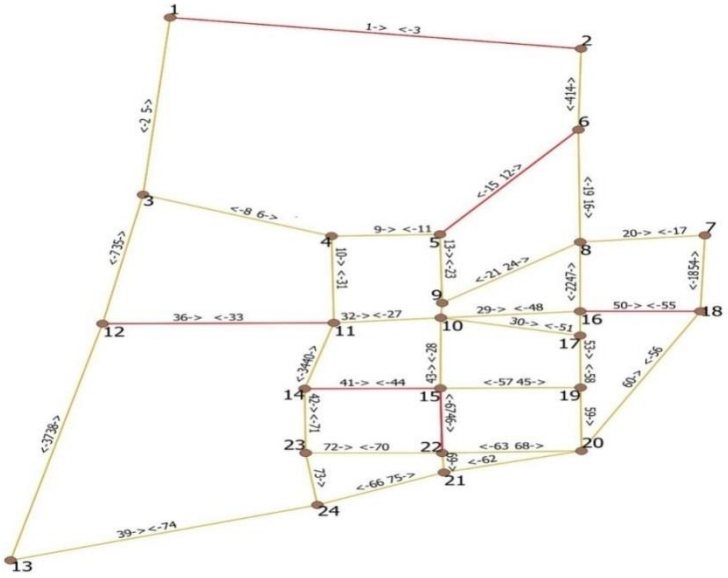
[ Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-05-14 ]

[ DOI: 10.22034/20.3.87 ]

با بررسی جدول ۶ مشخص می‌شود که با افزایش ضریب وزنی قسمت اول تابع هدف (زمان سفر کل سیستم) در برابر قسمت دوم (هزینه احداث یال‌ها)، تعداد یال بیشتر و بالطبع هزینه بیشتری توسط الگوریتم پیشنهاد می‌شود. توجه کنید که در حالت $\lambda = ۱$ که میزان بهبود ترافیک کل شبکه از هزینه احداث یال‌ها کم‌تر است احداث هیچ یالی پیشنهاد نمی‌شود. مقدار افزایشی تابع هدف با افزایش مقدار $\lambda$ نیز موید درستی الگوریتم پیشنهادی است.

## ٦-۲ مثال(شبکه شهری سیوکس فالز)

برای مطالعه در مورد شبکه شهری واقعی، از اطلاعات حمل و نقل شهر **Sioux-Falls** که در آدرس **https://github.com/bstabler/TransportationNetworks** در دسترس است استفاده شده است. اطلاعات شبکه حمل و نقل این شهر یک الگوی استاندارد و شناخته‌شده در حوزه حمل و نقل است و در مقالات متعدد مورد استفاده و استناد قرار گرفته است. این شبکه شامل ۲۴ راس و ۷۶ یال است. برای بررسی مدل و الگوریتم ارایه‌شده تعداد ۹ یال با هزینه‌های متفاوت مطابق جدول ۷ انتخاب شده است. برای بررسی تحلیل حساسیت مدل و الگوریتم حداکثر تعداد یال‌های منتخب را از بین اعداد ۷، ۸ و۹ انتخاب کرده‌ایم. با افزایش تعداد یال‌های انتخاب‌شده، انتظار داریم مقدار تابع هدف افزایش پیدا کند زیرا هزینه احداث یال‌ها افزایش می‌یابد. اما اگر تنها قست زمان سفر کل در تابع هدف را در نظر بگیریم، مقدار آن کاهش می‌یابد. زیرا خیابان‌های شهر بیشتر شده‌اند و در نتیجه سرعت حرکت در آنها افزایش‌یافته است. از این رو ستون زمان سفر کل به جدول ۸ اضافه شده است.




