

## مسیریابی وسایل حمل و نقل چندهدفه با زمان سرویس احتمالی و تقاضای فازی تحت محدودیت‌های پنجره زمانی

صالح دهباری<sup>۱\*</sup>، علیرضا پورروستا<sup>۲</sup>، مهدی نادری بنی<sup>۳</sup>، احسان قبادیان<sup>۴</sup>، رضا توکلی مقدم<sup>۵</sup>

۱، ۲، ۳- دانش آموخته کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران جنوب

۴- ۵- استاد گروه مهندسی صنایع، پردیس دانشکده‌های فنی، دانشگاه تهران

رسید مقاله: ۲۶ تیر ۱۳۹۱

پذیرش مقاله: ۱۳ آذر ۱۳۹۱

### چکیده

حمل و نقل در سیستم‌های اقتصادی، تولیدی و خدماتی از جایگاه مهمی برخوردار است و بخش قابل توجهی از تولید ناخالص ملی (GNP) هر کشوری را به خود اختصاص می‌دهد. به همین جهت محققان نسبت به بهبود مسیرها و حذف سفرهای غیرضروری و یا ایجاد مسیرهای کوتاه جایگزین، اقدام نموده‌اند. از طرف دیگر توزیع فیزیکی محصولات یکی از کلیدی‌ترین فعالیت‌های شرکت‌های تولیدی می‌باشد، زیرا به طور متوسط بیش از ۲۰٪ قیمت تمام شده محصولات، صرف توزیع فیزیکی آن‌ها می‌شود. بهبود سیستم توزیع فیزیکی، علاوه بر کاهش هزینه، موجب ارتقاء بهره‌وری نیز خواهد شد. مساله مسیریابی وسایل نقلیه (VRP) در صدد بهینه کردن سیستم توزیع محصولات بوده به گونه‌ای که هزینه‌های توزیع و سایر اهداف مورد نظر سازمان بهینه گردد. در این مقاله مساله چندهدفه مسیریابی وسایل نقلیه با در نظر گرفتن تقاضای فازی مشتریان و محدودیت‌های پنجره زمانی بمنظور کمینه کردن هزینه و سوخت مصرفی حمل و نقل مورد بررسی قرار می‌گیرد. به منظور حل راحت و سریع مدل ارائه شده هزینه‌ای بر مقدار تجاوز از پنجره زمانی برای هر وسیله نقلیه در تابع هدف اول در نظر گرفته شده است. به دلیل پیچیدگی مساله مسیریابی وسایل حمل و نقل از الگوریتم فرا ابتکاری چندهدفه رقابت استعماری جهت یافتن جواب‌های پارتو استفاده شده است و عملکرد آن در مقایسه با الگوریتم‌های شناخته شده NSGA-II و PAES نیز ثابت شده است.

**کلمات کلیدی:** مسیریابی وسایل نقلیه، تقاضای فازی، الگوریتم رقابت استعماری، بهینه‌سازی چندهدفه.

### ۱ مقدمه

توسعه روزافزون شهرنشینی، صنایع و به خصوص صنایع پشتیبانی، جابه‌جایی انسان و کالا را به صورت مساله‌ای درآورده است که پیچیدگی آن دائماً در حال افزایش می‌باشد. از سوی دیگر رشد شهری باعث افزایش تقاضا و افزایش شرکت‌های توزیع در صنعت حمل و نقل شده است. هر یک از توزیع کنندگان از یک طرف به دنبال کسب

\* عهده دار مکاتبات

آدرس الکترونیکی: Dehbari@Gmail.com

حداکثر سود هستند و از طرف دیگر با مشکلاتی مانند تراکم ترافیک، آلودگی هوا، اتلاف وقت های طولانی در مسیر سفرهای روزانه افراد، افزایش مصرف سوخت و استهلاک وسایط نقلیه به منظور توزیع کالا و کسب نقدینگی مواجه هستند [۱].

مساله مسیریابی وسیله نقلیه از دو نگاه برای محققین حایز اهمیت است: اول آن که مساله مطرح شده مساله ای کاربردی است و توفیق در دستیابی به جواب های بهتر سبب صرفه جویی اقتصادی می گردد و دوم آن که حل مساله به خاطر NP-Hard بودن، مساله ای چالش برانگیز است. مساله مسیریابی وسایط نقلیه یک نام عمومی برای تمامی مسایلی است که در آن ها باید مجموعه ای از مسیرها برای جریانی از وسایط نقلیه که مستقر در یک یا چند دپو می باشند تعیین گردد تا مجموعه ای از مشتریان (گره ها) که در نقاط مختلف شهر (مجموعه) پراکنده شده اند خدمت دهند که این خدمت رسانی می تواند با ظرفیت محدود وسایط نقلیه همراه باشد [۲]. هدف از مساله مسیریابی وسایط نقلیه ارائه خدمت به مجموعه ای از مشتریان (گره ها) است که باید در حداقل زمان، هزینه و مسافت سفر صورت پذیرد. هم چنین در مساله مسیریابی وسایط نقلیه کلاسیک فرض بر این است که هر کدام از وسایط نقلیه از دپو شروع به حرکت می کنند و بایستی به همان دپو باز گردند [۳].

مساله مسیریابی وسایط حمل و نقل با پنجره زمانی (VRPTW) [۴] مساله تعمیم یافته ای از مساله مسیریابی وسایل حمل و نقل با محدودیت ظرفیت (CVRP) است که در آن سرویس به هر مشتری باید در یک بازه زمانی معین (این بازه زمانی به پنجره زمانی معروف است) صورت گیرد. این مساله با توجه به اهمیت بالایی که به بحث زمان در حل مسایل می دهد در عمل از کاربرد بیشتری برخوردار بوده و لذا توجه بیشتری را در محافل علمی به خود اختصاص داده است. مسیریابی وسایل نقلیه با پنجره زمانی با توجه به صورت گرفتن سرویس در یک بازه زمانی خاص پیچیدگی های زیادی داشته که در صورت اضافه شدن محدودیت طول مسیر و هزینه پنجره زمانی در عین پیچیدگی بسیار بالا به یک مبحث کاربردی در عمل بسیار نزدیک می گردد. از مثال های مشخص از VRPTW می توان به تقسیم پول نقد به شعب بانک ها، جمع آوری زباله ها و ضایعات صنعتی، تقسیم سوخت به جایگاه های پخش و سرویس مدارس، توزیع مواد و تجهیزات در شرایط بحران و غیره در عمل اشاره کرد.

در این پژوهش هدف یافتن مسیر بهینه برای هر وسیله حمل و نقل می باشد به گونه ای (۱) هزینه های حمل و نقل و هزینه تجاوز از پنجره زمانی (۲) سوخت مصرفی ماشین آلات حمل و نقل به کمینه ترین مقدار برسد. به منظور هر چه نزدیکتر بودن مساله به واقعیت، زمان سفر در مسیرهای حمل و نقلی و هم چنین زمان خدمت دهی وسایل نقلیه به مشتریان نیز به صورت احتمالی در نظر گرفته شده اند. به علاوه، ماشین آلات حمل و نقل با محدودیت ظرفیت روبرو هستند.

در ادبیات موضوع مقالات متفاوتی در زمینه زمان احتمالی سفر در مساله مسیریابی وسایل نقلیه ارائه شده اند. لاپورته و همکاران [۵] از اولین نویسندگانی بودند که مساله VRP را با زمان احتمالی در نظر گرفتند. آن ها سه مدل متفاوت را بر پایه برنامه ریزی احتمالی ارائه دادند و از روش شاخه و کران برای حل آن ها استفاده کردند. در مطالعه ای دیگر زمان سفر از یک فرآیند احتمالی که ناشی از ازدحام ترافیک بود به دست می آید و در مساله VRP جای گذاری می شود [۶]. مطالعات دیگری نیز اخیراً در زمینه VRPTW و حالت زمان سفر احتمالی انجام شده است [۷-۹] که در تمامی آن ها برای زمان سفر از یک توزیع خاص استفاده شده است و در نهایت مدل ارائه شده توسط الگوریتم های

فراابتکاری حل شده‌اند.

در مطالعه‌ای دیگر، تاس و همکاران [۱۰] مساله مسیریابی وسایل نقلیه با زمان سفر احتمالی و پنجره زمانی نرم با هدف کمینه کردن هزینه‌های حمل و نقل و هزینه‌های خدمات به مشتریان را مورد مطالعه قرار دادند. ژانگ و همکاران [۱۱] مساله VRPTW با زمان احتمالی سفر و امکان تحویل و برداشت همزمان را در نظر گرفتند. آن‌ها هم‌چنین مساله مورد نظر را در اندازه‌های بالا توسط روش جستجوی پراکنده حل کردند.

خی [۱۱] در پایان نامه دکتری خویش به بررسی و ارایه چندین مدل VRP و با زمان احتمالی سفر پرداخته است. شاو و همکاران [۱۲] نیز مساله VRP با زمان احتمالی سفر را با ارایه سطح سرویس احتمالی فرمولبندی کرده و برای حل مدل در اندازه‌های بالا از الگوریتم بهینه‌سازی انبوه ذرات استفاده کردند.

