مجله تحقیق در عملیات و کاربردهای آن، سال نهم، شماره اول (پیاپی ۳۲)، بهار ۹۱، ص ص ۳۴-۲۱
شاپا ۷۲۸۶-۲۲۵۱

کاربرد متدولوژی ترکیبی تحلیل پوششی داده‌ها و ماتریس درجه ترجیح در ارزیابی واحدهای تصمیم گیری با رویکرد فازی

محمد حسین طحاری مهرجردی*[1]، علی مروتی شریف آبادی[2]، حمید بابایی میبدی[3]، محمد زارعی محمود آبادی[4]
[1] کارشناس ارشد مدیریت صنعتی، جهاد دانشگاهی یزد
[2] استادیار و عضو هیئت علمی دانشکده اقتصاد، مدیریت و حسابداری دانشگاه یزد
[3] کارشناسی ارشد مدیریت صنعتی، دانشگاه یزد
[4] دانشجوی دکتری مدیریت، دانشگاه تربیت مدرس

رسید مقاله: ۱۵ آبان ۱۳۹۰
پذیرش مقاله: ۱۰ اسفند ۱۳۹۰

چکیده
تحلیل پوششی داده‌ها، یک تکنیک برنامه‌ریزی ریاضی است که کارایی نسبی چندین واحد تصمیم گیرنده را بر مبنای ورودی‌ها و خروجی‌های مشاهده شده که ممکن است با انواع مقیاس‌های مختلف بیان شوند، محاسبه می‌کند. در این تکنیک این فرض وجود دارد که مقدار عددی دقیقی برای ورودی‌ها و خروجی‌ها مشخص است. ولی بسیاری از اوقات در شرایط واقعی کسب و کار، تعیین مقدار عددی دقیق برای برخی ورودی‌ها و یا خروجی‌ها امکان‌پذیر نیست. در این مقاله، یک مدل نوین تحلیل پوششی داده‌ها ارایه می‌شود که کاربر را قادر می‌سازد تا کارایی واحد تصمیم‌گیری را با در نظر گرفتن داده‌های غیردقیق شناسایی کند و در ادامه از یک مکانیزمی، تحت عنوان روش ماتریس درجه ترجیح، کارایی‌های فازی به‌دست آمده از مدل‌ها مقایسه و رتبه‌بندی می‌شوند. از مزایای مدل پیشنهادی، کاهش زمان اجرای مدل و عدم نیاز به فرضیات از پیش تعریف شده و تلاش‌های محاسباتی زیاد می‌باشد. در این مقاله، کاربردپذیری مدل پیشنهادی در یک مطالعه موردی، برای ارزیابی ۱۰ واحد تصمیم گیری مورد بررسی قرار گرفته است. مقایسه نتایج مدل پیشنهادی با نتایج مدل‌های قطعی، حاکی از قدرت تفکیک بالای مدل پیشنهادی و همبستگی بالای نتایج آن با نتایج مدل‌های قطعی به میزان ۰/۸۶۷ است.

کلمات کلیدی: تحلیل پوششی داده‌ها، منطق فازی، کارایی فازی، ماتریس درجه ترجیح.

۱ مقدمه
تحلیل پوششی داده‌ها یکی از تکنیک‌های ناپارامتریک ارزیابی عملکرد محسوب می‌شود که به طور گسترده در تحقیقات گوناگون از جمله ارزیابی کارایی مراکز آموزشی [۱]، ارزیابی کارایی شعبه‌های بانک [۲] و

* عهده دار مکاتبات
آدرس الکترونیکی:hoseintahari@yahoo.com

[۳]، بررسی عملکرد مالی سازمان [۴] و اولویت‌بندی پروژه‌های سیستم اطلاعاتی [۵] مورد استفاده قرار گرفته است. هدف این تکنیک، دستیابی به کارایی نسبی واحدهای تصمیم‌گیری مشابه، که دارای چندین ورودی (نهاده) و چندین خروجی (ستاده) مشابه هستند، می‌باشد [۶]. هرچند روز به روز بر تعداد مدل‌های تحلیل پوششی داده‌ها افزوده شده و هر یک جنبه تخصصی پیدا می‌کند، ولی مبنای همه آن‌ها تعدادی مدل اصلی است که بنیان گذاران این روش طراحی کرده‌اند. از جمله این مدل‌ها می‌توان به مدل «چارنز، کوپر و رودز» (۱۹۷۸) با عنوان *CCR* اشاره کرد که فرض بازدهی ثابت به مقیاس (*CRS*) در تحلیل استفاده شده است [۷] و هم‌چنین مدل دیگر، مدل ارایه شده توسط «بنکر، چارنز و کوپر»، *BCC* می‌باشد که با فرض بازدهی متغیر نسبت به مقیاس (*VRS*) طراحی شده است [۸]. این مدل‌ها ابزار مناسبی برای ارزیابی کارایی واحدهای تصمیم‌گیری مشابه هستند و برای استفاده از آن‌ها نیاز به داده‌های دقیق از ورودی‌ها و خروجی‌های واحدهای تصمیم گیری می‌باشیم. ولی در واقع در عمل، موقعیت‌هایی وجود دارد که اطلاعات دقیقی از ورودی‌ها و خروجی‌های واحدها وجود ندارد. به عبارتی در شرایطی، تعیین مقدار عددی دقیق برای برخی ورودی‌ها و یا خروجی‌ها امکان‌پذیر نیست. در چنین شرایطی نیازمند مدل‌هایی هستیم که کارایی واحدهای تصمیم‌گیری را با در نظر گرفتن داده‌های غیردقیق ارزیابی کنند. تلاش‌های زیادی در این زمینه صورت گرفته است که از جمله آن‌ها می‌توان به این موارد اشاره کرد. معماریانی و ساعتی (۱۳۸۱)، در مقاله‌ای تحت عنوان نظریه مجموعه‌های فازی و تحلیل پوششی داده‌ها به شرح تحلیل پوششی داده‌ها و تعاریف مقدماتی از نظریه مجموعه‌های فازی و کاربردهای انجام شده از این رویکرد در سازمان‌های مختلف پرداختند [۹]. شهریاری (۱۳۸۵)، در پایان‌نامه کارشناسی ارشد خود اقدام به ارایه یک مدل تحلیل پوششی داده‌های فازی جهت ارزیابی عملکرد نسبی دانشکده‌های علوم انسانی دانشگاه تهران کرده است [۱۰]. سینگوپتا (۱۹۹۲)، یک مدل برنامه‌ریزی ریاضی فازی ارایه کرد که با مشخص کردن سطوح تولرانس برای هر دوی توابع هدف و محدودیت‌ها، بحث فازی را وارد مدل‌های تحلیل پوششی داده‌ها می‌کرد [۱۱]. ترانتیس و گیرود (۱۹۹۸)، از طریق تبدیل ورودی و خروجی‌های فازی به اعداد قطعی با استفاده مقادیر تابع عضویت یک مدل برنامه‌ریزی ریاضی را ارایه نمودند [۱۲]. گیو و تاناکا (۲۰۰۱)، یک مدل تحلیل پوششی داده‌های فازی با رویکرد *CCR* ارایه نمودند که با استفاده از تعریف کردن یک سطح امکان و قاعده مقایسه برای اعداد فازی، محدودیت‌های فازی مدل را به محدودیت قطعی تبدیل کردند [۱۳]. هم‌چنین لیون و همکاران (۲۰۰۳)، بر اساس مدل گیو و تاناکا (۲۰۰۱)، یک مدل تحلیل پوششی داده‌های فازی با رویکرد *BCC* ارایه نمودند [۱۴]. ویو و همکاران (۲۰۰۶)، یک مدل تحلیل پوششی داده‌های احتمالی را برای ارزیابی کارایی شعب بانک‌های کانادا ارایه نمودند [۱۵]. زهو (۲۰۰۳)، مدل تحلیل پوششی داده‌های فازی با رویکرد *CCR*، با داده‌های بازه‌ای، رتبه‌ای و بازه‌ای نسبی مورد توجه قرار داد [۱۶]. کاریکا و همکاران (۲۰۰۵)، برای تحلیل حالات شکست، یک مدل تحلیل پوششی داده‌های احتمالی ارایه کردند [۱۷]. کائو و لیو (۲۰۰۵)، ورودی‌ها و خروجی‌های فازی را از طریق مجموعه‌های آلفا برش و اصل گسترش فازی به صورت بازه‌ای تعریف کردند [۱۸]. لیو و چانگ (۲۰۰۸)، بر اساس همین رویکرد مفهوم منطقه موجه (*AR*) را ارایه کردند و مدل *DEA/AR* را طراحی، که سپس از این مدل برای ارزیابی کارایی کتابخانه‌های دانشگاهی استفاده شد [۱۹]. ساعتی و همکاران

