مجله تحقیق در عملیات و کاربردهای آن، سال نهم، شماره چهارم (پیاپی ۳۵)، زمستان ۹۱، ص ص ۶۹-۵۵
شاپا ۷۲۸۶-۲۲۵۱

مدلسازی آرمانی برای انتخاب پرتفولیوی بهینه با گشتاورهای بالا

مهسا قندهاری[۱]، فاطمه فغانی*[۲]، سید مهدی طباطبایی[۳]
۱- استادیار دانشگاه اصفهان، گروه مدیریت، اصفهان، ایران.
۲و ۳- دانشجوی کارشناسی ارشد مدیریت بازرگانی گرایش مالی، دانشگاه اصفهان، گروه مدیریت، اصفهان، ایران.

رسید مقاله: ۱ شهریور ۱۳۹۱
پذیرش مقاله: ۲۲ آذر ۱۳۹۱

چکیده

سرمایه‌گذاران در تصمیمات خود جهت انتخاب پرتفولیوی مناسب به طورهم‌زمان چندین هدف را مدنظر قرار می‌دهند. این اهداف ممکن است در مواقعی با هم در تعارض باشند. عموما مدیران پرتفولیو، بهترین ترکیب سهامی را انتخاب می‌کنند که حد الامکان تمام اهداف سرمایه‌گذاران را برآورده سازد. بدین جهت در این مقاله سعی شده‌است تا ضمن بررسی تحقیقات قبلی و مقایسه مدل‌های بهینه‌سازی پرتفولیو، به کمک برنامه‌ریزی آرمانی مدلی ارایه شود که با در نظرگرفتن اهدافی همچون؛ حداکثرسازی بازده، حداقل‌سازی ریسک، حداکثرسازی چولگی بازده پرتفولیوو حداقل‌سازی کشیدگی ریسک پرتفولیو، بتواند بهترین ترکیب سهام را انتخاب کند. بدین منظور ۱۰ شرکت اول ازفهرست ۵۰ شرکت فعال‌تر در بورس اوراق بهادار تهران در سه ماهه سوم سال ۱۳۹۰ انتخاب گردیده است. اطلاعات مورد نیاز هر سهم با استفاده از نرم‌افزار تدبیر جمع آوری و با نرم‌افزار SPSS محاسبه و سپس با جایگذاری داده ها در مدل عمومی، مدل با نرم‌افزار LINGO حل‌شده است ودر آخر درصد سرمایه گذاری در هرسهم مشخص گردیده‌است.

کلمات کلیدی: برنامه‌ریزی آرمانی، پرتفولیوی بهینه، کشیدگی، چولگی، ریسک سرمایه‌گذاری.

۱ مقدمه

سرمایه‌گذاران همیشه به‌دنبال انتخاب گزینه مناسب برای سرمایه‌گذاری هستند. در قدیم، آنان به‌منظور دست‌یابی به اهداف خود از شمّ تجاری و تجربیات خود و با دیگران استفاده می‌کردند. با پیشرفت مدیریت مالی انتخاب‌های سرمایه‌گذاران علمی‌تر شد وآن‌ها توانستند با به کارگیری مدل‌های مختلف و تلفیق نتایج حاصل از آن با تجربیات خود، انتخاب بهینه را تا حدی محقق سازند. در گذشته انتخاب در سرمایه‌گذاری، با در نظر گرفتن یک معیار انجام می شد؛ در حالی که هر سرمایه‌گذار در کنار هدف اصلی خود آرمان‌هایی نیز در نظر می‌گیرد

* عهده دار مکاتبات
آدرس الکترونیک: f.faghani1367@gmail.com

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-05-14]

که برآورده شدن تمام آن آرمان‌ها رضایت او را فراهم می‌آورد. در اواخر دهه‌ی ۶۰ میلادی بسیاری از مسایل مالی- اقتصادی با استفاده از تکنیک‌های تحقیق در عملیات مورد بررسی قرار گرفتند و روش‌های بهینه‌سازی برای یافتن جواب بهینه این‌گونه مسایل ارایه شدند. علم تصمیم‌گیری چند معیاره، سرمایه‌گذاران را در راستای اتخاذ تصمیم بهینه با به کارگیری مدل‌های مختلف یاری می‌نماید. یکی از این مدل‌ها برنامه ریزی آرمانی است که به افراد کمک می‌کند تا به اهداف مختلف به صورت هم‌زمان دست یابند. در اکثر تحقیقاتی که در این زمینه صورت گرفته است به ریسک وبازده توجه خاصی شده، بدین منظور در ادامه مقاله ضمن بیان انواع مدل‌های انتخاب پرتفولیو و معرفی برنامه‌ریزی آرمانی با توسعه مدل‌های آرمانی که محققین قبلی ارایه نموده‌اند، یک مدل آرمانی برای انتخاب سبد بهینه سهام ارایه می‌شود و کاربرد آن با مثالی نشان داده می‌شود.

۲ مدل‌های انتخاب پرتفولیو

در سال ۱۹۵۰ هری مارکوئیتز مدل اساسی پرتفولیو را ارایه کرد که مبنایی برای تئوری مدرن پرتفولیو قرار گرفت. قبل از مارکوئیتز سرمایه‌گذاران با مفاهیم ریسک وبازده آشنا بودند. اگرچه آن‌ها با مفهوم ریسک آشنا بودند ولی نمی‌توانستند آن را اندازه‌گیری کنند. بدین‌جهت تنها معیار برای سرمایه‌گذاری بازده بود. سرمایه گذاران از قبل می‌دانستند که ایجاد تنوع مناسب است، با این حال مارکوئیتز اولین کسی بود که به صورت کمی نشان داد که چرا و چگونه تنوع‌سازی پرتفولیو می‌تواند باعث کاهش ریسک سبد سرمایه‌گذاری یک سرمایه‌گذار شود. وی بازده وریسک پرتفولیورا به صورت زیر محاسبه نمود:

$$E(R_p) = \sum_{i=1}^{n} w_i E(R_i) \qquad (1)$$

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^{n} w_i^2 \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^{n} \sum_{i=1}^{n} w_i w_j \sigma_{ij} \qquad (2)$$