**شکل ٤.** نقشه شهر سیوکس فالز

**جدول ۷.** هزینه احداث یالهای کاندید شبکه سیوکس فالز (میلیون دلار)

| شماره یال | ۱ | ۳ | ۱۲ | ۱۵ | ۳۳ | ۳۶ | ۴۷ | ۴۶ | ۵۰ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| هزینه ساخت | ۲.۴ | ۲.۴ | ۱.۲ | ۱.۲ | ۲.۲ | ۲.۲ | ۱.۹ | ۱.۹ | ۱.۸ |



[ Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-05-14 ]

[ DOI: 10.22034/20.3.87 ]

الگوریتم B-ML بر روی شبکه سیوکس فالز و برای تعداد مختلف یال کاندیدا و مقادیر مختلف $\lambda$ اجرا شد و نتایج زیر به‌دست آمد. همان‌طور که در جدول ۸ مشخص است، در اجراهای متعدد مقادیر کمینه تابع هدف که از روش شمارشی و روش B-ML به‌دست می‌آید با دقت بالایی بر هم منطبقند. از این جدول می‌توان نتیجه گرفت که اجرای الگوریتم B-ML با تعداد تکرار تقریبا ۲۰ درصد کل اجراهای لازم در روش محاسبه تمام حالات، می‌تواند جواب بهینه مساله BLP را با دقت بالایی معرفی کند. از نظر زمانی هرچه تعداد یال‌ها و مسیرهای انتخاب‌شده بین مبداء و مقصدها بیشتر باشد، حل مساله TAP نیاز به زمان بیشتری دارد. حل مساله رگرسیون هم نیازمند زمان اجرای بیشتری است. اما زمان اجرای مساله TAP در مقایسه با مساله رگرسیون بسیار بیشتر است و حدود ۹۸ درصد زمان اجرای الگوریتم به حل مساله TAP اختصاص دارد.

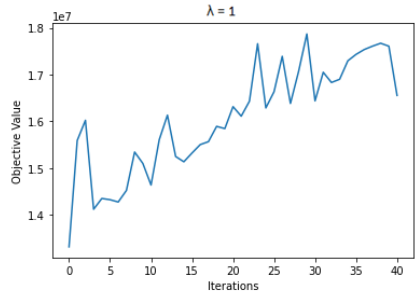
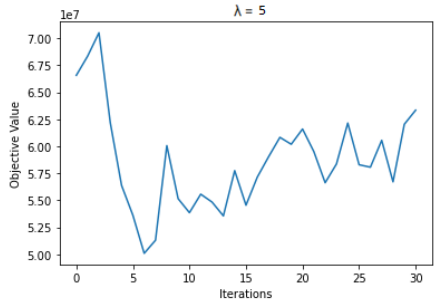
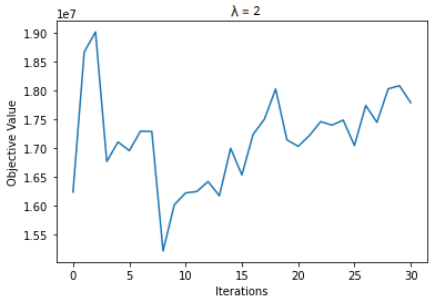
**جدول ۸.** اجرای الگوریتم شمارشی و الگوریتم **B-ML** بر روی شبکه سیوکس فالز