ازی و همکاران [۱۳] مساله مسیریابی وسیله نقلیه با پنجره زمانی را مدنظر قرار دادند و یک الگوریتم که براساس جستجوی محلی و تعویض  $k$  تایی عمل می‌نماید را برای حل آن ارایه کردند. در ادامه تنجیه و همکاران [۱۴] برای مساله VRPTW در حالت محدود بودن طول مدت سفر از الگوریتم ژنتیک کمک گرفتند. این الگوریتم از دو قسمت تشکیل شده بود؛ قسمت اول مربوط به تخصیص مشتری‌ها به وسایل نقلیه بود که از الگوریتم ژنتیک بهره‌گیری شده بود و در قسمت دوم از یک روش بهینه‌سازی محلی مسیره استفاده شده بود. مین و همکاران [۱۱] یک الگوریتم دقیق برای مساله مسیریابی وسیله نقلیه با پنجره زمانی براساس پوشش مجموعه و ایجاد ستون، کوتاهترین مسیر و برنامه‌ریزی پویا ارایه کردند. تنجیه و همکاران [۱۶] یک الگوریتم ابتکاری بر اساس جستجوی ممنوع برای حل VRPTW ارایه کردند. جستجوی ممنوع بر پایه جستجوهای محلی خاص است که همیشه قابل قبول بودن جواب‌ها را حفظ می‌نماید.

بر اساس دانش ما، تا به حال تحقیقات معدودی در زمینه مساله مسیریابی فازی انجام گرفته است، و به دلیل ارتباط کاربرد برنامه‌ریزی فازی در شبکه‌های حمل و نقل با موضوع این پژوهش، در این قسمت مروری بر اندک مسایل حمل و نقل فازی خواهیم داشت. از زمانی که پروفیسور لطفی زاده [۱۷] تئوری فازی را ارایه نمود، محققان در حوزه‌های مختلف بدین دست یافتند که تئوری فازی، ابزار بسیار مناسبی در تعریف نظرات ذهنی افراد و رویارویی با ابهام است. در زمینه شبکه‌های مسیریابی نیز، چندین تحقیق در اجرایی کردن تئوری فازی در مساله مسیریابی وسایل نقلیه وجود دارد. ونگ و ون [۱۸] تئوری فازی را در مساله پستیچی با پنجره زمانی به کار برده‌اند. این تحقیق، اولین مطالعه بر روی شبکه مسیریابی با استفاده از تئوری فازی بوده است.

تودوروویچ و پاوکوویچ [۱۹] نیز برای اولین بار مفاهیم فازی را در مساله مسیریابی وسیله نقلیه ارایه نمودند. لای و همکاران [۲۰] VRP را با برنامه‌ریزی فازی مدلسازی کردند. زنگ و لیو [۲۱] مساله VRP را با پنجره‌های زمانی حل کردند که زمان سفر را متغیر فازی فرض کرده و یک الگوریتم حل هیبرید برای آن ارایه نمودند. اخیراً حدادی و ملک لی [۲۲] با متغیرهای تقاضای فازی-احتمالی یک رویکرد نوین برای حل مساله VRP ارایه نمودند و در تحقیق ملک لی و همکاران [۲۳] نیز تحقیق قبلی با استفاده از روش جستجو ممنوع با متغیرهای فازی-احتمالی توسعه داده شده است.

در ادامه و در بخش دوم پژوهش، مدل‌سازی ریاضی چندهدفه مساله مورد مطالعه ارایه می‌شود. در بخش سوم الگوریتم ژنتیک چندهدفه تشریح خواهد شد. در ادامه و در بخش چهارم، نتایج محاسباتی ذکر می‌گردد و در نهایت و

در بخش پنجم نتایج پژوهش مورد نظر بیان می گردد.

## ۲ شرح و مدل سازی مساله

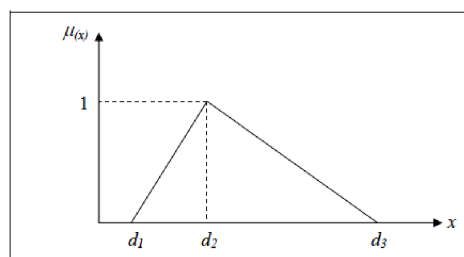
در این مقاله، ابتدا پارامترهای مربوط به مساله مسیریابی و سایل نقلیه در حالت زمان سفر احتمالی و تقاضای فازی مشتریان بیان می شوند و سپس مدل پیشنهادی ارائه می گردد.

### ۲-۱ مفروضات اساسی مساله

در این مساله فرصیات اصلی زیر وجود دارند:

- تعدادی محصول مستقل از هم وجود دارند که یک عمده فروش باید آنها را میان تعدادی خرده فروش با تقاضاهای متفاوت برای هر محصول توزیع کند.
- محصولات فسادپذیر نمی باشند.
- اگر تقاضای هر خرده فروش در پنجره زمانی از پیش تعیین شده ای تأمین نگردد، باید عمده فروش جریمه تأخیر هنگفتی را به آنها بپردازد.
- پنجره زمانی هر خرده فروش مستقل از دیگری و به صورت یک طرفه است. این پنجره زمانی از نوع نرم می باشد. یعنی در صورت تاخیر کامیون در تحویل کالا، کالا مرجوع یا حراج و یا دور ریخته نمی شود. بلکه خرده فروش آن را می پذیرد.
- طول افق برنامه ریزی محدود و تنها برای یک دوره زمانی است.
- برای حمل تقاضاهای محصولات مختلف می توان آنها را درون یک وسیله حمل و نقل گذاشت و الزامی در حمل جداگانه هر محصول با وسیله نقلیه مجزا وجود ندارد.
- وسایل حمل و نقل به لحاظ ظرفیت حمل و سایر مشخصات همگن می باشند.
- تعداد وسایل نقلیه قابل کرایه کردن نامحدود می باشد.
- از یک مسیر نباید بیش از یک وسیله نقلیه برای حمل کالا به مشتریان یکسان استفاده کند. به عبارت دیگر، اگر قرار است تقاضای محصولات مختلف یک خرده فروش اجابت شود باید با حمل توسط یک کامیون بزرگ انجام شود.
- از یک وسیله نقلیه تنها می توان برای حمل بار در یک مسیر استفاده کرد و یک وسیله مجاز نیست بعد از هر بار بارگیری به مسیرهای متفاوتی بار حمل کند. در نتیجه، مدیر عمده فروش باید موقع تعیین مسیرهای توزیع کالا به خرده فروشان، برای هر مسیر تنها از یک کامیون و از هر کامیون تنها برای یک مسیر و یک بارگیری استفاده کند.
- خرابی کامیون ها و یا هرگونه اتفاق پیش بینی نشده مجاز نیست. به همین ترتیب سایر پارامترها و هزینه های دخیل در مساله، ثابت، قطعی و معین هستند.

- زمان‌های بارگیری و بسته‌بندی کالاها برای هر نوع کالا به صورت احتمالی بیان می‌شوند. این زمان‌ها مستقل از مقصد توزیع (خرده فروش) و مسیر حمل و کامیون حمل کننده هستند.
- فرض می‌شود شرایط جغرافیایی و موقعیت مکانی و مسیرهای حمل به خرده فروشان، شبیه هم باشد. به عبارت دیگر، مثلاً همه آن‌ها در ناحیه ای کوهستانی قرار دارند، نه اینکه یکی در کوهستان و دیگری در دشت و ... باشند (با این فرض، تعدادی از خرده فروشان را که در مطالعه موردی در نواحی آب و هوایی متفاوتی بودند، کنار گذاشتیم. چون در غیر این صورت باید تاثیر این عوامل را بر نوع و ظرفیت کامیون و هزینه‌ها اعمال می‌کردیم. در صورتی که چنین داده‌هایی در دسترس نبودند. البته مدیران زنجیره مطالعه شده به محقق اجازه انتشار داده‌ها را ندادند).
- هزینه حمل هر کالا، متناسب با مسافت طی شده برای تحویل آن کالا در نظر گرفته می‌شود.
- زمان‌های سفر بین خرده فروشان و مدت زمان سرویس دهی به آن‌ها توسط وسایل نقلیه به صورت پارامتر احتمالی در نظر گرفته می‌شود.
- هدف مدیر عمده فروشی کمینه کردن کلیه هزینه‌های تولیدی و هزینه‌های حمل و نقل خود می‌باشد. در مساله ارزیابی شده در این مقاله، علاوه بر فرضیات بیان شده، فرض بر این است که تقاضای هر گره (مشتری)، به طور تقریبی مشخص است. این تقاضا با عدد فازی مثلثی نشان داده می‌شود (شکل ۱). اعداد فازی مثلثی  $D_j = (d_1, d_2, d_3)$  با حدود چپ و راست تعریف می‌شوند. این مقادیر بر پایه تجربیات و یا داده‌های موجود قابل حصول بوده و می‌بایست طوری تعریف شوند که تقاضای هر مشتری  $n$ ، کمتر از تقاضای  $d_1$  و بیشتر از تقاضای  $d_3$  نباشد. دارای درجه عضویت یک بوده که بر اساس تخمین ذهنی و یا شاخص‌هایی مانند میانگین یا مد داده‌های موجود، به دست می‌آید.