که در این معادلات؛ $E(R_P)$ بازده مورد انتظارپرتفولیو، W_i وزن پرتفولیو برای iامین اوراق بهادار، $E(R_i)$ بازده موردانتظار اوراق بهادار i، σ_p^2 واریانس بازده پرتفولیو، σ_i^2 واریانس بازده اوراق بهادارi و σ_{ij}کوواریانس میان‌بازده های اوراق بهادارiوj می‌باشد. طبق این روابط هرچه تعداد اوراق بهادار موجود در یک پرتفولیو افزایش یابد، از اهمیت ریسک (واریانس) هریک از اوراق بهادار کاسته می‌شود، در حالی که اهمیت روابط کواریانس افزایش می‌یابد. به گونه‌ای که ترکیب اوراقی که همبستگی کاملاً منفی داشته باشند، می‌تواند باعث حذف ریسک پرتفولیو شود. وی پس از تعیین این معادلات به معرفی مرز کارا پرداخت. مرز کارا مکان هندسی مجموعه نقاطی است در نموداری که محورافقی آن ریسک ومحورعمودیش بازده مورد انتظار اوراق بهادار است، به طوری که به تمامی پرتفولیوهای داخل منحنی اولویت دارد. وی پیشنهاد نمود که سرمایه‌گذاران در پرتفولیوهای بر روی این مرز سرمایه‌گذاری نمایند. پرتفولیوی بهینه برای هر سرمایه‌گذار در محل تلاقی میان بالاترین منحنی بی‌تفاوتی

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-05-14]

سرمایه‌گذاران و منحنی مرز کارا، اتفاق می‌افتد. در دنیای واقعی بیشتر سهام با همدیگر یا با بازار همبستگی مثبت دارند [۱]. اگرچه تحقیقات کینگ [۲] حاکی از آن است که ریسک را نمی‌توان در بدره سهام در هر اندازه به صفر کاهش داد؛ بلکه تنها می‌توان نیمی از ریسک کل را که به نیروهای بازارمرتبط نیست (ریسک غیر سیستماتیک) با متنوع‌سازی کاهش داد، با این همه نباید فراموش کرد که از نیم دیگر ریسک، یعنی ریسک سیستماتیک به هیچ عنوان گریزی نیست. بنابراین افزودن بر تعداد سهام بیش از حد معین موجب صرف هزینه و زمان جهت نظارت بر عملکرد بدره خواهد شد و این هزینه را به هیچ عنوان نمی‌توان با کاهش ریسک جبران نمود. که البته ایوانز و آرچر [۳] پیشنهاد می‌کند که می‌توان ریسک غیر سیستماتیک را با نگهداری ۱۰ تا ۱۵ سهم کاهش داد.

ویلیام شارپ با پیگیری کارهای مارکوئیتز، مدل تک شاخصی را که بازده هر اوراق بهادار را به بازده شاخص سهام عادی مرتبط می‌سازد ارایه کرد. مدل تک عاملی شارپ به شرح زیر می‌باشد:

$$
\begin{aligned}
&Min \quad Z = (1-\lambda)E_p - \lambda b_p \\
&\sum_{i=1}^{n} X_i = 1 \\
&E_p = \sum_{i=1}^{n} X_i E_i \\
&b_p = \sum_{i=1}^{n} X_i b_i \\
&b_i = \frac{Cov(R_i R_m)}{Var(R_m)} \\
&0 \le \lambda \le 1
\end{aligned}
\qquad (۳)
$$

که در این مدل؛E_p بازده مورد انتظار پرتفولیو، X_i بخشی از بودجه کل که در طرح iام سرمایه‌گذاری می‌گردد، E_i بازدهی مورد انتظار طرح iام، B_p نسبت کوواریانس عایدی ورقه iام بازار به واریانس بازار و λ درجه ریسک‌گریزی سرمایه‌گذار می‌باشد [۴]. به‌دلیل مشکلات مدل مارکوئیتز از جمله محاسبات پیچیده کوواریانس، چندی بعد بر اساس تئوری بازار سرمایه، مدل قیمت‌گذاری دارایی‌های سرمایه‌ای (CAPM) شکل گرفت. در مدل قیمت‌گذاری دارایی‌های سرمایه‌ای سعی می‌شود، بازده موردانتظار از هر دارایی مالی بر اساس صرف ریسک نسبت به R_f به ازای ریسک آن دارایی تعیین شود که برای اندازه‌گیری ریسک هم از واریانس وهم از β (ریسک سیستماتیک) می‌توان استفاده کرد. وی خط بازار سرمایه CML و بازار اوراق بهادار SML را معرفی کرد. وبیان کرد که درصورتی که به جای ریسک کل فقط ریسک سیستماتیک را در نظر بگیریم، معادله خط بازار اوراق بهادار به صورت معادله ۴ می‌شود:

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-05-14]

$$R = R_f + (R_m - R_f)\beta \qquad (۴)$$

۲-۱ برنامه‌ریزی آرمانی

برنامه‌ریزی آرمانی نخستین‌بار توسط چارنزوکوپر در ۱۹۵۵معرفی‌شد [۵] وبه وسیله‌ی همین محققین درسال ۱۹۶۱به صورت روشن‌تری تعریف شد [۶] ، سپس به وسیله ایجری در طول دهه ۱۹۶۰توسعه بیشتری یافت [۷]. اما از اواسط ۱۹۷۰توجه گسترده و قابل توجهی را به دست آورد. دلیل عمده چنین توجهی توانایی استفاده از آن به عنوان یک ابزارکارآمد وموثر جهت مدل‌سازی، حل وتجزیه وتحلیل مدل‌های ریاضی که شامل اهداف متعدد و در بعضی موارد ومتضاد که به مسایل دنیای واقعی نزدیک‌تر است، می‌باشد. دلیل دیگر علاقه به GP این است که روش‌های برنامه‌ریزی ریاضی مرسوم همیشه جواب‌های قابل قبولی برای مسایل دنیای واقعی تولید نمی‌کنند [۸]. این روش درباره سیستم‌هایی که دارای اهداف متعارف و چندگانه هستند، مطرح می‌گردد. روش‌های ارایه شده پیرامون برنامه‌ریزی آرمانی دقیق، دارای بافت مشترکی هستند و هدف همه آن‌ها حداقل‌کردن انحرافات نامساعد از آرمان‌هاست. برنامه‌ریزی آرمانی تلاش می‌کند تا منطق بهینه‌سازی را در برنامه‌ریزی ریاضی با خواست (تمایل) تصمیم‌گیرنده جهت ارضاء چندین هدف ترکیب نمایند. مدل کلی برنامه‌ریزی آرمانی، مدل ریاضی خطی می‌باشد که حصول بهینه اهداف را در محیط تصمیم‌گیری داده شده را جستجو می‌کند. محیط تصمیم‌گیری مفاهیم پایه شامل محدودیت‌های سیستمی و آرمانی، متغیرهای تصمیم و تابع هدف را مشخص می‌سازد. به عبارت دیگر برنامه‌ریزی آرمانی، راه حرکت هم‌زمان به سوی چندین هدف را نشان می‌دهد. مبنای کارچنین است که برای هر کدام از هدف‌ها، عدد مشخص به عنوان آرمان تعیین و تابع هدف مربوط به آن فرمول‌سازی می‌گردد. آن گاه جوابی جستجو می‌شود که مجموع (وزنی) انحرافی هر هدف نسبت به آرمانی که برای همان هدف تعیین شده است را حداقل نمایند. مدل برنامه‌ریزی آرمانی دقیق به شرح زیر می‌باشد [۹]:

$$\begin{aligned} Min \quad & A = \{g_1(n_1, p_1), g_2(n_2, p_2), ..., g_k(n_k, p_k)\} \\ s.t. \quad & F_i(X) + n_i - p_i = b_i \\ & x \geq 0, n_i, p_i \geq 0, \quad i = 1, 2, ..., m \end{aligned} \qquad (۵)$$

۲-۲- مدل های آرمانی برای انتخاب پرتفولیوی بهینه

در سال ۱۹۷۳ لی و لیرو، طی مقاله‌ای مدل برنامه‌ریزی آرمانی را با درنظرگرفتن متغیرهای؛ بازده مورد انتظار، بتای هر سهم، ضریب کوواریانس در ارتباط با هر سهم، متوسط درصد سود تقسیم‌شده سالانه به واریانس هر سهم، واریانس هر سهم، برای انتخاب پرتفولیو ارایه نمودند. آنان محدودیت تنوع‌بخشی و محدودیت نسبت سرمایه‌گذاری را نیز در مدل خود در نظرگرفته‌اند. برای محاسبه بازده مورد انتظار و واریانس از فرمول‌های شارپ استفاده نمودند [۱۰]. مریم خلیلی عراقی در سال ۱۳۸۵ با استفاده از مدل لی ولیرو پرتفولیویی که شامل ۸ سهم از ۴ صنعت (واسطه‌گری مالی- مواد و محصولات شیمیایی- سایر محصولات کانی غیرفلزی- خودرو و ساخت

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-05-14]

قطعات) بود را ایجاد و نسبت سرمایه‌گذاری در هر سهم را مشخص نمود [۱۱]. در سال ۱۹۸۰ لی وچیسر مدل GP با آرمان‌های زیر را پیشنهاد نمودند [۱۲]:

- حداکثرسازی عایدی مورد انتظار سرمایه‌گذاری هر سهم
- حداقل کردن ریسک (بتای) سرمایه‌گذاری
- حداکثر سرمایه‌گذاری در یک ورقه معین
- ترجیح سرمایه‌گذار برای اوراق دارای بتای ورقه i
- حداکثرسازی عایدی پرتفولیو
- محدودیت بودجه

با استفاده از مدل وی (۶) مقدار پول سرمایه‌گذاری در هرسهم را می‌توان محاسبه کرد.

$$Min \quad Z = p_1 d_1 + p_2 (d_2^- + d_3^-) + p_3 \sum_{i=4}^{n} d_i^- + p_4 d_{n+4}^- + p_5 d_{n+5}^- + p_6 d_{n+6}^-$$

$$s.t.$$

$$\begin{aligned}
&\sum_{i=1}^{n} X_i + d_1^- - d_1^+ = BC, \\
&\sum_{i=1}^{n} R_i X_i + d_2^- - d_2^+ = DR, \\
&\sum_{i=1}^{n} B_i X_i + d_3^- - d_3^+ = B(BC), \\
&X_i + d_4^- - d_4^+ = v_i, \\
&X_i + d_5^- - d_5^+ = D_i, \\
&BC + \sum R_i X_i + d^- - d^+ = M.
\end{aligned} \qquad (۶)$$

در سال ۱۹۹۳ تاپو وفینستین، مدل خود را برای انتخاب پرتقولیو به صورت زیر ارایه نمودند:

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-05-14]

$$
\begin{aligned}
Min \quad & \frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T}(V_t + W_t) \\
s.t. \quad & \\
& V_t - W_t - \sum_{j=1}^{n} a_{ij} X_j = 0, \\
& t = 1,...,T, \\
& \sum_{j=1}^{n} r_j X_j \geq pM_o, \\
& \sum_{j=1}^{n} X_j = M_o, \\
& 0 \leq X_j \leq U_j, j = 1,...,n, \\
& U_t, W_i \geq 0, t = 1,...,T, \\
& V_t = \sum_{j=1}^{n} a_{tj} X_j \geq 0, \\
& -W_t = \sum_{j=1}^{n} a_{tj} X_j \leq 0, \\
& V_t W_t = 0, t = 1,...,T, \\
& R_i = \frac{1}{T}\sum_{i=1}^{T} r_{ij}, \\
& a_{tj} = r_{tj} - r_j.
\end{aligned}
\qquad (7)
$$

که در این معادلات داریم:

R_i: متغیر تصادفی بیانگر نرخ عایدی دوره‌ای برای S_j، jامین دارایی باشناخت r_{tj} در دوره t می‌باشد.

X_j: متغیر تصمیم که بیانگر مقدار وجهی است که درS_j به عنوان بخشی از M_o سرمایه‌گذاری می‌شود.

P: حداقل نرخ عایدی مورد انتظار سرمایه‌گذاری را نشان می‌دهد.

U_j: حداکثر مبلغ مجاز برای سرمایه‌گذاری در S_j می باشد.