| تعداد یال‌های کاندید | $\lambda$ | محاسبه تابع هدف برای تمام ترکیبات ممکن انتخاب یال‌ها | | | محاسبه تابع هدف با استفاده از یادگیر ماشین | | | مقدار کمینه تابع هدف | زمان سفر کل | یال‌های پیشنهادی |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | تعداد محاسبه | مدت زمان اجرا (دقیقه) | مقدار کمینه تابع هدف | تعداد تکرار | مدت زمان اجرا (دقیقه) | شماره تکرار مقدار کمینه تابع هدف | | | |
| ۷ | ۱ | ۱۲۸ | ۷۰ | ۱۳۳۱۲۹۵۸ | ۳۰ | ۱۷ | ۴ | ۱۳۳۱۲۹۵۸ | ۱۳۳۱۲۹۵۸ | هیچ یال |
| ۷ | ۲ | ۱۲۸ | ۷۰ | ۲۵۰۷۱۵۷۴ | ۳۰ | ۱۷ | ۴ | ۲۵۰۷۱۵۷۴ | ۱۱,۳۳۵,۷۸۷ | ۱۲و۱۵ |
| ۷ | ۵ | ۱۲۸ | ۷۰ | ۵۰۰۹۴۴۸۹ | ۳۰ | ۱۷ | ۶ | ۵۰۰۹۴۴۸۹ | ۸,۶۵۸,۸۹۷ | ۱۲و۱۵و۳۳و۳۶ |
| ۸ | ۱ | ۲۵۶ | ۱۴۵ | ۱۵۲۱۲۹۵۸ | ۳۰ | ۱۷ | ۸ | ۱۵۲۱۲۹۵۸ | ۱۳,۳۱۲,۹۵۸ | ۴۶ |
| ۸ | ۲ | ۲۵۶ | ۱۴۵ | ۲۶۹۷۱۵۷۴ | ۳۰ | ۱۷ | ۱۱ | ۲۶۹۷۱۵۷۴ | ۱۱,۳۳۵,۷۸۷ | ۱۲و۱۵و۴۶ |
| ۸ | ۵ | ۲۵۶ | ۱۴۵ | ۵۱۹۹۴۴۸۹ | ۳۰ | ۱۷ | ۸ | ۵۱۹۹۴۴۸۹ | ۸,۶۵۸,۸۹۷ | ۱۲و۱۵و۳۳و۳۶و ۴۶ |
| ۹ | ۱ | ۵۱۲ | ۲۴۸ | ۱۷۰۱۲۹۵۸ | ۱۰۰ | ۶۲ | ۵۶ | ۱۷۰۱۲۹۵۸ | ۱۳,۳۱۲,۹۵۸ | ۴۶و۵۰ |
| ۹ | ۲ | ۵۱۲ | ۲۴۸ | ۲۸۷۷۱۵۷۴ | ۱۰۰ | ۵۴ | ۹۹ | ۲۸۸۹۷۷۹۵ | ۹,۱۹۸,۸۹۷ | ۱۲و۱۵و۳۳و۳۶و ۴۶و۵۰ |

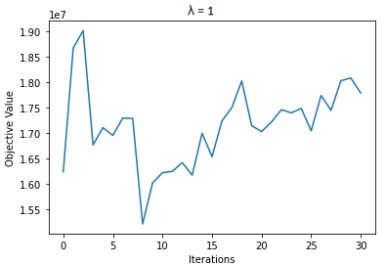
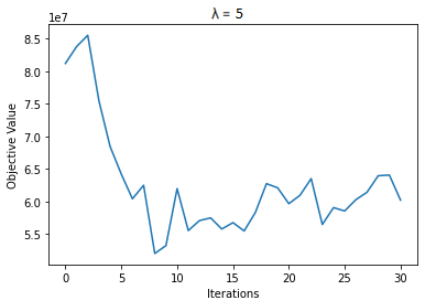
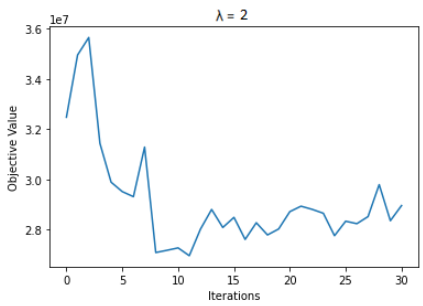
در هر صورت الگوریتم B-ML دقت و عملکرد خوبی را نشان می‌دهد. با افزایش مقدار $\lambda$ انتظار داریم مقدار تابع هدف سطح بالا و تعداد یال‌های انتخابی افزایش یابد که این نتیجه‌گیری در جواب‌های به‌دست آمده از هر دو روش شمارشی و B-ML دیده می‌شود. علاوه بر آن با افزایش تعداد یال‌های کاندید تعداد تکرارهای روش شمارشی و روش B-ML افزایش پیدا می‌کند که این مورد نیز در دقت و زمان به دست آمدن جواب‌ها تاثیرگذار بوده است.

[ Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-05-14 ]

[ DOI: 10.22034/20.3.87 ]

| | |
|---|---|
| مقادیر تابع هدف اصلی(Z) برای ۷ یال کاندیدا و λهای مختلف |  |
|  |  |

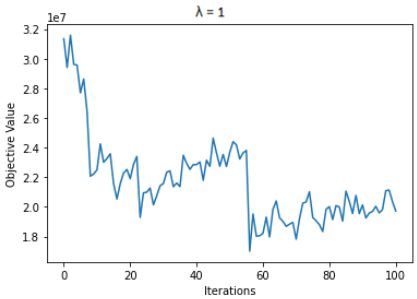
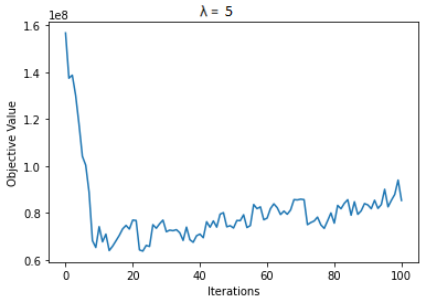
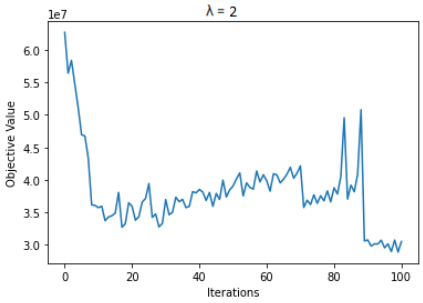
**شکل ۵.** مقادیر تابع هدف اصلی(**Z**) برای ۷ یال کاندیدا و **λ**های مختلف در شبکه سیوکس فالز

| | |
|---|---|
| مقادیر تابع هدف اصلی(Z) برای ۸ یال کاندیدا و **λ**های مختلف |  <br>نتایج اجرای برنامه برای 8 یال کاندیدا و 30 تکرار |
|  |  |

**شکل ٦.** مقادیر تابع هدف اصلی(**Z**) برای ۸ یال کاندیدا و **λ**های مختلف در شبکه سیوکس فالز

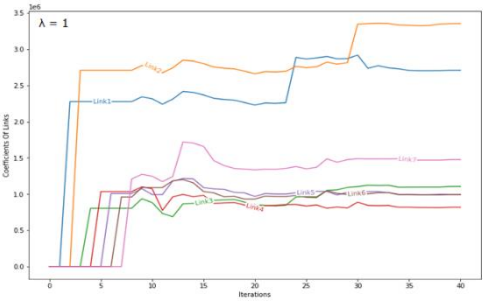
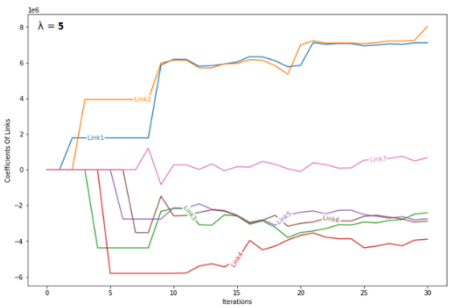
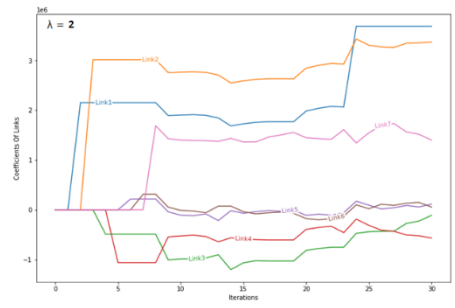
[ Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-05-14 ]

[ DOI: 10.22034/20.3.87 ]

| | |
|---|---|
| مقادیر تابع هدف اصلی(Z) برای ۹ یال کاندیدا و λهای مختلف |  |
|  |  |

**شکل ۷.** مقادیر تابع هدف اصلی(**Z**) برای ۹ یال کاندیدا و λهای مختلف در شبکه سیوکس فالز

همان طور که از شکل‌های ۷-۵ می‌توان نتیجه گرفت با افزایش تعداد یال‌های کاندید و بالطبع افزایش تعداد حالت‌ها در الگوریتم B-ML نیاز به تعداد تکرار بیشتری جهت به‌دست آوردن جواب‌هایی با دقت مناسب دارد. اما معمولا این تعداد تکرار حدود ۲۰ درصد کل حالت‌های ممکن است.

