مجله تحقیق در عملیات در کاربردهای آن، سال هجدهم، شماره چهارم (پیاپی ۷۱)،زمستان ۰۰، ص ص ۱۱۹-۱۰۳
شاپا ۷۲۸۶-۲۲۵۱

تحلیل نسبت‌های حاشیه‌ای با حضور عوامل نامطلوب با استفاده از تحلیل پوششی داده‌ها

فاطمه بزرگی گردویشه[۱]، منصور صوفی[۲*]، علیرضا امیرتیموری[۳]، مهدی همایون فر[۴]

۱- دانشجوی دکتری، گروه مدیریت صنعتی، واحد رشت، دانشگاه آزاد اسلامی، رشت، ایران

۲- استادیار، گروه مدیریت صنعتی، واحد رشت، دانشگاه آزاد اسلامی، رشت، ایران

۳- استاد، گروه ریاضی کاربردی، واحد رشت، دانشگاه آزاد اسلامی، رشت، ایران

۴- استادیار، گروه مدیریت صنعتی، واحد رشت، دانشگاه آزاد اسلامی، رشت، ایران

رسید مقاله: ۱۷ اردیبهشت ۱۳۹۹

پذیرش مقاله: ۲۱ بهمن ۱۳۹۹

چکیده

در بسیاری از تحلیل‌های کارایی واحدهای تصمیم‌گیری، علاوه بر خروجی‌های مطلوب، خروجی‌های نامطلوب نیز تولید می‌شوند که با بررسی میزان تاثیر این خروجی‌ها بر ورودی‌ها و خروجی‌های مطلوب می‌توان به اطلاعات مهمی برای تعیین استراتژی‌ها و رهنمودهایی جهت تصمیم‌گیری بهتر مدیران دست یافت. هدف این پژوهش محاسبهٔ نسبت‌های حاشیه‌ای شعب یکی از بانک‌های تجاری استان گیلان با در نظر گرفتن عوامل نامطلوب می‌باشد. پژوهش حاضر در دو فاز انجام گرفته است. در فاز اول شعب بانک تجاری موردنظر از طریق مدل توسعه‌یافته‌ی تحلیل پوششی داده‌ها به دو گروه کارا و ناکارا طبقه‌بندی شدند. سپس در مرحله‌ی دوم، نسبت‌های حاشیه‌ای خروجی‌های نامطلوب بر ورودی‌ها و خروجی‌های مطلوب در شعب کارا محاسبه گردید. نتایج نشان داد که تغییر در میزان خروجی‌های نامطلوب تاثیر قابل توجهی بر دیگر شاخص‌ها دارد همچنین عوامل غیر قابل کنترل نیز در تولید خروجی‌های نامطلوب بی‌اثر نمی‌باشد، اما این تاثیرات از یک روند خاص پیروی نمی‌کند و در هر شعبه متفاوت از شعبه دیگر عمل می‌کند.

کلمات کلیدی: تحلیل پوششی داده‌ها، کارایی، خروجی‌های نامطلوب، اصل دسترسی‌پذیری مدیریتی، نسبت‌های حاشیه‌ای.

۱ مقدمه

صنعت بانکداری یکی از پیچیده‌ترین صنایع و اصلی‌ترین بخش مشارکت‌کننده در ثروت یک کشور می‌باشد و با هدایت وساماندهی دریافت‌ها و پرداخت‌ها، موجب تسهیل در مبادلات بین‌المللی می‌شود، که موجبات رشد بازارها و شکوفایی اقتصادی یک کشور را فراهم می‌آورد. تحقیقات متعدد اثبات نموده است که این صنعت نقش فزاینده‌ای در توسعه سیستم مالی و سیستم اقتصادی- اجتماعی یک کشور ایفا می‌کند که به موجب آن، عملکرد

* عهده‌دار مکاتبات

آدرس الکترونیکی: msoufi45@gmail.com

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-06-06]

[DOR: 20.1001.1.22517286.2021.18.4.8.7]

[DOI: 10.52547/jamlu.18.4.103]

این سیستم خدماتی مورد توجه بسیاری از ذینفعان از جمله مشتریان، سرمایه‌گذاران و عموم مردم قرار گرفته است[۱]. با توجه به این امر مهم، موضوع کارایی و افزایش بهره‌وری صنعت بانکداری مبحثی حیاتی و ضروری به نظر می‌رسد. در گذشته تجزیه و تحلیل عملکرد بانک‌ها با استفاده از شاخص‌های مالی صورت می‌گرفته که با گسترش تکنیک‌های تحقیق در عملیات، این سناریو با ظهور تحلیل پوششی داده‌ها[1] (DEA) تغییریافته و در حال حاضر یکی از محبوب‌ترین تکنیک‌ها جهت تجزیه و تحلیل کارایی سازمان‌ها به شمار می‌رود [۲]. DEA یک روش برنامه‌ریزی خطی غیرپارامتری ریاضی است که هدف آن تجزیه و تحلیل کارایی گروهی از واحدهای تولیدی همگن، موسوم به واحدهای تصمیم‌گیرنده[2] (DMUs) است که شامل ورودی‌ها و خروجی‌های مشابه می‌باشند. این روش اولین بار توسط چارنز و همکاران در سال (۱۹۷۸) معرفی شد[۳]. اساس کار DEA شناسایی واحدهای کارا و ناکارا است که واحدهای کارا با ورودی‌های مشابه واحدهای ناکارا، منجر به تولید خروجی بیشتر و یا همان میزان خروجی واحدهای ناکارا، را با میزان ورودی کمتری تولید می‌کنند. همچنین DEA ضعف واحدها را در شاخص‌های مختلف مشخص کرده و با ارایه‌ی میزان مطلوب آنها، خط‌مشی سازمان را به سوی ارتقای کارایی و بهره‌وری مشخص می‌نماید. از مزایای تحلیل پوششی داده‌ها می‌توان به عدم نیاز به فرم تابع مربوط به ورودی‌ها و خروجی‌ها، دارا بودن فرض‌های کمتر، ساختار انعطاف‌پذیر در اندازه‌گیری کارایی واحدها اشاره کرد[۴]. سودمندی دیگر روش DEA در استفاده همه اطلاعات موجود در فرایندهای پیچیده تولید و استفاده از ورودی‌ها و خروجی‌ها در مقیاس‌های مختلف و توانایی تجزیه و تحلیل هر DMU هم به طور جداگانه و هم در مقایسه با سایر DMU ها برشمرد [۵]. استفاده از تکنیک تحلیل پوششی داده‌ها در ارزیابی صنایع و سازمان‌های مختلف در صنعت بانکداری، بیمه، بیمارستان‌ها، نیروگاه‌ها، پالایشگاه‌ها و... به سرعت رو به افزایش است. اگرچه مدل‌های تحلیل پوششی داده‌ها از لحاظ تئوری و کاربردی بسیار توسعه‌یافته است، اما شناخت ابعاد و به‌کارگیری دقیق‌تر روش‌های گوناگون این تکنیک امری انکارناپذیر است.

از تحقیقات صورت گرفته در زمینه استفاده از تحلیل پوششی داده‌ها در ارزیابی صنایع مختلف می‌توان به کارا و سینگ در سال ۲۰۲۱ اشاره کرد که به ارایه مدل ترکیبی چندمرحله‌ای برای انتخاب تامین‌کننده و تخصیص سفارش با توجه به خطرات اختلال و تکنولوژی‌های آشوبگر پرداخته‌اند[۶]. هنریکز وهمکاران در سال ۲۰۲۰، به بررسی تحلیل پوششی داده‌های دوسطحی در سیستم بانکداری پرداختند[۲]. ضربی و همکاران در سال ۲۰۱۹، به بررسی تاثیرات بین‌المللی بر بنادر کانتینری ایران با استفاده از تحلیل پوششی داده‌های پنجره‌ای پرداختند[۷]. لی و همکاران در سال ۲۰۱۸، به ارزیابی تاثیرات مقررات زیست محیطی بر کارایی نوآوری تکنولوژی با استفاده از مدل تحلیل پوششی داده‌های ترکیبی پرداختند[۸].

در روش‌های کلاسیک تئوری تولید بالاخص تحلیل پوششی داده‌ها، هدف از تکنولوژی تولید مینیمم کردن ورودی‌ها و ماکزیمم‌کردن خروجی‌ها می‌باشد. در حالی که واحدها و سازمان‌ها در فرایند فعالیت و تولید

[1]Data envelopment analysis
[2]Decision making units

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-06-06]
[DOR: 20.1001.1.22517286.2021.18.4.8.7]
[DOI: 10.52547/jamlu.18.4.103]

ممکن است علاوه بر تولید خروجی‌های مطلوب موردنیاز، خروجی‌های نامطلوبی بسته به سازمان مورد ارزیابی، مانند گازهای گلخانه‌ای، معوقات بانک‌ها، پرداخت مالیات، ذرات معلق در هوا، ضایعات و آلودگی و... را نیز تولید نمایند که حضور این خروجی‌ها می‌تواند به عنوان عوامل محیطی در کارایی واحدها تاثیر به‌سزایی داشته باشد. هدف از ارزیابی چنین واحدهایی، استفاده از روشی است که علاوه بر سازگار بودن با مفاهیم تئوری تولید، قادر به کاهش خروجی‌های نامطلوب و افزایش خروجی‌های مطلوب باشد. داکپو و همکاران در سال ۲۰۱۶ خلاصه‌ای از پنج روش عمده مدل‌سازی غیرپارامتری در مواجهه با خروجی‌های نامطلوب را ارایه کردند [۹]:

i. استفاده از خروجی‌های نامطلوب به عنوان ورودی با دسترسی‌پذیری آزاد [۱۰، ۱۱].

ii. استفاده از خروجی‌های نامطلوب به عنوان ورودی جهت تولید خروجی‌های مطلوب[۱۲] و استفاده از تغییر داده‌ها جهت تبدیل خروجی‌های نامطلوب به خروجی‌های مطلوب [۱۳].

iii. در نظر گرفتن خروجی‌های نامطلوب و مطلوب تحت اصل دسترسی‌پذیری ضعیف [۱۴، ۱۵]

iv. استفاده از شرایط تعادل مواد (تمام ورودی ها به خروجی تبدیل شود) [۱۶].

v. استفاده از دو تکنولوژی که در آن یک تکنولوژی خروجی مطلوب و دیگری خروجی نامطلوب تولید کند [۱۷، ۱۸].