انواری رستمی و نصراللهی در سال ۱۳۸۲مدل برنامه‌ریزی آرمانی سرمایه‌گذاری در صنعت بیمه ایران را با در نظر گرفتن معیارهای بازده، ریسک، نقدینگی، نسبت تقسیم سود و نسبت قیمت به درآمد طراحی نمودند [۱۳]. نبیل منصور و همکارانش در سال ۲۰۰۷ مدل برنامه‌ریزی آرمانی انتخاب پرتفولیو بهینه را برای آرمان‌های نرخ بازده و نقدینگی و ریسک (بتای هر سهم) ارایه نمودند. این مدل را برای ۳۴ سهم بازار بورس تونس فرمول‌سازی کرده‌اند [۱۴]. کلنیاتی و روستم در سال ۲۰۰۹ در مقاله ای تحت عنوان "تصمیم‌گیری پرتفولیو با گشتاورهای مرتبه بالاتر" با توجه به مفروضات مدل کلاسیک میانگین- واریانس مارکوئیتز ودر نظرگرفتن چولگی (گشتاور سوم) و کشیدگی (گشتاور چهارم) یک پرتفولیو جهانی بهینه را بررسی نمودند. آرمان‌های مدنظر آن‌ها افزایش دادن بازده (گشتاور اول) و چولگی وکاهش دادن واریانس (گشتاور دوم) وکشیدگی می‌باشد [۱۵].

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-05-14]

تحقیق دیگری که در این زمینه انجام شده توسط مهیری و پریجنت در سال ۲۰۱۰ می‌باشد. آنان نیز با در نظر گرفتن این چهار معیار مدل برنامه ریزی آرمانی ایجاد نمودند.آنان بازده ماهانه ۸ شاخص بازار بورس بین الملل را در طول دوره ژانویه ۱۹۸۸تا دسامبر ۲۰۰۷ در نظر گرفتند. مدل آنان به صورت زیر می‌باشد [۱۶]:

$$
\begin{aligned}
Min \quad & Z = |\frac{d_1}{R^*}|^{\lambda_1} + |\frac{d_2}{V^*}|^{\lambda_2} + |\frac{d_3}{S^*}|^{\lambda_3} + |\frac{d_4}{K^*}|^{\lambda_4} \\
s.t. \quad & \\
& X^T \bar{R} + d_1 = R^*, \\
& X^T V X - d_2 = V^*, \\
& \frac{E(X^T(\tilde{\tilde{\tilde{R}}} - \bar{R}))^3}{\sigma^3} + d_3 = S^*, \\
& \frac{E(X^T(\tilde{\tilde{\tilde{R}}} - \bar{R}))^4}{\sigma^4} + d_4 = K^*, \\
& X^T I = 1, \\
& X \geq 0, \quad d_i \geq 0, \quad i = 1,...,4.
\end{aligned}
\qquad [16] \qquad (۸)
$$

کمالبای و همکارانش نیز در سال ۲۰۱۱ با در نظر گر فتن ۴ گشتاور مدل زیر را طراحی نمودندکه اندکی با مدل قبلی تفاوت دارد. آنان نیز مثالی از ۲۶ سهام از بازار بورس استانبول با در نظر گرفتن بازده ماهانه در دوره زمانی ژانویه ۲۰۰۵ تا دسامبر ۲۰۱۰ ارایه نمودند [۱۷].

$$
\begin{aligned}
Min \quad & Z = |\frac{d_1}{M^*}|^{\lambda_1} + |\frac{d_2}{V^*}|^{\lambda_2} + |\frac{d_3}{S^*}|^{\lambda_3} + |\frac{d_4}{K^*}|^{\lambda_4} \\
s.t. \quad & \\
& X^T \bar{R} + d_1 = M^*, \\
& X^T V X - d_2 = V^*, \\
& E(X^T(\tilde{\tilde{\tilde{R}}} - \bar{R}))^3 + d_3 = S^*, \\
& E(X^T(\tilde{\tilde{\tilde{R}}} - \bar{R}))^4 + d_4 = K^*, \\
& X^T I = 1, \\
& X \geq 0, \quad d_i \geq 0, \quad i = 1,...,4.
\end{aligned}
\qquad (۹)
$$

گان نیز در سال ۲۰۱۱ مدلی برای انتخاب پرتفولیو با استفاده ازبرنامه‌ریزی آرمانی چند فرموله با در نظر گرفتن میانگین و واریانس وچولگی ارایه نموده است [۱۸].

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-05-14]

۳ روش تحقیق

محققین در این مقاله با توسعه مدل کمال بای و همکارانش [۱۷] و افزودن آرمان حداکثرسازی سود تقسیمی و نشان دادن آرمان ریسک به صورت ریسک پرتفولیو مدلی جدید ارایه نموده‌اند، به طوری که آرمان‌های اصلی مدل ارایه شده را به صورت زیر در نظر گرفته‌اند:

۱- مقداراریسک پرتفولیو حداقل شود.
۲- بازده موردانتظارسرمایه‌گذاری حداکثر شود.
۳- مقدار سود پرداختی سالانه پرتفولیو حداکثر شود.
۴- ضریب چولگی بازده مثبت باشد.
۵- ضریب کشیدگی منفی شود.

با توجه به آرمان‌های بیان شده مدل عمومی انتخاب پرتفولیوسهام به صورت زیر ارایه شده است:

$$Min \quad Z = W_1 \left| \frac{d_1^+}{\sigma^{2*}} \right| + W_2 \left| \frac{d_2^-}{\mu^*} \right| + W_3 \left| \frac{d_3^-}{D^*} \right| + W_4 \left| \frac{d_4^-}{S^*} \right| + W_5 \left| \frac{d_5^- + d_5^+}{K^*} \right|$$

$$s.t.$$

$$\begin{aligned}
&\sigma_p^2 - \sigma^{2*} = d_1^+ - d_1^-, \\
&E(R_p) - \mu^* = d_2^+ - d_2^-, \\
&\sum_{i=1}^{n} D_i X_i - D^* = d_3^+ - d_3^-, \\
&\sum_{i=1}^{n} S_i X_i - S^* = d_4^+ - d_4^-, \\
&\sum_{i=1}^{n} K_i X_i - K^* = d_5^+ - d_5^-, \\
&\sum_{i=1}^{n} X_i = 1, \\
&d_p \geq 0, p = 1, \ldots, 5.
\end{aligned} \qquad (10)$$

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-05-14]