(۲۰۰۲)، مدل تحلیل پوششی داده‌های فازی با رویکرد *CCR* را از طریق برش آلفا به یک مدل برنامه‌ریزی بازه‌ای تبدیل کردند. سپس در مرحله بعد مدل بازه‌ای را از طریق فرآیند تغییر متغیر به یک مدل برنامه‌ریزی قطعی تبدیل کردند [۲۰]. ساعتی و معماریانی (۲۰۰۵)، یک رویکرد تحلیل پوششی داده‌های فازی ارایه کردند که در این صورت همه واحدهای تصمیم‌گیری به‌وسیله مجموعه اوزان مشترک در سطوح مختلف آلفا ارزیابی می‌شدند [۲۱]. هم‌چنین انتانی و همکاران (۲۰۰۲) [۲۲] و وانگ و همکاران (۲۰۰۵) [۲۳]، با کاربست مفهوم برش آلفا، داده‌های فازی مدل‌های تحلیل پوششی داده‌ها را به صورت اعداد بازه‌ای تعریف کردند. ترانتیز (۲۰۰۳)، یک مدل تحلیل پوششی داده‌های فازی برای ارزیابی کارایی فنی غیرشعاعی طراحی نمود [۲۴]. سلیمانی و همکاران (۲۰۰۶)، یک مدل تحلیل پوششی داده‌های فازی طراحی کردند که می‌توان با کمک آن کارایی قطعی برای واحدها به‌دست آورد [۲۵]. هم‌چنین جهانشاهلو و همکاران (۲۰۰۴)، یک مدل تحلیل پوششی داده‌های غیر خطی دو هدفه برای ارزیابی کارایی واحدها، طراحی نمودند [۲۶].

از بیشتر مطالعات پیشین بررسی شده در این مقاله می‌توان به این نتیجه رسید که برای دسترسی به جواب بهینه مدل‌های فازی، باید این مدل‌ها را به یک مدل خطی قطعی تحلیل پوششی داده‌ها و یا به مدل‌های بازه‌ای تبدیل کرد که این روند به فرضیات و محاسبات پیچیده‌ای از جمله برش آلفا و تغییر متغیر نیازمند است. هدف از این مقاله ارایه یک مدل از تحلیل پوششی داده‌های فازی با ساختار محاسباتی فازی می‌باشد که برای تبدیل این مدل‌ها به مدل‌های برنامه‌ریزی خطی نیاز به فرضیات و تلاش‌های محاسباتی پیچیده نیست. هم‌چنین از یک مکانیزمی، تحت عنوان روش ماتریس درجه ترجیح، کارایی‌های فازی به‌دست آمده از مدل‌ها مقایسه و رتبه‌بندی می‌شوند. لذا سوالات اصلی این تحقیق به صورت ذیل تعریف می‌شود:

- آیا متدولوژی ترکیبی تحلیل پوششی داده‌ها و ماتریس درجه ترجیح برای ارزیابی واحدهای تصمیم گیری دارای کارایی محاسباتی است؟
- آیا نتایج متدولوژی ترکیبی تحلیل پوششی داده‌ها و ماتریس درجه ترجیح از همبستگی مناسب با نتایج مدل‌های قطعی تحلیل پوششی داده‌ها برخودار است؟

لذا سازماندهی مقاله بدین صورت می‌باشد. بخش ۲ به شرح مدل پیشنهادی، بخش ۳ به ارایه یک مکانیزیم رتبه بندی کارایی فازی، بخش ۴ به کاربرد مدل در یک مطالعه موردی و بخش ۵ به نتیجه گیری اختصاص دارد.

۲ مدل تحلیل پوششی داده های فازی پیشنهادی

مجموعه‌های فازی در ریاضیات جدید به مجموعه‌هایی اطلاق می‌شوند که عضویت بعضی یا تمام اعضا کاملاً روش و مشخص نیست و عناصر آن به طور نسبی متعلق به آن مجموعه هستند. یک مجموعه فازی تعمیم یک مجموعه کلاسیک است که اجازه می‌دهد تا تعلق هر مقداری را در بازه [۰,۱] اختیار کند [۲۷]. یک عدد فازی ممکن است به صورت مثلثی (*Triangular Fuzzy Number*) یا ذوزنقه‌ای (*Trapezoidal Fuzzy Number*) بیان شود که کاربردی‌ترین نوع آن اعداد فازی مثلثی می‌باشند. در حالت مثلثی عدد مربوطه را به صورت $\widetilde{M}=(a,b,c)$ نمایش می‌دهند که پارامترهای a، b و c به ترتیب بیانگر کمترین مقدار ممکن،

محتمل‌ترین مقدار و بیشترین مقدار ممکن برای عدد مورد نظر است و عدد مورد نظر می تواند بین a تا c تغییر کند. تابع عدد فازی مثلثی در قسمت ذیل نشان داده شده است.

$$\mu_{\tilde{M}}(x)=\begin{cases}0 & x<a\\ \frac{x-a}{b-a} & a\le x\le b\\ \frac{c-x}{c-b} & b\le x\le c\\ 0 & x>c\end{cases} \tag{1}$$