شکل ۱. تابع عضویت عدد فازی مثلثی تقاضای گره ها ( $D_j$ )

در این بخش، مساله مورد مطالعه مدل‌سازی می‌شود. قبل از هر چیز نمادهای مورد استفاده، معرفی می‌شوند. آن گاه مدل ریاضی ارزیابی می‌شود. پارامترهای مدل شامل موارد زیر است:

## ۲-۲ نمادها

در این بخش کلیه نمادهای به کار رفته در مدل ریاضی (اعم از پارامترهای ورودی، اندیس ها و متغیرهای تصمیم) تشریح می شوند:

پارامترها و اندیس ها:

$N$	تعداد کل نقاط تخلیه و بارگیری (با احتساب دپوی مرکزی)
$i, j$	اندیس نقطه تخلیه بار / خرده فروش ( $i=1, 2, \dots, N$ ) ( $i=0$ نشانگر دپو است)
$k$	اندیس وسیله حمل و نقل بزرگ ( $k=1, 2, \dots, K$ )
$E$	تعداد انواع محصولات
$e$	اندیس نوع محصول ( $e=1, 2, \dots, E$ )
$tc_{ij}$	هزینه واحد حمل و نقل مابین نقطه تخلیه بار $i$ و نقطه تخلیه بار $j$ با سفر مستقیم بین آنها
$t_{ij}$	فاصله زمانی مابین نقطه تخلیه بار $i$ و نقطه تخلیه بار $j$ با سفر مستقیم بین آنها
$dis_{ij}$	فاصله مکانی مابین نقطه تخلیه بار $i$ و نقطه تخلیه بار $j$ با سفر مستقیم بین آنها
$f_e$	زمان اتمام تولید محصول نوع $e$
$\tilde{d}_{i,e}$	تقاضای فازی محصول نوع $e$ در نقطه تخلیه $i$
$cap$	ظرفیت حمل هر وسیله حمل و نقل بزرگ بر حسب کیلوگرم
$w_e$	وزن هر واحد محصول نوع $e$ بر حسب کیلوگرم
$l_i$	طول پنجره زمانی تحویل کالا در نقطه تخلیه بار $i$
$s_i$	زمان تخلیه بار از وسیله حمل و نقل بزرگ در نقطه تخلیه بار $i$
$cc$	هزینه خسارت به حمل کننده های محلی کوچک در هر یک از نقاط تخلیه بار
$nc_i$	تعداد حمل کننده های محلی در نقطه تخلیه بار $i$

متغیرهای تصمیم:

$x_{i,j,k}$	اگر ما بین نقاط تخلیه $i$ و $j$ توسط وسیله حمل بزرگ $k$ سفری صورت بگیرد در غیر این صورت
$y_{k,e}$	اگر وسیله حمل بزرگ $k$ تحویل محصول نوع $e$ را به برخی از نقاط تخلیه بر عهده بگیرد در غیر این صورت
$u_i$	اگر هیچ وسیله حمل بزرگی نتواند تا قبل از اتمام پنجره زمانی خود را به نقطه تخلیه بار $i$ برساند در غیر این صورت
$t_i$	زمان رسیدن وسیله حمل بزرگ به نقطه تخلیه بار $i$
$\delta_i$	زمان سرویس مربوط به مشتری $i$
$w_i$	زمان اضافی صرف شده در محل مشتری $i$

$tt_i$	طول مدت زمان تجاوز از پنجره زمانی نقطه تخلیه بار $i$
$ts_k$	زمان شروع سفر وسیله حمل بزرگ $k$
$ts_{k,e}$	زمان شروع سفر وسیله حمل بزرگ $k$ برای حمل محصول نوع $e$
$B$	حداکثر زمان سفر برای وسایل نقلیه
$\beta$	سطح سرویس مربوط به زمان طی شده توسط وسایل نقلیه
$K$	تعداد کل وسایل حمل و نقل بزرگ

### ۳-۲ مدل سازی ریاضی مساله

اکنون با توجه به نمادهای تعریف شده در بخش قبل و مفروضاتی که مختصراً از پی گذشت، مدل ریاضی مساله

در این بخش ساخته می شود.

$$\text{Min} \sum_{i=0}^N \sum_{j=0}^N \sum_{k=1}^K tc_{ij} x_{ijk} + cc \sum_{i=1}^N nc_i tt_i \quad (1)$$

$$\text{Min} \sum_{i=0}^N \sum_{j=0}^N \sum_{k=1}^K dis_{ij} x_{ijk} \quad (2)$$

s.t.

$$\sum_{j=1}^N x_{\circ jk} = 1 \quad \forall i \quad (3)$$

$$\sum_{i=1}^N x_{i \circ k} = 1 \quad \forall k \quad (4)$$

$$\sum_{k=1}^N \sum_{j=0}^N x_{ijk} = 1 \quad \forall i \quad (5)$$

$$\sum_{k=1}^N \sum_{i=0}^N x_{ijk} = 1 \quad \forall j \quad (6)$$

$$\sum_{i=0}^N \sum_{e=1}^E \tilde{d}_{ie} w_e \left( \sum_{j=0}^N x_{ijk} \right) \leq cap \quad \forall k \quad (7)$$

$$t_j = \sum_{k=1}^K \left\{ x_{\circ jk} (ts_k + t_{\circ j}) + (1 - x_{\circ jk}) \sum_{i=1}^N x_{ijk} (t_i + s_i + t_{ij}) \right\} \quad \forall j \quad (8)$$

$$P \left\{ \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N t_{ij} x_{ijk} + \sum_{i=0}^N (\delta_i + w_i) \sum_{j=1}^N x_{ijk} \leq B \right\} \geq \beta \quad \forall k \quad (9)$$

$$\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N d_{ie} x_{ijk} \leq 0 + My_{ke} \quad \forall k \quad (10)$$

$$\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N d_{ie} x_{ijk} > 0 - M(1 - y_{ke}) \quad \forall k \quad (11)$$

$$ts_{ke} = y_{ke} f_e \quad \forall k, e \quad (12)$$

$$ts_k \geq ts_{ke} \quad \forall k, e \quad (13)$$

$$t_i - l_i < 0 + Mu_i \quad \forall i \quad (14)$$

$$t_i - l_i < 0 - M(1 - u_i) \quad \forall i \quad (15)$$

$$tt_i = u_i(t_i - t_j) \quad \forall i \quad (16)$$

$$x_{ijk}, y_{ke}, u_i \in \{0, 1\} \quad \forall i, j, k, e \quad (17)$$

$$ts_{ke}, ts_k, t_i, tt_i, K \in Z^+ \quad \forall i, k, e \quad (18)$$

تابع هدف (۱) به دنبال حداقل کردن کلیه هزینه‌ها اعم از هزینه‌های سفر و تجاوز از پنجره زمانی تحویل است. تابع هدف (۲) به دنبال کمینه کردن کل مسافت طی شده توسط وسایل نقلیه می‌باشد. محدودیت‌های (۳) تا (۶) بیانگر شرایط تخصیص وسیله حمل و نقل به نقاط تخلیه بار و نوع محصول هستند. محدودیت (۷) نشانگر ظرفیت حمل هر وسیله حمل بزرگ است. محدودیت (۸) زمان رسیدن یک وسیله حمل و نقل را نقطه تخلیه بار  $j$  اندازه می‌گیرد. محدودیت (۹) برای مقدار تجاوز هر وسیله نقلیه از یک مقدار مشخص  $B$  یک سطح احتمالی در نظر می‌گیرد. محدودیت‌های (۱۰) و (۱۱) بررسی می‌کنند که آیا وسیله حمل بزرگ  $k$  تحویل محصول نوع  $e$  را به برخی از نقاط تخلیه بر عهده می‌گیرد یا نه. رابطه (۱۲) زمان آماده به حرکت بودن وسیله حمل  $k$  برای تحویل محصول نوع  $e$  را نشان می‌دهد. محدودیت (۱۳) حداقل زمان مورد نیاز برای حرکت وسیله حمل  $k$  را نشان می‌دهد. محدودیت‌های (۱۴) و (۱۵) چک می‌کنند که آیا هیچ وسیله حمل بزرگی نمی‌تواند تا قبل از اتمام پنجره زمانی خود را به نقطه تخلیه بار  $i$  برساند. محدودیت (۱۶) مدت زمان تجاوز از پنجره زمانی نقطه تخلیه بار  $i$  را اندازه‌گیری می‌کند. روابط (۱۷) و (۱۸) دامنه تغییرات و جنس متغیرهای تصمیم مدل را نشان می‌دهند.