جدول ۱. تعاریف نمادهای استفاده شده در مدل

نماد	تعریف
W_i	درجه اهمیت آرمان i
x_i	درصد سرمایه گذاری در ورقه i
R_{ik}	بازده تحقق یافته ورقه i در زمان k
μ_i	میانگین بازده تحقق یافته ورقه i در طول دوره m
$E(R_p)$	بازده مورد انتظار پرتفولیو
σ_i^2	واریانس ورقه iام
ρ_{ij}	کو واریانس ورقه iام و jام
σ_p	ریسک مورد انتظار پرتفولیو
S_i	ضریب چولگی بازده های ورقه iام
K_i	ضریب کشیدگی بازده های ورقه iام
P_{ki}	قیمت ورقه iام درزمان kام
$P_{(k-1)i}$	قیمت ورقه iام در زمان k-1
D_{ki}	سود تقسیمی در طول دوره بین k و k-1
D_i	سود تقسیمی سالانه سهام i
n	تعداد اوراق در پرتفوی مورد نظر

نمادهای استفاده شده در مدل (۵) در جدول ۱ تعریف گشته‌اند. برای محاسبه σ_p^2 از مجذور معادله (۲) استفاده می‌شود که σ_{ij} کو واریا نس iوj می‌باشد که از معادله (۱۱) قابل محاسبه است و همچنین σ_i^2 که واریانس هر سهام می‌باشد از طریق فرمول ۱۲ محاسبه می گردد.

$$\sigma_{ij} = \frac{1}{m-1}\sum_{k=1}^{m}(R_{ik}-\mu_i)(R_{jk}-\mu j) \qquad (11)$$

$$\sigma_i^2 = \sum_{k=1}^{m}(R_{ik}-\mu_i)^2 \qquad (12)$$

که در این معادلات می‌توان R_{ik} و μ_i را بترتیب از معادلات ۱۳ و ۱۴ محاسبه کرد:

$$R_{ik} = \frac{P_{ki}-P_{(k-1)i}+D_{ki}}{p_{i(k-1)}} \qquad (13)$$

$$\mu_i = \frac{\sum_{k=1}^{m}R_{ik}}{K} \qquad (14)$$

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-05-14]

به طوری که mوk به صورت i:1,2,…,n و K:1,2,,…,m تعریف می‌شوند.

$E(R_p)$ نیز از فرمول (۱۵) به دست می‌آید:

$$E(R_p) = \sum_{i=1}^{n} X_i \mu_i \qquad (۱۵)$$

جهت محاسبه چولگی و کشیدگی به ترتیب از معادلات ۱۶ و۱۷می‌توان استفاده نمود:

$$S_i = \frac{1}{k} \sum_{k=1}^{m} (R_{ik} - \mu_i)^3 \qquad (۱۶)$$

$$K_i = \frac{1}{m} \sum_{k=1}^{m} (R_{ik} - \mu_i)^4 \qquad (۱۷)$$

با استناد به نتایج ایوانز و آرچر که بیان نمودند که می توان ریسک غیر سیستماتیک را با نگه‌داری ۱۰ الی ۱۵ سهم کاهش داد، در این مقاله ۱۰ سهم انتخاب شده‌است. به گونه‌ای که ۱۰ شرکت اول از لیست ۵۰ شرکت فعال‌تر در بورس در سه ماهه آخر سال ۱۳۹۰ انتخاب گردیده‌اند. بازده‌های ماهانه این اوراق از تاریخ ۱۳۸۹/۰۹/۱ تا ۱۳۹۰/۹/۱ با استفاده از نرم‌افزار تدبیر استخراج شده‌است. این اطلاعات در جدول ۲ نشان داده شده است. سود تقسیمی سالانه منتهی به سال ۱۳۹۰ این سهام نیز، با استفاده از این نرم‌افزار به دست آمده‌است که در جدول ۳ نشان داده شده است. اطلاعات مورد نیاز دیگر که عبارتند از انحراف معیار، واریانس،کوواریانس، چولگی، کشیدگی بازده‌های اوراق با استفاده از نرم افزار SPSS محاسبه گردیده‌است و به صورت جدول ۴ و ۵ به نمایش گذاشته شده است. جهت انتخاب مقدار مطلوب آرمان‌ها با استفاده از داده‌ها ی جدول ۴ مطلوب‌ترین آنان انتخاب و در جدول ۶ به نمایش گذاشته شده‌اند. در این مقاله با استفاده از روش فرآیند تجزیه وتحلیل سلسله مراتبی (AHP) مقایسه‌ای دو بدویی در خصوص میزان اهمیت معیارهای مورد نظر صورت گرفت. اطلاعات مربوط به آن به وسیله توزیع ۱۵پرسشنامه به سرمایه‌گذاران حضور یافته در بورس اوراق بهادار اصفهان به صورت تصادفی جمع‌آوری گردیده‌است. این اطلاعات توسط نرم افزار Expert Choice تحلیل شده‌اند. نتایج حاصل، اهمیت نسبی معیارها را به ترتیب: آرمان ۳،۵،۴،۱،۲ تعیین نموده‌است که ضرایب نهایی در جدول ۷ نمایش داده شده‌اند. دراین ضرایب می‌بایست معادله $\sum_{i=1}^{5} W_i = 1$ صدق کند.

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-05-14]