به طور کلی، تمام روش‌های ذکرشده موافق و مخالفانی دارند و به نظر می‌رسد که توافق یکسانی در استفاده از یک روش به طور فراگیر وجود ندارد. به عنوان مثال، روش‌های (i)، (iii) و (iv) ممکن است دلالت بر غیرمعقولانه بودن شرایط میان ورودی‌ها، خروجی‌های مطلوب و نامطلوب باشد[۹،۱۸]. اگرچه، فارساند در سال ۲۰۰۹ و رودسز در سال ۲۰۱۷، ادعا کردند که اصل دسترسی‌پذیری ضعیف با قوانین فیزیک ناسازگار است، اما در این مورد اتفاق‌نظری وجود ندارد [۱۹،۱۷]. همچنین در روش (v) ممکن است مستقل بودن تکنولوژی‌ها غیرعملی باشد[۹]. ری و همکاران [۲۰] در مقاله اخیر خود در سال ۲۰۱۸ ادعا کردند که روش فار و گراسکوف(۲۰۰۳) و کاسمانن(۲۰۰۵) که در روش (iii) بیان شده است؛ محبوبیت گسترده‌ای در ادبیات و به طور خاص در چارچوب تحلیل اقتصاد محیطی بیشترین کاربرد را در عمل دارد [۹،۱۰]. تحولات صورت گرفته بر اصل دسترسی‌پذیری ضعیف را می‌توان در پژوهش‌های زیر بررسی نمود:

پودونسکی و همکاران درسال ۲۰۱۶، یک چارچوب برنامه‌ریزی خطی یکپارچه ارایه کردند که تکنولوژی‌ها خروجی‌های مطلوب و نامطلوب را با دسترسی‌پذیری ضعیف فرض می‌کنند[۲۱]. والادخانی و همکاران در سال ۲۰۱۶، رویکرد مضربی دسترسی‌پذیری ضعیف خروجی‌ها را ارایه کردند[۲۲]. چن و همکاران در سال ۲۰۱۷، مفهوم جدیدی به عنوان "شبه-دسترسی‌پذیری" معرفی کردند که دسترسی‌پذیری‌های ضعیف و قوی را به عنوان موارد خاص در نظر می‌گیرد[۲۳]. رشدی و همکاران در سال ۲۰۱۸، تکنولوژی دسترسی‌پذیری ضعیف را تعمیم دادند و مجموعه تکنولوژی کاب – داگلاس را به طور جداگانه در مقایسه با رویکرد دسترسی‌پذیری ضعیف کاسمانن (۲۰۰۵) ارایه کردند[۲۴]. فام و زلنیوک در سال ۲۰۱۸، یک روش تاکسونومی از مجموعه تکنولوژی‌های مرجع جهت تجزیه و تحلیل تولید غیرپارامتریک با استفاده از دسترسی‌پذیری ضعیف

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-06-06]
[DOR: 20.1001.1.22517286.2021.18.4.8.7]
[DOI: 10.52547/jamlu.18.4.103]

ارایه کردند [۲۵]. مهدیلو و پودونسکی در سال ۲۰۱۹، روشی جهت انتخاب دسترسی‌پذیری ضعیف و قوی در تجزیه و تحلیل کارایی ارایه کردند [۲۶].

همایون‌فر و امیرتیموری در سال ۱۳۹۸، به ارزیابی عملکرد متوازن تامین‌کنندگان با رویکرد ترکیبی دیماتل-تحلیل پوششی داده‌ها در حضور عوامل نامطلوب پرداختند که در این پژوهش پس از تعیین شاخص‌های با اهمیت کارت امتیاز متوازن در ارزیابی تامین‌کنندگان زنجیره‌تامین، از تکنیک دیماتل جهت تعیین روابط بازخوردی میان شاخص‌های اساسی استفاده شد و نهایتا این شاخص‌ها در قالب ورودی‌ها و خروجی‌های مدل دسترسی‌پذیری ضعیف تحلیل پوششی داده‌ها با در نظر گرفتن خروجی‌های نامطلوب جهت ارزیابی نهایی تامین‌کنندگان و تعیین امتیاز کارایی استفاده گردید[۲۷]. پیکانی و محمدی در سال ۱۳۹۸، به ارایه مدل تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای به منظور ارزیابی عملکرد واحدهای تصمیم‌گیرنده با ساختار دو مرحله‌ای در حضور خروجی‌های نامطلوب پرداختند در حالی که فرایند ارزیابی عملکرد با استفاده از مدل‌های کلاسیک تحلیل پوششی داده‌ها، واحدهای تصمیم‌گیرنده ، به صورت جعبه سیاه در نظرگرفته می‌شوند[۲۸]. جهانی صیادنویری و همکاران در سال۱۳۹۶، به ارزیابی کارایی هزینه زنجیره‌های تامین با سه مولفه، تامین‌کننده، تولیدکننده و تعمیر و بازیافت و همچنین جریان‌های روبه جلو و عقب پرداختند در حالی که عوامل دونقشی و خروجی نامطلوب در سیستم مشاهده می‌شوند[۲۹]. عزیزی و همکاران در سال ۱۳۹۵، رویکردی جدید جهت ارزیابی و انتخاب بهترین تامین‌کننده با استفاده از تحلیل پوششی داده‌ها با مرزهای کارا و ناکارا در حضور خروجی‌های نامطلوب و داده‌های نادقیق ارایه نمودند[۳۰].

اگرچه DEA کارایی نسبی DMU ها را در شرایط و ساختارهای متفاوت ارزیابی می‌کند. اما یکی از موضوعات مهمی که در DEA مورد توجه قرار گرفته نسبت‌های حاشیه‌ای ورودی‌ها و خروجی‌های DMUهای کارا می‌باشد. هوانگ و لی در سال ۱۹۹۷، اولین کسانی بودند که به بررسی نسبت‌های حاشیه‌ای خروجی‌ها با توجه به تغییرات ورودی‌ها پرداختند. آن‌ها یک روش کلی برای تعیین نرخ تغییرات خروجی‌ها به ورودی روی مرز کارایی DEA ارایه دادند. در این رویکرد، جنبه‌های کارایی تکنولوژی تولید DEA نقش مهمی ایفا می‌کنند [۳۱]. با دیدگاه مشابه، روزن و همکاران در سال ۱۹۹۸، به بررسی مساله نسبت‌های حاشیه‌ای بر روی مرزهای کارا و یک چارچوب کلی برای محاسبه تغییرات بین دو متغیر در DEA پرداختند. که در این رویکرد نیز جنبه‌های کارایی تکنولوژی تولید DEA نقش مهمی ایفا می‌کنند[۳۲].

کوپر و همکاران از مدل‌های جمعی برای تعیین نسبت‌های حاشیه‌ای و مقدار کشسانی DMU های کارا استفاده کردند. آن‌ها الگوریتمی را جهت جستجو بهینه هزینه در مورد قیمت یا وزن‌های مرتبط و خروجی‌های ثابت پیشنهاد کردند، آن‌ها همچنین تبادل نسبت‌های غیرحاشیه‌ای را نیز در نظر گرفتند[۳۳].

اسمیلد و همکاران [۳۴] در سال ۲۰۰۶، نگاهی متفاوت به مساله تخمین نسبت‌های حاشیه‌ای داشتند. آن‌ها از فرم پوششی مدل BCC بنکر و همکاران [۳۵] جهت تعیین نسبت‌های حاشیه‌ای استفاده کردند. آن‌ها به توسعه روش‌های ارزیابی تبادلات بزرگ‌تر بین متغیرهای DEA با روش نسبت‌های غیرحاشیه‌ای پرداختند.