محدودیت (۹) به صورت غیرخطی بوده و برای خطی کردن آن می‌توان از تابع توزیع یکنواخت و به صورت زیر استفاده کرد:

زمان سفر بین دو مشتری را می‌توان به صورت احتمالی با میانگین  $E(t)$  و واریانس  $V(t)$  در نظر گرفت. در ادامه می‌توان محدودیت (۹) را به صورت زیر بازنویسی کرد:

$$y = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N t_{ij} + \sum_{i=0}^N (\delta_i + w_i) - B \quad (19)$$

مقدار میانگین و واریانس متغیر  $y$  برابر است با:

$$E(y) = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N E(t_{ij}) + \sum_{i=0}^N (E(\delta_i) + E(w_i)) - B \quad (20)$$

$$V(y) = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N V(t_{ij}) + \sum_{i=0}^N (V(\delta_i) + V(w_i)) \quad (21)$$

از طرف دیگر و با توجه به توزیع نرمال استاندارد داریم:

$$\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N t_{ij} + \sum_{i=0}^N (\delta_i + w_i) - B - E(y) / V(y) \sim N(0, 1)$$

در نهایت محدودیت (۹) برابر است با محدودیت زیر:

$$\frac{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N t_{ij} + \sum_{i=0}^N (\delta_i + w_i) - B - E(y)}{V(y)} \leq \frac{E(y)}{V(y)} \quad (22)$$

همچنین در توزیع نرمال داریم:

$$P \{ \theta \leq -E(y) / \sqrt{V(y)} \} \geq \beta \quad (23)$$

به طوری که  $\theta \sim N(0,1)$ . بنابراین محدودیت سطح سرویس زمانی می تواند برقرار باشد که داشته باشیم:

$$\Phi^{-1}(\beta) \leq -E(y) / \sqrt{V(y)} \quad (24)$$

در نهایت و با توجه به محدودیت (۲۴)، می توان حالت خطی محدودیت (۹) را به صورت زیر نوشت:

$$\Phi^{-1}(\beta) \sqrt{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N V(t_{ij}) x_{ijk} + \sum_{i=0}^N (V(\delta_i) + V(w_i)) \sum_{j=1}^N x_{ijk} + \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N E(t_{ij}) x_{ijk} + \sum_{i=0}^N (E(\delta_i) + E(w_i)) \sum_{j=1}^N x_{ijk}} \leq B \quad (25)$$

برای حل مدل پیشنهادی ابتدا می بایست، مدل فازی پیشنهادی تبدیل به یک مدل قطعی گردد، سپس مدل قطعی با استفاده از رویکرد حل پیشنهادی حل خواهد شد. در زیر روش تبدیل مدل مساله مکان یابی - مسیریابی فازی به قطعی شرح داده می شود.

لم. (ساکاوا [۲۳]) اگر  $\bar{m}$  و  $\bar{n}$  دو مقدار فازی با تابع عضویت پیوسته باشند، برای سطح اطمینان  $\eta \in [0,1]$  خواهیم داشت:

$$Pos \{ \bar{m} \geq \bar{n} \} \geq \eta \Leftrightarrow m_{\eta}^R \geq n_{\eta}^L \quad (26)$$

و بر طبق آن خواهیم داشت که به ترتیب  $[m_{\eta}^L, m_{\eta}^R]$  و  $[n_{\eta}^L, n_{\eta}^R]$  نقاط حدی چپ و راست مقادیر  $\bar{m}$  و  $\bar{n}$  در سطح اطمینان  $\eta$  هستند و  $Pos \{ \bar{m} \geq \bar{n} \}$  درجه امکانی است که نشان می دهد  $\bar{m}$  بزرگتر یا مساوی مقدار  $\bar{n}$  است.

**قضیه.** فرض می کنیم متغیر فازی  $\tilde{d}_{ie}$  توسط سطوح سه گانه حد چپ، راست و وسط  $(\alpha_{ie}, \gamma_{ie}, \beta_{ie})$  مشخص شده باشد، آن گاه خواهیم داشت:

$$Pos \left\{ \sum_{i=0}^N \sum_{e=1}^E \tilde{d}_{ie} w_e \left( \sum_{j=0}^N x_{ijk} \right) \leq cap \right\} \geq \eta$$

$$cap - (1-\eta) \sum_{i=0}^N \sum_{e=1}^E \alpha_{ie} w_e \left( \sum_{j=0}^N x_{ijk} \right) - \eta \sum_{i=0}^N \sum_{e=1}^E \gamma_{ie} w_e \left( \sum_{j=0}^N x_{ijk} \right) \geq 0 \quad (27)$$

اثبات. از آن جایی که

$$\begin{aligned} \sum_{i=0}^N \sum_{e=1}^E \tilde{d}_{ie} w_e \left( \sum_{j=0}^N x_{ijk} \right) &= \left( \sum_{i=0}^N \sum_{e=1}^E \alpha_{ie} w_e \left( \sum_{j=0}^N x_{ijk} \right), \sum_{i=0}^N \sum_{e=1}^E \gamma_{ie} w_e \left( \sum_{j=0}^N x_{ijk} \right), \sum_{i=0}^N \sum_{e=1}^E \beta_{ie} w_e \left( \sum_{j=0}^N x_{ijk} \right) \right) \\ \Leftrightarrow \sum_{i=0}^N \sum_{e=1}^E \alpha_{ie} w_e \left( \sum_{j=0}^N x_{ijk} \right) &+ \eta \sum_{i=0}^N \sum_{e=1}^E (\gamma_{ie} - \alpha_{ie}) w_e \left( \sum_{j=0}^N x_{ijk} \right) \leq cap \end{aligned} \quad (28)$$

$$\Leftrightarrow (1-\eta) \sum_{i=0}^N \sum_{e=1}^E \alpha_{ie} w_e \left( \sum_{j=0}^N x_{ijk} \right) + \eta \sum_{i=0}^N \sum_{e=1}^E \gamma_{ie} w_e \left( \sum_{j=0}^N x_{ijk} \right) \leq cap \quad (29)$$

$$\Leftrightarrow cap - (1-\eta) \sum_{i=0}^N \sum_{e=1}^E \alpha_{ie} w_e \left( \sum_{j=0}^N x_{ijk} \right) - \eta \sum_{i=0}^N \sum_{e=1}^E \gamma_{ie} w_e \left( \sum_{j=0}^N x_{ijk} \right) \geq 0 \quad (30)$$

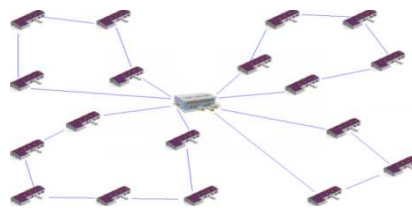
در نهایت و با قرار دادن محدودیت (۳۰) به جای محدودیت (۷)، مدل به حالت خطی تبدیل می شود. مدل حاصله از نوع برنامه ریزی عدد صحیح مختلط غیرخطی است. در مدل فوق، تعداد و اندازه ناوگان حمل یک متغیر تصمیم و در عین حال اندیس نیز هست. لذا این مدل به طور مستقیم با هیچ نرم افزاری قابل حل نیست (لازم به ذکر است که با توجه به مرور ادبیات انجام شده، تمامی مقالات موجود در ادبیات همین مشکل مشترک را دارند). البته می توان روش های ابتکاری توسعه داد که هر بار پس از ثابت فرض کردن تعداد وسایل حمل، مدل را با یک نرم افزار بهینه سازی حل کنیم. و در مرحله بعد تعداد وسیله ها را یک واحد افزایش داده و مجدداً این فرایند را تکرار نماییم. اما هیچ تضمینی بر بهینه بودن جواب حاصل از این روش نیست. ضمن آن که محاسباتی زیادی نیز در پی خواهد داشت. حتی اگر به طور موقت، تعداد وسایل را عدد معلومی فرض کنیم و هم چنین جنس تمامی متغیرهای مساله را از نوع پیوسته بگیریم، مساله آزادسازی شده حاصل را نمی توان جزء مسایل برنامه ریزی محدب دانست تا بتوان امید به حل آن با روش های تقریبی که می توانند میزان نزدیکی به جواب بهینه را ضمانت کنند، در زمان معقول داشت (در این جا کوتاه بودن زمان انجام این کار چندان مهم نیست، بلکه رشد زمان حل بر حسب رشد اندازه مساله مهم است).

### ۳ روش حل

برای حل مدل پیشنهادی از الگوریتم فراابتکاری ترکیبی که ترکیبی از الگوریتم های رقابت استعماری [۲۴] و ژنتیک می باشد استفاده شده است. مراحل الگوریتم پیشنهادی در ادامه به صورت تفصیلی ارائه می شود.