در صورتی که دو عدد فازی مثلثی به صورت $\tilde{M}_1=(a_1,b_1,c_1)$ و $\tilde{M}_2=(a_2,b_2,c_2)$ نمایش داده شود آن‌گاه مهمترین عملیات جبری به روی آن‌ها به صورت روابط زیر تعریف می‌شود [۲۸]:

$$\tilde{M}_1+\tilde{M}_2=(a_1+a_2,\ b_1+b_2,\ c_1+c_2) \tag{2}$$

$$\tilde{M}_1-\tilde{M}_2=(a_1-a_2,\ b_1-b_2,\ c_1-c_2) \tag{3}$$

$$\tilde{M}_1.\tilde{M}_2=\begin{cases}(a_1.a_2,\ b_1.b_2,\ c_1.c_2) & \tilde{M}_1>0,\ \tilde{M}_2>0\\ (a_1.c_2,\ b_1.b_2,\ c_1.a_2) & \tilde{M}_1<0,\ \tilde{M}_2>0\\ (c_1.c_2,\ b_1.b_2,\ a_1.a_2) & \tilde{M}_1<0,\ \tilde{M}_2<0\end{cases} \tag{4}$$

$$\frac{\tilde{M}_1}{\tilde{M}_2}=\begin{cases}\left(\frac{a_1}{c_2},\ \frac{b_1}{b_2},\ \frac{c_1}{a_2}\right) & \tilde{M}_1>0,\ \tilde{M}_2>0\\ \left(\frac{c_1}{c_2},\ \frac{b_1}{b_2},\ \frac{a_1}{a_2}\right) & \tilde{M}_1<0,\ \tilde{M}_2>0\\ \left(\frac{c_1}{a_2},\ \frac{b_1}{b_2},\ \frac{a_1}{c_2}\right) & \tilde{M}_1<0,\ \tilde{M}_2<0\end{cases} \tag{5}$$

فرض کنید n واحد تصمیم گیری با m ورودی و s خروجی تحت اختیار داریم که $x_{ij}\left(i=1,\ldots,m\right)$ و $y_{rj}\left(r=1,\ldots,s\right)$ به عنوان ورودی‌ها و خروجی‌های واحدهای تصمیم‌گیری باشد. بدون کلیتی تمام ورودی‌ها و خروجی‌ها، به صورت اعداد مثلث فازی یعنی $\tilde{x}_{ij}=\left(x_{ij}^L,\ x_{ij}^M,\ x_{ij}^U\right)$ و $\tilde{y}_{ij}=\left(y_{rj}^L,\ y_{rj}^M,\ y_{rj}^U\right)$ می‌باشند که $x_{ij}^L>0$ و $y_{rj}^L>0$ تعریف شده‌اند. داده‌های قطعی مربوط به ورودی‌ها و خروجی‌ها به صورت یک نوع خاص از اعداد مثلثی فازی یعنی $\tilde{x}_{ij}=\left(x_{ij}^L=x_{ij}^M=x_{ij}^U\right)$ و $\tilde{y}_{ij}=\left(y_{rj}^L=y_{rj}^M=y_{rj}^U\right)$ تعریف می‌شوند [۲۹]. در این صورت کارایی واحد jام به صورت ذیل تعریف می‌شود:

$$\tilde{\theta}_j=\frac{\sum_{r=1}^{s}u_r\tilde{y}_{rj}}{\sum_{i=1}^{m}v_i\tilde{x}_{ij}} \tag{6}$$

برای مدل شماره ۶ کارایی به صورت یک عدد فازی تعریف می‌شود که در این مدل $u_r\left(r=1,\ldots,s\right)$ و $v_i\left(i=1,\ldots,m\right)$ به ترتیب وزن خروجی‌ها و ورودی‌ها می‌باشند. بر طبق قوانین محاسبات فازی کارایی فازی مدل ۶ می‌تواند به صورت ذیل تعریف شود:

$$\tilde{\theta}_j=\frac{\sum_{r=1}^{s}u_r\left[y_{rj}^L,\ y_{rj}^M,\ y_{rj}^U\right]}{\sum_{i=1}^{m}v_i\left[x_{ij}^L,\ x_{ij}^M,\ x_{ij}^U\right]}=\frac{\sum_{r=1}^{s}u_r y_{rj}^L,\ \sum_{r=1}^{s}u_r y_{rj}^M,\ \sum_{r=1}^{s}u_r y_{rj}^U}{\sum_{i=1}^{m}v_i x_{ij}^L,\ \sum_{i=1}^{m}v_i x_{ij}^M,\ \sum_{i=1}^{m}v_i x_{ij}^U}$$
$$\approx\left[\frac{\sum_{r=1}^{s}u_r y_{rj}^L}{\sum_{i=1}^{m}v_i x_{ij}^U},\ \frac{\sum_{r=1}^{s}u_r y_{rj}^M}{\sum_{i=1}^{m}v_i x_{ij}^M},\ \frac{\sum_{r=1}^{s}u_r y_{rj}^U}{\sum_{i=1}^{m}v_i x_{ij}^L}\right] \tag{۷}$$

برای محاسبه کارایی نسبی یک واحد نسبت به دیگر واحدها، می توانیم کارایی نسبی دیگر واحدها را از طریق محدودیت $\tilde{\theta}_j \le 1$ محدود کنیم. بر اساس این محدودیت، ما مدل فازی از تحلیل پوششی داده‌ها را به صورت مدل شماره ۸ بیان می‌کنیم.

$$\text{Max } \tilde{\theta}_0\approx\left[\theta_0^L,\theta_0^M,\theta_0^U\right]=\left[\frac{\sum_{r=1}^{s}u_r y_{r0}^L}{\sum_{i=1}^{m}v_i x_{i0}^U},\ \frac{\sum_{r=1}^{s}u_r y_{r0}^M}{\sum_{i=1}^{m}v_i x_{i0}^M},\ \frac{\sum_{r=1}^{s}u_r y_{r0}^U}{\sum_{i=1}^{m}v_i x_{i0}^L}\right]$$
$$\text{s.t.}$$
$$\tilde{\theta}_j\approx\left[\theta_j^L,\theta_j^M,\theta_j^U\right]=\left[\frac{\sum_{r=1}^{s}u_r y_{rj}^L}{\sum_{i=1}^{m}v_i x_{ij}^U},\ \frac{\sum_{r=1}^{s}u_r y_{rj}^M}{\sum_{i=1}^{m}v_i x_{ij}^M},\ \frac{\sum_{r=1}^{s}u_r y_{rj}^U}{\sum_{i=1}^{m}v_i x_{ij}^L}\right]\le 1$$
$$j=1,\dots,n,\quad u_r,\ v_i\ge 0,\quad i=1,\dots,m,\quad r=1,\dots,s. \tag{۸}$$

در مدل شماره ۸، زیرنویس صفر نماینده واحد تحت ارزیابی می‌باشد. برای مدل شماره ۸، تا زمانی که مقدارکارایی حد بالای سایر واحدها $\left(\theta_j^U\right)$، کمتر یا برابر با عدد یک باشد، آن‌گاه کارایی حد میانی و پایینی آن‌ها نیز کمتر یا برابر یک خواهد بود $\left(\theta_j^M\le 1,\ \theta_j^L\le 1\right)$. بنابراین چنین مدلی می تواند به صورت مدل شماره ۹ خلاصه شود.

$$\text{Max } \tilde{\theta}_0\approx\left[\theta_0^L,\theta_0^M,\theta_0^U\right]=\left[\frac{\sum_{r=1}^{s}u_r y_{r0}^L}{\sum_{i=1}^{m}v_i x_{i0}^U},\ \frac{\sum_{r=1}^{s}u_r y_{r0}^M}{\sum_{i=1}^{m}v_i x_{i0}^M},\ \frac{\sum_{r=1}^{s}u_r y_{r0}^U}{\sum_{i=1}^{m}v_i x_{i0}^L}\right]$$
$$\text{s.t.}$$
$$\left[\theta_j^U\right]=\left[\frac{\sum_{r=1}^{s}u_r y_{rj}^U}{\sum_{i=1}^{m}v_i x_{ij}^L}\right]\le 1,$$
$$j=1,\dots,n,\quad u_r,\ v_i\ge 0,\quad i=1,\dots,m,\quad r=1,\dots,s. \tag{۹}$$