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-06-06]
[DOR: 20.1001.1.22517286.2021.18.4.8.7]
[DOI: 10.52547/jamlu.18.4.103]

در همان سال‌ها، پریور و سروکا، از تکنیک‌های توسعه‌یافته DEA جهت تخمین نسبت‌های حاشیه‌ای جهت شناسایی گروه‌های استراتژیکی در صنعت بانکداری اسپانیا پرداختند[۳۶]. خوش اندام و همکاران در سال ۲۰۱۴، به ارزیابی عملکرد در صنعت بانکداری و ارتباط بین نسبت‌های حاشیه‌ای و عوامل غیرقابل کنترل در DEA پرداختند. روش ارایه‌شده این امکان را فراهم می‌آورد که چگونه یک واحد کارآمد در دو محیط مختلف عمل خواهد کرد و این‌که امتیاز کارایی به موقعیت‌های واحدهای قرار گرفته در بیشترین یا کم‌ترین محیط مطلوب بستگی دارد[۳۷]. همچنین در مطالعه‌ای مشابه در سال ۲۰۱۵، به بررسی موضوع اصلی پژوهش مذکور، جهت یافتن اثر تغییرات در یک یا چند عامل نامطلوب بر روی خروجی‌های مطلوب یا بالعکس پرداخته شده است که این امر نیازمند ایجاد ارتباط بین عوامل نامطلوب و نسبت‌های حاشیه‌ای می‌باشد. بیشتر رویکردهای مربوط به تعیین نسبت‌های حاشیه‌ای فرض می‌کنند که تمام عوامل ورودی‌ها و خروجی‌ها می‌توانند در اختیار تصمیم‌گیرنده باشد، اما متغیرهای غیرقابل کنترل (محیطی) نیز وجود دارد که در اختیار تصمیم‌گیرنده نیست و می‌تواند اثرات قابل ملاحظه‌ای بر کارایی و نسبت‌های حاشیه‌ای ایفا نماید[۳۸].

با توجه به مطالعات و بررسی‌های صورت گرفته در مباحث تحلیل پوششی داده‌ها و خروجی‌های نامطلوب و انواع مدل‌های موجود و روش‌های حل آن‌ها، بررسی تاثیر متغیرها بر یکدیگر یکی از موضوعات مهم مدیریتی می‌باشد. گاهی اوقات کاهش ورودی‌ها جهت کاهش خروجی‌های نامطلوب در بلند مدت سبب کاهش سودآوری می‌گردد، بنابراین برخی سازمان‌ها حاضر به افزایش هزینه‌های سرمایه‌گذاری و عملیاتی کوتاه مدت جهت دستیابی به اهداف بلند می‌باشند. در این تحقیق سعی برآن شده است تا ضمن بررسی و ارایه مدل توسعه‌یافته DEA جهت ارزیابی کارایی شعب بانک با حضور عوامل نامطلوب و غیرقابل کنترل محیطی به بررسی نسبت‌های حاشیه‌ای عوامل نامطلوب بر ورودی‌ها و خروجی‌های مطلوب بپردازد.

در بخش دوم به توسعه‌ی مدل DEA با حضور عوامل نامطلوب و غیرقابل کنترل محیطی پرداخته می‌شود. در بخش سوم مطالعه‌ی کاربردی برای حل مدل ارایه‌شده بیان می‌گردد و نتایج محاسباتی حاصل از این تجزیه و تحلیل ارایه می‌شود. در نهایت در بخش چهارم، جمع‌بندی مطالب و نتیجه‌گیری آورده شده است.

۲ مدل کارایی‌سنجی تحلیل پوششی داده‌ها با دسترسی‌پذیری مدیریتی و حضور عوامل غیرقابل کنترل

۲-۱ مدل‌های کلاسیک DEA

اولین مدل تحلیل پوششی داده‌ها باعنوان CCR[1]، توسط چارنز و همکاران (۱۹۷۸) ارایه شده است که در اینجا به صورت اجمالی به آن پرداخته می‌شود. یک مجموعه با J (DMU) در نظر بگیرید که هر DMU_j $\left(j=1,...,J\right)$ از m ورودی[2] x_{ij} $\left(i=1,...,m\right)$ برای تولید s خروجی[3] y_{rj} $\left(r=1,...,s\right)$ استفاده می‌کند. فرض کنید بردارهای ورودی و خروجی برای هر DMU_j که، $j=1,...,J$ به صورت $\left(x_j,y_j\right)$ نمایش داده شود، به طوری که برای هر j، مؤلفه‌های این بردار نامنفی باشند و حداقل یک مؤلفه‌ی هر بردار ورودی و بردار

[1] Input
[2] Output

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-06-06]
[DOR: 20.1001.1.22517286.2021.18.4.8.7]
[DOI: 10.52547/jamlu.18.4.103]

خروجی مثبت باشد. مجموعه‌ی همه‌ی (x, y)های شدنی را که مجموعه‌ی امکان تولید[1] (PPS) می‌نامند و با T نمایش می‌دهند به صورت زیر تعریف می‌کنند:

$T = \{(x, y) \mid$ ورودی x بتواند خروجی y را تولید کند $\}$

$$Max \frac{\sum_{r=1}^{s} u_r y_{ro}}{\sum_{i=1}^{m} v_i x_{io}} \quad (1)$$

$$s.t. \frac{\sum_{r=1}^{s} u_r y_{rj}}{\sum_{i=1}^{m} v_i x_{ij}} \le 1, \quad j = 1,2,...,J,$$

$$u_r \ge 0, v_i \ge 0.$$

مدل برنامه‌ریزی کسری فوق به مدل کسری CCR معروف است که بازده به مقیاس ثابت می‌باشد. در این مدل: u_r، وزن خروجی r ام؛ v_i وزن ورودی i ام؛ و o، اندیس واحد تصمیم‌گیرنده تحت بررسی است $(o \in \{1,2,...,J\})$. y_{ro} و x_{io} نیز، به ترتیب، مقادیر خروجی r ام و ورودی i ام برای واحد تحت بررسی (واحد o) هستند. همچنین y_{rj} و x_{ij} نیز، به ترتیب، مقادیر خروجی r ام و مقدار ورودی i ام برای واحد j ام هستند. S، تعداد خروجی؛ m، تعداد ورودی؛ و J نیز بیانگر تعداد واحدهاست. تعریف کارایی در مدل کسری CCR عبارت است از "حاصل تقسیم مجموع موزون خروجی‌ها بر مجموع موزون ورودی‌ها".

سپس بنکر و همکاران (۱۹۸۴) مدل را به بازده به مقیاس متغیر توسعه داده و آن را BCC نامگذاری نمودند. مدل‌های بازده به مقیاس ثابت محدودتر از مدل‌های بازده به مقیاس متغیر هستند، زیرا مدل بازده به مقیاس ثابت واحدهای کارای کمتری را در بر می‌گیرد.

$$Max \frac{\sum_{r=1}^{s} u_r y_{ro} + W}{\sum_{i=1}^{m} v_i x_{io}} \quad (2)$$

$$s.t. \frac{\sum_{r=1}^{s} u_r y_{rj} + W}{\sum_{i=1}^{m} v_i x_{ij}} \le 1, \quad j = 1,2,...,J,$$

$$u_r \ge 0, v_i \ge 0.$$

یکی از محدودیت‌های مدل‌های کلاسیک تحلیل پوششی داده‌ها عدم لحاظ کردن خروجی‌های نامطلوب در فرایند تولید است و این ناتوانی مدل‌های کلاسیک تاثیرات خروجی‌های نامطلوب را در کارایی واحدها نادیده می‌گیرد [۳۵]. یکی از روش‌های در نظر گرفتن خروجی‌های نامطلوب در فرایند تولید را کاسمانن (۲۰۰۵) ارایه

[3] Production possibility set

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-06-06]
[DOR: 20.1001.1.22517286.2021.18.4.8.7]
[DOI: 10.52547/jamlu.18.4.103]

کرد که آن را اصل دسترسی‌پذیری ضعیف[1] نامید؛ که به‌جای استفاده از یک فاکتور انقباضی یکنواخت، از فاکتور انقباضی غیریکنواخت در مولفه‌های خروجی مطلوب و نامطلوب هریک از واحدها استفاده کرد. فرض کنید که J واحد تحت ارزیابی وجود داشته باشد و داده‌های jامین واحد $(j=1,...,J)$به وسیله بردار (x_j,v_j,w_j) نشان داده شوند و ورودی x خروجی‌های مطلوب $v_j=(v_{1j},...,v_{pj})$ و خروجی‌های نامطلوب $w_j=(w_{1j},...,w_{fj})$ را تولید نماید. تکنولوژی تولید با مجموعه تولید $Y=\{(x,v,w)\}$ نشان داده می‌شود. چنانچه کاهش خروجی نامطلوب از طریق کاهش سطح فعالیت انجام شود، ضریب θ را می‌توان به عنوان عامل انقباض تعریف کرد. اگر θ_j به عنوان فاکتور انقباضی واحد j ام در نظر گرفته شود، جهت خطی کردن به دو قسمت $\theta_j=\mu_j+\lambda_j$ تجزیه می‌شود. مولفه‌ی μ_j نمایش‌گر قسمتی از خروجی است که با سطح فعالیت کاهش می‌یابد، در صورتی که مولفه‌ی λ_j نمایش‌گر قسمتی از خروجی واحد j ام است که فعال باقی می‌ماند[۱۵]. مجموعه امکان تولید خطی با اصل دسترسی‌پذیری ضعیف ارایه‌شده توسط کاسمانن (۲۰۰۵) به صورت ذیل می‌باشد:

$$
\begin{aligned}
&T_J=\{(x,v,w):\textstyle\sum_{j=1}^{J}(\mu_j+\lambda_j)x_{ij}\le x_{io} && i=1,...,m\\
&\textstyle\sum_{j=1}^{J}\lambda_j v_{pj}\ge v_{po} && p=1,...,P\\
&\textstyle\sum_{j=1}^{J}\lambda_j w_{fj}=w_{fo} && f=1,...,F\\
&\textstyle\sum_{j=1}^{J}(\mu_j+\lambda_j)=1\\
&\mu_j,\lambda_j\ge 0 && j=1,...,J\}
\end{aligned}
\qquad (۳)
$$