### ۳-۱ نمایش جواب اولیه

نمایش جواب در فضای جواب و چگونگی انتخاب ساختار آن بر روی کارایی و کیفیت جواب‌ها تاثیر گذار است. نمایش جواب در مسایل بهینه‌سازی به دو صورت گسسته و پیوسته می‌تواند انتخاب گردد. انتخاب جواب باید به گونه‌ای در نظر گرفته شود که این اطمینان حاصل گردد که به راحتی و به صورت گسترده فضای جواب جستجو می‌گردد. برای آغاز به کار الگوریتم، مجموعه‌ای از جواب‌های اولیه کاملاً تصادفی ضمن لحاظ کردن مجموعه محدودیت‌های مساله تولید می‌شوند. شکل (۲)، یک جواب شدنی را برای مساله نشان می‌دهد.



شکل ۲. نمایش شماتیک یک جواب موجه برای توزیع کالا میان عمده فروش و خرده فروشان

### ۳-۲ تولید امپراطوری‌های اولیه

هر حل در الگوریتم رقابت استعماری به شکل یک آرایه می‌باشد. هر آرایه شامل مقادیر بهینه شده متغیر می‌باشد. در واژگان الگوریتم ژنتیک، این آرایه، کروموزوم نامیده می‌شود. در الگوریتم مذکور عنوان کشور برای آرایه استفاده شده است. در یک مساله بهینه سازی  $N$ -بعدی، یک کشور یک آرایه  $1 \times N$  می‌باشد و این آرایه به صورت  $Country = [p_1, p_2, p_3, \dots, p_N]$  تعریف می‌شود. در جایی که  $p_i$  متغیر بهینه شده می‌باشد. هر متغیر در یک کشور به عنوان یک مشخصه اجتماعی سیاسی آن کشور مشخص می‌گردد. از این دیدگاه، الگوریتم بهترین کشور را که کشوری است با بهترین ترکیب مشخصه‌های اجتماعی سیاسی مثل فرهنگ، زبان و خط مشی اقتصادی، جستجو می‌کند. پس از تولید کشورها، از تکنیک ناچیرگی و فاصله تراکم برای ایجاد جبهه‌ها و رتبه‌بندی اعضای هر یک از جبهه‌ها تشریح شده است. سپس اعضای جبهه ۱ در آرشیو ذخیره می‌گردد. به تعداد از قبل مشخصی و از آرشیو مورد نظر امپراتورها انتخاب می‌شوند. سپس مابقی جواب‌ها را به هر امپراتور با توجه به قدرتی که آن امپراتور دارد تخصیص می‌دهیم.

برای محاسبه مقدار هزینه یا قدرت هر امپراطوری، مقدار هر تابع هدف برای هر امپراطور به دست آمده است. سپس مقدار هزینه هر تابع هدف به صورت معادله (۳۱) محاسبه شده است.

$$Cost_{i,n} = \frac{|f_{i,n}^p - f_{i,n}^{p,best}|}{f_{i,total}^{p,max} - f_{i,total}^{p,min}} \quad (31)$$

دبازی و بکاران، سیرپایی و سیال عمل و نقل چندین باره از سرویس احتمالی و تقاضای فازی تحت محدودیت های نجومی

که  $Cost_{i,n}$  مقدار نرمال شده تابع هدف  $i$  برای امپراتور  $n$  می باشد. همچنین  $f_{i,n}^{p.best}$ ،  $f_{i,total}^{p,max}$  و  $f_{i,total}^{p,min}$  به ترتیب بهترین، حداکثر و حداقل مقادیر تابع هدف  $i$  در هر تکرار می باشد. سرانجام مقدار هزینه نرمال شده هر امپراتور به صورت معادله (۳۲) به دست می آید.

$$Total Cost_n = \sum_{i=1}^r Cost_{i,n} \quad (32)$$

به گونه ای که  $r$  مقدار تابع هدف می باشد. قدرت هر امپراتور بعد از هزینه نرمال شده به دست آمده به صورت معادله (۳۳) محاسبه می گردد و مستعمره ها مطابق با قدرت هر امپراتور بین آن ها توزیع می شوند.

$$p_n = \left| \frac{Total Cost_n}{\sum_{i=1}^{N_{imp}} Total Cost_i} \right| \quad (33)$$

سپس تعداد اولیه مستعمره های یک امپراتور به صورت معادله (۳۴) تعیین می گردد.

$$NC_n = round \{ p_n \cdot N_{col} \} \quad (34)$$

به گونه ای که  $NC_n$  تعداد اولیه مستعمره های امپراتور  $m$ ،  $N_{col}$  تعداد کل مستعمره ها می باشد.  $NC_n$  از مستعمره ها به صورت تصادفی انتخاب و به هر امپراتور داده می شوند. امپراتور با قدرت بیشتر نسبت به امپراتور ضعیف تر مستعمره های بیشتری خواهد داشت.

### ۳-۳ قدرت کل یک امپراتوری

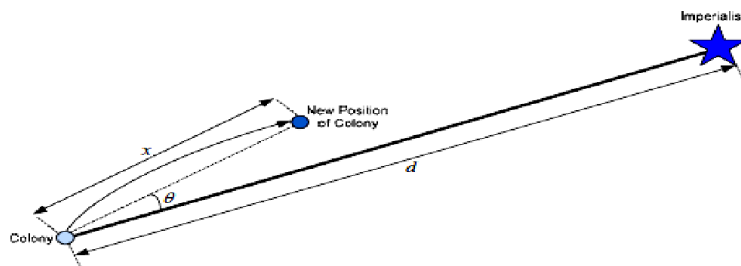
قدرت کل یک امپراتور تحت تاثیر قدرت کشور امپراتور می باشد. اگر چه قدرت مستعمره های یک امپراتوری نیز بر قدرت کل آن امپراتوری تاثیر دارد. بنابراین قدرت کل یک امپراتوری به صورت معادله (۳۵) محاسبه می شود.

$$TP Emp_n = (Total Cost (imperialist_n) + \xi mean \{ Total Cost (colonies of empire_n) \}) \quad (35)$$

$TP Emp_n$  قدرت کل امپراتوری  $m$  می باشد و  $\xi$  یک عدد مثبت کمتر از یک می باشد.

### ۳-۴ حرکت مستعمره های یک امپراتوری به طرف امپراتور

پس از تقسیم مستعمره ها به امپراتورها، مستعمره ها به طرف امپراتورشان حرکت می کنند. این حرکت در شکل (۳) نشان داده شده است.



شکل ۳. حرکت مستعمره‌ها به سمت امپراتور با یک زاویه تصادفی

$d$  فاصله بین مستعمره و امپراتور می‌باشد.  $X$  یک متغیر تصادفی با توزیع یکنواخت بین صفر و  $\beta \times d$  و  $\beta$  یک عدد بزرگتر از یک است. مسیر حرکت با زاویه  $\theta$  نشان داده شده است. نرخ جواب‌هایی که به امپراتور نزدیک می‌شوند را با  $P_A$  نشان می‌دهیم.

### ۳-۵ انتقال اطلاعات بین مستعمره‌ها

جهت انتقال اطلاعات بین مستعمره‌ها از اپراتور تقاطع در الگوریتم ژنتیک استفاده شده است. برای عملگر تقاطع از انواع تقاطع تک نقطه‌ای و دو نقطه‌ای استفاده شده است. برای انتخاب مستعمره‌ها از روش انتخاب تورنومنت استفاده شده است. هم‌چنین درصدی از جواب‌ها که تحت عمل تقاطع قرار می‌گیرند را با  $P_c$  نشان می‌دهیم.

### ۳-۶ انقلاب

در هر دوره ده ساله، انقلاب روی برخی مستعمره‌ها رخ می‌دهد. این روش مشابه روش جهش در الگوریتم ژنتیک بوده و برای فرار از جستجوهای محلی صورت می‌گیرد.

### ۳-۷ مستعمره‌های به روز شده

در هر دوره ده ساله، جمعیت اولیه مستعمره‌ها، جمعیت شبیه‌سازی شده، جمعیت حاصل از انتقال اطلاعات بین مستعمره‌ها، جمعیت حاصل از انقلاب و جمعیت حاصل از بهبود امپراتور، برای هر امپراطوری با یکدیگر ادغام می‌شوند که جمعیت ادغام شده نامیده می‌شود. سپس به روز آوری آرشیو مطابق با جمعیت ادغام شده انجام می‌گردد و سپس بهترین مستعمره‌ها بر اساس مرتب‌سازی ناچیره و فاصله تراکم توسط اندازه جمعیت مستعمره‌ها برای امپراطوری در نظر گرفته شده  $NC(i)$  برای هر امپراطور انتخاب شده است.

### ۳-۸ تغییر موقعیت‌های امپراتور و یک مستعمره

در بعضی موارد ممکن است یک مستعمره پس از چند دهه شرایط بهتری (از لحاظ جبهه جواب و فاصله ازدحام) نسبت به امپراطور خود پیدا می‌کند. در این حالت مستعمره جایگاهش با امپراتور تعویض می‌شود.