بهترین مقدار ممکن مدل شماره ۹ برای θ_0^L، θ_0^Mو θ_0^U به عنوان حد پایین، میانی و بالایی کارایی واحد تحت بررسی با استفاده از تبدیل مدل های برنامه ریزی کسری زیر به مدل های خطی مقابل آن ها به‌دست خواهد آمد[۲۹].

$$\begin{aligned}&\text{Max }\ \theta_{\circ}^{L}=\frac{\sum_{r=1}^{s}u_r y_{r\circ}^{L}}{\sum_{i=1}^{m}v_i x_{i\circ}^{U}}\\&\text{s.t.}\\&\qquad \theta_j^{U}=\frac{\sum_{r=1}^{s}u_r y_{rj}^{U}}{\sum_{i=1}^{m}v_i x_{ij}^{L}}\le 1,\\&\qquad j=1,\dots,n,\quad u_r,\ v_i\ge 0,\\&\qquad i=1,\dots,m,\quad r=1,\dots,s.\end{aligned}\quad\Rightarrow\quad\begin{aligned}&\text{Max }\ \theta_{\circ}^{L}=\sum_{r=1}^{s}u_r y_{r\circ}^{L}\\&\text{s.t.}\\&\qquad \sum_{i=1}^{m}v_i x_{i\circ}^{L}=1,\\&\qquad \sum_{r=1}^{s}u_r y_{rj}^{U}-\sum_{i=1}^{m}v_i x_{ij}^{L}\le 0,\\&\qquad u_r, v_i\ge 0.\end{aligned}\qquad (10)$$

$$\begin{aligned}&\text{Max }\ \theta_{\circ}^{L}=\frac{\sum_{r=1}^{s}u_r y_{r\circ}^{M}}{\sum_{i=1}^{m}v_i x_{i\circ}^{M}}\\&\text{s.t.}\\&\qquad \theta_j^{U}=\frac{\sum_{r=1}^{s}u_r y_{rj}^{U}}{\sum_{i=1}^{m}v_i x_{ij}^{L}}\le 1,\\&\qquad j=1,\dots,n,\quad u_r,\ v_i\ge 0,\\&\qquad i=1,\dots,m,\quad r=1,\dots,s.\end{aligned}\quad\Rightarrow\quad\begin{aligned}&\text{Max }\ \theta_{\circ}^{L}=\sum_{r=1}^{s}u_r y_{r\circ}^{M}\\&\text{s.t.}\\&\qquad \sum_{i=1}^{m}v_i x_{i\circ}^{M}=1,\\&\qquad \sum_{r=1}^{s}u_r y_{rj}^{U}-\sum_{i=1}^{m}v_i x_{ij}^{L}\le 0,\\&\qquad u_r, v_i\ge 0.\end{aligned}\qquad (11)$$

$$\begin{aligned}&\text{Max }\ \theta_{\circ}^{L}=\frac{\sum_{r=1}^{s}u_r y_{r\circ}^{U}}{\sum_{i=1}^{m}v_i x_{i\circ}^{L}}\\&\text{s.t.}\\&\qquad \theta_j^{U}=\frac{\sum_{r=1}^{s}u_r y_{rj}^{U}}{\sum_{i=1}^{m}v_i x_{ij}^{L}}\le 1,\\&\qquad j=1,\dots,n,\quad u_r,\ v_i\ge 0,\\&\qquad i=1,\dots,m,\quad r=1,\dots,s.\end{aligned}\quad\Rightarrow\quad\begin{aligned}&\text{Max }\ \theta_{\circ}^{L}=\sum_{r=1}^{s}u_r y_{r\circ}^{M}\\&\text{s.t.}\\&\qquad \sum_{i=1}^{m}v_i x_{i\circ}^{L}=1,\\&\qquad \sum_{r=1}^{s}u_r y_{rj}^{U}-\sum_{i=1}^{m}v_i x_{ij}^{L}\le 0,\\&\qquad u_r, v_i\ge 0.\end{aligned}\qquad (12)$$

مقادیر سه مدل برنامه ریزی خطی بالا، بهترین مقدار کارایی واحد تحت ارزیابی را نشان می‌دهد که این کارایی به صورت یک عدد فازی مثلثی می‌باشد. با توجه به این که کارایی به‌دست آمده از واحدها به صورت اعداد فازی می‌باشند در مرحله بعد با استفاده از یک مکانیزم فازی، به مقایسه و رتبه‌بندی کارایی‌های فازی می‌پردازیم.

۳ رویکرد درجه ترجیح (*PDA*)

مدل تحلیل پوششی داده‌ها، واحدهای تحت بررسی را به دو گروه واحدهای کارا و واحدهای غیرکارا تقسیم می‌کند. واحدهای غیرکارا با کسب امتیاز کارایی، قابل رتبه‌بندی هستند، اما واحدهایی که امتیاز کارایی آن‌ها برابر یک می‌باشد با استفاده از مدل‌های کلاسیک تحلیل پوششی داده‌ها، قابل رتبه‌بندی نیستند، لذا از روش‌های متعددی برای رتبه‌بندی واحدهای کارا استفاده می‌شود که در این پژوهش، برای رتبه‌بندی کامل واحدها در مدل های فازی از روش ماتریس درجه ترجیح (*Preference Degree Approach*) استفاده شده است [۲۷]. فرض کنید که $\tilde{a}=\left(a_{۱},a_{m},a_{u}\right)$ و $\tilde{b}=\left(b_{۱},b_{m},b_{u}\right)$ دو عدد کارایی فازی مثلثی باشند. بر طبق قوانین محاسباتی فازی، $\tilde{a}-\tilde{b}$ نیز به عنوان یک عدد فازی مثلثی با روابط ممکن $a_{۱}\ge b_{u}$ ، $a_{u}\le b_{۱}$ ، $\left(a_{u}>b_{۱}\right)\cap\left(a_{m}\le b_{m}\right)$ یا $\left(a_{۱}<b_{u}\right)\cap\left(a_{m}>b_{m}\right)$ می‌باشد. با توجه به موارد بالا ما درجه بزرگی $\tilde{a}>\tilde{b}$ و $\tilde{b}>\tilde{a}$ را به صورت روابط ۱۳ و ۱۴ تعریف می‌کنیم [۲۹].