حضور خروجی‌های نامطلوب، تحت عنوان عوامل محیطی نقش مهمی در برآورد میزان کارایی واحدها دارد. در ارزیابی چنین واحدهایی، هدف استفاده از روشی است که به کمک آن قادر به کاهش خروجی‌های نامطلوب و افزایش خروجی‌های مطلوب باشیم. سویوشی و گوتو درسال ۲۰۱۲، مفهوم دیگری از دسترسی‌پذیری‌ها را با عنوان دسترسی‌پذیری مدیریتی[2] جهت حفاظت از محیط زیست ارایه کردند. این اصل بیان می‌کند که، شرکت یک بردار ورودی را جهت کاهش خروجی‌های نامطلوب با استفاده از نوآوری‌های تکنولوژیکی یا مدیریتی افزایش می‌دهد. با توجه به افزایش حداقل یکی از بردارهای ورودی، شرکت تا حد امکان خروجی مطلوب را افزایش و خروجی نامطلوب را کاهش می‌دهد[۳۹]. بنابراین تکنولوژی تولید با اصل دسترسی‌پذیری مدیریتی به صورت ذیل نشان داده می‌شود:

$$
P_T^M=\left\{(v,w)\,|\,v\le\sum_{j=1}^{J}v_J\,\lambda_J\ ,\ w\ge\sum_{j=1}^{J}w_J\lambda_J\ \ ,x\le\sum_{j=1}^{J}x_j\lambda_j\ ,\sum_{j=1}^{J}\lambda_j=1,\quad j=1,\ldots,J\right\}\qquad (۴)
$$

[1]Weak Disposability
[2]Managerial Disposability

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-06-06]
[DOR: 20.1001.1.22517286.2021.18.4.8.7]
[DOI: 10.52547/jamlu.18.4.103]

تفاوت دسترسی‌پذیری ضعیف کاسمانن و دسترسی‌پذیری مدیریتی سویوشی و گوتو در دو قید ورودی‌ها و خروجی‌های نامطلوب می‌باشد؛ در قید ورودی‌ها در اصل دسترسی‌پذیری ضعیف $\sum_{j=1}^{J}(\mu_j+\lambda_j)x_{ij}\le x_{io}$ هدف کاهش ورودی‌ها است، اما در دسترسی‌پذیری مدیریتی $\sum_{j=1}^{J}x_{ij}\lambda_j\ge x_{io}$، هدف افزایش حداقل یک ورودی جهت کاهش خروجی‌های نامطلوب می‌باشد. همچنین قید خروجی‌های نامطلوب $\sum_{j=1}^{J}\lambda_j w_{fj}=w_{fo}$ دراصل دسترسی‌پذیری ضعیف منطقه‌ی مرز کارایی خروجی‌های نامطلوب روی ترکیب محدب همه‌ی خروجی‌های نامطلوب مشاهده‌شده، می‌باشد. در مقابل در اصل دسترسی‌پذیری مدیریتی $\sum_{j=1}^{J}w_{fj}\lambda_j\le w_{fo}$ منطقه‌ی مرز کارایی خروجی‌های نامطلوب برروی یا پایین ترکیب محدب مشاهده‌شده از خروجی‌های نامطلوب می‌باشد. همچنین در دسترسی‌پذیری مدیریتی هدف کاهش خروجی‌های نامطلوب می‌باشد. اما در دسترسی‌پذیری ضعیف هدف افزایش خروجی‌های مطلوب است و کاهش خروجی نامطلوب در اولویت بعدی قرار دارد[۴۰].

در مسایل واقعی و موارد متعددی از کاربرد تحلیل پوششی داده‌ها جهت ارزیابی کارایی واحدهای مورد نظر، بنکر و موری (۱۹۸۶) بیان کردند که برخی از مولفه‌های ورودی/خروجی یا عوامل تاثیرگذار در عملکرد سیستم‌ها تحت کنترل مدیر سیستم نمی‌باشد و خارج از کنترل انسان است. روجیرو(۱۹۹۶) بیان نمود که اگرچه مدل بنکر و موری اندازه کارایی را بدون اثر مقادیر غیرقابل کنترل بر آن به‌طور دقیق‌تر محاسبه می‌کنند؛ اما مجموعه مرجع را برای واحدهای تحت بررسی به اندازه کافی محدود نمی‌کند، پس تاثیر و اهمیت متغیرهای محیطی را به روی تولید منعکس نمی‌شود یعنی، یک واحد کارای با شرایط سخت ممکن است ناکارا باشد زیرا با واحدهایی که در شرایط مطلوب‌تر و مناسب‌تر هستند، مقایسه می‌گردد. بنابراین روجیرو محدودیت‌هایی در مدل اعمال نمود که بیان‌کننده حضور مجموعه مرجع واحدهای تحت بررسی در یک محیط مشابه یا سخت‌گیرانه‌تر می‌باشد.

$$\lambda_j\ge 0 \qquad \forall j, z_j\le z_o$$
$$\lambda_j=0 \qquad \forall j, z_j\not\le z_o$$

با این محدودیت مضارب λ_j برای واحدهایی که از دیدگاه عوامل غیرقابل کنترل، در محیطی مساعدتر از واحد تحت بررسی فعالیت می‌کنند برابر صفر در نظر گرفته می‌شود یعنی این واحدها نمی‌توانند عضوی از مجموعه مرجع باشند و در مقابل، مضارب λ_j برای واحدهایی که از این دیدگاه در محیط مشابه و یا سخت‌گیرانه‌تری از واحد تحت بررسی فعایت می‌کنند بزرگ‌تر یا مساوی صفر در نظر گرفته می‌شود، این انتخاب به معنای این است که مجموعه مرجع فقط شامل همین واحدها می‌باشد [۳۷، ۴۱].

با توجه به توضیحات ارایه‌شده در باب اصول دسترسی‌پذیری‌های ضعیف و مدیریتی که هدف، کاهش خروجی‌های نامطلوب می‌باشد، مدل کارای‌سنجی با در نظر گرفتن خروجی‌های نامطلوب و عوامل غیرقابل‌کنترل به شرح ذیل می‌باشد:

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-06-06]
[DOR: 20.1001.1.22517286.2021.18.4.8.7]
[DOI: 10.52547/jamlu.18.4.103]

$$
\begin{aligned}
&Max\ \varphi \\
&s.t. \\
&\textstyle\sum_{j=1}^{J}(\mu_j+\lambda_j)x_{ij}^{(M)} \ge x_{io}^{(M)} && i=1,...,m_1 \\
&\textstyle\sum_{j=1}^{J}(\mu_j+\lambda_j)x_{ij}^{(w)} \le x_{io}^{(w)} && i=1,...,m_2 \\
&\textstyle\sum_{j=1}^{J}\lambda_j v_{pj} \ge \varphi v_{po} && p=1,...,P \\
&\textstyle\sum_{j=1}^{J}\lambda_j w_{fj} \le w_{fo} && f=1,...,F \\
&\textstyle\sum_{j=1}^{J}(\mu_j+\lambda_j)=1 && j=1,...,J \\
&\lambda_j \ge 0 && \forall j, z_j \le z_o \\
&\lambda_j = 0 && \forall j, z_j \not\le z_o \\
&\lambda_j \mu_j \ge 0.
\end{aligned}
\qquad (۵)
$$

در مدل (۵) v_{po}، w_{fo} و x_{io} نیز به ترتیب، مقادیر خروجی مطلوب p ام، خروجی نامطلوب f ام و ورودی i ام برای واحد تحت بررسی (واحد o) هستند. همچنین v_{pj}, w_{fj}, x_{ij} نیز به ترتیب، مقادیر ورودی i ام، خروجی مطلوب p ام و خروجی نامطلوب f ام برای واحد j ام هستند. P تعداد خروجی مطلوب، F تعداد خروجی نامطلوب، m_1 تعداد ورودی‌های اصل دسترسی‌پذیری مدیریتی، m_2 تعداد ورودی اصل دسترسی‌پذیری ضعیف و J نیز بیانگر تعداد واحدها می‌باشد. محدودیت $\sum_{j=1}^{J}(\mu_j+\lambda_j)x_{ij}^{(M)} \ge x_{io}^{(M)}$ بیانگر افزایش یکی از ورودی‌ها بنا بر اصل دسترسی‌پذیری مدیریتی جهت کاهش خروجی‌های نامطلوب می‌باشد. محدودیت دوم $\sum_{j=1}^{J}(\mu_j+\lambda_j)x_{ij}^{(w)} \le x_{io}^{(w)}$ نمایشگر کاهش تعداد ورودی‌ها بنا بر اصل دسترسی‌پذیری ضعیف، جهت کاهش خروجی‌های نامطلوب است. محدودیت $\sum_{j=1}^{J}\lambda_j v_{pj} \ge \varphi v_{po}$ بیانگر افزایش خروجی‌های مطلوب و محدودیت $\sum_{j=1}^{J}\lambda_j w_{fj} \le w_{fo}$ بیانگر کاهش خروجی‌های نامطلوب است. محدودیت $\sum_{j=1}^{J}(\mu_j+\lambda_j)=1$ بیانگر بازده به مقیاس متغیر است که از جمع متغیرهای μ و λ برابر ۱ محاسبه می‌شود. محدودیت‌های $\lambda_j \ge 0, \lambda_j = 0$ بیان‌کننده عوامل غیرقابل کنترل هستند بدین معنی که، هر واحد با واحدی در شرایط مشابه خود یا واحدی در شرایط سختگیرانه‌تر مقایسه می‌گردد.