### ۳-۹ رقابت امپریالیستی

قدرت امپراطور ضعیف تر کاهش خواهد یافت و قدرت امپراطور قوی تر در رقابت امپریالیستی افزایش خواهد یافت. در تمام رقابت امپراطوری ها با یکدیگر، ضعیف ترین مستعمره ضعیف ترین امپراطوری تصاحب خواهد شد. از سوی دیگر، اولین انتخاب ضعیف ترین مستعمره های ضعیف ترین امپراطوری توسط قوی ترین امپراطور یعنی امپراطور برنده از بین تمام امپراطوری ها، در رقابت امپریالیستی تصاحب می شود. در این رقابت، قویترین امپراطوری قطعاً این مستعمره ها را تصاحب نخواهد کرد اگر چه این امپراطوری ها احتمال بیشتری جهت تصاحب کردن آن ها دارند. این رقابت تنها با انتخاب یکی از ضعیف ترین مستعمره های ضعیف ترین امپراطوری مدل سازی شده است و سپس برای محاسبه احتمال تصاحب هر امپراطوری کل هزینه نرمال شده به صورت معادله (۳۶) به دست آمده است.

$$NTP Emp_n = \max \{ TP Emp_i \} - TP Emp_n \quad (36)$$

$NTP Emp_n$  قدرت کل نرمال شده امپراطوری  $n$ ام می باشد و  $TP Emp_n$  قدرت کل امپراطوری  $n$ ام می باشد. با داشتن قدرت کل نرمال شده، احتمال تصاحب هر امپراطوری به صورت معادله (۳۷) محاسبه می شود.

$$P_{p_n} = \left| \frac{NTP Emp_n}{\sum_{i=1}^{N_{imp}} TNTP Emp_i} \right| \quad (37)$$

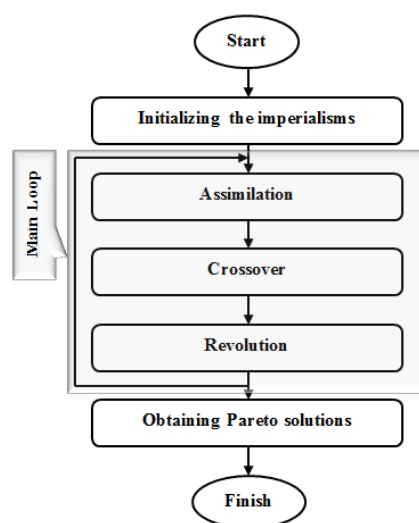
سپس از روش رولت ویل برای تخصیص مستعمره منتخب به یکی از امپراطوری ها استفاده می شود.

### ۳-۱۰ حذف امپراطوری های بدون قدرت

امپراطوری های بدون قدرت سقوط خواهند کرد و مستعمره های آن ها بین سایر امپراطوری ها در رقابت امپریالیستی توزیع خواهد شد. وقتی یک امپراطوری سایر مستعمره های خود را از دست می دهد، آن گاه سقوط می کند.

### ۳-۱۱ شرط توقف

شرط توقف و یا پایان رقابت امپریالیستی زمانی است که تنها یک امپراطوری بین تمام کشورها وجود داشته باشد.



شکل ۴. شمای کلی الگوریتم رقابت استعماری

#### ۴ نتایج محاسباتی

در این قسمت نتایج محاسباتی با اجرای الگوریتم پیشنهاد شده در نرم افزار MATLAB و با داده‌های تصادفی انجام گرفته است. برای مقایسه عملکرد الگوریتم پیشنهادی، نتایج محاسباتی با الگوریتم کلاسیک NSGA-II مقایسه شده است.

#### ۴-۱ تنظیم پارامترهای الگوریتم

همان گونه که واضح است، کارایی یک الگوریتم به شدت به پارامترهای آن وابسته است به گونه‌ای پارامترهای مختلف ممکن است جواب‌های کاملاً متفاوتی با کیفیت‌های متفاوت تولید کنند. بنابراین اگر پارامترها به طور صحیح تنظیم نشوند، نمی‌توانیم به جواب بهینه دست یابیم. جهت تنظیم کردن پارامترهای الگوریتم پیشنهادی در این تحقیق از روش سطح پاسخ استفاده شده است. نتایج مربوط به روش سطح پاسخ (RSM) به صورت جدول ۱ ارایه شده است به گونه‌ای که ستون  $k$  مربوط به مسایل ساینز کوچک و ستون  $L$  برای مسایل ساینز بزرگ می‌باشد.

جدول ۱. پارامترهای تنظیم شده الگوریتم

Factors	Optimal real value	
	$S$	$L$
$n-Pop$	۱۹۳	۳۰۰
$N-imp$	۵	۸
$P_A$	۰/۵۴	۰/۶۴
$P_C$	۰/۶	۰/۶
$P_R$	۰/۱۲	۰/۳۲
$\xi$	۰/۱۹۵	۰/۱۲۵
$\beta$	۱/۸	۲/۱۵



### ۳-۴ معیارهای مقایسه

جهت مقایسه الگوریتم‌ها از شاخص‌های مختلفی استفاده می‌شود که در این قسمت به شرح مختصری از آن‌ها می‌پردازیم.

(۱) شاخص کیفیت (QM): شاخص کیفیت بدین گونه است که کلیه جواب‌های پارتو بدست آمده توسط هر یک از الگوریتم‌ها را با هم در نظر گرفته، سپس عملیات ناچیرگی را برای کلیه جواب‌ها انجام می‌دهیم. در نهایت، کیفیت هر الگوریتم برابر است با سهم جواب‌های پارتوی جدید مختص به آن الگوریتم. کیفیت بالاتر به منزله بهتر بودن الگوریتم می‌باشد.

(۲) فاصله از نقطه ایده آل (MID): مقدار این شاخص برابر است با فاصله نقاط پارتو الگوریتم مورد بررسی از نقطه ایده‌آل. در این پایان‌نامه با توجه به توابع هدف که هر دو کمینه‌سازی است، آن‌گاه نقطه ایده‌آل را برابر کمینه هر یک از توابع هدف در تمامی الگوریتم‌ها، در نظر می‌گیریم. شاخص MID را می‌توان توسط رابطه (۳۳) محاسبه کرد.

$$MID = \frac{\sum_{i=1}^n \sqrt{\left( \frac{f_{vi} - f_v^{best}}{f_{v,total}^{max} - f_{v,total}^{min}} \right)^2 + \left( \frac{f_{vi} - f_v^{best}}{f_{v,total}^{max} - f_{v,total}^{min}} \right)^2}}{n} \quad (33)$$

که در آن  $n$  برابر تعداد نقاط پارتو و هم‌چنین  $f_{i,total}^{min}$  و  $f_{i,total}^{max}$  به ترتیب برابرند با بیشینه و کمینه‌ترین مقدار توابع هدف در میان تمامی توابع هدف الگوریتم‌های مورد مقایسه. در فرمول بالا مختصات نقطه ایده‌آل برابر است با  $(f_1^{best}, f_2^{best})$ . پایین بودن MID به منزله بهتر بودن الگوریتم می‌باشد.

(۳) شاخص گوناگونی (DM): این شاخص وسعت جواب‌های پارتو یک الگوریتم را نشان می‌دهد و توسط رابطه (۳۴) می‌توان آن را محاسبه کرد. هرچه شاخص DM بیشتر باشد، الگوریتم بهتر است.

$$DM = \sqrt{\left( \frac{\max f_{vi} - \min f_{vi}}{f_{v,total}^{max} - f_{v,total}^{min}} \right)^2 + \left( \frac{\max f_{vi} - \min f_{vi}}{f_{v,total}^{max} - f_{v,total}^{min}} \right)^2} \quad (34)$$

(۴) شاخص فاصله (SM): این شاخص یکنواختی توزیع جواب‌های پارتو در فضای حل را نشان می‌دهد نحوه محاسبه این شاخص مطابق رابطه (۳۵) می‌باشد.

$$SM = \frac{\sum_{i=1}^{n-1} |\bar{d} - d_i|}{(n-1)\bar{d}} \quad (35)$$

که در آن  $d_i$  برابر است با فاصله اقلیدسی بین دو جواب پارتو کناری در فضای حل. هم‌چنین  $\bar{d}$  نیز برابر میانگین فواصل  $d_i$  ها می‌باشد. هر چه شاخص SM کمتر باشد، الگوریتم بهتر است.

#### ۴-۴ نتایج حل عددی

جهت مقایسه کارایی الگوریتم پیشنهادی رقابت استعماری، تمامی داده های ورودی ایجاد شده را توسط هر سه الگوریتم اجرا کرده و توسط چهار شاخص ذکر شده در بخش قبل آن ها را با هم مقایسه می کنیم. نتایج عددی حل مطابق جدول های ۳ و ۴ است.