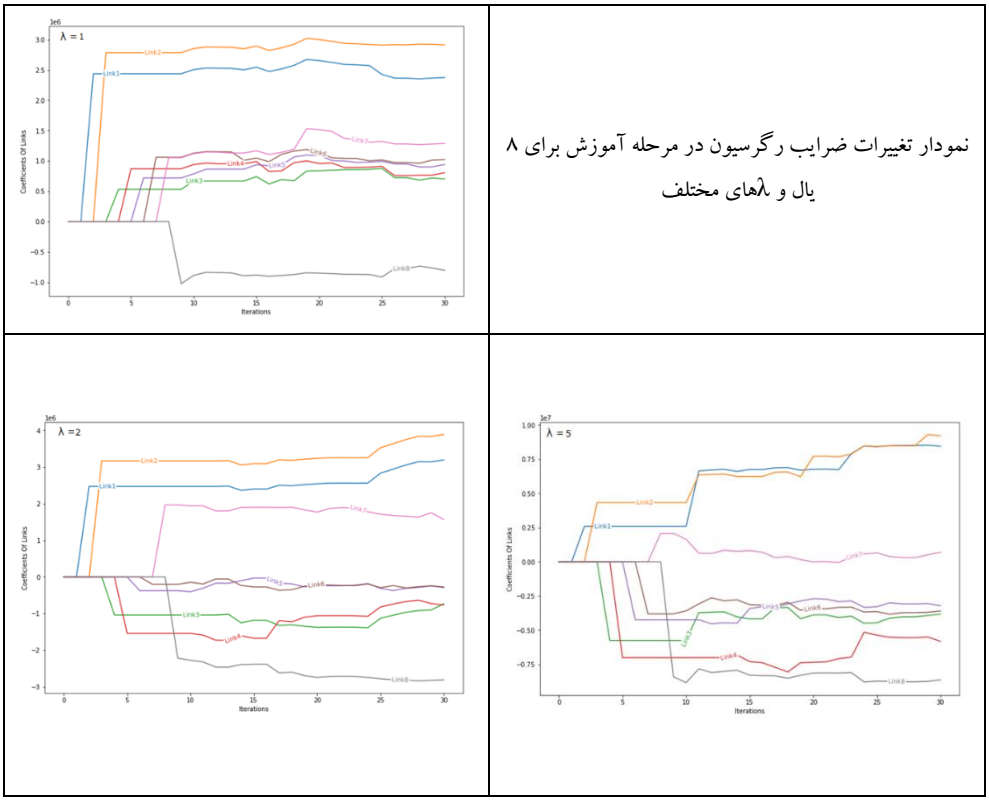
| | |
|---|---|
| نمودار تغییرات ضرایب رگرسیون در مرحله آموزش برای ۷ یال و λهای مختلف |  |
|  |  |