۲-۲ نسبت‌های حاشیه‌ای[1] (MRS)

پس از تعیین کارایی واحدهای تصمیم‌گیرنده در فرایند تولید، می‌توان به بررسی تغییر یک (گروهی) از شاخص‌ها برروی یک (گروهی) از شاخص‌های دیگر پرداخت که اطلاعات مهمی را در اختیار سازمان جهت تصمیم‌گیری بهتر ارایه می‌کند. بنابراین نسبت‌های حاشیه‌ای بین ورودی‌ها و خروجی‌ها در تحلیل پوششی داده‌ها جهت این امر، بسیار مورد استفاده قرار می‌گیرد [۲۶]. خوش اندام و همکاران به ارایه مدلی جهت بررسی نسبت‌های حاشیه‌ای در حضور خروجی‌های نامطلوب پرداختند. در حالت کلی فرض می‌کنیم هر DMU از M

[1] Marginal rates of substitution

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-06-06]
[DOR: 20.1001.1.22517286.2021.18.4.8.7]
[DOI: 10.52547/jamlu.18.4.103]

ورودی جهت تولید S خروجی (مطلوب و نامطلوب) استفاده می‌کند. بنابراین هر DMU_j به‌وسیله بردار $z_j=(-x_0,y_0)^t$ که $x_j=(x_{1j},...,x_{mj})$ و $y_j=(y_{1j},...,y_{sj})$ می‌باشد، توصیف می‌شود.

نظر به نقطه‌ی کارا $z_0=(-x_0,y_0)$ در تابع تولید، نسبت‌های حاشیه‌ای p امین ظرفیت به q امین ظرفیت در Z_0 به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$MRS^{+}_{pq(z_o)}=\left(\frac{\partial z_{p0}}{\partial z_{q0}}\right)_{z^{+}_{0}}$$

$$MRS^{-}_{pq(z_o)}=\left(\frac{\partial z_{p0}}{\partial z_{q0}}\right)_{z^{-}_{0}}$$

اسمیلد (۲۰۰۶) گام‌های چهارگانه زیر را جهت محاسبه نسبت‌های حاشیه‌ای معرفی نموده است:

۱- تعیین یک مقدار جزیی h

۲- حل مساله LP و محاسبه ارزش X^* و v^*.

$$
\begin{aligned}
&Max \quad X^*\\
&s.t.\\
&\textstyle\sum_{j=1}^{J}(\mu_j+\lambda_j)x_{ij}^{(M)}\geq x_{io}^{(M)} && i=1,...,m_1,\ i\neq t\\
&\textstyle\sum_{j=1}^{J}(\mu_j+\lambda_j)x_{tj}^{(M)}\geq X^* &&\\
&\textstyle\sum_{j=1}^{J}(\mu_j+\lambda_j)x_{ij}^{(w)}\leq x_{io}^{(w)} && i=1,...,m_2\\
&\textstyle\sum_{j=1}^{J}\lambda_j v_{pj}\geq v_{po} && p=1,...,P\\
&\textstyle\sum_{j=1}^{J}\lambda_j w_{fj}\leq w_{fo} && f=1,...,F,\ f\neq l\\
&\textstyle\sum_{j=1}^{J}\lambda_j w_{lj}\leq w_{lo}\pm h &&\\
&\textstyle\sum_{j=1}^{J}(\mu_j+\lambda_j)=1 && j=1,...,J,\\
&\lambda_j\geq 0 && \forall j\ni z_j\leq z_o\\
&\lambda_j=0 && \forall j\ni z_j\not\leq z_o\\
&\lambda_j,\mu_j,X^*\geq 0.
\end{aligned}
\qquad (۶)
$$

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-06-06]

[DOR: 20.1001.1.22517286.2021.18.4.8.7]
[DOI: 10.52547/jamlu.18.4.103]

$$
\begin{aligned}
&Max \quad v^* \\
&s.t. \\
&\textstyle\sum_{j=1}^{J}(\mu_j+\lambda_j)x_{ij}^{(M)} \geq x_{io}^{(M)} && i=1,...,m_1, \\
&\textstyle\sum_{j=1}^{J}(\mu_j+\lambda_j)x_{ij}^{(w)} \leq x_{io}^{(w)} && i=1,...,m_2, \\
&\textstyle\sum_{j=1}^{J}\lambda_j v_{pj} \geq v_{po} && p=1,...,P,\ p\neq r \\
&\textstyle\sum_{j=1}^{J}\lambda_j v_{rj} \geq v^* \\
&\textstyle\sum_{j=1}^{J}\lambda_j w_{fj} \leq w_{fo} && f=1,...,F\ ,\ f\neq l \\
&\textstyle\sum_{j=1}^{J}\lambda_j w_{lj} \leq w_{lo}\pm \mathrm{h} \\
&\textstyle\sum_{j=1}^{J}(\mu_j+\lambda_j)=1 && j=1,...,J \\
&\lambda_j \geq 0 && \forall j, z_j \leq z_O \\
&\lambda_j = 0 && \forall j, z_j \not\leq z_O \\
&\lambda_j,\mu_j,v^* \geq 0.
\end{aligned}
\qquad (۷)
$$

محدودیت $\sum_{j=1}^{J}\lambda_j w_{lj} \leq w_{lo} \pm h$ بیانگر این است که با افزایش یا کاهش میزان مشخصی از خروجی‌های نامطلوب چه میزان ورودی‌های برگرفته از اصل دسترسی‌پذیری مدیریتی $\sum_{j=1}^{J}(\mu_j+\lambda_j)x_{ij}^{(M)} \geq X^*$ را می‌توان افزایش داد. همچنین میزان خروجی‌های مطلوب $\sum_{j=1}^{J}\lambda_j v_{rj} \geq v^*$ چه مقدار افزایش یا کاهش می‌یابد.

۳- محاسبه نسبت‌های حاشیه‌ای راست:

$$MRS_{pq}^{+}(z_0)=\frac{X^*-X_t}{h}, \quad MRS_{pq}^{+}(z_0)=\frac{v^*-v_r}{h}$$

۴- انجام گام های ۲ و ۳ برای h– جهت محاسبه نسبت‌های حاشیه‌ای چپ.

مساله LP گام دوم میزان تغییرات p امین ظرفیت به q امین ظرفیت را با تغییر مقدار h محاسبه می‌کند و مقدار بیشینه X^* و v^* تابع هدف می‌باشد که تضمین‌کننده قرارگیری واحد بر روی مرز کارایی است.

با حضور عامل غیرقابل کنترل، نسبت‌های حاشیه‌ای تغییرات مهم و اساسی را در حداکثر مقدار تغییرات واحد مورد نظر بیان می‌دارد.

۳ مطالعه کاربردی

در این بخش مدل پیشنهادی جهت محاسبه کارایی و نسبت‌های حاشیه‌ای با عوامل غیرقابل کنترل و خروجی‌های نامطلوب در ۳۳ شعبه یکی از بانک‌های تجاری استان گیلان پیاده‌سازی می‌شود که هر شعبه به عنوان یک واحد تصمیم‌گیرنده در نظر گرفته شده است. در این تحقیق چهار ورودی، سه خروجی مطلوب و یک خروجی نامطلوب را با استفاده از سیستم نظرسنجی دلفی در نظر می‌گیریم.

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-06-06]
[DOR: 20.1001.1.22517286.2021.18.4.8.7]
[DOI: 10.52547/jamlu.18.4.103]

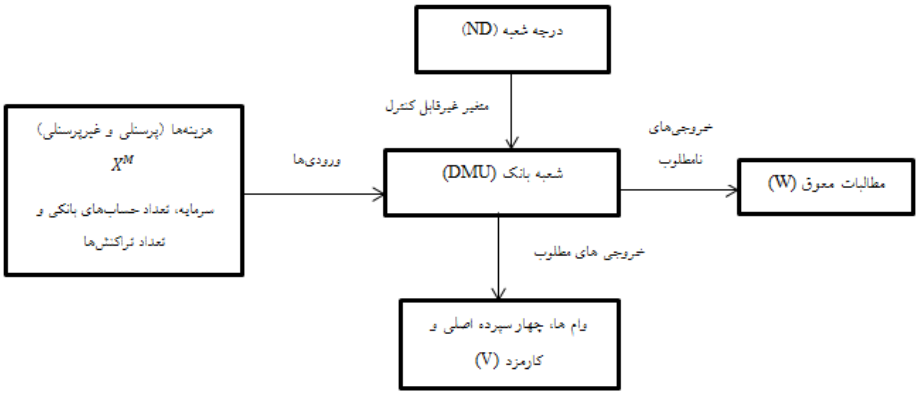
ورودی‌ها عبارتند از: هزینه (هزینه‌های پرسنلی و غیرپرسنلی، x_1) با فرض دسترسی‌پذیری مدیریتی؛ سرمایه (x_2)، تعداد حساب‌های بانکی (x_3) (با وزن اهمیت ۰/۳ برای سپرده کوتاه مدت،۰/۲برای سپرده بلند مدت و ۰/۷ برای حساب‌های قرض الحسنه) و تعداد تراکنش‌ها (x_4) با فرض دسترسی‌پذیری ضعیف.

خروجی‌های مطلوب عبارتند از: چهار سپرده اصلی (o_1)، کارمزد (o_2)، وام‌ها (o_3).

خروجی نامطلوب عبارت است از: مطالبات معوق (o_4).

همچنین عوامل غیر قابل کنترل محیطی شامل درجه شعبه می‌باشد که ۱۲ شعبه اول درجه ۲ و ۲۱ شعبه دوم درجه ۴ در نظر گرفته شده است.