جدول ۳. شاخص های مقایسه برای تعداد نقاط ۱۰ و ۳۰

Problem No.	Quality Metric (QM)			Spacing Metric (SM)		
	NSGA-II	PAES	MOICA	NSGA-II	PAES	MOICA
۱۰	۰/۱۹۸	۰	۰/۸۰۲	۱/۲۱۰	۰/۶۳۲	۰/۸۹۵
۱۰	۰/۵۴۰	۰	۰/۹۴۶	۱/۶۰۳	۰/۴۹۵	۱/۰۹۰
۱۰	۰/۱۴۹	۰	۰/۸۵۱	۱/۵۰۸	۰/۷۸۸	۰/۵۳۸
۱۰	۰	۰	۱	۰/۹۰۶	۰/۷۸۵	۰/۷۰۶
۳۰	۰/۲۸۴	۰	۰/۷۱۶	۱/۴۴۲	۰/۹۶۶	۰/۶۵۱
۳۰	۰	۰	۱	۱/۲۴۸	۰/۷۶۴	۰/۵۶۴
۳۰	۰/۰۱۹	۰	۰/۹۸۱	۱/۷۲۵	۱/۲۷۸	۰/۷۴۴
۳۰	۰	۰	۱	۰/۹۰۱	۰/۷۰۲	۱/۰۲۸

Problem No.	Diversity Metric (DM)			Mean Ideal Distance (MID)		
	NSGA-II	PAES	MOICA	NSGA-II	PAES	MOICA
۱۰	۱/۲۹۵	۱/۰۸۲	۱/۱۱۴	۰/۴۰۰	۰/۷۹۶	۰/۳۹۳
۱۰	۰/۸۶۰	۰/۶۸۱	۱/۱۳۵	۰/۷۴۷	۰/۶۱۰	۰/۴۳۴
۱۰	۱/۱۹۳	۰/۸۴۹	۱/۲۰۶	۰/۶۴۶	۰/۶۸۷	۰/۴۴۴
۱۰	۰/۸۰۶	۱/۳۶۱	۱/۳۱۴	۰/۷۹۶	۰/۸۴۱	۰/۲۴۸
۳۰	۱/۰۷۲	۰/۶۲۷	۰/۸۲۰	۰/۶۱۱	۰/۸۳۱	۰/۲۳۴
۳۰	۰/۷۴۱	۱/۴۸۳	۱/۱۵۵	۰/۵۹۲	۰/۵۷۱	۰/۳۷۴
۳۰	۱/۰۶۶	۱/۲۹۴	۰/۸۳۸	۰/۷۲۱	۰/۶۹۰	۰/۲۲۳
۳۰	۱/۱۳۸	۱/۰۶۴	۰/۷۶۰	۰/۴۹۱	۰/۷۳۴	۰/۳۳۱

از جدول های ۳ و ۴ مشخص است که الگوریتم رقابت استعماری پیشنهاد شده در تمامی شاخص ها نسبت به دو الگوریتم دیگر عملکرد بهتری را داشته است. با این حال می توان برای مدل چند هدفه ارایه شده با اطمینان قابل قبول از الگوریتم رقابت استعماری و برای داده های مختلف استفاده کرد. جهت بالا بردن اعتبار الگوریتم پیشنهادی در مقایسه با الگوریتم NSGA-II و الگوریتم PAES، از آزمون تی زوجی برای نشان دادن اختلاف معنی دار بین دو الگوریتم استفاده شده است که نتایج آن به صورت جدول ۵ نمایش داده شده است.

جدول ۴. شاخص‌های مقایسه برای تعداد نقاط ۵۰، ۷۰ و ۱۰۰

Problem No.	Quality Metric (QM)			Spacing Metric (SM)		
	NSGA-II	PAES	MOICA	NSGA-II	PAES	MOICA
۵۰	۰	۰	۱	۱/۰۶۴	۱/۳۴۱	۰/۸۹۲
۵۰	۰	۰	۱	۱/۶۵۹	۰/۸۲۱	۰/۷۸۵
۵۰	۰/۱۷۹	۰	۰/۸۲۱	۰/۹۶۵	۱/۱۲۱	۰/۶۹۱
۵۰	۰	۰	۱	۰/۹۸۴	۱/۰۸۸	۰/۸۶۵
۷۰	۰/۱۸۵	۰	۰/۸۱۵	۱/۰۱۳	۰/۶۸۷	۰/۶۹۰
۷۰	۰	۰	۱	۱/۰۳۳	۱/۲۹۱	۰/۴۰۸
۷۰	۰	۰	۱	۱/۳۹۷	۰/۶۶۴	۰/۴۶۰
۱۰۰	۰	۰	۱	۰/۷۹۸	۱/۱۰۵	۰/۷۵۳
۱۰۰	۰	۰	۱	۰/۹۴۱	۰/۸۹۶	۱/۰۴۲
۱۰۰	۰/۰۵۰	۰	۰/۹۵۰	۱/۶۴۵	۱/۱۳۹	۰/۸۲۳

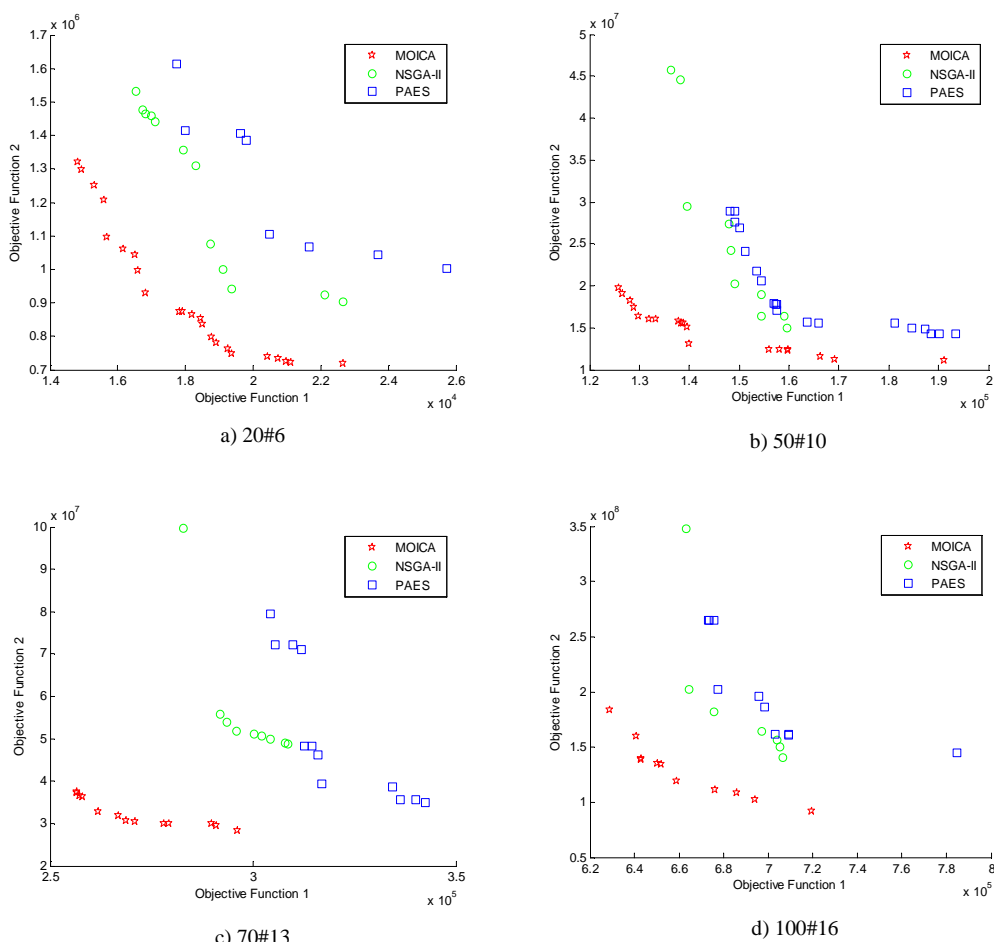
  

Problem No.	Diversity Metric (DM)			Mean Ideal Distance (MID)		
	NSGA-II	PAES	MOICA	NSGA-II	PAES	MOICA
۵۰	۱/۱۴۸	۱/۲۸۵	۱/۵۲۵	۰/۴۲۱	۱/۱۲۸	۰/۲۳۵
۵۰	۰/۹۵۵	۰/۲۳۳	۱/۳۴۰	۰/۵۷۷	۰/۵۶۹	۰/۵۴۳
۵۰	۰/۷۱۶	۰/۷۸۹	۱/۱۷۵	۰/۴۰۵	۰/۵۳۰	۰/۳۸۷
۵۰	۰/۸۷۳	۰/۲۹۵	۱/۵۳۰	۰/۷۵۹	۰/۸۹۰	۰/۳۶۵
۷۰	۰/۶۸۵	۱/۰۸۳	۰/۸۸۳	۰/۴۷۸	۱/۰۴۱	۰/۵۰۳
۷۰	۰/۶۱۱	۱/۲۸۹	۱/۳۹۷	۰/۴۳۷	۰/۷۱۸	۰/۴۷۲
۷۰	۱/۲۵۷	۰/۲۷۳	۱/۳۸۹	۰/۵۲۳	۰/۶۲۵	۰/۴۵۰
۱۰۰	۰/۹۵۳	۱/۲۳۴	۱/۰۴۹	۰/۵۸۲	۰/۷۳۷	۰/۵۱۷
۱۰۰	۰/۸۰۰	۰/۲۲۰	۱/۳۴۷	۰/۴۴۰	۰/۶۴۷	۰/۴۲۴
۱۰۰	۰/۶۲۶	۰/۹۵۲	۱/۲۷۸	۰/۷۹۹	۰/۸۵۷	۰/۲۳۰