جدول ۲. بازده سهام

تاریخ	صنایع مس ایران	سرمایه گذاری ملی ایران	مخابرات ایران	بانک ملت	سرمایه گذاری ملت	بیمه پارسیان	سرمایه گذاری صنعت ومعدن	پارس خودرو	سرمایه گذاری بهمن	پست بانک ایران
۱۳۸۹/۱۰/۰۱	۷/۴۵	-۱۰/۰۳	-۰/۶۰	۲/۷۲	-۹/۶۸	۳/۸۵	-۱۰/۷۶	-۹/۳۱	-۶/۳۶	۱۰۶/۵۸
۱۳۸۹/۱۱/۰۱	۱۱/۴۸	۲۲/۵۱	۹/۰۰	۱/۴۶	۳/۷۳	-۱/۶۰	۱۸/۴۷	۱۸/۷۷	۱۳/۵۰	۶۸/۳۰
۱۳۸۹/۱۲/۰۱	۱۸/۳۳	۴/۵۵	۱۱/۲۰	۸/۵۸	-۵/۸۴	-۷/۴۲	۴/۱۵	-۷/۹۰	-۰/۴۱	۸/۴۶
۱۳۹۰/۰۱/۰۱	۳/۳۸	۵/۵۰	۱۲/۲۷	۲/۲۱	۰/۷۲	۰/۰۳	۱۱/۵۱	-۱/۳۴	۴/۳۳	-۲۲/۴۷
۱۳۹۰/۰۲/۰۱	۱۴/۸۹	۲۴	۱۳/۷۳	۷/۰۶	-۷/۵۸	-۱/۵۷	۷/۷۰	۴۲/۴۸	۲۳/۴۰	-۱۷/۴۲
۱۳۹۰/۰۳/۰۱	۱/۰۲	-۱۰/۰۲	-۹/۵۹	۱/۵۴	-۵/۱۳	۱/۰۳	-۰/۱۵	-۱۱/۰۰	-۱/۴۵	۶/۹۸
۱۳۹۰/۰۴/۰۱	۹/۳۶	-۱۰/۳۵	-۵/۱۷	-۰/۴۴	-۲۰/۵۴	-۹/۲۹	-۳/۶۲	-۱۷/۰۰	-۸/۹۳	-۵/۲۲
۱۳۹۰/۰۵/۰۱	۳۴/۲۲	-۳/۹۳	-۲/۰۳	۳/۸۱	۹/۵۲	-۱/۸۴	-۷/۳۶	-۱/۴۶	۰/۹۱	-۱۲/۳۵
۱۳۹۰/۰۶/۰۱	-۱۱//۷۷	۳/۲۳	۱/۹۱	-۱/۷۲	-۷/۴۵	-۷/۲۲	-۲/۴۸	۳/۹۶	-۵/۰۱	۰/۳۷
۱۳۹۰/۰۷/۰۱	۴/۳۸	۱۲/۵۸	۱۲/۳۱	۷/۴۵	۲۷/۵۲	۹/۷۵	۳/۲۲	۷/۰۰	-۰/۶۳	۱۴/۹۹
۱۳۹۰/۰۸/۰۱	-۹/۶۱	-۱۰/۲۸	۱/۹۰	-۳/۸۹	-۱۱/۰۵	-۷/۶۹	۷/۷۲	-۱۱/۱۸	۶/۲۶	-۱۳/۱۴
۱۳۹۰/۰۹/۰۱	-۲/۲۸	-۵/۵۰	-۶/۱۰	-۹/۳۰	-۹/۴۷	-۱۳/۱۰	-۱۱/۵۲	-۸/۸۵	-۴/۰۰	-۱۶/۳۹

جدول ۳. سود تقسیمی سالانه در بازده زمانی تحقیق

	صنایع مس ایران	سرمایه گذاری ملی ایران	مخابرات ایران	بانک ملت	سرمایه گذاری ملت	بیمه پارسیان	سرمایه گذاری صنعت و معدن	پارس خودرو	سرمایه گذاری بهمن	پست بانک ایران
سود تقسیمی سالانه	۱۰/۰۸۸/۴۷۲	۴۳۵/۰۰۰	۱۹/۷۲۵/۶۷۳	۱/۲۸۰/۰۰۰	۰	۳۸۵/۰۰۰	۱۹۵/۰۰۰	۱۱۸/۰۰۰	۲۹۰/۴۰۰	۰

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-05-14]

جدول ٤. داده‌ها

	میانگین	انحراف معیار	ضریب تغییرات	درجه	واریانس	چولگی	کشیدگی
صنایع مس ایران	۶/۷۶	۱۲/۵۲	۱/۸۵	۱	۱۵۶/۹۹	۰/۶۲	۱/۰۶
پست بانک ایران	**۹/۸۹**	۳۸/۸۷	۳/۹۳	۵	۱۵۱۱/۳۴	**۱/۸٦**	۲/۹۸
سرمایه گذاری بهمن	۱/۸۰	۹/۱۱	۵/۰۶	۷	۸۳/۰۵	۱/۳۵	۱/۸۵
پارس خودرو	۰/۳۴	۱۶/۴۷	۴۷/۴۲	۱۰	۲۷۱/۴۹	۱/۷۳	۳/۲۶
سرمایه گذاری صنعت ومعدن	۱/۴۰	۹/۱۳	۶/۵۰	۸	۸۳/۴۸	۰/۲۴	-۰/۵۲
بیمه پارسیان	-۲/۹۲	۶/۳۳	-۲/۱۷	۲	۴۰/۱۰	۰/۳۶	۰/۰۶
سرمایه گذاری ملت	-۲/۹۳	۱۲/۲۸	-۴/۱۸	۶	۱۵۰/۸۷	۱/۳۹	۲/۸۳
بانک ملت	۱/۶۲	۵/۰۷	۳/۱۳	**٤**	**۲۵/۷۶**	-۰/۶۷	۰/۶۴
مخابرات ایران	۳/۲۳	۸/۱۹	۲/۵۳	۳	۶۷/۱۸	-۰/۷	**-۱/۵۴**
سرمایه گذاری ملی ایران	۱/۹۳	۱۲/۶۶	۶/۵۴	۹	۱۶۰/۴۸	۰/۷۷	-۰/۵۷