$$P\left(\tilde{a}>\tilde{b}\right)=\begin{cases} ۱ & \text{if } a_{L}\ge b_{U} \\ ۰ & \text{if } a_{U}\le b_{L} \\ \dfrac{\left(a_{U}-b_{L}\right)^{۲}}{\left(a_{U}-b_{L}+b_{M}-a_{M}\right)\left(a_{U}-a_{L}+b_{U}-b_{L}\right)}, & \text{if } \left(a_{U}>b_{L}\right)\cap\left(a_{M}\le b_{M}\right) \\ ۱-\dfrac{\left(b_{U}-a_{L}\right)^{۲}}{\left(b_{U}-a_{L}+a_{M}-b_{M}\right)\left(a_{U}-a_{L}+b_{U}-b_{L}\right)}, & \text{if } \left(a_{M}>b_{M}\right)\cap\left(a_{L}<b_{U}\right) \end{cases} \quad (۱۳)$$

$$P\left(\tilde{a}>\tilde{b}\right)=\begin{cases} ۰ & \text{if } a_{L}\ge b_{U} \\ ۱ & \text{if } a_{U}\le b_{L} \\ ۱-\dfrac{\left(a_{U}-b_{L}\right)^{۲}}{\left(a_{U}-b_{L}+b_{M}-a_{M}\right)\left(a_{U}-a_{L}+b_{U}-b_{L}\right)}, & \text{if } \left(a_{U}>b_{L}\right)\cap\left(a_{M}\le b_{M}\right) \\ \dfrac{\left(b_{U}-a_{L}\right)^{۲}}{\left(b_{U}-a_{L}+a_{M}-b_{M}\right)\left(a_{U}-a_{L}+b_{U}-b_{L}\right)}, & \text{if } \left(a_{M}>b_{M}\right)\cap\left(a_{L}<b_{U}\right) \end{cases} \quad (۱۴)$$

با کمک گرفتن از مفهوم درجه بزرگی، می‌توان مقایسه و رتبه بندی کامل از کارایی‌های فازی را با استفاده از مراحل زیر انجام داد [۲۹].

مرحله ۱: محاسبه درایه‌های ماتریس درجه بزرگی: درایه‌های این ماتریس با استفاده از دو رابطه ۱۳ و ۱۴ به‌دست می‌آید. بدین صورت که برای محاسبه درایه قطر بالایی ماتریس از رابطه ۱۳ و برای محاسبه درایه قطر پایینی ماتریس، از رابطه ۱۴ استفاده می‌شود.

$$Mp = \begin{array}{c} \\ \tilde{\theta}_1 \\ \tilde{\theta}_2 \\ \vdots \\ \tilde{\theta}_n \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} \tilde{\theta}_1 & \tilde{\theta}_2 & \dots & \tilde{\theta}_n \end{array} \\ \begin{vmatrix} - & P_{12} & \dots & P_{1n} \\ P_{21} & - & \dots & P_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ P_{n1} & P_{n2} & \dots & - \end{vmatrix} \end{array}$$

مرحله ۲: پیدا کردن سطری از ماتریس بالا که برای تمام عناصر آن به جزئ عنصر روی قطر اصلی، درجه بزرگی آن عناصر بزرگتر یا مساوی ۰/۵ باشد. سطر انتخاب شده به عنوان سطری است که دارای بالاترین کارایی نسبت به سطرهای دیگر می‌باشد.

مرحله ۳: سطر و ستون گزینه مربوط به مرحله ۲ حذف و این روند تا حذف تمامی سطر و گزینه‌ها ادامه پیدا می‌کند و رتبه‌بندی گزینه‌ها بر اساس اولویت سطر و ستون حذف شده آن می‌باشد.

٤ کاربرد مدل پیشنهادی در یک مطالعه موردی

حوزه مورد مطالعه مربوط به اداره کل تعاون یکی از استان‌های کشور می باشد که به عنوان یکی از سازمان خدماتی در امر تشکیل شرکت‌های تعاونی فعالیت می‌کند. این اداره متشکل بر ۱۰ شعب شهرستانی می‌باشد که توسط اداره کل تعاون استان هدایت می‌شوند. بنابراین در این پژوهش به دنبال کاربست مدل پیشنهادی برای ارزیابی کارایی این شعب می‌باشیم. ورودی های پژوهش حاضر شامل شاخص‌های منابع انسانی و مدیریت هزینه، و خروجی‌ها نیز ۴ بعد مدل کارت امتیازی متوازن شامل بعد مالی، مشتری، فرآیندهای داخلی و رشد و یادگیری تشکیل می‌دهند. لازم به یادآوری است که هر یک از شاخص‌های ورودی و خروجی از تعدادی زیرمعیار تشکیل شده‌اند که ما بعد از نرمال‌سازی، آن‌ها را در ابعاد خود ادغام کردیم. شاخص‌های این پژوهش به دو دسته شاخص‌های قطعی و فازی تقسیم شده‌اند. تمامی شاخص‌های ورودی، قطعی و تمامی شاخص‌های خروجی به صورت اعداد فازی می‌باشند. به طور کلی داده‌های فازی به صورت (l, m, u) نمایش داده می‌شوند. از آن‌جایی که مدل‌های ارایه شده، فازی می‌باشند، لذا می‌بایست داده‌های قطعی برای ورود به نرم افزار، به داده‌های فازی تبدیل شوند. برای تبدیل داده قطعی m به حالت (l, m, u) فازی، فقط کافی است به صورت (m, m, m) نمایش داده شود. اطلاعات ورودی‌ها و خروجی‌های مربوط به شعب، در جداول ۱ و ۲ خلاصه شده است.

جدول ۱. ورودی‌های اصلی پژوهش

شعب	مدیریت منابع	مدیریت هزینه
A	۱/۴۴۲	۱/۳۵۶
B	۱/۴۱۳	۱/۰۷۱
C	۱/۱۹۵	۱/۴۷۱
D	۱/۵۲۹	۱/۲۲۶
E	۲/۰۰۲	۱/۵۹۴
F	۲/۲۰۳	۱/۳۳۸
G	۱/۵۶۴	۱/۰۳۵
H	۱/۴۱۰	۱/۰۹
I	۱/۵۰۷	۱/۴۷۳
J	۱/۶۹۸	۰/۷۲۲

جدول ۲. خروجی های اصلی پژوهش

شعب	مالی	مشتری	فرآیندهای داخلی	رشد و نوآوری
A	(۰/۲۸۲، ۰/۲۵، ۰/۲۲۴)	(۰/۱۰۱، ۰/۰۶۵، ۰/۰۴۲)	(۰/۰۱۷، ۰/۰۱۷، ۰/۰۱۷)	(۰/۱۸۹، ۰/۱۵۷، ۰/۱۲)
B	(۰/۲۷۲، ۰/۲۴، ۰/۲۱۴)	(۰/۱۵۲، ۰/۱۱۶، ۰/۰۸)	(۰/۰۲۳، ۰/۰۲۳، ۰/۰۲۳)	(۰/۲، ۰/۱۶۱، ۰/۱۱۹)
C	(۰/۲۶، ۰/۲۲۷، ۰/۲۰۲)	(۰/۰۸۹، ۰/۰۵۸، ۰/۰۳۴)	(۰/۰۲۳، ۰/۰۲۳، ۰/۰۲۳)	(۰/۱۶۸، ۰/۱۳۶، ۰/۱۰۵)
D	(۰/۲۸۷، ۰/۲۵۵، ۰/۲۲۹)	(۰/۰۹۳، ۰/۰۷۳، ۰/۰۴۱)	(۰/۰۲۶، ۰/۰۲۶، ۰/۰۲۶)	(۰/۱۸۹، ۰/۱۵۲، ۰/۱۰۶)
E	(۰/۲۸۲، ۰/۲۴۹، ۰/۲۲۳)	(۰/۱۷، ۰/۱۳۴، ۰/۰۹۹)	(۰/۰۲، ۰/۰۲، ۰/۰۲)	(۰/۱۷۴، ۰/۱۳۱، ۰/۰۹۱)
F	(۰/۲۴۶، ۰/۲۱۴، ۰/۱۸۸)	(۰/۱۷۳، ۰/۱۴۹، ۰/۱۱۳)	(۰/۰۳۱، ۰/۰۳۱، ۰/۰۳۱)	(۰/۱۸۸، ۰/۱۴۵، ۰/۱۰۲)
G	(۰/۲۴۶، ۰/۲۱۴، ۰/۱۸۸)	(۰/۱۴۶، ۰/۱۱، ۰/۰۸۷)	(۰/۰۴۲، ۰/۰۴۲، ۰/۰۴۲)	(۰/۱۸۶، ۰/۱۸۵، ۰/۱۱۸)
H	(۰/۲۴۶، ۰/۲۱۴، ۰/۱۸۸)	(۰/۱۶۴، ۰/۱۳۴، ۰/۰۹۹)	(۰/۰۱۸، ۰/۰۱۸، ۰/۰۱۸)	(۰/۲۲۵، ۰/۱۹۶، ۰/۱۵۵)
I	(۰/۲۴۶، ۰/۲۱۴، ۰/۱۸۸)	(۰/۱۵۸، ۰/۱۰۶، ۰/۰۷)	(۰/۰۱، ۰/۰۱، ۰/۰۱)	(۰/۱۸ ۰/۱۳۵ ۰/۰۹۴)
J	(۰/۲۵۸، ۰/۲۲۵، ۰/۲)	(۰/۲۵۳، ۰/۲۲۲، ۰/۱۸۸)	(۰/۱۳، ۰/۱۳، ۰/۱۳)	(۰/۱۸۱، ۰/۱۴۴، ۰/۱۰۳)