**شکل ۸.** نمودار تغییرات ضرایب رگرسیون در مرحله آموزش برای ۷ یال و λهای مختلف در شبکه سیوکس فالز



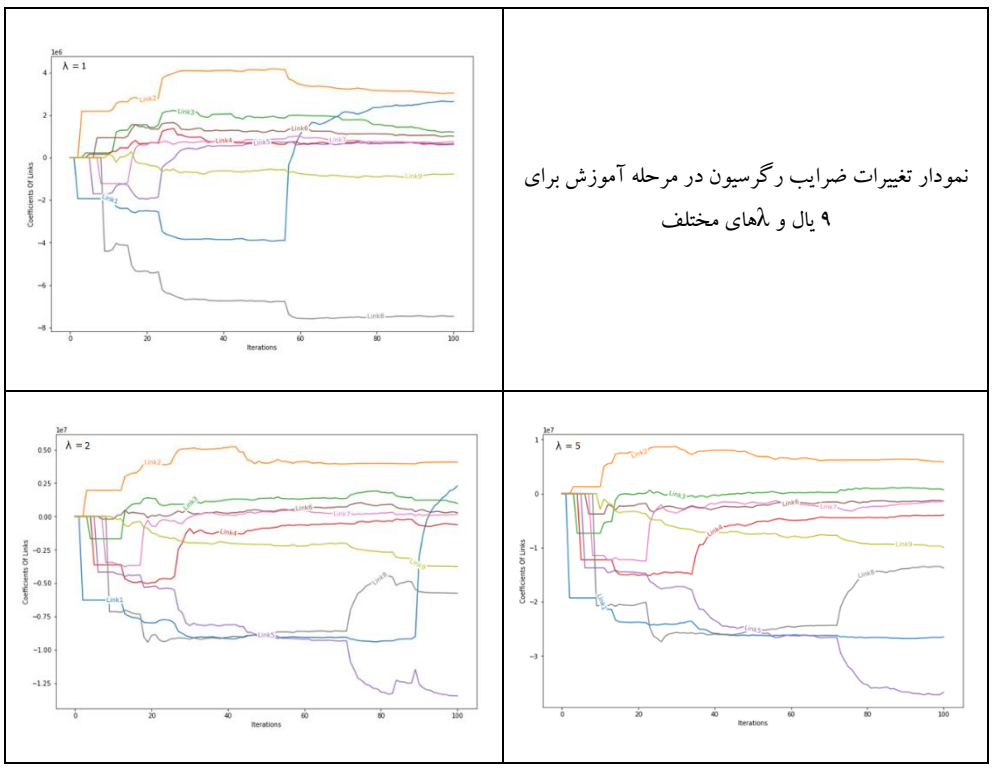
[ Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-05-14 ]

[ DOI: 10.22034/20.3.87 ]




نمودار تغییرات ضرایب رگرسیون در مرحله آموزش برای ۸ یال و λهای مختلف

**شکل ۹.** نمودار تغییرات ضرایب رگرسیون در مرحله آموزش برای ۸ یال و λهای مختلف




نمودار تغییرات ضرایب رگرسیون در مرحله آموزش برای ۹ یال و λهای مختلف

**شکل ۱۰.** نمودار تغییرات ضرایب رگرسیون در مرحله آموزش برای ۹ یال و λهای مختلف برای شبکه سیوکس فالز

یکی دیگر از مواردی که در این تحقیق مورد بررسی قرار گرفت، بررسی وضعیت تغییر و آموزش ضرایب رگرسیون یال‌های انتخاب‌شده در الگوریتم B-ML است. مرحله یادگیری مدل که در شکل‌های ۱۰-۸ نشان داده



[ Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-05-14 ]

[ DOI: 10.22034/20.3.87 ]

شده است، نتیجه می‌دهد که الگوریتم B-ML بعد از حدود ۲۰ درصد از کل تکرارهای ممکن در یک روند ثابت ضرایب را مشخص می‌کند و از این رو جواب مطلوب در این تعداد تکرار به‌دست می‌آید. با نگاه به این نمودارها مشخص می‌شود که مدل به خوبی آموزش دیده است و از نقطه شروع در یک روند سریع با کاهش ضرایب یال‌های مناسب، آنها را از بقیه یال‌ها جدا کرده و ضرایب منفی را برای آنها به‌دست می‌آورد و لذا برای احداث یال‌های جدید پیشنهاد می‌شوند. به عنوان مثال در قسمت اول شکل ۸ ضرایب مشخص‌شده برای یال‌های کاندید با رنگ‌های مختلف نمایش داده شده است. مشاهده می‌کنید در این شکل بعد از حدود ۲۰ تکرار ضرایب یال‌ها ثابت باقی می‌ماند و از این رو انتظار داریم بعد از حدود ۳۰ تکرار جواب بهینه را با استفاده از الگوریتم B-ML به‌دست آوریم. در سایر نمودارهای داده شده در شکل‌های۹ و۱۰ نیز این موضوع دیده می‌شود. در شکل شماره ۹ دیده می‌شود که ضرایب یال‌ها برای آموزش به حدود ۴۰ تکرار نیاز دارند و در شکل ۱۰حدود ۸۰ تکرار برای آموزش ضرایب یال‌های منتخب مورد نیاز است. توجه کنید که تعداد کل حالت‌های شمارشی برای شکل ۸، ۹ و ۱۰ به ترتیب ۱۲۸، ۲۵۶ و ۵۱۲ تکرار است. کدهای نوشته شده برای این مقاله در آدرس اینترنتی https://github.com/mahmoodsadra/Payannameh در دسترس مخاطبان قرار دارد.