فرآیند کاری در هر یک از شعب بانکی در شکل ۱ توصیف شده است.



شکل ۱. فرآیند کاری در هریک از شعب بانکی

به‌دلیل ملاحظات موجود از ارایه جزییات مقادیر کمی شاخص‌ها معذوریم؛ لذا خلاصه‌ی آماری اطلاعات مربوط به ورودی‌ها و خروجی‌ها در جدول ۱ گنجانده شده است.

جدول ۱. خلاصه‌ی آماری اطلاعات مربوط به ورودی‌ها و خروجی‌ها (ارقام به ۱میلیون (۱.۰۰۰.۰۰۰) ریال)

	هزینه‌ها (x_1)	سرمایه (x_2)	تعداد حساب بانکی (x_3)	تعداد تراکنش‌ها (x_5)	چهار سپرده اصلی (y_1)	کارمزد (y_2)	وام‌ها (y_3)	معوقات (y_4)
MEAN	۴۸۰۶/۷۵۶۸	۴۸۹۰۷/۰۱۱	۴۹۴۵/۱۸۸۸	۹۹۵۶۲	۷۹۳۸۶۸/۸۳	۷۷۹۲۵/۰۱۶	۷۳۲۷۰۶/۷	۷۹۰۱/۳۱۴
ST.D	۱۰۵۷/۹۸۵۲	۱۱۵۳۱/۸۶	۱۰۱۹/۸۹۸۱	۵۰۷۲۵	۱۲۲۶۶۶/۱	۱۲۷۳۷/۳۱	۱۰۹۸۲/۲۷	۱۱۱۳/۲۵۵۷
MAX	۳۰۵۳/۹۸۸۱۶۷	۲۷۸۴۵/۹۳۵۱۸	۲۹۹۹/۵۹۸۶۳۹	۷۲۸۵۱/۱۸۱۸۲	۴۶۴۱۵۸/۷۸۴۵	۴۲۹۰۰/۲۸۹۱۲	۲۸۵۰۲۸/۱	۴۵۱۳/۴۵۳۴۶۴
MIN	۱۲۶۳/۶۲۴۸۸	۱۲۳۳۶/۵۵۷۳۲	۱۲۳۰/۰۸۴۹۴۴	۱۶۴۶۹/۹۴۵۵۵	۲۲۰۰۶۶/۹۶۵۵	۲۰۰۱/۴۲۳۱۱	۱۷۶۴۶۲/۹	۲۰۷۰/۵۹۸۶۵۱

پس از مشخص نمودن ورودی‌ها و خروجی‌های بانک و درنظر گرفتن شعب بانک به عنوان عامل غیرقابل کنترل با استفاده از مدل (۵) که رویکردی از حضور خروجی‌های نامطلوب با تلفیق اصل دسترسی‌پذیری ضعیف کاسمانن(۲۰۰۵) و اصل دسترسی‌پذیری مدیریتی سویوشی(۲۰۱۲) می‌باشد ۳۳ شعبه مورد ارزیابی قرار می‌گیرند. نتایج پیاده‌سازی مدل در نرم افزار GAMS نشان می‌دهد که کدامیک از واحدها به صورت کارا و کدام یک به صورت ناکارا عمل می‌کنند. نتایج نرم‌افزار در جدول ۲ نشان داده شده است.

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-06-06]
[DOR: 20.1001.1.22517286.2021.18.4.8.7]
[DOI: 10.52547/jamlu.18.4.103]

جدول ۲. کارایی واحدها و مقادیر متغیرهای کمکی

کارایی	SO4	SO3	SO2	SO1	SI4	SI3	SI2	SI1	درجه شعبه Z	واحد
۰/۴۷۲	۷۱۳/۷۱	۸۸۸۴/۰۱	۲۱۹۳۶/۹۲	۰	۱۹۴۵/۴۹	۱۳۵۹/۲۵	۰	۲۱۷۶/۳۴	۲	۱
۱/۰۰۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۲	۲
۱/۰۰۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۲	۳
۰/۷۳۴	۰	۰	۰	۹۷۲۱۶/۲۲	۳۰۳۴۹/۷۲	۰	۰	۳۳۳/۸۴	۲	۴
۰/۶۴۹	۰	۲۹۵۶۷/۷۲	۰	۷۰۸۸۷/۴۷	۲۹۱۳۸/۹۵	۱۵۰/۴۹	۰	۱۳۰۴/۹۹	۲	۵
۰/۵۵۲	۰	۱۶۳۹۶۰/۶۸	۰	۰	۲۶۶۸۱/۶۰	۰	۰	۱۸۲۵/۱۸	۲	۶
۱/۰۰۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۲	۷
۱/۰۰۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۲	۸
۱/۰۰۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۲	۹
۱/۰۰۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۲	۱۰
۱/۰۰۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۲	۱۱
۱/۰۰۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۲	۱۲
۰/۷۵۷	۹۹۴/۰۶	۱۴۳۶۸۶/۳۵	۰	۲۲۴۸۲۶/۴۴	۰	۰	۱۴۲۱۷/۹۸	۱۰۲۲/۳۲	۴	۱۳
۱/۰۰۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۴	۱۴
۱/۰۰۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۴	۱۵
۱/۰۰۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۴	۱۶
۱/۰۰۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۴	۱۷
۱/۰۰۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۴	۱۸
۰/۸۴۱	۲۰۴۶/۶۰	۴۳۵۶۴۰/۲۲	۳۹۱۱۱/۴۷	۰	۹۲۵۵/۲۳	۲۵۰۳/۶۶	۴۵۴۹	۰	۴	۱۹
۱/۰۰۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۴	۲۰
۱/۰۰۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۴	۲۱
۱/۰۰۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۴	۲۲
۰/۹۷۸	۲۹۳۳/۰۵	۱۵۷۳۶۱/۶۹	۰	۲۴۴۸۶/۹۴	۲۹۸۶۸/۵۵	۳۵۸۲/۳۸	۰	۱۱۸۷/۵۸	۴	۲۳
۰/۷۰۵	۰	۰	۱۵۵۵۶/۱۷	۰	۶۲۳۱/۸۶	۱۴۶۴/۵۳	۰	۰	۴	۲۴
۰/۵۰۳	۰	۶۰۳۶۸/۴۴	۰	۰	۴۵۵۳/۱۵	۰	۰	۰	۴	۲۵
۱/۰۰۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۴	۲۶
۱/۰۰۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۴	۲۷
۰/۶۴۵	۳۹/۶۶	۰	۱۴۸۱۱/۲۴	۶۳۷۴۹/۴۷	۲۳۱۷۴/۳۵	۱۱۵۴/۱۸	۳۲۴۳۲/۲۵	۰	۴	۲۸
۰/۸۵۸	۲۸۱۲/۳۸	۰	۷۹۲۰/۳۰	۳۰۲۱۶/۴۴	۳۰۹۷۰	۱۲۶۴/۶۹	۱۹۲۳/۸۵	۱۰۲۱/۵۲	۴	۲۹
۱/۰۰۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۴	۳۰
۰/۸۷۹	۰	۲۲۸۶۷۹/۹۰	۹۰۷۱/۰۳	۰	۲۸۶۳۷/۱۲	۱۳۹۰/۷۶	۱۷۸۹/۰۱	۰	۴	۳۱
۱/۰۰۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۴	۳۲
۱/۰۰۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۴	۳۳

با توجه به نتایج به‌دست آمده از جدول۲، می‌توانیم به دسته‌بندی واحدهای تصمیم‌گیرنده بپردازیم. نتایج نشان داد که ۲۱ واحد (۲،۳،۷،۸،۹،۱۰،۱۱،۱۲،۱۴،۱۵،۱۶،۱۷،۱۸،۲۰،۲۱،۲۲،۲۶،۲۷،۳۰،۳۲،۳۳) دارای کارایی یک (کارا) و ۱۲ واحد ناکارا می‌باشند. با توجه به این‌که نسبت‌های حاشیه‌ای باید برای واحدهای مرزی (کارا) محاسبه گردد، شعب ناکارا ابتدا تصویر گردید و سپس تصویر کارا برای تحلیل در نظر گرفته شد. شعب سوم و هفتم و نهم کارا می‌باشد اما شعبه چهار (۴) که به عنوان واحد ناکارا شناخته شد جهت رسیدن به نقطه‌ی کارا و تصویرشدن

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-06-06]
[DOR: 20.1001.1.22517286.2021.18.4.8.7]
[DOI: 10.52547/jamlu.18.4.103]

برروی مرز کارایی موظف به افزایش ۳۳۳/۸۴ واحد در هزینه‌های خود، افزایش میزان ۳۰۳۴۹/۷۲ در تعداد تراکنش‌ها و همچنین افزایش ۹۷۲۱۶/۲۲ واحدی در تعداد چهار سپرده اصلی می‌باشد. همین‌طور شعبه بیست وپنج نیز به عنوان واحد ناکارا جهت رسیدن به مرز کارایی باید تعداد ۴۵۵۳/۱۵ واحد در تعداد تراکنش‌ها و میزان ۶۰۳۶۸/۴۴ واحد در تعداد وام‌های خود افزایش ایجاد نماید.