استفاده از مدل تحلیل پوششی داده‌ها، جهت ارزیابی نسبی واحدها، نیازمند تعیین ماهیت الگوی آن می‌باشد. انتخاب نوع ماهیت مدل، بستگی به میزان کنترلی دارد که مدیریت یک واحد تصمیم‌گیری می‌تواند بر روی داده‌ها و ستانده‌های اعمال کند. در این پژوهش، از مدل تحلیل پوششی داده‌ها با ماهیت خروجی محور برای ارزیابی کارایی شعب استفاده شده است؛ چون که به نظر می‌رسد مدیریت، توان اعمال کنترل بیشتری بر روی ستانده‌ها نسبت به داده‌ها دارد. بنابراین مدل‌های ۱۰، ۱۱ و ۱۲ به مدل‌هایی با ماهیت خروجی محور به صورت ذیل تبدیل می‌شوند.

$$\begin{aligned} \text{Min} \quad & \theta_\circ^{L} = \sum_{i=۱}^{m} v_i x_{i\circ}^{U} \\ \text{s.t.} \quad & \sum_{r=۱}^{s} u_r y_{r\circ}^{L} = ۱, \\ & \sum_{r=۱}^{s} u_r y_{rj}^{U} - \sum_{i=۱}^{m} v_i x_{ij}^{L} \le \circ, \\ & u_r,\ v_i \ge \circ. \end{aligned} \qquad (۱۵)$$

$$\begin{aligned} \text{Min} \quad & \theta_\circ^{M} = \sum_{i=۱}^{m} v_i x_{i\circ}^{M} \\ \text{s.t.} \quad & \sum_{r=۱}^{s} u_r y_{r\circ}^{M} = ۱, \\ & \sum_{r=۱}^{s} u_r y_{rj}^{U} - \sum_{i=۱}^{m} v_i x_{ij}^{L} \le \circ, \\ & u_r,\ v_i \ge \circ. \end{aligned} \qquad (۱۶)$$

$$\begin{aligned} \text{Min} \quad & \theta_\circ^{U} = \sum_{i=۱}^{m} v_i x_{i\circ}^{L} \\ \text{s.t.} \quad & \sum_{r=۱}^{s} u_r y_{r\circ}^{U} = ۱, \\ & \sum_{r=۱}^{s} u_r y_{rj}^{U} - \sum_{i=۱}^{m} v_i x_{ij}^{L} \le \circ, \\ & u_r,\ v_i \ge \circ. \end{aligned} \qquad (۱۷)$$

بدین صورت که از مدل ۱۵ به منظور به‌دست آوردن حدود پایینی، از مدل ۱۶به منظور به دست آوردن حد میانی و از مدل ۱۷ به منظور به‌دست آوردن حدود بالایی کارایی واحدها استفاده می‌شود که نتایج حاصل از آن در جدول ۳ آمده است.

جدول ۳. نمرات کارایی واحدها در مدل خروجی محور فازی

شعب	$\tilde{\theta}$	$\frac{۱}{\tilde{\theta}}$
A	(۱/۰۳۳، ۱/۱۶۸، ۱/۳۰۱)	(۰/۹۶۸، ۰/۸۵۶، ۰/۷۶۹)
B	(۱، ۱/۱۳۱، ۱/۲۵۹)	(۱، ۰/۸۸۴، ۰/۷۹۴)
C	(۱، ۱/۱۲۸، ۱/۲۵۳)	(۱، ۰/۸۸۷، ۰/۷۹۸)
D	(۱/۰۳۶، ۱/۱۶۴، ۱/۲۸۷)	(۰/۹۶۵، ۰/۸۵۹، ۰/۷۷۷)
E	(۱/۳۳، ۱/۵۶۴، ۱/۷۴۱)	(۰/۷۵۲، ۰/۶۳۹، ۰/۵۷۴)
F	(۱/۵۱۹، ۱/۷۹۶، ۲/۰۳۸)	(۰/۶۵۸، ۰/۵۵۷، ۰/۴۹۱)
G	(۱/۱۲۹، ۱/۲۰۶، ۱/۴۸۳)	(۰/۸۸۶، ۰/۸۲۹، ۰/۶۷۴)
H	(۱، ۱/۱۳۸، ۱/۳۶۲)	(۱، ۰/۸۷۹، ۰/۷۳۴)
I	(۱/۱۱۷، ۱/۴۰۵، ۱/۶۳۴)	(۰/۸۹۵، ۰/۷۱۲، ۰/۶۱۲)
J	(۱، ۱، ۱)	(۱، ۱، ۱)

به منظور رتبه‌بندی کامل شعب، از مکانیزم ماتریس درجه ترجیح (*PDA*) برای مقایسه و رتبه‌بندی کامل کارایی‌های فازی استفاده شد. بدین ترتیب برای به دست آوردن درایه‌های قطر بالایی ماتریس از رابطه ۱۳ و برای درایه‌های قطر پایینی این ماتریس از رابطه ۱۴ استفاده شد و طی انجام مراحل سه گانه این روش، رتبه‌بندی کامل واحدها به‌دست می‌آید که نتایج آن در قالب جدول ۴ آمده است.