## ۷ نتیجه‌گیری و کارهای آتی

با بررسی‌هایی که در این پژوهش انجام شد، مشخص شد که استفاده از روش یادگیری ماشین در حل مسایل دو سطحی که در دسته مسایلNP-سخت قرار می‌گیرند، موثر است و جواب‌هایی با دقت و کیفیت بالا را در زمان‌های مناسبی ارایه می‌کند. در این مقاله، یک مدل دو سطحی طراحی شبکه مورد بررسی قرار گرفت و به کمک یک روش ترکیبی بهینه‌سازی-یادگیری ماشین نظارت‌شده (B-ML)، این مساله حل شد. نتایج به‌دست آمده نشان داد پیش‌بینی روش یادگیری ماشین از تابع هدف سطح بالای مساله دوسطحی جواب‌هایی با دقت بالا را ارایه می‌کند. جهت بررسی دقیق‌تر و اطمینان از صحت جواب‌های به‌دست آمده، از روش شمارشی نیز جواب‌های بهینه مساله دوسطحی را به‌دست آوردیم و با جواب‌های الگوریتم B-ML مقایسه کرده‌ایم. نوآوری انجام‌شده در این پژوهش علاوه بر پیاده‌سازی مساله یادگیری ماشین برخط در محیط برنامه‌نویسی پایتون، مقایسه تابع هدف مساله سطح بالا و تابع پیش‌بینی رگرسیون است. همچنین زمان اجرای قسمت‌های مختلف برنامه مورد مطالعه قرار گرفته و مشخص شد که قسمت یادگیری ماشین سهم اندکی در اجرای زمان کل برنامه دارد.

پیاده‌سازی یکپارچه قسمت‌های مختلف کار در محیط برنامه‌نویسی پایتون موجب افزایش کیفیت و دقت جواب‌های به‌دست آمده است. زمان اجرای الگوریتم B-ML نیز زمان‌های معقول و مناسبی است که بعد از حدودکمتر از ۲۰ درصد انجام تکرارهای لازم برای روش شمارشی جواب‌های مساله BLP را مشخص می‌کند. لازم به ذکر است که زمان اجرای الگوریتم B-ML تا حدود ۹۸ درصد مربوط به حل مساله TAP است و اجرای روش رگرسیون فقط حدود ۲ درصد زمان اجرا را شامل می‌شود. مثال‌های عددی بر روی دو شبکه در اندازه کوچک و متوسط مورد بررسی قرار گرفت و تحلیل جواب‌ها همراه با مقایسه تابع هدف شمارشی و الگوریتم ترکیبی بهینه‌سازی-یادگیری ماشین B-Ml در قسمت نتایج عددی گزارش شده است. علاوه بر موارد ذکرشده



[ Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-05-14 ]

[ DOI: 10.22034/20.3.87 ]

روش ارایه شده در این مقاله می‌تواند برای حل مسایل دوسطحی در حالت کلی نیز استفاده شود. به عبارت دیگر این روش مستقل از خواص توابع هدف، محدودیت‌ها و متغیرها است.

برای تحقیقات آتی می‌توان از دیگر روش‌های یادگیری ماشین نیز استفاده کرد و جواب‌های به‌دست آمده را با جوابهای به‌دست آمده در این پژوهش مقایسه کرد. به عنوان مثال به جای استفاده از روش رگرسیون خطی می‌توان از کرنل‌های چندجمله‌ای یا شعاعی بهره گرفت، هر چند که دقت روش رگرسیون خطی نیز در حد بالایی قرار دارد. استفاده از روش‌های یادگیری بیزین که بر پایه احتمال گاوسی استوار است، نیز می‌تواند برای کاهش تعداد داده‌های آموزشی و افزایش سرعت همگرایی مفید باشد. علاوه بر همه این حالت‌ها می‌توان رفتار کاربران را در استفاده از مسیرهای مختلف علاوه بر تابع هدف هزینه از دیدگاه‌های دیگر مانند آلودگی محیط زیست، پایداری ترافیک و یا رفتار کاربران بررسی کرد. در حل همه این مسایل می‌توان از روش‌های یادگیری ماشین بهره گرفت.