پس از اینکه شعب کارای بانک تجاری مشخص گردید، قادر به محاسبه‌ی میزان تاثیر تغییرات ۱۰۰۰ واحد مطالبات معوق بر هزینه‌ی شعب با بهره‌گیری از مدل (۶) و خروجی‌های مطلوب وام‌ها و چهار سپرده اصلی با استفاده از مدل (۷) می‌باشیم که نتایج به صورت جداول ذیل بیان شده است:

جدول۳. نتایج نسبت های حاشیه‌ای مقدار h+

DMU		DMU2	DMU9	DMU27	DMU32
X_1 هزینه‌ها	h=+ ۱۰۰۰	$MRS^{+}_{w,X_1}=0$	$MRS^{+}_{w,X_1}=0$	$MRS^{+}_{w,X_1}=26/74$ $X^{*}_{1}=4313/6225$	$MRS^{+}_{w,X_1}=0/9669$ $X^{*}_{1}=2768/7879$
Y_1 چهار سپرده اصلی		$MRS^{+}_{w,Y_1}=0$	$MRS^{+}_{w,Y_1}=0$	$MRS^{+}_{w,Y_1}=57/126$ $Y^{*}_{1}=790051/6293$	$MRS^{+}_{w,Y_1}=44/8437$ $Y^{*}_{1}=64001/7141$
Y_3 وام‌ها		$MRS^{+}_{w,Y_3}=0$	$MRS^{+}_{w,Y_3}=0$	$MRS^{+}_{w,Y_3}=-138/3314$ $Y^{*}_{3}=457994/1375$	$MRS^{+}_{w,Y_3}=-48/1992$ $Y^{*}_{3}=28258/8211$

جدول٤. نتایج نسبت‌های حاشیه‌ای مقدار h-

DMU		DMU2	DMU9	DMU27	DMU32
X_1 هزینه ها	h=- ۱۰۰۰	$MRS^{-}_{w,X_1}=0$	$MRS^{-}_{w,X_1}=-0/7200$ $X^{*}_{1}=1984/6007$	$MRS^{-}_{w,X_1}=-0/5331$ $X^{*}_{1}=3513/0889$	$MRS^{-}_{w,X_1}=0$
Y_1 چهار سپرده اصلی		$MRS^{-}_{w,Y_1}=0$	$MRS^{-}_{w,y_1}=0$	$MRS^{-}_{w,Y_1}=-31/2055$ $Y^{*}_{1}=701629/3474$	$MRS^{-}_{w,Y_1}=0$ $Y^{*}_{1}=0$
Y_3 وام ها		$MRS^{-}_{w,Y_3}=0$	$MRS^{-}_{w,Y_3}=0$	$MRS^{-}_{w,Y_3}=-334/8865$ $Y^{*}_{3}=261439/0434$	$MRS^{-}_{w,,Y_3}=0$ $Y^{*}_{3}=0$

براساس نتایج به‌دست آمده از تغییرات ۱۰۰۰ واحد افزایش و کاهش در خروجی نامطلوب (مطالبات معوق) بانک‌ها، شعبه دو در بهترین محیط خود قرار دارد، زیرا هیچ‌گونه تغییری در میزان هزینه‌ها، چهار سپرده اصلی و وام‌های این شعبه ایجاد نمی‌شود. همچنین شعبه ۹ که در محیطی مشابه شعبه ۲ قرار دارد، با افزایش مطالبات معوق در هزینه‌ها، چهار سپرده اصلی و وام‌های آن تغییری ایجاد نمی‌گردد، در حالی که با کاهش ۱۰۰۰ واحد در مطالبات معوق، میزان نسبت‌های حاشیه‌ای هزینه‌های پرسنلی و غیرپرسنلی شعبه مذکور، ۰/۷۲۰۰ نسبت به میزان حاضر کاهش می‌یابد و از مقدار ۲۷۰۴/۶۴۱۹ به مقدار ۱۹۸۴/۶۰۰۷ تغییر می‌کند.

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-06-06]
[DOR: 20.1001.1.22517286.2021.18.4.8.7]
[DOI: 10.52547/jamlu.18.4.103]

شعبه ۲۷ با تغییرات مطالبات معوق، نسبت‌های حاشیه‌ای هزینه‌ها ۲۶/۷۴ نسبت به مقدار موجود افزایش می‌یابد بدین معنی که با افزایش ۱۰۰۰ واحد در مطالبات معوق، میزان هزینه‌های پرسنلی و غیرپرسنلی این شعبه از ۳۲۲۰/۶۴۸۸ به میزان ۴۳۱۳/۶۲۲۵ افزایش خواهد یافت. همچنین، نسبت حاشیه‌ای چهار سپرده اصلی به میزان ۵۷/۱۲۶ افزایش می‌یابد و مقدار چهار سپرده اصلی از ۷۳۲۸۳۴/۸۶ به ۷۹۰۰۵۱/۶۲۹۳ افزایش خواهد یافت. هنگامی که مطالبات معوق افزایش می‌یابد تعداد وام‌ها در این واحد کاهش خواهد یافت و نسبت‌های حاشیه‌ای وام‌ها۱۳۸/۳۳۴ کاهش یافته و از میزان ۵۹۶۳۲۵/۵۷ به ۴۵۷۹۹۴/۱۳۷۵ کاهش می‌یابد. از سوی دیگر، با کاهش ۱۰۰۰ واحد در مطالبات معوق واحد ۲۷، نسبت‌های حاشیه‌ای هزینه‌ها ۰/۵۳۳۱ واحد کاهش می‌یابد به معنی که از میزان ۴۰۴۶/۲۳۵۵ به ۳۵۱۳/۰۸۸۹ کاهش می‌یابد. همچنین چهار سپرده اصلی و وام‌ها نیز به ۷۰۱۶۲۹/۳۴۷۴ در چهار سپرده اصلی و ۲۶۱۴۳۹/۰۴۳۴ در وام‌ها تغییر خواهد کرد.

شعبه ۳۲ با کاهش در مطالبات معوق، هیچ‌گونه تغییری در هزینه‌ها، چهار سپرده اصلی و وام‌ها صورت نمی‌گیرد؛ در مقابل با افزایش ۱۰۰۰ واحد در مطالبات معوق، هزینه‌ها و چهار سپرده اصلی افزایش‌یافته، اما میزان نسبت‌های حاشیه‌ای وام‌ها ۴۸/۱۹۹۲ کاهش‌یافته است و از مقدار ۵۲۴۷۲ به ۲۸۲۵۸/۸۲۱۱ تغییر خواهد یافت.

٤ نتیجه‌گیری

با توجه به نقش چشم‌گیر بانک‌ها در توسعه و رونق اقتصادی کشورها، ارزیابی کارایی این سازمان خدماتی مورد توجه قرار گرفته است؛ بانک‌ها نیز همانند بسیاری از واحدها تولیدی و خدماتی علاوه بر خروجی‌های مطلوب، خروجی‌های نامطلوب نیز تولید می‌کند که مطالبات معوق از جمله‌ی آن‌هاست. روش‌های سنتی تحلیل پوششی داده‌ها خروجی‌های نامطلوب را که تاثیر قابل توجهی نیز در میزان کارایی واحدها دارد، در بر نمی‌گیرند؛ بنابراین روش‌های توسعه‌یافته آن جهت کاهش خروجی‌های نامطلوب با کاهش ورودی‌ها ظهور نمود، اما این رویکرد منجر به پیروی کوتاه مدتی توسط مدیران می‌گردد، زیرا کاهش ورودی‌ها منجر به کاهش خروجی‌های مطلوب سازمان‌ها نیز می‌گردد؛ بنابراین رویکرد جدید دیگری که هدف آن کاهش خروجی‌های نامطلوب با افزایش حداقل یکی از ورودی‌ها بود، ارایه گردید. در مطالعات پیشین جهت کاهش خروجی نامطلوب از روش کاهش ورودی‌ها استفاده می‌گردید. با توجه به این مسایل، در این تحقیق جهت ارزیابی کارایی یک روش ترکیبی مبنی بر کاهش خروجی‌های نامطلوب با توجه به اصل دسترسی‌پذیری مدیریتی که هدف آن افزایش یک ورودی است، ارایه گردید. همچنین در دنیای واقعی عوامل غیرقابل کنترلی وجود دارد که در اختیار مدیریت نمی‌باشد و این عوامل نیز تاثیر شگرفی بر میزان کارایی واحدهای سیستم بانکی دارد. پس از سنجش کارایی شعب بانک تجاری، ۲۱ شعبه از ۳۳ شعبه کارا بودند که به بررسی نسبت‌های حاشیه‌ای تاثیر مطالبات معوق بر هزینه‌های پرسنلی و غیرپرسنلی، وام‌ها و چهار سپرده اصلی در این شعب پرداختیم. نتایج نشان می‌دهد شعبی که درجه‌ی بالاتر و در محیط مطلوب‌تری قرار دارند با افزایش مقدار مطالبات معوق، در هزینه‌ها ، وام‌ها و چهار سپرده اصلی آن‌ها تغییری ایجاد نمی‌گردد، اما به طور کلی در بعضی از شعب کاهش میزان معوقات سبب کاهش هزینه‌ها می‌گردد. همچنین شعبی که در درجه‌های پایین‌تری قرار دارند با تغییر در مقدارمطالبات معوق، در مقدار هزینه‌ها،

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-06-06]
[DOR: 20.1001.1.22517286.2021.18.4.8.7]
[DOI: 10.52547/jamlu.18.4.103]

وام‌ها و چهار سپرده اصلی تغییرات کاهشی محسوسی ایجاد می‌گردد، اما به طور قطع برای تمامی شعب به یک روند نمی‌باشد، به عنوان نمونه افزایش مطالبات معوق می‌تواند موجب افزایش هزینه‌ها در یک شعبه یا ثابت بودن هزینه‌ها در شعبه دیگری گردد، یا افزایش مطالبات معوق موجب کاهش وام‌ها در یک شعبه، و افزایش وام‌ها در شعبه دیگری شود. بنابراین مدیران شعب مختلف بنا بر اطلاعات موجود قادر به تصمیم‌گیری در مورد شعب خود می‌باشند تا بتوانند استراتژی‌های لازم جهت کاهش مطالبات معوق و افزایش وام‌ها، چهار سپرده اصلی و کارمزد را اتخاذ نمایند.