جدول ٤. ماتریس درجه ترجیح و رتبه بندی کامل واحدها

	A	*B*	*C*	*D*	*E*	*F*	*G*	*H*	*I*	*J*	رتبه
A		۰/۳۶۹	۰/۳۵۹	۰/۴۸۵	۱	۱	۰/۷۸۷	۰/۴۵۸	۱	۰/۰۴۵	٦
B	۰/۶۳		۰/۴۸۹	۰/۶۳۷	۱	۱	۰/۹۳۹	۰/۵۷۵	۱	۱	۳
C	۰/۶۴	۰/۵۱		۰/۶۵۱	۱	۱	۰/۹۵۶	۰/۵۸۵	۱	۱	۲
D	۰/۵۱۴	۰/۳۶۲	۰/۳۴۸		۱	۱	۰/۸۱۱	۰/۴۶۹	۱	۰/۰۶	۵
E	۰	۰	۰	۰		۱	۰/۰۵۸	۰/۰۰۳	۰/۲	۰	۹
F	۰	۰	۰	۰	۰		۰/۰۰۲	۰/۰۵۴	۰/۰۲۳	۰	۱۰
G	۰/۲۱۲	۰/۰۶۱	۰/۰۴۴	۰/۱۸۸	۰/۹۴۲	۰/۹۹۷		۰/۲۳۹	۰/۹۶۹	۰	۷
H	۰/۵۴۱	۰/۴۲۴	۰/۴۱۴	۰/۵۳۱	۰/۹۹۷	۰/۹۴۶	۰/۷۶		۱	۰	٤
I	۰	۰	۰	۰	۰/۷۹۹	۰/۹۷۶	۰/۰۳	۰		۰/۲۱۱	۸
J	۰/۹۵۴	۱	۱	۰/۹۳۹	۱	۱	۱	۱	۰/۷۸۸		۱

در جهت بررسی میزان اعتبار مدل، از مدل قطعی تحلیل پوششی داده‌ها نیز به منظور ارزیابی کارایی واحدها استفاده شد. به منظور استفاده از مدل‌های قطعی لازم می‌بود که داده‌های خروجی که به صورت اعداد فازی می‌باشند به داده‌های قطعی تبدیل شوند. بنابراین از روش میانگین به منظور قطعی‌سازی داده‌ها استفاده شده است. نتایج کارایی واحد، همراه با رتبه آن‌ها در مدل‌های قطعی و فازی در جدول ۵ نشان داده شده است.

جدول ۵. کارایی و رتبه های واحدها در مدل های قطعی و فازی

واحدها	DEA	رتبه	FDEA	رتبه
A	(۱/۰۱۸)۱	۷	(۰/۷۶۹ ،۰/۸۵۶ ،۰/۹۶۸)	۶
B	(۱/۰۷۳)۱	۴	(۰/۷۹۴ ،۰/۸۸۴ ،۱)	۳
C	(۱/۱۲)۱	۳	(۰/۷۹۸ ،۰/۸۸۷ ،۱)	۲
D	(۱/۰۳۹)۱	۵	(۰/۷۷۷ ،۰/۸۵۹ ،۰/۹۶۵)	۵
E	(۱/۰۲۲)۱	۶	(۰/۵۷۴ ،۰/۶۳۹ ،۰/۷۵۲)	۹
F	۰/۹۲۳	۹	(۰/۴۹۱ ،۰/۵۵۷ ،۰/۶۵۸)	۱۰
G	۰/۹۴۸	۸	(۰/۶۷۴ ،۰/۸۲۹ ،۰/۸۸۶)	۷
H	(۱/۲۰۴)۱	۲	(۰/۷۳۴ ،۰/۸۷۹ ،۱)	۴
I	۰/۸۸۸	۱۰	(۰/۶۱۲ ،۰/۷۱۲ ،۰/۸۹۵)	۸
J	(۸/۱۶۳)۱	۱	(۱ ،۱ ،۱)	۱

با بررسی و مقایسه نتایج مدل قطعی تحلیل پوششی داده‌ها (DEA) و مدل پیشنهادی (FDEA) می‌توان نسبت به قدرت تفکیک این مدل‌ها اظهار نظر کرد. در مدل‌های قطعی از ۱۰ واحد تحت بررسی، تعداد ۷ واحد کارا می‌باشند، در حالی که در مدل فازی تنها یک واحد (واحد J) در تمام حدود خود دارای کارایی یک می‌باشد که این مطلب، قدرت تفکیک مدل پیشنهادی در ارزیابی کارایی واحدها را نشان می‌دهد. به منظور رتبه‌بندی کامل واحدها در مدل‌های قطعی، از روش AP (اندرسون- پیترسون) و در مدل‌های فازی از روش PDA (روش درجه بزرگی) استفاده شد. در ستون‌های ۳ و ۵ جدول ۵ رتبه‌بندی نهایی واحدها در دو مدل را نشان می‌دهد.

برای بررسی این موضوع که نتایج حاصل از دو مدل تا چه میزان با هم همبستگی دارند ناگزیر از انجام برخی آزمون‌های آماری هستیم. برای این کار، در ادامه فرضیه پژوهشی زیر مطرح شده است.

- بین نتایج مدل پیشنهادی و مدل قطعی تحلیل پوششی داده‌ها همبستگی مثبت معنادار وجود دارد.

بنابراین فرضیه به صورت زیر تعریف شد.

$$\begin{cases} H_{۰} : p \leq ۰ & \text{بین نتایج دو مدل همبستگی مثبت معنادار وجود ندارد} \\ H_{۱} : p > ۰ & \text{بین نتایج دو مدل همبستگی مثبت معنادار وجود دارد} \end{cases}$$

از آزمون ضریب همبستگی اسپیرمن به منظور آزمون این فرضیه استفاده شده است. این ضریب همبستگی بر اساس رتبه داده‌ها محاسبه می شود و از طریق رابطه ۱۸ به‌دست می‌آید. که در این رابطه n تعداد داده‌ها و ($\sum d_i^۲$)، مجموع مجذور تفاوت رتبه‌های دو متغیر می باشد.

$$r_s = ۱ - \frac{۶\left(\sum d_i^۲\right)}{n\left(n^۲ - ۱\right)} \tag{۱۸}$$

جدول ۶ نتایج این بررسی را نشان می دهد. بر اساس خروجی نرم افزار SPSS، از آن جا که sig کمتر از ۰/۰۵ است فرض $H_۰$ رد می شود و همبستگی بین دو روش تایید می شود.

جدول۶. نتایج ضریب همبستگی رتبه ای بین دو مدل

			DEA_BCC	FDEA_BCC
Spearman's rho	DEA_BCC	Correlation Coefficient	۱/۰۰۰	۰/۸۶۷**
		Sig. (1-tailed)	۰	۰/۰۰۱
		N	۱۰	۱۰
	FDEA_BCC	Correlation Coefficient	۰/۸۶۷**	۱/۰۰۰
		Sig. (1-tailed)	۰/۰۰۱	۰
		N	۱۰	۱۰

**. Correlation is significant at the 0.01 level (1-tailed).

۵ نتیجه گیری

در مدل‌های کلاسیک تحلیل پوششی داده‌ها این فرض وجود دارد که مقدار عددی دقیقی برای ورودی‌ها و خروجی‌ها مشخص است. ولی در دنیای واقع و در عمل موقعیت‌هایی وجود دارد که اطلاعات دقیق از ورودی‌ها و خروجی‌های واحدها وجود ندارد. به عبارتی در شرایطی تعیین مقدار عددی دقیق برای برخی ورودی‌ها و یا خروجی‌ها امکان‌پذیر نیست. در این مقاله، یک مدل نوین تحلیل پوششی داده‌ها ارایه شد که علاوه بر اینکه کاربر را قادر می‌سازد تا کارایی واحدهای تصمیم‌گیری را با در نظر گرفتن داده‌های غیردقیق شناسایی کند، جواب‌های حاصل از حل مدل دارای دقت بالاتری است و نتایج سودمندتری را در اختیار تصمیم گیرندگان برای بهره‌برداری