جدول ۵. ماتریس کوواریانس سهام

	پست بانک ایران	سرمایه گذاری بهمن	پارس خودرو	سرمایه گذاری صنعت ومعدن	بیمه پارسیان	سرمایه گذاری ملت	بانک ملت	مخابرات ایران	سرمایه گذاری ملی ایران	صنایع مس ایران
پست بانک ایران	۱۵۱۱/۳۴	-۴۳/۶۹	-۹/۰۸	-۱۵/۱۳	۱۰۴/۴۹	۲۷/۴۷	۳۴/۳۱	-۰/۷۳	۱۵/۰۶	۳۳/۱۱
سرمایه گذاری بهمن	-۴۳/۶۹	۸۳/۰۵	۱۲۷/۵۶	۵۸/۷۵	۸/۸۷	۱۷/۴۳	۱۴/۵۹	۴۵/۶۷	۸۸/۱۳	۲۳/۹۳
پارس خودرو	-۹/۰۸	۱۲۷/۵۶	۲۷۱/۴۹	۷۴/۷۴	۲۹/۹۱	۵۹/۷۹	۳۴/۵۹	۸۷/۴۷	۱۸۹/۳۱	۴۴/۲۷
سرمایه گذاری صنعت ومعدن	-۱۵/۱۳	۵۸/۷۵	۷۴/۷۴	۸۳/۴۸	۱۱/۲۴	۲۵/۸۴	۱۴/۹۴	۵۱/۴۹	۷۷/۲۷	-۴/۰۰
بیمه پارسیان	۱۰۴/۴۹	۸/۸۷	۲۹/۹۱	۱۱/۲۴	۴۰/۱۰	۵۵/۲۸	۲۰/۵۳	۱۸/۷۱	۲۳/۹۹	۱۵/۹۴
سرمایه گذاری ملت	۲۷/۴۷	۱۷/۴۳	۵۹/۷۹	۲۵/۸۴	۵۵/۲۸	۱۵۰/۸۷	۲۹/۱۴	۴۴/۵۶	۶۸/۳۳	۴۲/۸۰
بانک ملت	۳۴/۳۱	۱۴/۵۹	۳۴/۵۹	۱۴/۹۴	۲۰/۵۳	۲۹/۱۴	۲۵/۷۶	۲۶/۰۱	۱۳/۷۲	۳۷/۸۸
مخابرات ایران	-۰/۷۳	۴۵/۶۷	۸۷/۴۷	۵۱/۴۹	۱۸/۷۱	۴۴/۵۶	۲۶/۰۱	۶۷/۱۸	۸۴/۳۲	۱۷/۲۱
سرمایه گذاری ملی ایران	۱۵/۰۶	۸۸/۱۳	۱۸۹/۳۱	۷۷/۲۷	۲۳/۹۹	۶۸/۳۳	۳۱/۷۲	۸۴/۳۲	۱۶۰/۴۸	۳۵/۲۳
صنایع مس ایران	۳۳/۱۱	۲۳/۹۳	۴۴/۲۷	-۴/۰۰	۱۵/۹۴	۴۲/۸۰	۳۷/۸۸	۱۷/۲۱	۳۵/۲۳	۱۵۶/۹۹

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-05-14]

جدول ٦. سطح مطلوب متغیرهای آرمان‌ها

	μ^*	σ^{2*}	D^*	S^*	K^*
سطح مطلوب	۹/۸۹	۲۵/۷۶	۱۹۷۲۵۶۷۳	۱/۸۶	**-۱/٥٤**

جدول ۷. ضرایب اهمیت آرمان‌ها

ضرایب ترجیحات	W_5	W_4	W_3	W_2	W_1
مقدار	۰/۱۵	۰/۲۰	۰/۱۰	۰/۳۰	۰/۲۵

با وارد کردن این اطلاعات به برنامه LINGO مقادیر به صورت جدول ۸ به دست آمد.

جدول ۸. درصد هر سهم در پرتفولیو

	صنایع مس ایران	سرمایه گذاری ملی ایران	مخابرات ایران	بانک ملت	سرمایه گذاری ملت	بیمه پارسیان	سرمایه گذاری صنعت ومعدن	پارس خودرو	سرمایه گذاری بهمن	پست بانک ایران	بازده پرتفولیو
در مدل ارایه شده	۰/۱۵	۰	۰/۴۹	۰	۰	۰/۲۸	۰/۰۶	۰	۰	۰/۰۲	۲/۰۳
در مدل مارکوئیتز	۰/۰۵۶	۰	۰	۰/۷۳	۰	۰	۰/۰۸۳	۰	۰/۱۰	۰/۰۱۸	۱/۹۲

با به‌دست آمدن مقادیر در جدول ۸ ارزش تابع هدف ۰/۵۳ می‌گرددکه با مقایسه با رتبه‌بندی سهام‌ها براساس ضریب تغییرات آنان در جدول ۴ منطقی به نظر می‌رسد. علاوه بر این با مقایسه بازده کل این پرتفولیو که از دو مدل مارکوئیتز و مدل ارایه شده در این تحقیق ملاحضه می‌شود که این مدل جواب بهتری را می‌دهد و توجه به چولگی و کشیدگی و سود تقسیمی سالانه حایز اهمیت است. برای تست مدل با جایگزینی ۱۰ ترجیح مختلف سرمایه‌گذاران در مدل و درصد سرمایه‌گذاری در هرسهم محاسبه می‌گردد که این مقادیر در جدول ۹ نشان داده شده‌است. که این مقادیر نیز منطقی می‌باشند، به طور مثال انتخاب ۷۸٪ درسهم مخابرات ایران در ترجیح ۸ با توجه به سود تقسیمی بالا نسبت به دیگر سهام‌ها صحیح است. ملاحضه می‌گردد که در هر ترجیحی که میزان اهمیت سود تقسیمی بیشتر است مدل سهم بیشتری از شرکت مخابرات ایران خریداری می‌کند که این به معنای عملکرد صحیح مدل می‌باشد.

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-05-14]

جدول ۹. مقایسات نتایج براساس ترجیحات مختلف

	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
W_1	۰/۳	۰/۴	۰/۳	۰/۲	۰/۲	۰/۳	۰/۱	۰/۲	۰/۲	۰/۳
W_2	۰/۳	۰/۲	۰/۴	۰/۳	۰/۲	۰/۴	۰/۴	۰/۳	۰/۲	۰/۳
W_3	۰/۲	۰	۰/۱	۰/۲	۰/۳	۰/۳	۰/۲	۰/۳	۰/۱	۰
W_4	۰/۱	۰/۱	۰/۱	۰/۲	۰/۲	۰	۰/۲	۰/۱	۰/۲	۰/۲
W_5	۰/۱	۰/۳	۰	۰/۱	۰/۲	۰	۰	۰/۱	۰/۳	۰/۳
صنایع مس ایران	۰/۱۵	۰/۰۷	۰/۰۵	۰/۲۰	۰/۱۳	۰/۱۱	۰/۳۲	۰/۲۰	۰/۰۸	۰/۰۹
سرمایه گذاری ملی ایران	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰
مخابرات ایران	۰/۴۹	۰/۳۳	۰/۰۸	۰/۶۷	۰/۷۲	۰/۴۳	۰/۶۳	۰/۷۸	۰/۷۳	۰/۴۴
بانک ملت	۰/۰۹	۰/۱۰	۰/۶۶	۰	۰	۰/۴۵	۰	۰	۰	۰
سرمایه گذاری ملت	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰
بیمه پارسیان	۰/۲۵	۰/۳۸	۰	۰/۱۲	۰/۰۵	۰	۰	۰	۰/۱۹	۰/۳۸
پارس خودرو	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰/۰۹
سرمایه گذاری صنعت ومعدن	۰/۰۲	۰/۱۲	۰/۰۳	۰	۰	۰	۰/۰۱	۰	۰	۰
سرمایه گذاری بهمن	۰	۰	۰/۱۶	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰
پست بانک ایران	۰	۰	۰/۰۲	۰/۰۱	۰/۰۸	۰/۰۱	۰/۰۴	۰/۰۲	۰	۰