## منابع


[1] Black, John.(2018). Urban transport planning: Theory and practice, Vol. 4.Routledge.

[2] Patriksson M.(2015). The traffic assignment problem: models and methods, Courier Dover Publications.

[3] Bagloee SA, Asadi M, Sarvi M, Patriksson M.(2018). A hybrid machine-learning and optimization method to solve bi-level problems.Expert Systems with Applications, 1;95:142-52.

[4] Sinha A, Malo P, Deb K.(2017). A review on bilevel optimization: from classical to evolutionary approaches and applications, IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 22(2):276-95.

[5] Migdalas A.(1995). Bilevel programming in traffic planning: Models, methods and challenge, Journal of global optimization,7(4):381-405.

[6] Colson B, Marcotte P, Savard G.(2007). An overview of bilevel optimization.Annals of operations research, 153(1):235-56.

[7] Abareshi, Maryam, and Mehdi Zaferanieh.(2019). A bi-level capacitated P-median facility location problem with the most likely allocation solution, Transportation Research Part B: Methodological 123, 1-20.

[8] Zaferanieh, Mehdi, Maryam Abareshi, and JafarFathali.(2022). The minimum information approach to the uncapacitated p-median facility location problem, Transportation Letters 14, no. 3, 307-316.

[9] Mahmoodi A, Sadeghi H.(2020). Developing (1, T) Policy for Two-level Inventory Systems with non-Identical Retailers and Perishable Items, Journal of Operational Research in Its Applications, 17 (2) :27-46. (In Persian).

[10] Bagloee SA, Asadi M, Richardson L.(2012). Methodology for parking modeling and pricing in traffic impact studies, Transportation research record, 2319(1):1-2.

[11] Bagloee SA, Shnaiderman M, Tavana M, Ceder A.(2015). A logit-based model for facility placement planning in supply chain management, International Journal of Logistics Systems and Management, 20(1):122-47.

[12] Duda, Richard O., and Peter E. Hart.( 2006). Pattern classification.John Wiley & Sons.

[13] Falah Rad M, Shakeri M, KhoshhalRoudposhti K, Shakerinia I.( 2022). Elderly Daily Activity-Based Mood Quality Estimation Using Decision-Making Methods and Smart Facilities (Smart Home, Smart Wristband, and Smartphone), Journal of Operational Research in Its Applications, 19 (2) :1-21. (In Persian).

[14] Abareshi M, Zaferanieh M.(2019). A bi-level capacitated P-median facility location problem with the most likely allocation solution, Transportation Research Part B: Methodological, 123:1-20.

[15] Zaferanieh, Mehdi, Maryam Abareshi, and Morteza Jafarzadeh.(2023). A bi-level p-facility network design problem in the presence of congestion, Computers & Industrial Engineering 176 : 109010.

[16] Jeroslow RG.(1985). The polynomial hierarchy and a simple model for competitive analysis,Mathematical programming, 32(2):146-64.

[17] Chollet F.(2021). Deep learning with Python, Simon and Schuster.




[ Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-05-14 ]

[ DOI: 10.22034/20.3.87 ]

[18] Correa, José R., and Nicolás E. Stier-Moses.(2011). Wardrop equilibria, Encyclopedia of Operations Research and Management Science,Wiley.
[19] Tomar RS, Agrawal S.(2018). A Survey on Network Optimization Problem: Transport Network Design Problem, InProceedings of 3rd International Conference on Internet of Things and Connected Technologies (ICIoTCT), (pp. 26-27).
[20] Rezaei N, Eblaghal G.S. (2014). Estimating the time value in daily business and education in big urban cities and their nearby areas (Tehran case study), Applied economics journal.(In Persian).
[21] Shahi J, Ahangari H.(2005). Comparing results of different methods for estimating the value of traveling time, Joutnal of transportation research. (In Persian).

[ Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-05-14 ]

[ DOI: 10.22034/20.3.87 ]