منابع

[1] Wang, K., Huang, W., Wu, J., Liu, Y. N. (2014). Efficiency measures of the Chinese commercial banking system using an additive two-stage DEA. Omega, 44 (1), 5–20.

[2] Henriques, I. C., Sobreiro, V. A., Kimura, H., Mariano, E. B. (2020). Two-Stage DEA in Banks: Terminological Controversies and Future Directions, Expert Systems with Applications, 148, 1-65

[3] Charnes, A., Cooper, W.W., Rhodes, E. (1978) .Measuring the efficiency of decision making units, European Journal of Operational Research, 2 , 429–44.

[4] Ebrahimnejad, A., Tavana, M., F., Hosseinzadeh Lotfi, M., Shahverdi, R., Yousefpour, M. (2014). A Three-stage Data Envelopment Analysis Model with Application to Banking Industry. Measurement, 49, 308-319.

[5] Repkova,I. (2014). Efficiency of the Czech Banking Sector Employing the DEA Window Analysis Approach. Procedia Economics and Finance, 12, 587-586.

[6] Kaura, H., Singh, S. P. (2021). Multi-stage hybrid model for supplier selection and order allocation considering disruption risks and disruptive technologies. Int.J. Production Economics, 231.

[7] Zarbi, s., shin, s., shin, y. (2019). An Analysis by Window DEA on the Influence of International Sanction to the Efficiency of Iranian Container Ports, the Asian Journal of Shipping and Logistics, 35 (4),163-171.

[8] Li, H., Zhang, J., Wang, C., Yujie, W., Vaughan, C.(2018).An Evaluation of the Impact of Environmental Regulation on the Efficiency of Technology Innovation Using the Combined DEA Model: A Case Study of Xi'an, China. Sustainable Cities and Society, https://doi.org/10.1016/j.scs.2018.07.001.

[9] Dakpo, K. H., Jeanneaux, P., Latruffe, L. (2016). Modelling pollution-generating technologies in performance benchmarking: Recent developments, limits and future prospects in the nonparametric framework. European Journal of Operational Research, 250(2), 347–359.

[10] Hailu, A., Veeman, T.S. (2001) Non-parametric productivity analysis with undesirable outputs: an application to the Canadian pulp and paper industry. Am. J. Agr. Econ., 83(3), 605–616.

[11] Yang, H., Pollitt, M. (2009). Incorporating both undesirable outputs and uncontrollable variables into DEA: The performance of Chinese coal-fired power plants. European Journal of Operational Research,197 (3), 1095-1105.

[12] Mahlberg, B., Luptacik, M., Sahoo, B. K. (2011). Examining the drivers of total factor productivity change with an illustrative example of 14 eu countries. Ecological Economics, 72, 60–69.

[13] Sahoo, B. K., Luptacik, M., Mahlberg, B. (2011). Alternative measures of environmental technology structure in DEA: An application. European Journal of Operational Research, 215(3),750–762.

[14] Färe, R., Grosskopf, S. (2003). Non-parametric productivity analysis with undesirable outputs: comment. Am. Journal of Agriculture. Economic., 85(4), 1070–1074.

[15] Kousmanen, T. (2005) .Weak disposability in nonparametric production analysis with undesirable outputs. J. Agr. Econ., 87(4), 1077–1082.

[16] Coelli, T., Lauwers, L., Van Huylenbroeck, G. (2007). Environmental efficiency measurement and the materials balance condition, Journal of Productivity Analysis, 28(1-2), 3–12.

[17] Førsund, F. R. (2009). Good modelling of bad outputs: Pollution and multiple-output production. International Review of Environmental and Resource Economics, 3(1),1–38.

[18] Murty, S., Russell, R. R., and Levkoff, S. B. (2012). On modeling pollution-generating technologies. Journal of Environmental Economics and Management, 64 (1),117-135.

[19] Rødseth, K. L. (2017). Axioms of a polluting technology: a materials balance approach. Environmental and Resource Economics, 67 (1),1–22.

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-06-06]
[DOR: 20.1001.1.22517286.2021.18.4.8.7]
[DOI: 10.52547/jamlu.18.4.103]

[20] Ray, S. C., Mukherjee, K.,Venkatesh, A. (2018). Nonparametric measures of efficiency in the presence of undesirable outputs: a by-production approach. Empirical Economics, 54 (1), 31–65.
[21] Podinovski, V. V., Chambers, R. G., Atici, K. B., Deineko, I. D. (2016). Marginal values and returns to scale for nonparametric production frontiers. Operations Research, 64 (1), 236–250.
[22] Valadkhani, A., Roshdi, I., Smyth, R. (2016). A multiplicative environmental DEA approach to measure efficiency changes in the world's major polluters. Energy Economics, 54, 363–375.
[23] Chen, L., Wang, Y. M.,Lai, F. (2017). Semi-disposability of undesirable outputs in data envelopment analysis for environmental assessments. European Journal of Operational Research, 260 (2), 655–664.
[24] Roshdi, I., Hasannasab, M., Margaritis, D., Rouse, P. (2018). Generalised weak disposability and efficiency measurement in environmental technologies. European Journal of Operational Research, 266 (3), PP.1000–1012.
[25] Pham, M.D., Zelenyuk, V. (2018). Weak disposability in nonparametric production analysis: A new taxonomy of reference technology sets. European Journal of Operational Research, 1-30, doi: https://doi.org/10.1016/j.ejor.2018.09.019
[26] Mehdiloo, M., Podinovski, V.V., (2019). Selective strong and weak disposability in efficiency analysis. European Journal of Operational Research, 1-38, DOI: https://doi.org/10.1016/j.ejor.2019.01.064.
[27] Homayounfar, M., Amirteimoori, A. (2019). Balanced evaluation of supplier's performance by applying a hybrid DEMATEL-DEA approach in presence of undesirable factors, journal of new researches in mathematics, 5 (18), 31-48, [In Persian].
[28]Peykani, P., Mohammadi, O. (2019). Performance Measurement of Decision Making Units with Network Structure in the Presence of Undesirable Output. 5 (17), 157-166,[In Persian].
[29] Jahani Sayyad Noveiri, M., Kordrostami, S., Amirteimoori, A. (2017). Cost Efficiency of Closed–Loop Supply Chain in the Presence of Dual-Role and Undesirable Factors, journal of new reseach in mathematics, 3(9), 5-16, [In Persian].
[30]Azizi, H., Amirteimoori, A., Kordrostami, S. (2016). A data envelopment analysis approach with efficient and inefficient frontiers for supplier selection in the presence of both undesirable outputs and imprecise data. 1 (2), 139-170, [In Persian].
[31] Huang, Z., Li, S.X. (1997). Rousseau, determining rates of change in data envelopment analysis. J. Operation. Res. Soc. 48, 591–593.
[31] Rosen, C., Schaffnit, J., Paradi, C. (1998). Marginal rates and two-dimensional level curves in DEA. J. Prod. Anal. 9, 205–32.
[33] Cooper, K.S. Park, J. Ciurana, (2000). Marginal rates and elasticities of substitution with additive models in DEA, J. Prod. Anal.13, 105–23.
[34] Asmild, J., Paradi, D. (2006). Theoretical perspectives of trade-off analysis using DEA, Omega, 34, 337-343.
[35] Banker, R.D., Charnes, A., Cooper, W.W. (1984). Some methods for estimating technical and scale inefficiencies in data envelopment analysis. Manage. Sci. 30 (9),1078-1092.
[36] Prior, D., Surroca, J. (2006). Strategic Groups Based on Marginal Rates. An application to the Spanish Banking Industry. Euroupean. Journal. Operation . Resarch. 170 (5), 505-515.
[37] Khoshandam, L., Amirteimoori, A., Kazemi Matin, R. (2014). Marginal rates of substitution in the presence of non-discretionary factors: A data envelopment analysis approach. Measurement, 58, 409-415.
[38] Khoshandam, L., Amirteimoori, A., Kazemi Matin, R. (2015). Marginal Rates of Substitution in Data Envelopment Analysis with Undesirable Outputs: A Directional Approach. Measurement, doi: http:// dx.doi.org/10.1016/j.measurement.2015.02.020.
[39] Sueyoshi, T., Goto, M. (2020) .Performance Assessment of Japanese Electric Power Industry: DEA Measurement with Future Impreciseness. Energies, 13, 490, 1-23, doi: 10.3390/en13020490.
[40] Sueyoshi, T., Yuan, V., Goto, M. (2017). A literature study for DEA applied to energy and environment. Energy Economics, 62, 104–124.
[41] Ruggiero, J. (1996).On the measurement of technical efficiency in the public sector. European Journal of Operational Research, 90, 553–565,

[Downloaded from jamlu.lahijan.iau.ir on 2026-06-06]
[DOR: 20.1001.1.22517286.2021.18.4.8.7]
[DOI: 10.52547/jamlu.18.4.103]