جدول ۵. آزمون تی زوجی جهت مقایسه دو الگوریتم

Metric	Pair	Paired Differences							
		Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean	90% Confidence Interval of the Difference		t	df	Sig. (2-tailed)
					Lower	Upper			
Quality	NSGA-II	۰/۸۴۸	۰/۲۱۵	۰/۰۵۰	۰/۷۴۱	۰/۹۵۵	۱۶/۷۴	۱۷	۰
	PAES	۰/۹۳۷	۰/۰۹۲	۰/۰۲۱	۰/۸۹۲	۰/۹۸۳	۴۳/۱۳	۱۷	۰
SM	NSGA-II	-۰/۴۶۷	۰/۳۷۷	۰/۰۸۸	-۰/۶۵۵	-۰/۲۷۹	-۵/۲۵	۱۷	۰
	PAES	-۰/۱۶۳	۰/۳۴۷	۰/۰۸۱	-۰/۳۳۰	۰/۰۰۹	-۱/۹۹	۱۷	۰/۰۶۲
DM	NSGA-II	۰/۲۳۹	۰/۳۵۵	۰/۰۸۳	۰/۰۶۲	۰/۴۱۶	۲/۸۵	۱۷	۰/۰۱۱
	PAES	۰/۲۷۸	۰/۵۵۱	۰/۱۳۰	۰/۰۰۴	۰/۵۵۲	۲/۱۴	۱۷	۰/۰۴۷
MID	NSGA-II	-۰/۲۰۰	۰/۲۰۳	۰/۰۴۷	-۰/۳۰۱	-۰/۰۹۹	-۴/۱۹	۱۷	۰/۰۰۱
	PAES	-۰/۳۷۱	۰/۲۲۴	۰/۰۵۲	-۰/۴۸۳	-۰/۲۶۰	-۷/۰۳	۱۷	۰

با توجه به سطوح معنی دار بودن آزمون های تی زوجی و توجه به این که مقادیر همگی آنها کمتر از ۰/۰۵ می باشد، بنابراین می توان نتیجه گرفت که الگوریتم پیشنهادی در هر چهار شاخص اختلاف معنی داری با الگوریتم NSGA-II و الگوریتم PAES دارد. بنابراین از الگوریتم پیشنهادی می توان با اطمینان بالا در سایر مسایل استفاده نمود. در نهایت تصویر جواب های پارتو برای چهار عدد از مسایل با کیفیت ۱ در شکل ۶ نشان داده شده اند.



شکل ۶. جواب های پارتو برای چهار مساله نمونه

## ۵ نتیجه گیری

در این مقاله مساله مسیریابی وسایل نقلیه با در نظر گرفتن پنجره زمانی و زمان های احتمالی در نظر گرفته شد. مدل ریاضی چند هدفه آن ارایه شده و توسط یک الگوریتم فراابتکاری چندهدفه به اسم الگوریتم رقابت استعماری حل و با الگوریتم مقایسه ای NSGA-II و الگوریتم PAES مقایسه شد. در ابتدا به دلیل غیر خطی بودن یکی از محدودیت ها تلاش به خطی سازی آن از طریق تابع توزیع استاندارد نمودیم. پس از خطی سازی و به دلیل سخت بودن مساله مورد بررسی، از الگوریتم ترکیبی فراابتکاری رقابت استعماری چندهدفه جهت یافتن جواب های پارتو استفاده شد و در نهایت عملکرد الگوریتم پیشنهادی با الگوریتم NSGA-II و الگوریتم PAES مورد مقایسه قرار گرفت. نتایج

عملکرد بهتر الگوریتم رقابت استعماری را نشان داد. در ادامه نیز برای بالا بردن اعتبار نتایج از آزمون تی زوجی استفاده شد که نتیجه آن وجود اختلاف معنی‌دار بین دو الگوریتم تحت مقایسه بود. استفاده از سایر الگوریتم‌ها و هم‌چنین اعمال فرضیات جدید به مساله می‌تواند جزء مطالعات آتی به خوانندگان پیشنهاد شود.

## منابع

- [1] Ho, W., Ho, G. T. S., Ji, P., Lau, H. C. W., (2008). A hybrid genetic algorithm for the multi-depot vehicle routing problem. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, 21, 548–557.
- [2] Mester, D., Bräysy, O., Dullaert, W. (2007). A multi-parametric evaluation strategies algorithm for vehicle routing problems. *Expert Systems with Applications*, 32, 508–517.
- [3] Ren, Y., Dessouky, M., Ordoñez, F., (2010). The multi-shift vehicle routing problem with overtime. *Computers and Operations Research*, 37, 1987–1998.
- [4] Yu, B., Yang, Z. Z., Yao, B. Z., (2011). A hybrid algorithm for vehicle routing problem with time windows. *Expert Systems with Applications*, 38, 411–435.
- [5] Laporte, G., Louveaux, F., Mercure, H., (1992). The vehicle routing problem with stochastic travel times. *Transportation Science*; 26(3), 161–170.
- [6] Van Woensel, T., Kerbache, L., Peremans, H., Vandaele, N., (2008). Vehicle routing with dynamic travel times: a queueing approach. *European Journal of Operational Research*; 186(3), 990–1007.
- [7] Ando, N., Taniguchi, E., (2006). Travel time reliability in vehicle routing and scheduling with time windows. *Networks and Spatial Economics*; 6, 293–311.
- [8] Russell, R. A., Urban, T. L., (2008). Vehicle routing with soft time windows and Erlang travel times. *Journal of the Operational Research Society*; 59, 1220–1228.
- [9] Li, X., Tian, P., Leung, S., (2010). Vehicle routing problems with time windows and stochastic travel and service times: models and algorithm. *International Journal of Production Economics*, 125, 137–45.
- [10] Tas, D., Dellaert, N., Woensel, T., Kok, T., (2013). Vehicle routing problem with stochastic travel times including soft time windows and service costs. *Computers & Operations Research*, 40: 214–224
- [11] Xie, B., (2003). Research on stochastic vehicle routing problems. Ph.D. thesis, Xinan Jiaotong University, China.
- [12] Shao, Z., Gao, S., Wang, S., (2009). A hybrid particle swarm optimization algorithm for vehicle routing problem with stochastic travel time. *Fuzzy information and engineering*, Berlin/Heidelberg: Springer; 54, 566–574.
- [13] Azi, N., Gendreau, M., Potvin, J., (2007). An exact algorithm for a single-vehicle routing problem with time windows and multiple routes. *European Journal of Operational Research*, 178, 755–766.
- [14] Thangiah, S., Nygard, R. K., Juell, P., (1991). GIDEON: A Genetic Algorithm System for Vehicle Routing Problems with Time Windows. *Proceedings of the Seventh IEEE Conference on Artificial Intelligence Applications*, Miami, Florida, 322–328.
- [15] Mingozzi, A., Giorgi, S., Baldacci, R., (1999). An Exact Method for the Vehicle Routing Problem with Back hauls” *Transportation Science*, 33, 315–329.
- [16] Thangiah, S., Potvin, J., Sun, T., (1996). Heuristic Approaches to vehicle Routing with Backhauls and Time Winsows” *International journal of Computers and operations Research*; 23(11), 1043–1057.
- [17] Zadeh, L. A., (1965). Fuzzy sets. *Information and Control*, 8, 338–353.
- [18] Wang, H. F., Wen, Y. P., (2004). Time-constrained Chinese postman problems. *Computer and Mathematical Application*, 44, 375–387.
- [19] Teodorovich, D., Pavkovic, G., (1992). A simulated annealing technique approach to the vehicle routing problem in the case of the stochastic. *Transportation Planning and Technology*, 16(4), 261–273.
- [20] Lai, K. K., Liu, B., Peng, J., (2003). Vehicle routing problem with fuzzy travel times and its genetic algorithm. *Technical Report*.
- [21] Zheng, Y., Liu, B., (2006). Fuzzy vehicle routing model with credibility measure and its hybrid intelligent algorithm. *Appl. Math. Comput*, 176(2), 673–683.

- [22] Hadadi, B., Malekly, H., (2009). An Approach to Fuzzy Random Vehicle Routing Problem. 6th International Conference of Industrial Engineering, Iran, Tehran.
- [23] Malekly, H., Hadadi, B., Tavakkoli-Moghadam R., (2009). A Fuzzy Random Vehicle Routing Problem: The Case of Iran. Accepted in the 39th International Conference on Computers & Industrial Engineering (CIE39), France, Troyes.
- [24] Sakawa, M., (1993). Fuzzy Sets and Interactive Multi objective Optimization. Plenum Press, New York.
- [25] Gargari, A., Lucas, E. C., (2007). Imperialist Competitive Algorithm: An algorithm for optimization inspired by imperialist competitive. IEEE Congress on Evolutionary computation, Singapore.