٤ نتیجه گیری

در این مقاله پس از پرداختن به ادبیات تحقیق و بیان مدل‌های ریاضی انتخاب پرتفولیو و همچنین مقایسه مدل‌های آرمانی انتخاب پرتفولیو، مدلی ارایه گشت که علاوه بر بازده وریسک به عنوان معیارهای عمومی انتخاب پرتفولیو، معیارهای چولگی و کشیدگی سود تقسیمی نیز در نظر گرفته شد. کاربرد مدل در پرتفولیویی که شامل ۱۰ سهم ۵۰ شرکت فعال در سه ماه سوم ۱۳۹۰ می‌باشد تست گردید. داده‌های مساله از نرم افزار TADBIR و SPSS جمع‌آوری شدند. ترجیحات مختلفی در نظر گرفته شدند و درصد سرمایه‌گذاری در هر سهم با استفاده از مدل نوشته شده در برنامه LINGO محاسبه گردید. با مقایسه بازده پرتفولیو (با سهام‌های یکسان) بدست آمده از مدل مارکوئیتز و مدل ارایه شده، این نتیجه حاصل شد که معیارهای دیگر علاوه بر بازده وریسک نباید در انتخاب سبد بهینه نادیده گرفته شوند. همان‌طور که ملاحضه شد با توجه بدین عوامل نتایج بهینه‌تری حاصل می‌شود. سرمایه‌گذاران می‌توانند از مدل ارایه شده برای انتخاب پرتفوی بهینه سهام استفاده نمایند.

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-05-14]

منابع

[۱] جونز، چ. پ .، (۱۳۸۹). مدیریت سرمایه‌گذاری، رضا تهرانی و عسگرنور بخش، تهران، انتشارات نگاه دانش.

[۴] بیدگلی، غ. ر.، تلنگی، ا.، (۱۳۸۷). مدل‌های برنامه‌ریزی آرمانی در انتخاب پرتفولیوی بهینه. تحقیقات‌مالی، شماره ۱۳و۱۴ ، دانشکده مدیریت دانشگاه تهران.

[۸] نصراللهی، ا.، (۱۳۸۹). برنامه ریزی آرمانی وکاربردهای آن، پایان نامه ی کارشناسی ارشد رشته ی ریاضی کاربردی گرایش تحقیق در عملیات، دانشکده علوم گروه ریاضی دانشگاه اصفهان.

[۹] قراگوزلو، ع. ر.، برزگر، م.، (۱۳۸۷). برنامه‌ریزی آرمانی با استفاده از رویکردAHP جهت بهینه‌سازی ترکیب تولید، مجله بررسی‌های بازرگانی، شماره۲۹، موسسه مطالعات و پژوهش‌های بازرگانی.

[۱۱] خلیلی عراقی، م.، (۱۳۸۵). انتخاب بدره بهینه سهام با استفاده از برنامه ریزی آرمانی، پژوهشنامه اقتصادی،شماره۶، پیاپی۲۰، تهران.

[۱۳] انواری رستمی، علی. ا.، نعمت‌الهی اردستانی، ا. ر.، (۱۳۸۲). طراحی مدل برنامه‌ریزی آرمانی سرمایه‌گذاری: مطالعه‌ی موردی: صنعت بیمه ایران. بررسی‌های حسابداری وحسابرسی، سال ۱۰، شماره ۳۲، دانشکده مدیریت دانشگاه تهران.

[2] King, B. F., (1966). Market and Industry Factors in Stock Price Behavior. Journal of Business,1, 139-90.

[3] Evans, S., Archer, S. H., (1970). Diversification and the Reduction of Dispersion: An Emprial Analysis. Journal of Finance, 25(3), 761 –769.

[5] Charnes, A., Cooper W. W., Ferguson, R., (1995). Optimal Estimation of Executive Compensation by Linear Programming, Management Sci, 1138-151.

[6] Charnes, A., Cooper, W. W., (1961). Management Models and Industrial Applications of Linear Programming. New York: John Wiley & Sons.

[7] Ijiri, Y., (1965). Management Goals and Accounting for Control. Chicago: Randmcnally.

[10] Lee, S. M., Lerro, A. J., (1973). Optimizing the Portfolio Selection for Mutual Funds. the Journal of Finance, 1087-1099.

[12] Lee, S. M., Chesser, D. L., (1980). Goal Programming for Portfolio. The Journal of Portfolio Management, 22-26.

[14] Mansour, N., Rebai, A., Aouni, B., (2007). Portfolio Selection through Imprecise Goal Programming Model:Integration of the Manager's Preferences. Journal of Industrial Engineering International, 3(5), 1-8.

[15] Kleniati, P. M., Rustem, B., (2009). Portfolio Decisions with Higher Order Moments. Comisef Working Papers Series.

[16] Mhiri, M., Prigent, J. L., (2010). International Portfolio Optimization with Higher Moments. International Journal of Economics and Finance, 2(5).

[17] Kemalbay, G., Ozkut, C. M., Franko, C., (2011). Portfolio Seection with Higher Moments:a Ploynomal Goal Programming Approach to Ise-30 Index. Econometrics and Statistics Issue: 13 (12th International Econometrics, Operations Research, Statistics Symposium Special Issue), 41-61.

[18] Gan,Q., (2011). On Polynomial Goal Programming and Mean-Variance-Skewness Portfolio Selection. Papers Being Presented at the 2011 Afaanz Conferenceaccounting and Finance Association of Australia and New Zealand, 3-5 July, Darwin, Australia.

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-05-14]