هر چه بهتر امکانات و سرمایه‌های موجود واحد مربوطه قرار می‌دهد. از آن‌جا که مدل پیشنهادی این تحقیق نیاز به فرضیات از پیش تعریف شده قبلی و تلاش‌های محاسباتی زیاد ندارد نسبت به تحقیقات گذشته در این حوزه از کارایی محاسباتی زیادی برخوردار است. با پیاده‌سازی مدل پیشنهادی برای ارزیابی کارایی شعب ادارات تعاون یکی از استان‌های کشور، توانایی مدل سنجیده شد و سرانجام با محاسبه کارایی واحدهای مربوطه، از یک مکانیزم رتبه‌بندی کامل واحدها، تحت عنوان رویکرد درجه ترجیح استفاده شد. مقایسه نتایج مدل پیشنهادی با نتایج مدل‌های قطعی، حاکی از قدرت تفکیک بالای مدل پیشنهادی و همبستگی بالای نتایج آن به میزان ۰/۸۶۷ نسبت به نتایج مدل‌های قطعی است. این رویکرد ترکیبی ارزیابی عملکرد، با واحدهای تصمیم‌گیری بیشتر، دارای دقت بالاتری می‌باشد. لذا می‌توان آن را برای کلیه ادارات تعاون کشور اجرا نمود تا ارزیابی عملکرد آن‌ها با بالاترین دقت صورت گیرد.

منابع

[۹] معماریانی، ع.، ساعتی مهتدی، ص.، (۱۳۸۱). نظریه مجموعه های فازی و تحلیل پوششی داده ها، مجموعه مقالات سومین همایش مجموعه‌های فازی و کاربردهای آن.

[۱۰] شهریاری، س.، (۱۳۸۱). ارایه یک مدل DEA فازی جهت ارزیابی عملکرد نسبی دانشکده های علوم انسانی دانشگاه تهران، پایان نامه جهت اخذ درجه کارشناسی ارشد مدیریت صنعتی، دانشگاه تهران.

[۲۷] آذر، ع.، فرجی، ح.، (۱۳۸۷). علم مدیریت فازی، تهران، موسسه انتشارات کتاب مهربان نشر.

[۲۸] عطایی، م.، (۱۳۸۹). تصمیم گیری چند معیاره فازی، شاهرود، انتشارات دانشگاه صنعتی شاهرود.

[1] Johnes, J., (2006). Measuring teaching efficiency in higher education: An application of data envelopment analysis to economics graduates from UK Universities 1993. European Journal of Operational Research 174, 443-456.

[2] Camanho, A. S., Dyson, R.G., (2005). Cost efficiency measurement with price uncertainty: a DEA application to bank branch assessments. European Journal of Operational Research 161, 432-446.

[3] Edirisinghe, N. C. P., Zhang, X., (2007). Generalized DEA model of fundamental analysis and its application to portfolio optimization. Journal of Banking & Finance 31, 3311-3335.

[4] Chen, X., Skully, M., Brown, K., (2005). Banking efficiency in China: Application of DEA to pre- and post-deregulation eras: 1993-2000. China Economic Review 16, 229-245.

[5] Sowlati, T., Paradi, J.C., Suld, C., (2005). Information systems project prioritization using data envelopment analysis. Mathematical and Computer Modeling 41, 1279-1298.

[6] Samoilenko, S., and Osei-Bryson, K. M., (2008). Increasing the discriminatory power of DEA in the presence of the sample heterogeneity with cluster analysis and decision trees. Expert Systems with Applications 34(2), 1568–1581.

[7] Charnes, A., Cooper, W. W., Rhodes, E., (1978). Measuring the efficiency of decision making units. European Journal of Operational Research 2(6), 429–444.

[8] Banker, R. D., Charnes, A., Cooper, W. W., (1984). Some models for estimating technical and scale inefficiencies in data envelopment analysis. Management Science 30(9), 1078–1092.

[11] Sengupta, J. K., (1992). A fuzzy systems approach in data envelopment analysis. Computers and Mathematics with Applications 24, 259–266.

[12] Triantis, K., Girod, O., (1998). A mathematical programming approach for measuring technical efficiency in a fuzzy environment. Journal of Productivity Analysis 10, 85–102.

[13] Guo, P., Tanaka, H., (2001). Fuzzy DEA: A perceptual evaluation method. Fuzzy Sets and Systems 119, 149–160.

[14] Leń, T., Liern, V., Ruiz, J. L., Sirvent, I., (2003). A fuzzy mathematical programming approach to the assessment of efficiency with DEA models. Fuzzy Sets and Systems 139, 407–419.

[15] Wu, D., Yang, Z., Liang, L., (2006). Efficiency analysis of cross-region bank branches using fuzzy data envelopment analysis. Applied Mathematics and Computation 181(1), 271–281.
[16] Zhu, J., (2003). Imprecise Data Envelopment Analysis (IDEA): A Review and Improvement with an Application. European Journal of Operation Research 144, 513-529.
[17] Garcia, P. A. A., Schirru, R., Melo, P. F. F. E., (2005). A fuzzy data envelopment analysis approach for FMEA. Progress in Nuclear Energy 46, 359–373.
[18] Kao, C., Liu, S. T., (2005). Data envelopment analysis with imprecise data: Anapplication of Taiwan machinery firms. International Journal of Uncertainty. Fuzziness and Knowledge-Based Systems 13(2), 225–240.
[19] Liu, S. T., Chuang, M., (2008). Fuzzy efficiency measures in fuzzy DEA/AR with application to university libraries. Expert Systems with Applications 36 (2), 1105–1113
[20] Saati, S., Menariani, A., Jahanshahloo, G. R., (2002). Efficiency analysis and ranking of DMUs with fuzzy data. Fuzzy Optimization and Decision Making 1, 255–267.
[21] Saati, S., Memariani, A., (2005). Reducing weight flexibility in fuzzy DEA. Applied Mathematics and Computation 161, 611–622.
[22] Entani, T., Maeda, Y., Tanaka, H., (2002). Dual models of interval DEA and its extension to interval data. European Journal of Operational Research 136, pp.32– 45.
[23] Wang, Y. M., Greatbanks, R., Yang, J. B., (2005). Interval efficiency assessment using data envelopment analysis. Fuzzy Sets and Systems 153(3), 347–370.
[24] Triantis, K., (2003). Fuzzy non-radial data envelopment analysis (DEA) measures of technical efficiency in support of an integrated performance measurement system. International Journal of Automotive Technology and Management 3, 328–353.
[25] Soleimani-damaneh, M., Jahanshahloo, G. R., Abbasbandy, S., (2006). Computational and theoretical pitfalls in some current performance measurement techniques and a new approach. Applied Mathematics and Computation 181(2), 1199–1207.
[26] Jahanshahloo, G. R., Soleimani-damaneh, M., Nasrabadi, E., (2004). Measure of efficiency in DEA with fuzzy input–output levels: A methodology for assessing, ranking and imposing of weights restrictions. Applied Mathematics and Computation 156, 175–187.
[29] Wang, A, Y., Luo, Y., Liang, L., (2009). Fuzzy data envelopment analysis based upon fuzzy arithmetic with an application to performance assessment of manufacturing enterprises. Expert Systems with Applications 36, 5205–5211.